Luis Camacho

La lógica en Kant y en George Boole

Abstract. *This paper shows how history proved wrong Kant's ideas concerning the past and future of logic, found in the Preface to the second edition of the Critique of Pure Reason and in his Logic, A Manual for Lectures (1800). By following the path first envisioned by Leibniz, both George Boole and Gottlob Frege did what Kant deemed impossible.*

Key words: Kant (Immanuel), Boole (George), logic.

Resumen. *Se muestra en el artículo el error cometido por Kant en sus ideas sobre el pasado y futuro de la lógica, contenidas en el prefacio a la segunda edición de la Crítica de la Razón Pura y en su obra de 1800 titulada Lógica, Manual para Conferencias. Al seguir el camino señalado por Leibniz, tanto George Boole como Gottlob Frege hicieron justamente lo que Kant consideró imposible.*

Palabras clave: Kant (Immanuel), Boole (George), lógica.

Introducción

La segunda edición de la *Crítica de la razón pura* incluye un largo prefacio con la indicación de lugar y fecha al final: Königsberg, abril de 1787. El segundo párrafo de este Prefacio ha sido citado más de una vez como muestra de un error insigne cometido por un filósofo famoso:

> Que la lógica ha seguido este camino seguro [el de la ciencia] ya desde los tiempos más tempranos se evidencia por el hecho de que desde Aristóteles no ha sido necesario revisar ni un solo paso, a no ser, ciertamente, que contemos como mejoras la eliminación de ciertas sutilezas innecesarias o la exposición más clara de su enseñanza reconocida, características que se relacionan con la elegancia más que con la certeza de la ciencia. También es de notar que hasta el día de hoy esta lógica no ha podido avanzar ni un solo paso, y por tanto es en todas sus apariencias un cuerpo de doctrina cerrado y completo.[1]

A continuación Kant acusa a "algunos de los modernos" de ignorancia cuando introducen en la lógica temas ajenos a dicha ciencia –algo que él mismo hace en su *Lógica* de 1800–, como los aspectos *psicológicos* de la imaginación y el ingenio, los *metafísicos* relacionados con el origen del conocimiento o con las diferentes clases de certeza, o *antropológicos* sobre prejuicios, sus causas y remedios. Los acusa de ignorar que la esfera de la lógica está delimitada con precisión:

> (...) su solo propósito es dar una exposición exhaustiva y una prueba estricta de las reglas formales de todo pensamiento, sea *a priori* o empírico, cualesquiera sean su origen u objeto, y cualesquiera sean los obstáculos, accidentales o naturales, que pueda encontrar en nuestras mentes.

En resumen tenemos:

(1) Existe una ciencia completa y cerrada que es la lógica aristotélica.

(2) Cuyo objeto es exponer y probar las reglas formales de todo pensamiento de cualquier tipo.

(3) Dicha ciencia no ha necesitado ninguna corrección esencial desde Aristóteles.

(4) Ni tampoco ha podido avanzar ni un solo paso.

En el Prefacio que comentamos Kant ubica a la lógica en el primer lugar entre las ciencias, tanto en el sentido histórico de ser la primera en aparecer como en cuanto que constituye la base y el modelo para todas las demás. Coloca a continuación las matemáticas y la física, en las que la razón alcanza el conocimiento teórico y cuyos objetos se determinan *a priori*, en la primera en forma pura, en la segunda con fuentes parciales de conocimiento que no son la razón. Las matemáticas también alcanzaron la categoría de ciencia con los griegos, pero no les resultó tan fácil como a la lógica, "en la cual la razón tiene que tratar únicamente consigo misma".[2]

En el primer párrafo del Prefacio tenemos el contraste con la situación opuesta –cuando la ciencia está ausente– en cuyo caso los síntomas son lo contrario de lo ocurrido con la lógica: preparaciones elaboradas que se detienen antes de conseguir su cometido, retrocesos para examinar los pasos ya andados, ausencia de consenso entre los participantes, así como nuevos enfoques aplicados sin consenso y sin éxito para tratar de avanzar.[3]

La primera reacción ante el primer texto citado de la *Crítica* es preguntarse cómo pudo equivocarse tanto Kant. Para seguir el orden de las implicaciones previamente señaladas, digamos que

(1a) No existe una única ciencia completa y cerrada que podamos llamar lógica aristotélica. Más bien encontramos en Aristóteles dos enfoques generales en conflicto, a lo que se añade la incompatibilidad de otros tantos enfoques en lógica modal. Además, es esencial para la lógica en sus inicios el aporte posterior de los estoicos y megáricos, particularmente de Crisipo.

(2a) No se puede decir que en Aristóteles el objeto de la lógica sea exponer y probar las reglas formales de todo pensamiento de cualquier tipo.

(3a) El aporte más completo de Aristóteles es la silogística, que hoy consideramos una parte de la lógica de predicados de primer orden. Pero es exagerado afirmar que esta parte de la lógica no ha necesitado ninguna corrección esencial desde Aristóteles.

(4a) En cuanto a si la lógica ha podido avanzar algún paso desde Aristóteles, solo si reducimos dicha ciencia a la silogística aristotélica e ignoramos los problemas que encontramos en ella podríamos contestar como lo hace Kant. Pero dicha reducción choca tanto con la visión grandiosa de la lógica que aparece en la *Crítica* como con el notable desarrollo que tiene esta ciencia justamente después de Kant.

A lo anterior hay que sumar otra crítica:

(5) En su obra de 1800 titulada *Lógica*, *Manual para Conferencias*[4] Kant no expone la ciencia lógica aristotélica según él completa y cerrada, sino más bien un enfoque en consonancia con otras tradiciones en la enseñanza de la disciplina, como la escolástica tardía y la *Lógica* de Port-Royal.

A continuación desarrollaremos brevemente cada uno de los cinco puntos señalados. Luego esbozaremos las principales ideas que revolucionaron la lógica justamente pocos años después de la muerte de Kant en 1804 y que culminan con las dos obras de George Boole, *Análisis matemático de la lógica* (1847) y *Las leyes del pensamiento* (1854), así como con la *Begriffsschrift* (*Conceptografía*) de Frege en 1879. El gran desarrollo de la lógica a partir de comienzos del siglo XIX, así como los avances en los estudios históricos que nos dan una comprensión mejor de Aristóteles, han dejado muy atrás las palabras de Kant en 1787. Por eso mismo resulta interesante preguntarnos en qué estaba pensando el filósofo de Königsberg cuando las escribió. La hipótesis únicamente esbozada aquí es que el esquema epistemológico de la *Crítica de la razón pura* exige esa visión de la posición de la lógica tanto en el desarrollo histórico de las ciencias como en la jerarquía de éstas. Dicha visión choca con los hechos de la historia.

(A) Kant y Aristóteles

1. La lógica de Aristóteles: ¿una o varias?

Hay más de un enfoque en la lógica de Aristóteles. Citemos al respecto lo dicho por el filósofo inglés P. T. Geach en la lección inaugural pronunciada en la Universidad de Leeds el 22 de enero de 1968[5]:

> La historia de la lógica comenzó con Aristóteles, el cual pudo decir con orgullo que había escrito el primer tratado de lógica formal. Puedo resumir en una sola frase lo que voy a decir: Aristóteles, como Adán, comenzó bien, pero se extravió pronto por un mal camino, con consecuencias desastrosas para su posteridad.[6]

El origen del problema es fácil de ver: entre el enfoque inicial de los primeros libros *De la interpretación* y *Categorías* y el que se desarrolla en los *Analíticos* hay graves problemas de compatibilidad, pero no se pueden separar. En las primeras obras el punto de partida es la teoría gramatical de la relación sujeto-predicado, donde el sujeto ideal es un nombre propio que no puede ocupar el puesto de predicado ni convertirse en predicado. Esta teoría es incapaz de explicar proposiciones relacionales, problema que arrastró la lógica hasta Frege y que por supuesto afecta a la epistemología del mismo Kant como había afectado antes a Leibniz, pues el análisis de las proposiciones analíticas y sintéticas en ambos autores se basa justamente en ese modelo de la proposición. Leibniz se dio cuenta del problema y trató en vano de resolverlo[7], Kant en cambio ni siquiera percibió la imposibilidad de probar validez de argumentos relacionales usando un esquema proposicional basado en el modelo gramatical de sujeto y predicado. Por este motivo, argumentos muy sencillos que involucran relaciones (v.g. "Si Chirac es más alto que Berlusconi y Berlusconi es más alto que Bush, entonces Chirac es más alto que Bush") y de cuya validez no dudamos no encuentran la regla formal correspondiente en la lógica aristotélica y menos en la kantiana. Y como si fuera poco, la validez de un argumento relacional depende del tipo de relación involucrada (simétrica, asimétrica o no-simétrica; transitiva, intransitiva o no-transitiva; refleja, irrefleja o no-refleja) y no es a priori como conocemos de qué tipo de relación se trata, sino por la experiencia.

Pero hay otro problema: al llegar a los *Analíticos,* Aristóteles aplica un enfoque en el que la mutua convertibilidad de sujeto y predicado según reglas es la base para la reducción de silogismos de las otras figuras a silogismos de la primera.[8] Mientras en las primeras obras del *Organon* el nombre propio se toma como modelo de sujeto de la oración, en cambio en la silogística ese mismo nombre propio estorba y lo que predomina son los términos de clase, lo que los gramáticos a veces llaman con la pintoresca expresión de "nombres comunes" (que no son nombres ni son comunes). Todos sabemos que el modelo de silogismo aristotélico es el de la primera figura con proposiciones universales afirmativas, el famoso *Barbara* de los medievales, aunque como recordó S. McCall en 1963[9] y explicó Fred Johnson en 1989 y 1993[10], en Aristóteles la cuantificación suele ir acompañada por la modalidad, por lo que la figura perfecta sería la *Barbara* con tres proposiciones categóricas necesarias (LA-LA-LA, o LLL-*Barbara*). Pero en *Barbara* no aparecen nombres propios, ni es posible introducirlos con éxito en los procedimientos habituales de conversión, obversión y contraposición de los que solían hablar con gran detalle y pérdida de tiempo los manuales de lógica todavía afectos al modelo de sujeto-predicado, con modalidad o sin ella. Como sabemos esta gran limitación de la lógica aristotélica fue finalmente superada por Gottlob Frege en 1879 con su obra *Begriffsschrift* (*Conceptografía*), lo que permitió la aparición de los primeros cálculos lógicos de relaciones gracias al norteamericano Charles Sanders Peirce y al alemán Ernst Schröder.

El siguiente problema tiene que ver justamente con la modalidad. En las obras lógicas de Aristóteles no encontramos un esquema de nociones modales, sino dos. Por un lado tenemos los capítulos 12 y 13 de *De la interpretación*, donde se toman como nociones básicas las de posible e imposible, y por otro tenemos los capítulos 8 al 22 de la *Analítica primera*, donde la distinción básica es entre necesario y no necesario. A la pregunta de si es *posible* lo *necesario* la respuesta es afirmativa si se define lo necesario como lo que no puede no ser, pero es negativa si lo necesario se concibe como lo opuesto a lo meramente posible. La lógica modal contemporánea toma el primer camino, pero no está claro en Aristóteles cuál es el camino a seguir.

2. El objeto de la lógica en Aristóteles: ¿todo tipo de pensamiento o solamente la inferencia?

En las líneas finales del capítulo 34 y último de los *Argumentos sofísticos* Aristóteles se atribuye la paternidad de la ciencia del razonamiento, de la que no encontró "ninguna obra antigua que citar". Hasta donde sabemos Aristóteles no habla de una ciencia de todo tipo de pensamiento, y las primeras líneas de la *Analítica primera* dejan claro el objeto del estudio: "Lo que aquí inquirimos se refiere a la demostración y corresponde a la ciencia demostrativa".

En el mismo Prefacio en el que Kant identifica a la lógica aristotélica con *la* lógica, como primera ciencia cerrada y completa, nos dice que la lógica nos da las reglas formales "de todo pensamiento, sea *a priori* o empírico", y según lo dicho un poco más abajo "abstrae de todos los objetos del conocimiento y sus formas, dejando al entendimiento nada que tratar excepto el mismo entendimiento y su forma".[11] Como ocurre con la metafísica, que promete grandes cosas pero sus frutos son modestos, así la grandiosa concepción de la lógica que tiene Kant choca con la realidad de sus resultados, mucho más humildes. Quizá algún día podamos conocer las reglas formales de todo pensamiento –si es que existen– pero no se puede acusar a Aristóteles de intentar hacerlo en los libros del *Organon*.

3. La lógica de Aristóteles: ¿ha sido necesaria alguna corrección posterior?

Puesto que la lógica aristotélica es apenas un pequeño capítulo que se subsume dentro de la lógica contemporánea, la pregunta solo tiene sentido si nos limitamos al aporte del Estagirita, es decir, a la silogística acompañada de modalidad y algunos tipos de razonamiento llamados silogismos en un sentido amplio del término, como el hipotético. Bástenos señalar un punto en el que el tratamiento aristotélico ha sido corregido, el de los silogismos con conclusión particular cuyas premisas son universales afirmativas. Así, en la tercera figura el modo de silogismo AAI (el *Darapti* de los escolásticos) se admite como válido en la lógica aristotélica, cuando solo lo es bajo la presuposición de que las clases de que estamos hablando no son vacías, es decir, cuando en vez de un silogismo categórico tenemos un entimema al que le falta una premisa existencial. Así, de las dos premisas "todos los peces viven en el agua" y "todos los peces son vertebrados" podemos concluir "algunos vertebrados viven en el agua" únicamente si le añadimos una tercera premisa, "existen peces".

4. ¿Tiene razón Kant al decir que no ha habido avances en la lógica después de Aristóteles?

En este punto argumentaremos por reducción al absurdo. Entre Aristóteles y Kant tenemos, por citar solo algunas cosas, la formulación de axiomas de lógica proposicional que aparecen en Crisipo con el nombre de "indemostrables" y que luego reaparecen en Ockham y Leibniz (entre otros), la discusión entre Filón y Diodoro sobre las condiciones de verdad del condicional, la compleja teoría de la proposición propia de los estoicos, la noción y división de la suposición en Ockham, los sistemas modales en varios autores del siglo XIV, y la gran discusión en ese mismo siglo sobre el condicional, los insolubles, los contrafácticos y los futuribles.[12] Ahora bien, si Kant tiene razón, tendríamos que decir de lo anterior, o que

(a) Se trata de asuntos psicológicos, metafísicos o antropológicos y, por tanto, ajenos a la ciencia de la razón limitada a sí misma que examina todas las reglas del pensamiento; o que

(b) Se trata de asuntos propios de la lógica pero que se encuentran en Aristóteles.

Ninguna de estas dos opciones es posible:

(a') Todos los temas mencionados, y otros muchos que aparecen en la historia de la lógica después de Aristóteles y antes de Kant, tienen que ver con la validez o invalidez de razonamiento y, por tanto, con lo que Aristóteles considera el objeto de la lógica. No se puede decir de ellos que sean problemas psicológicos, metafísicos ni antropológicos.

(b') Aunque en Aristóteles hay algunos atisbos de la lógica proposicional (sobre todo en *Analítica primera,* libro 2, capítulo 4) y aparecen con él las nociones modales, no encontramos en sus obras lo que con razón se consideran aportes de Crisipo, Ockham y otros medievales, Leibniz y algunos otros autores anteriores a Kant.

5. ¿Es aristotélica la *Lógica* de Kant?

No. Basta con fijarnos en la definición de la lógica que da Kant en las mismas páginas en que nos habla de la lógica aristotélica como la lógica acabada y perfecta que no necesita mejoras. Si Kant piensa que la lógica nació perfecta con Aristóteles, su obra publicada en 1800 con el título de *Lógica, Manual para Conferencias* –en la que se repiten casi al pie de la letra las palabras del Prefacio– debería reflejar este convencimiento. Sin embargo, esta pequeña obra empieza con una definición de la ciencia que sería extraña al padre de la misma:

> La lógica es una ciencia de la razón no solo en cuanto a la mera forma sino también en cuanto a la materia; una ciencia a priori de las leyes necesarias del pensamiento; no, sin embargo, en relación con objetos particulares sino en relación con todos los objetos en general; es una ciencia, por tanto, del uso correcto del entendimiento y de la razón en cuanto tal, no subjetivamente, es decir, no según principios empíricos (psicológicos) de cómo el entendimiento piensa, sino objetivamente, es decir, de acuerdo con principios a priori de cómo debe pensar.[13]

Después de una introducción en la que Kant empieza hablando de leyes en todo cuanto existe y pasa luego a hablar de los temas que justamente nos ha dicho en el Prefacio de 1787 que no se deben introducir en la lógica porque al hacerlo se muestra ignorancia sobre el objeto de la ciencia estudiada (prejuicios, ignorancia, edad correcta para la especialización, uso de enciclopedias, diferencia entre pedantería y galantería, etc.) pasa luego a la doctrina general de los elementos. Esta parte está dividida en tres secciones dedicadas a conceptos, juicios y conclusiones. En ésta última aparecen los silogismos, y lo que encontramos solo introduce una variante en cuanto a la interpretación del principio *dictum de omni, dictum de nullo*, que Kant considera derivado de otro más primitivo. Después del silogismo encontramos una teoría del método, compuesta por sendos estudios sobre la definición y división de conceptos. La obra termina con cuatro líneas dedicadas a la meditación. Es difícil evitar la pregunta de dónde están las reglas formales de todo tipo de pensamiento, supuestamente ya descubiertas en forma acabada y completa.

(B) George Boole, Aristóteles y Kant

Hemos visto que en el Prefacio de 1787 la lógica es anterior en todo sentido a las matemáticas. Por tanto, a la pregunta de si es posible reducir la lógica a las matemáticas la respuesta kantiana tendría que ser enfáticamente negativa. Sin embargo, eso es precisamente lo que hace George Boole con la silogística aristotélica y con la conectiva condicional en lógica proposicional.

Cuando Boole escribió su pequeña obra *Análisis matemático de la lógica* (1847) mucho camino se había recorrido ya. Leibniz había sentado las bases del proyecto lógico señalando que necesitaría dos partes complementarias, un cálculo para razonar automáticamente (lo que justamente empieza Boole) y un lenguaje característico (que aparece por primera vez en Frege, quien cita a Leibniz a este respecto). El mismo Leibniz se había dado cuenta de que todos los números se pueden representar usando únicamente dos símbolos, 0 y 1.[14] Varios matemáticos de principios del siglo XIX habían ampliado la aplicación de los símbolos del álgebra liberándolos de una interpretación puramente numérica.[15] Los trabajos de Hamilton sobre cuantificación del predicado habían transformado las proposiciones categóricas de los silogismos aristotélicos en ecuaciones.[16]

Lo primero que hace Boole[17] es reducir la silogística a una parte de las matemáticas de la siguiente manera:

(a) Los silogismos expresan relaciones entre clases (Boole usa *class* en inglés, nunca *set*). Usemos las letras *x, y, z* para representar la operación de seleccionar miembros de las clases X, Y y Z.

(b) Si 1 representa el universo entero, 1-x representa todo lo que no es x. Si x son las ovejas, 1-x es todo lo que queda cuando quitamos las ovejas.

(c) xy representa la intersección de ambas clases. Si *x* son las ovejas y *y* son las cosas negras, xy son las ovejas negras. Obviamente xy=yx.

(d) x + y junta dos clases sin miembros en común, mientras x-y quita a x los miembros que sean y. También es obvio que x+y=y+x.

(e) z(x+y) es igual a zx+zy. Europeos (hombres + mujeres) es lo mismo que europeos hombres+europeos mujeres. (Todos estos ejemplos son de Boole.)

(f) Si *x* representa la operación de seleccionar miembros de la clase X, entonces xx=x, pues la repetición de la variable *x* no introduce nada nuevo. En términos generales, $x^n=x$, ecuación bautizada por Boole como Ley del Índice. El siguiente paso que da Boole es "pequeño para un ser humano pero grande para la humanidad": la Ley del Índice se cumple solamente en dos casos, a saber, cuando x=1 y x=0. 1 y 0 tienen la propiedad común de que siguen siendo 1 y 0 cuando se elevan a cualquier potencia.

(g) Las cuatro proposiciones categóricas aristotélicas se representan entonces de la siguiente forma:

(A) x(1-y)=0
(E) xy=0
(I) xy=v
(0) x(1-y)=v

donde v significa "algunos", pero puede ser sustituido con ventaja con el símbolo $\neq 0$. Así tenemos:

(A) "Todos los x son y" se representa como "Los x que no son y son igual a 0".
(E) "Ningún x es y" se representa como "Los x que son y son igual a 0".
(I) "Algún x es y" se representa como "Hay algún x que es y" o "Los x que son y no son igual a 0".
(0) "Algún x no es y" se representa como "Hay algún x que no es y" o "Los x que no son y no son igual a 0".

A continuación Boole representa cada forma silogística utilizando los símbolos indicados y resuelve la validez o invalidez en cada caso aplicando conocidas reglas de las matemáticas. Si la conclusión se desprende de las premisas mediante procedimientos matemáticos, el silogismo es válido. De lo contrario es inválido.

Hecho lo anterior, Boole aplica las mismas nociones al condicional y, por tanto, se libera de la silogística para entrar a la lógica proposicional, que es más básica. Podemos resumir su razonamiento en tres pasos:

(a) 1 y 0 pueden representar también los valores de verdad y falsedad respectivamente. Las variables *x, y, z* serán entonces variables proposicionales, es decir, serían sustituibles por proposiciones. Si a 1 le restamos una variable asumimos que la proposición representada por esa variable es falsa. Así, 1-y indicaría que la proposición *y* es falsa.

(b) La expresión x(1-y)=0 se lee ahora de otra forma, a saber, "los casos en que la proposición *x* es verdadera y la proposición *y* es falsa son iguales a 0".

(c) Este es justamente el caso interesante de la tabla de verdad del condicional (mal llamado "implicación", a veces con el adjetivo "filoniana" o "material") tal como se usa en lógica proposicional.

Usando el mismo simbolismo Boole puede expresar matemáticamente el principio de no contradicción de la siguiente manera: x(1-x)=0.

Regresamos, pues, a la misma conclusión: es posible reducir la lógica conocida a una parte de las matemáticas, a saber , a la que usa únicamente 0 y 1.

En su obra de 1854 *Las leyes del pensamiento* Boole completa sus ideas añadiendo una sección dedicada al cálculo de probabilidades. Mientras la lógica se encarga de las leyes necesarias del pensamiento (y en la definición de la lógica –pero únicamente en la definición– Boole curiosamente es kantiano), la teoría de las probabilidades da cuenta del resto del conocimiento, que es contingente.

Se puede argüir, con toda razón, que lo único reducido a las matemáticas en George Boole es la silogística aristotélica desprovista de modalidad y, por supuesto, sin nombres propios, más la tabla de verdad de una de las conectivas del cálculo proposicional, el condicional. Además, hay que recordar que con Gottlob Frege empieza en 1879 el proyecto en sentido contrario, el que intenta reducir todas las matemáticas a la lógica, que lleva el nombre de logicismo y se prolonga hasta 1932 con los teoremas de Goedel. Pero el punto que nos interesa sigue siendo válido: lo reducido a las matemáticas por Boole es justamente la lógica aristotélica que Kant considera cerrada y completa, previa a las matemáticas por ser más básica que ella. Por si acaso queda alguna duda oigamos lo que dice Kant en su *Lógica* de 1800, hacia el final de la segunda parte de la larga Introducción:

> Hay solo unas pocas ciencias que pueden alcanzar un estado permanente más allá del cual no tienen ningún cambio. A éstas pertenece la lógica y también la metafísica. Aristóteles no ha omitido ningún momento del entendimiento [...].[18]

Esa sección termina con las siguientes líneas

> En los tiempos presentes no hay ningún lógico famoso, y ciertamente no necesitamos ninguna invención nueva para la lógica, pues ésta contiene meramente la forma del entendimiento.[19]

En ese momento Bernard Bolzano (1781-1848), seguidor de Leibniz, tenía 19 años y pronto saldría de su pluma una novedosa teoría de los modelos de formas sentenciales que le permitiría definir con más precisión las nociones lógicas básicas. William Hamilton (1788-1856) tenía apenas 12 años, por lo que podemos suponer que aún no había pensado en la cuantificación del predicado que aparece en *Lectures on Logic* (Edinburgo y Londres, 1861). Dos años después de la muerte de Kant nació Augustus de Morgan (1806-1871), cuyas obras *First Notions of Logic* (1839) y *Formal Logic* (1847) claramente se inscriben dentro de la revolución que dio como figura señera a George Boole (1815-1864). El siglo XIX, en el que Kant no quería ninguna invención para la lógica, llegará a conocer al que muchos consideran el más grande lógico desde Aristóteles, Gottlob Frege (1848-1925).

Notas

1. Traducción propia. Usamos la edición completa preparada por Norman Kemp Smith (Nueva York: St. Martin's y Toronto: Macmillan, 1929), que incluye los textos de las dos primeras ediciones, señalando los lugares donde difieren.
2. Bx-Bxi en la edición de Kemp.
3. Cualquier parecido entre esta descripción y la etapa pre-paradigmática descrita por Thomas S. Kuhn en su *Estructura de las revoluciones científicas* de 1962 no parece mera coincidencia.
4. Usamos aquí la versión en inglés traducida y con una larga introducción de Robert S. Hartman y Wolfgang Schwarz (Nueva York: Dover, 1974).
5. Esta conferencia inaugural es el origen del artículo "Historia de las Corrupciones de la Lógica" que apareció en la revista española *Themata*, publicada por las universidades de Málaga y Sevilla, número 2, 1985, pp. 41-53. Puede verse también en inglés como parte del libro de Geach *Logic Matters* (Oxford: Blackwell, 1972), pp. 44-61.
6. Lugar citado, p. 41.
7. Entre otras, puede verse al respecto la obra de H. Ishiguro *Leibniz's Philosophy of Logic and Language* (Londres: Duckworth, 1972).
8. "Es posible reducir todos los silogismos a los silogismos universales de la primera figura" dice Aristóteles en la *Analítica primera,* libro I, capítulo 7.

9. S. McCall, *Aristotle's modal syllogism* (Amsterdam: North-Holland, 1963).
10. Fred Johnson, "Models for Modal Syllogisms", en *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 30, # 2, 1989, pp. 271-284; Fred Johnson, "Modal Ecthesis", en *History and Philosophy of Logic,* 14 (1993) 171-182.
11. Bix en la edición de Kemp.
12. Benson Mates, *La lógica de los estoicos* (Madrid: Tecnos, 1985); Ernest Moody *Truth and Consequence in Medieval Logic* (Amsterdam: North-Holland, 1953); Mikko Yrjösuuri (ed.) *Medieval Formal Logic, Obligations, Insolubles and Consequences* (Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2001).
13. Traducción propia de la traducción al inglés de Robert S. Hartmann y Wolfgang Schwarz (Nueva York: Dover, 1974), p. 18. La versión preparada por estos dos traductores viene precedida por una introducción más extensa que la obra de Kant.
14. Véase la columna "Mathematical Games" de Martin Gardner en *Scientific American*, enero 1974, 108-113.
15. Se encuentra una defensa del uso no numérico de los símbolos del álgebra en la obra de George Peacock *A Treatise on Algebra* (2 vols. Londres, 1842-1845). Véase al respecto la *Encyclopedia of Philosophy* editada por Paul Edwards (London: Collier, New York: Macmillan, 1967), vol. II, p. 552.
16. William Hamilton, *Lectures on Logic* (Edinburgo y Londres, 1861).
17. Hay una versión en español de *The Mathematical Analysis of Logic*, *El análisis matemático de la lógica* (Madrid: Cátedra, 1979). Lamentablemente tiene algunos errores tipográficos en las fórmulas *The Laws of Thought*, publicado en la Editorial Dover de Nueva York en 1958, ha sido traducido al español (Madrid: Paraninfo, 1982).
18. Página 23 de la edición en inglés en Dover.
19. Página 24.

Bibliografía

(a) Fuentes

Para la *Crítica de la razón pura* hemos usado la versión en inglés, con traducción y notas de Norman Kemp Smith (Nueva York: St. Martin's y Toronto: Macmillan, 1929), famosa no solo por su precisión sino también por incluir las variaciones que aparecen en la segunda edición, así como observaciones allí donde el texto da muestras de problemas gramaticales. Para la *Lógica, Manual para Conferencias* hemos usado la traducción al inglés hecha por Robert S. Hartman y Wolfgang Schwarz (Nueva York: Dover, 1974). Esta versión incluye una introducción más larga que el texto de Kant. De la obra de George Boole *A Mathematical Análisis of Logic* hay una traducción reciente al español en la colección Cátedra (Madrid: 1979), con varios errores en los símbolos. Tenemos noticia de una traducción anterior hecha en Chile de la que no hemos podido localizar ninguna referencia. *The Laws of Thought* apareció en la editorial Dover en 1958.

(b) Bibliografía secundaria

Gardner, Martin. "Mathematical Games". *Scientific American*, enero 1974, pp.108-113.

Geach, Peter. "Historia de las Corrupciones de la Lógica". *Themata*, publicada por las universidades de Málaga y Sevilla, número 2, 1985, pp. 41-53. Puede verse también en inglés como parte del libro de Geach *Logic Matters* (Oxford: Blackwell, 1972, pp. 44-61).

Ishiguro, H. *Leibniz's Philosophy of Logic and Language*. Londres: Duckworth, 1972.

Johnson, Fred. "Modal Ecthesis". *History and Philosophy of Logic,* 14, 1993, 171-182.

________. "Models for Modal Syllogisms". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 30, # 2, 1989, pp. 271-284.

Mates, Benson. *La lógica de los estoicos*. Madrid: Tecnos, 1985.

McCall, S. *Aristotle's modal syllogism*. Amsterdam: North-Holland, 1963.

Moody, Ernest. *Truth and Consequence in Medieval Logic*. Amsterdam: North-Holland, 1953.

Yrjösuuri, Mikko (ed.). *Medieval Formal Logic, Obligations, Insolubles and Consequences*. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2001.