

COMPARACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE VARIANCIAY REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE: APLICACIÓN A UN EXPERIMENTO DE ALMACENAMIENTO DE MANGO^{1/}

Ileana Morales^{2/*} y María Isabel González^{**}

Palabras clave: Análisis de variancia, regresión lineal múltiple, modelo lineal general, mango, almacenamiento, películas flexibles, atmósfera modificada.

Key words: ANOVA, multiple linear regression, general linear model, mango, storage, flexible films, modified atmosphere.

RESUMEN

Este estudio se propuso comparar 2 técnicas de análisis de datos: Análisis de variancia y regresión lineal múltiple, por medio de su aplicación para evaluar el efecto del empaque en películas flexibles, sobre el dulzor y el desarrollo de olores extraños en el mango var. Tommy Atkins durante el almacenamiento. El modelo de análisis de variancia ajustado no permite observar diferencias entre los niveles de los factores, sino solamente diferencias entre cada nivel y el promedio general. Permite observar si existen diferencias entre las pendientes de cada nivel y la pendiente general, y no brinda información del nivel utilizado como base al correr el modelo. El modelo de análisis de regresión múltiple permite observar diferencias entre cada nivel y el nivel utilizado como base, permite observar si existen diferencias entre las pendientes de cada nivel y la pendiente del nivel utilizado como base y brinda información acerca de todos los niveles del factor. Al evaluar el efecto de los 4 diferentes tipos de empaque, sobre las características de calidad del mango, se llega a la conclusión de que los empaques microperforado y termoencogible son los más adecuados. El empaque termoencogible

ABSTRACT

Comparison of analysis of variance and multiple linear regression techniques as applied to an experiment of mango storage. The purpose of this study was to compare two techniques of data analysis: Analysis of variance and linear multiple regression, as used to evaluate the effect of flexible packaging films, during storage, on sweetness and development of off-flavors in mango var. Tommy Atkins. The adjusted analysis of the variance model allowed to observe differences between levels and the general mean, but did not allow observing differences among the levels of the different factors. It also allows determining differences between the slopes of each level and the general slope, but the level used as a base to run the model remains unknown. The linear regression model allows determining differences between each level and the level used as a base. It also showed differences in slopes at each level compared to the slope of the level used as a base, as well as information regarding all the levels of one factor. After evaluating the effect of the four different packaging films on the quality of mango, it can be concluded that the micro-perforated and the thermo-shrinkable films are the most adequate. The thermo-shrinkable film results in the least

1/ Recibido para su publicación el 28 de mayo de 2003

2/ Autora para correspondencia. Correo electrónico: moralesh@cita.ucr.ac.cr

* Centro Nacional de Ciencia y Tecnología de Alimentos, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica

** Escuela de Estadística, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

resulta en menor desarrollo de olores extraños que el control, y ambos empaques resultan en niveles de dulzor iguales a los del control, no así los 2 polietilenos, en los que el dulzor aumenta con el tiempo, indicando una maduración más rápida que en el control.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento de la metodología estadística es un arma imprescindible para la obtención, análisis e interpretación de los datos que proceden de observaciones sistemáticas o de experimentaciones proyectadas, específicamente para conocer los efectos de uno o varios factores que intervienen en los fenómenos en estudio (Box *et al.* 1993).

Gran parte de la investigación en el campo de la ingeniería e industria es empírica y emplea en forma extensiva la experimentación. Los métodos estadísticos pueden incrementar grandemente la eficiencia de estos experimentos y, a menudo, reforzar las conclusiones obtenidas. Elegir el método adecuado de análisis es de suma importancia (Box *et al.* 1993, Cochran y Cox 1971, Montgomery 1991).

Dos métodos de análisis muy utilizados en la práctica son el análisis de variancia y el de regresión lineal, ambos pertenecientes a la familia de los modelos lineales generalizados.

Frecuentemente, los métodos de regresión son utilizados para analizar datos que provienen de estudios que no fueron diseñados, este es el caso del estudio de fenómenos no controlados o de registros históricos; también son muy útiles en experimentos diseñados. Por lo general, el análisis de variancia en un experimento diseñado ayuda a determinar qué factores son importantes, usándose el de regresión para construir un modelo cuantitativo que relaciona los factores importantes con la respuesta (Montgomery 1991). Usualmente el investigador se decide por alguna de las 2 técnicas de análisis, dependiendo de los objetivos de su estudio, pero pocas veces se hace un estudio comparativo de ambas técnicas. Las cuales deben

production of off-flavors when compared to the control and, along with the micro-perforated film, shows the same sweetness level as the control. This was not true with the two polyethylene films, where sweetness increased with time, indicating a higher ripening rate compared to the control.

unificarse cuando eso sea lo apropiado, si ambas no son aplicadas no se alcanza los objetivos.

Nelder y Wedderburn (1972) desarrollaron un tipo de modelo lineal generalizado que incluye modelos asociados con las distribuciones normal, binomial y multinomial y dan un procedimiento unificado de ajuste basado en la verosimilitud, este procedimiento es una generalización de la estimación de máxima verosimilitud utilizada en el análisis probit.

En diseño de experimentos, este modelo se asocia principalmente con las distribuciones normales, cuyo análisis se enfoca principalmente en el análisis de variancia y la regresión lineal.

Esta investigación pretende, precisamente, comparar ambas técnicas de análisis, para un conjunto de datos provenientes de un experimento controlado, determinar si existe diferencias entre ellas, tanto en los resultados obtenidos como en su aplicación práctica y la riqueza de análisis que ofrece cada una.

En Costa Rica, en el campo de la investigación en Tecnología de Alimentos, se ocupan principalmente el Centro Nacional de Ciencia y Tecnología de Alimentos y la Escuela de Tecnología de Alimentos, de la Universidad de Costa Rica. Se trabaja principalmente con experimentos controlados, cuyo análisis estadístico siempre es enfocado hacia el análisis de variancia, mas por tradición que por otra razón. En esta disciplina hace falta un estudio como éste, donde la unificación de las 2 técnicas anteriormente descritas, permita realizar un análisis crítico de su utilidad o practicidad, por medio de la comparación. Las conclusiones que se obtenga serán en mejora de la investigación que se realiza, donde, como se mencionó anteriormente, lo importante es llegar a los resultados con el mínimo esfuerzo de análisis y la mayor facilidad de interpretación.

MATERIALES Y MÉTODOS

Recolección de datos

Se usó los datos correspondientes al estudio: “Efecto del empaque en películas flexibles en combinación con tratamientos de inmersión en agua caliente en la calidad del melón “Cantaloupe” (*Cucumis melo*) y el mango (*Mangifera indica* var. Tommy Atkins) durante el almacenamiento”, utilizando únicamente los datos correspondientes al mango, el cual se llevó a cabo en la planta piloto, el laboratorio de química y el laboratorio de análisis sensorial del Centro Nacional de Ciencia y Tecnología de Alimentos (CITA), ubicado en la Universidad de Costa Rica.

Descripción del experimento

Materia Prima. Se utilizó mango variedad Tommy Atkins, calidad de exportación, proveniente de la plantación de la empresa ASOFRUPAC, ubicada en Coyolar de Orotina.

Las frutas fueron seleccionadas al recibo en la planta empacadora inmediatamente después de cosechadas. Fueron colocadas en cajas nuevas de cartón corrugado, empaque utilizado a nivel comercial, y transportadas a la planta piloto del CITA, donde fueron almacenadas por un máximo de 12 h a 18°C antes de iniciar los experimentos.

Para el experimento fueron utilizados los siguientes materiales de empaque: poliolefina termoencogible con permeabilidad al vapor de agua de 5 g por 254 cm² * 24 h y una tasa de transmisión de oxígeno de 23000 ml m⁻² * 24 h (D-940, marca CRYOVAC); poliolefina orientada microperforada, con permeabilidad al vapor de agua de 250 g por 254 cm² * 24 h (SM-250 marca CRYOVAC); y polietileno de baja densidad (LDPE), con 2 niveles diferentes de perforación controlada, 0,04 cm² y 0,08 cm².

Los materiales de empaque fueron escogidos con base en su permeabilidad al vapor de agua y al oxígeno, la presentación que brindan al producto, su precio y su disponibilidad.

Las perforaciones para todos los experimentos se realizaron utilizando agujas suplidas

por International Agencies. El procedimiento utilizado para realizar la perforación de los empaques consistió en hacer un corte transversal a la aguja como instrumento de perforación, limar sus asperezas a fin de alisar la superficie del borde, y posteriormente, usando el extremo liso de la aguja, se perforó la bolsa haciendo presión sobre el polietileno sin deformarlo. De tal forma que el residuo de polietileno resultante corresponde al área interna de la sección transversal de la aguja, que a su vez es el área de perforación.

Las perforaciones fueron hechas en el centro de la bolsa, de modo que al empacar quedaran en el centro del producto. A continuación se detalla cómo se lograron las distintas áreas de perforación.

Área de perforación por empaque (cm ²)	Diámetro de la aguja (cm)	Número de agujeros
0,04	0,17	2
0,08	0,17	4

Procedimiento experimental

La fruta fue lavada por inmersión en agua potable a temperatura ambiente, se dejó secar al ambiente aproximadamente 30 min. y fue empacada individualmente con los siguientes materiales de empaque: LDPE con 0,04 cm² de perforación por empaque, LDPE con 0,08 cm² de perforación por empaque, poliolefina termoencogible, poliolefina microperforada y un control sin empacar.

Se trabajó con 4 repeticiones para cada tratamiento incluido el control. Cada repetición consistió de 1 caja con 10 frutas.

Las frutas fueron almacenadas a 10°C, durante 1, 2 y 3 semanas y luego del período respectivo fueron mantenidas una semana adicional a 18°C. Al cabo de esta semana fueron realizadas las evaluaciones de las características de calidad del producto. La selección de las temperaturas de almacenamiento se hizo con base en las temperaturas utilizadas por los exportadores costarricenses para almacenar las frutas, en un intento de simular experimentalmente las condiciones reales.

Diseño experimental

Este correspondió a un diseño irrestricto al azar con un arreglo factorial de 2 factores: empaque, con 5 niveles correspondientes a los 4 diferentes tipos de empaque y un control sin empaque, y tiempo con 3 niveles correspondientes a 3 semanas de almacenamiento con 4 repeticiones.

VARIABLES EVALUADAS

En el experimento fueron evaluadas 17 variables respuesta, 9 fueron variables fisicoquímicas y 8 variables sensoriales. Para esta investigación se decidió trabajar con 2 variables sensoriales: olor extraño y dulzor, las cuales fueron seleccionadas porque cumplieron con todos los supuestos de los modelos y además es conveniente contar con una variable con interacciones significativas y con una que no las tenga, para ejemplificar la comparación de las 2 técnicas.

Para la evaluación de las características sensoriales, se utilizó un grupo de 20 jueces con experiencia en este tipo de pruebas. Se realizó una evaluación de tipo descriptivo para las características, utilizando una escala lineal estructurada con 5 puntos de 150 mm de longitud. La variable respuesta fue el promedio de las mediciones de los 20 jueces para cada unidad experimental. Se evaluó la parte carnosa de la fruta sin cáscara.

Análisis de los datos

Se realizó un ajuste del modelo de análisis de variancia y otro de análisis de regresión múltiple. En el primer caso, se utilizó las características evaluadas como variables dependientes y la semana y el tipo de empaque como factores fijos. En el segundo caso, se tomó los factores semana y tipo de empaque como variables independientes

y las características evaluadas como variables dependientes.

En el caso del análisis de variancia se hizo contrastes para la diferencia de promedios entre los empaques, así como regresiones lineales independientes para cada tipo de empaque en caso de que la interacción entre los factores semana*empaque fuese significativa, tomando semana como variable independiente y las características evaluadas como variables dependientes.

Para el cumplimiento de supuestos y las pruebas de diagnóstico, para ambos modelos, se realizó la prueba de Levene para comprobar el supuesto de homocedasticidad, la prueba de Shapiro Wilk para determinar normalidad, gráficos de residuos, el factor de inflación de variancia (VIF) para determinar multicolinealidad, así como medidas de bondad de ajuste como el R^2 o el análisis de variancia en regresión.

Se utilizó los paquetes de análisis estadístico JMP (SAS 2001) y Stata (Stata Corp. 1999).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El experimento se planteó como hipótesis que los empaques menos permeables al oxígeno (polietileno 0,04 cm², polietileno 0,08 cm² y termoencogible) conservarían mejor las características de calidad del mango que el empaque más permeable (microperforado) y todos lo harían mejor que el control sin empaque.

Olor extraño

En el cuadro 1 se muestra los promedios correspondientes a la variable olor extraño. Estos datos representan el promedio de la intensidad de olor extraño, encontrado en la evaluación del mango empacado con cada uno de los diferentes

Cuadro 1. Promedio de olor extraño por semana según tipo de empaque.

Semana	LDPE 0,04	LDPE 0,08	Microperforado	Termoencogible	Control	Total
1	9,50	10,80	19,30	8,95	7,60	11,23
2	15,00	14,05	23,25	20,15	35,9	21,67
3	36,35	42,90	41,90	24,65	42,65	37,69
Total	20,28	22,58	28,15	17,91	28,71	23,53

tipos de empaque. Se encontró valores entre 7-43 en una escala de 150, indicando valores de olor extraño bajos. Según la escala utilizada la intensidad de olor extraño va de intensidad casi ausente a intensidad débil.

Interesa que al evaluar los diferentes tipos de empaque, ninguno interfiera con el desarrollo del aroma, aspecto muy positivo a tomar en cuenta al escoger cualquier tipo de empaque. Esto se comprueba si se obtiene valores de olor extraño bajos.

Ajuste del modelo de análisis de variancia

El modelo de análisis de variancia para la variable olor extraño, utilizando semana y tipo de empaque como factores fijos, resultó altamente significativo ($p < 0,0001$).

En detalle, los resultados para los efectos fueron,

Fuente	Valor de F	Probabilidad
Empaque	1,8509	0,1338
Semana	47,3672	<0,0001
empaque*semana	0,7998	0,5311

Se encontró diferencias significativas entre semanas, no así entre empaques. La interacción semana-empaque no fue significativa.

El modelo ajustado resultó ser:

$$\text{Olor extraño} = 23,53 - 3,25(\text{LDPE } 0,04) - 0,95(\text{LDPE } 0,08) + 4,62 \text{ MP} - 5,61 \text{ TE} + 13,23 \text{ sem} + 0,19(\text{LDPE } 0,04) * \text{sem} + 2,82(\text{LDPE } 0,08) * \text{sem} - 1,93 \text{ MP} * \text{sem} - 5,38 \text{ TE} * \text{sem} + \epsilon_{ij}$$

donde: ϵ_{ij} = error

Este modelo se ajustó con variables “dummies”, utilizando el empaque control como base y semana como efecto continuo. Únicamente los parámetros correspondientes a semana ($p < 0,0001$) y al intercepto resultaron significativos ($p < 0,0001$). Los efectos de los empaques ni de las interacciones resultaron significativos ($p > 0,0798$).

Los parámetros estimados con el modelo de análisis de variancia indican si los diferentes efectos resultaron significativos, así como sus interacciones. Este modelo compara cada uno de

los niveles del factor, o sea, los empaques, contra el promedio general. Al no encontrarse los efectos de los empaques significativos, indica que ninguno de los promedios de los 4 diferentes tipos de empaque es diferente del promedio general.

El parámetro del intercepto corresponde al promedio total, que es 23,53 como se puede verificar en el cuadro 1. El parámetro para semana corresponde al promedio entre semana 3 y semana 1, es decir la pendiente general del modelo, el no encontrar los efectos de las interacciones significativos, indicaría que no existen diferencias entre las pendientes de cada empaque y la pendiente general.

Otro aspecto importante, es que el control en el modelo ajustado no brinda información acerca del nivel utilizado como base al establecer las variables “dummies”, de modo que no es posible concluir nada con respecto a éste, utilizando únicamente la información derivada de este modelo específico. Sin embargo, con el propósito de comparar los empaques entre sí, se puede probar las diferencias entre empaques, como se hace más adelante utilizado contrastes.

Con el ajuste del modelo de análisis de variancia, es factible realizar comparaciones con la media general, lo cual es información adicional que no se logra con el uso de contrastes únicamente.

Como no se encontraron diferencias significativas entre empaques, el uso de contrastes no aplica, pero hemos decidido realizarlos, debido a que en el ajuste del modelo, aunque la probabilidad es relativamente baja para el empaque termoencogible ($p = 0,0798$) su análisis podría ser de utilidad. Los contrastes fueron planteados de modo que correspondieran a las hipótesis planteadas y además fueran ortogonales.

El contraste 1 corresponde a la comparación de todos los empaques contra el control, el contraste 2, los empaques de polietileno de 0,04 cm² y 0,08 cm² y termoencogible juntos contra el microperforado, el contraste 3, compara los empaques de polietileno de 0,04 cm² y 0,08 cm² contra el termoencogible y por último el contraste 4 compara los 2 polietilenos.

Ningún contraste resultó significativo ($p > 0,0572$), lo que concuerda con todos los resultados anteriores. Sin embargo, cabe resaltar,

que si el efecto de los empaques resultara significativo, el resultado que se obtiene a partir de los contrastes, donde se indica la existencia o no de una diferencia significativa entre los empaques, no se puede apreciar con el ajuste del modelo únicamente, debido a que lo que indica el modelo es si alguno de los factores es significativamente diferente del promedio en general.

Los diagnósticos realizados para evaluar el modelo ajustado, resultaron en que los valores de VIF fueron todos de 1,6, con excepción de semana, que resultó ser de 1,0 e indican la no existencia de multicolinealidad, pues todos son menores a 10. La proporción de variabilidad de los datos explicada por el modelo de regresión es de 0,45 valor que puede considerarse aceptable, por lo que se concluye que el modelo ajusta bien. La normalidad de los residuos es evaluada con la prueba de W de Shapiro Wilk. Este test prueba la hipótesis de normalidad, por lo que, según los resultados ($p=0,7326$), los residuos del modelo están distribuidos normalmente, es decir no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula.

La figura 1, muestra los residuos del modelo, los cuales no parecen tener algún patrón, ni están relacionados con la variable respuesta. El supuesto de homocedasticidad debe ser verificado, para esto se realizó la prueba de Levene que contrasta la igualdad de variancias en la variable dependiente entre todos los grupos definidos por los factores y prueba la hipótesis de igualdad de variancias. El valor de la probabilidad asociada de 0,615 indica que el supuesto de homocedasticidad se cumple.

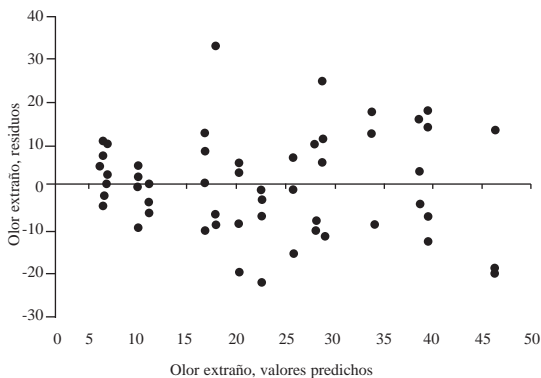


Fig. 1. Residuos contra valores predichos correspondientes al ajuste del modelo de análisis de variancia para la variable olor extraño.

De los resultados obtenidos, se observa que el modelo ajustó bien según los diagnósticos realizados y no hay problemas con el cumplimiento de supuestos, por lo que puede decirse que las inferencias obtenidas a partir de estos resultados son confiables.

Ajuste del modelo de regresión lineal múltiple

A continuación se realiza el ajuste del modelo de regresión múltiple para la variable olor extraño, utilizando semana y tipo de empaque como variables independientes. En este caso el ajuste del modelo requiere la creación de variables “dummies” para el tipo de empaque, las cuales son creadas utilizando el control como base. El modelo ajustado resultó ser:

$$\text{Olor extraño} = 28,67 - 8,42 (\text{LDPE } 0,04) - 6,08 (\text{LDPE } 0,08) - 0,50 \text{MP} - 10,67 \text{TE} + 17,62 \text{sem} - 4,0 (\text{LDPE } 0,04) * \text{sem} - 1,50 (\text{LDPE } 0,08) * \text{sem} - 6,25 \text{MP} * \text{sem} - 9,75 * \text{sem} + \varepsilon_{ij}$$

donde: ε_{ij} = error

Los parámetros significativos fueron los correspondientes al intercepto ($p=0,000$), al empaque termoencogible ($p=0,036$) y a la semana ($p=0,000$). Este modelo compara cada uno de los niveles del factor contra el nivel utilizado como base, en este caso el control.

El valor del parámetro del intercepto corresponde al valor del promedio de olor extraño para el control, lo cual puede verificarse en el cuadro 1. El valor para el empaque termoencogible es la diferencia entre el promedio correspondiente a este empaque y el promedio del control, indicando una diferencia significativa entre el empaque termoencogible y el control y, para la variable semana el intercepto corresponde al promedio entre semana 1 y semana 3 para el control, es decir, la pendiente de la recta correspondiente al control únicamente.

Se observa que estos resultados son muy parecidos a los obtenidos con el análisis de variancia, donde se indican diferencias entre semanas, no entre empaques, y la interacción semana-empaque no significativa se comprueba una vez más con estos resultados ($p>0,114$), donde los

parámetros debidos a las interacciones no son significativos.

Este modelo brinda como información adicional a los parámetros simples, cuáles empaques son significativamente diferentes del control, y a los parámetros de las interacciones, cuáles empaques presentan una pendiente diferente a la pendiente del control. También el modelo permite hacer una comparación adicional de cada empaque individual contra el control, la cual no fue contemplada en los contrastes. En este caso, el resultado obtenido para el empaque termoencogible permite aclarar el resultado obtenido con el modelo de análisis de variancia, donde la probabilidad para el parámetro del empaque termoencogible era relativamente baja. Además, este modelo sí brinda información acerca de todos los niveles de los factores.

En la figura 2, se observa los residuos del modelo, los cuales no parecen tener algún patrón, ni están relacionados con la variable respuesta.

El valor de la proporción de variabilidad de los datos explicada por el modelo de regresión es de 0,45, valor idéntico al obtenido con el análisis de variancia, de nuevo se concluye que el modelo ajusta bien. Los valores VIF son ahora 2,0 para las interacciones, 1,6 para las variables “dummies” y 5,0 para semana, todos menores a 10, lo que indica la no existencia de multicolinealidad. El modelo de regresión es significativo ($p < 0,0001$), en consecuencia algún β_1 es distinto de cero, lo que implica que hay una relación funcional entre X y Y. La normalidad de los residuos es evaluada con la prueba de W de Shapiro Wilk, según los resultados, los residuos del modelo están distribuidos normalmente ($p = 0,329$), es decir no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula de normalidad.

En el caso de la variable olor extraño, los resultados del análisis de variancia y el modelo

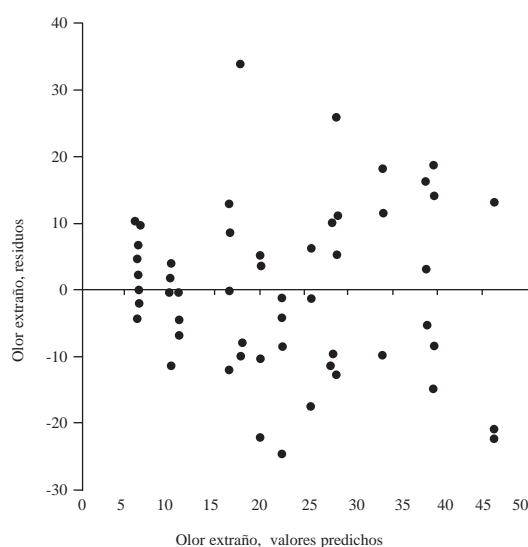


Fig. 2. Residuos contra valores predichos correspondientes al ajuste del modelo de regresión múltiple para la variable olor extraño.

ajustado en sí, resultaron menos completos para el objetivo del estudio, al no brindar información acerca del nivel utilizado como base y comparar contra la media general. Con el análisis de regresión se obtiene los efectos significativos y comparaciones con el grupo base de una vez, si este análisis resultara significativo, en ambos modelos se hace necesario realizar contrastes adicionales que permitan comparar los tipos de empaque.

Dulzor

En el cuadro 2 se presenta los promedios de la variable dulzor. Estos datos corresponden al promedio de la intensidad del dulzor, encontrada en la evaluación del mango empacado con cada uno de los diferentes tipos de empaque. Se encontró valores entre 42-110 en una escala de 150, indicando valores de dulzor según la escala utilizada, que son de débiles a fuertes.

Cuadro 2. Promedio de dulzor por semana según tipo de empaque.

Semana	LDPE 0,04	LDPE 0,08	Microperforado	Termoencogible	Control	Total
1	42,05	42,65	103,90	80,20	108,40	75,44
2	55,00	49,15	92,45	81,10	109,02	77,34
3	95,95	91,25	73,4	65,50	65,20	78,26
Total	64,33	61,01	89,92	75,60	94,21	77,01

El dulzor debe aumentar conforme va ocurriendo el proceso de maduración, a medida que el almidón es convertido en azúcares. Valores menores de dulzor con respecto al control indicarían un retraso en la maduración, aspecto positivo a tomar en cuenta al escoger algún tipo de empaque.

Ajuste del modelo de análisis de variancia

El modelo de análisis de variancia para la variable dulzor, utilizando semana y tipo de empaque como factores fijos, resultó altamente significativo ($p < 0,0001$).

En detalle, los resultados para los efectos fueron,

Fuente	Valor de F	Probabilidad
empaque	18,6698	<0,0001
semana	0,5619	0,4570
empaque*semana	29,1085	<0,0001

No se encontró diferencias significativas entre semanas. La variable empaque y la interacción empaque-semana son significativas. El hecho de que la interacción sea significativa indica que los tratamientos interaccionan con la variable continua, resultando en pendientes no paralelas. Es necesario hacer líneas de regresión separadas para cada tratamiento y luego compararlas.

El modelo ajustado resultó ser:

$$\text{dulzor} = 77,015 - 12,68 \text{ (LDPE } 0,04) - 15,99 \text{ (LDPE } 0,08) + 12,90 \text{ MP} - 1,41 \text{ TE} + 1,41 \text{ sem} + 25,54 \text{ (LDPE } 0,04) * \text{sem} + 22,89 \text{ (LDPE } 0,08) * \text{sem} - 16,66 \text{ MP} * \text{sem} - 8,76 \text{ TE} * \text{sem} + \epsilon_{ij}$$

donde: ϵ_{ij} = error

Este modelo se ajustó con variables “dummies”, utilizando el empaque control como base. Únicamente los parámetros correspondientes a semana ($p = 0,4570$) y al empaque termoencogible ($p = 0,6471$) no resultaron significativos, es decir, el dulzor del mango empacado con cada uno de los 3 diferentes tipos de empaque, menos el termoencogible es diferente al dulzor en general ($p < 0,0001$). Al resultar las interacciones significativas ($p < 0,0240$), es

más adecuado prestarle atención a éstas que a los resultados de los efectos simples.

El parámetro del intercepto corresponde al promedio del dulzor total, que es 77,01 como se puede verificar en el cuadro 2. El parámetro para semana corresponde al promedio entre semana 3 y semana 1, es decir la pendiente general del modelo, el encontrar significativos los efectos de las interacciones, indicaría que existen diferencias entre las pendientes de cada empaque y la pendiente general. De nuevo, el modelo ajustado en este estudio no brinda información acerca del nivel utilizado como base al establecer las variables “dummies”, el control, de modo que no es posible concluir nada con respecto a éste utilizando únicamente la información derivada de este modelo. Sin embargo, con el propósito de comparar los empaques entre sí, se puede probar las diferencias entre empaques.

Más adelante son analizadas las interacciones por medio de regresiones lineales simples para cada empaque, comparando sus pendientes.

El coeficiente de determinación del modelo es bastante alto (0,76), los valores VIF, idénticos a los encontrados para olor extraño, indican que no hay multicolinealidad, la prueba de Levene indica que el supuesto de homocedasticidad se cumple ($p = 0,19$), los residuos no tienen patrones aparentes (Figura 3) y según la prueba de W de Shapiro Wilk se distribuyen normalmente ($p = 0,3103$).

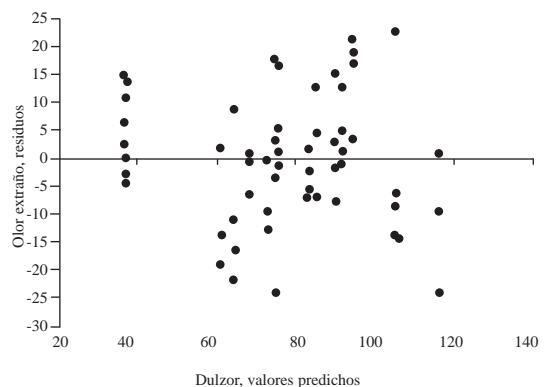


Fig. 3. Residuos contra valores predichos correspondientes el ajuste del modelo de análisis de variancia para la variable dulzor.

Ajuste del modelo de regresión lineal múltiple

A continuación se presenta el ajuste del modelo de regresión múltiple para la variable dulzor, utilizando semana y tipo de empaque como variables independientes. En este caso el ajuste del modelo requiere la creación de variables “dummies” para el tipo de empaque, las cuales son creadas utilizando el control como base. El modelo ajustado resultó ser:

$$\text{dulzor} = 94,42 - 30,08 (\text{LDPE } 0,04) - 33,41 (\text{LDPE } 0,08) - 4,50 \text{ MP} - 18,83 \text{ TE} - 21,5 \text{ sem} + 48,50 (\text{LDPE } 0,04) * \text{sem} + 45,87 (\text{LDPE } 0,08) * \text{sem} + 6,37 \text{ MP} * \text{sem} + 14,00 \text{ TE} * \text{sem} + \varepsilon_{ij}$$

donde: ε_{ij} = error

Los parámetros que resultaron significativos fueron los correspondientes al intercepto ($p=0,000$), a la semana ($p=0,000$), a los 2 polietilenos ($p=0,000$), al termoencogible ($p=0,001$), y a las interacciones de los 2 polietilenos ($p=0,000$) y el termoencogible ($p=0,023$) por semana.

El valor del parámetro del intercepto corresponde al valor del promedio de dulzor para el control, lo cual puede verificarse en el cuadro 2. El valor para los empaques corresponde a la diferencia entre el promedio correspondiente a cada empaque y al promedio del control, indicando diferencias significativas entre el dulzor del mango empacado en los empaques de polietileno, termoencogible y el control. Para la variable semana el parámetro corresponde al promedio entre las semanas 1 y 3 para el control, es decir, la pendiente de la recta correspondiente al control únicamente. En el caso de las interacciones, las cuales resultaron significativas, indican que las pendientes de las rectas correspondientes a los 3 empaques mencionados son diferentes a la pendiente del control.

De los resultados anteriores se deduce que hay un efecto significativo de los 2 empaques de polietileno y el termoencogible, sobre el dulzor del mango, así como que la interacción semana-empaque es debida a estos 3 empaques. El parámetro significativo para la variable semana indica que hay un cambio de la variable dulzor con el tiempo. La interacción significativa en los 3 empaques mencionados indica que el efecto sobre el

dulzor que se da al cambiar el tiempo es diferente para cada empaque. En el caso del empaque microperforado esto no ocurre ($p=0,289$).

Más adelante se analiza las interacciones por medio de regresiones lineales simples para cada empaque, comparando sus pendientes.

La proporción de variabilidad de los datos explicada por el modelo de regresión es de 0,75, valor idéntico al obtenido con el análisis de variancia, de nuevo se concluye que el modelo ajusta bien. Los valores VIF son de nuevo idénticos a los anteriores, todos son menores a 10, lo que indica la no existencia de multicolinealidad. Del ANOVA del modelo de regresión se concluye que el F es significativo ($p=0,000$), en consecuencia algún β_i es distinto de cero, lo que implica que hay una relación funcional lineal entre X y Y. La normalidad de los residuos es evaluada con la prueba de W de Shapiro Wilk, según los resultados ($p=0,44038$), los residuos del modelo están distribuidos normalmente, es decir no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula de normalidad, y no parecen tener algún patrón ni están relacionados con la variable respuesta (Figura 4).

Evaluación de las interacciones

Con el propósito de profundizar en la evaluación de las interacciones, se realizó un análisis adicional que consiste en regresiones independientes para cada tipo de empaque y la posterior comparación de sus pendientes. Recuérdese que la regresión múltiple sólo compara cada una

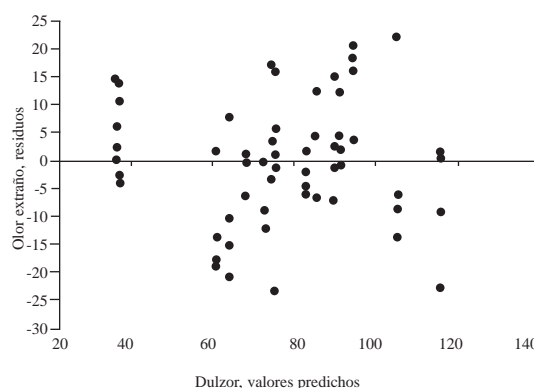


Fig. 4. Residuos contra valores predichos correspondientes al ajuste del modelo de regresión lineal múltiple para la variable dulzor.

con la del control. En la figura 5 se observa los resultados correspondientes a estos ajustes.

La figura 5 muestra claramente la interacción: unas rectas tienen pendiente positiva y otras negativa. El dulzor aumenta con el tiempo en los 2 empaques de polietileno, signo indicativo de maduración, a la tercera semana llega a ser mayor que el dulzor del control. El empaque termoencogible presenta una pendiente menos pronunciada que la del control indicando que el dulzor se mantuvo casi constante en el tiempo y que este empaque podría retrasar la maduración del mango. El empaque microperforado no presenta diferencias con el control, indicando que la maduración del mango no fue tan acelerada. La disminución en el dulzor del mango con el tiempo, puede deberse al desarrollo de sabores extraños que enmascaren el dulzor de la fruta; sin embargo, no se considera un comportamiento extraño porque el control se comportó de igual manera.

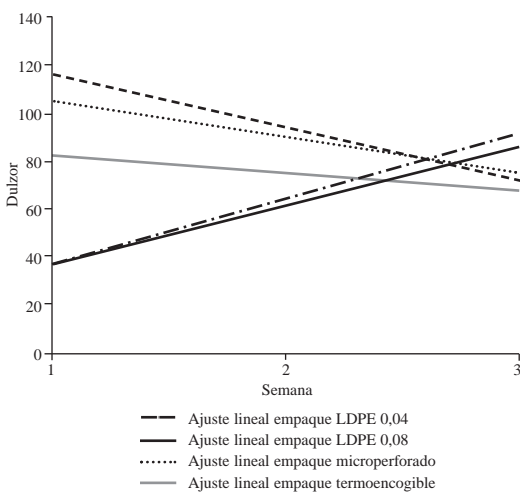


Fig. 5. Ajuste lineal de la variable dulzor contra semana, según tipo de empaque.

Las mediciones de dulzor iniciaron todas en un valor determinado, igual para todos los empaques, en el tiempo cero. Para efectos de este experimento, interesan las mediciones a partir de la primera semana de almacenamiento, tiempo mínimo requerido para iniciar la comercialización del mango de exportación.

Se observa que en la primera semana de almacenamiento los valores de dulzor para los diferentes tipos de empaque son muy distintos entre sí y van acercándose conforme pasa el tiempo, al cabo de la tercera semana los valores son muy parecidos.

El hecho de que se inicie la medición con valores tan diferentes puede deberse a muchas razones, se puede mencionar: -el tiempo transcurrido entre el recibo de las frutas y su empaque; -la distribución aleatoria de las frutas pudo conducir a empaques con frutas con menores niveles de dulzor, es decir, más verdes; -la variabilidad propia del instrumento de medición, -los jueces, los cuales se supone están adecuadamente calibrados, pero puede que no coincidan en sus mediciones: con el paso del tiempo van adecuándose al producto lo que los lleva a cambios en sus umbrales de detección del dulzor, adicionalmente, las mediciones se realizan en sesiones diferentes, porque no fue posible evaluar la fruta de la primera, segunda y tercera semana en una sola sesión; -como la prueba es destructiva siempre se degustaron frutas distintas en cada evaluación, adicionándose así la variabilidad propia de la fruta.

El cuadro 3 muestra las rectas correspondientes al ajuste del modelo de regresión simple de la variable dulzor contra semana, para cada empaque. Los coeficientes de determinación indican que el ajuste se puede considerar aceptable. La diferencia entre las pendientes se determinó

Cuadro 3. Ajuste lineal de la variable dulzor contra semana, por tipo de empaque.

Empaque	Recta de ajuste lineal	R ² ajustado
Polietileno, 0,04 cm ²	dulzor=10,4333333+26,95 semana ^a	0,794628
Polietileno 0,08 cm ²	dulzor=12,4166670+24,30 semana ^a	0,738575
Microperforado	dulzor=120,4166700-15,25 semana ^b	0,444835
Termoencogible	dulzor=90,3000000-7,35 semana ^b	0,44734
Control	dulzor=137,4083300-21,60 semana ^b	0,624016

Letras diferentes entre filas indican diferencias significativas (p<0,05)

mediante una prueba de comparación múltiple, la cual es discutida más adelante. Cabe mencionar que estos parámetros pueden obtenerse del ajuste del modelo de regresión múltiple de una vez, sin necesidad de correr cada regresión por aparte. El término correspondiente al intercepto de cada empaque, se obtiene con la suma del valor del parámetro del intercepto y el valor del parámetro del empaque respectivo en la regresión lineal múltiple. El término correspondiente a la semana se obtiene con la suma del valor del parámetro de la interacción semana-empaque del empaque respectivo y el valor del parámetro de la semana en la regresión lineal múltiple.

Ambos procedimientos se diferencian en que al correr las regresiones independientemente, disminuye el tamaño de la muestra, lo cual conduce a una menor posibilidad de rechazar la hipótesis nula. Pero al obtener los parámetros de la ecuación de regresión múltiple, es necesario contar con la matriz de variancias y covariancias, para obtener los errores estándar y valores "t" de cada parámetro estimado, resultando en un procedimiento más tedioso y largo que correr cada regresión por aparte.

Para determinar si existen diferencias entre las pendientes de las rectas, es necesario hacer una prueba que compare los parámetros obtenidos para la variable semana en cada recta. Se realiza una prueba F, que utiliza el estadístico de Wald, el cual toma en cuenta toda la matriz de información. Al realizar este tipo de comparaciones resulta útil aplicar una corrección para pruebas de significancia simultáneas, llamada de Bonferroni, la cual consiste en dividir el valor del alfa dado entre el número de comparaciones. En este caso sería $0,05/6$ que es $0,008$ y tomar este nuevo valor de alfa para determinar si existen diferencias significativas.

Los resultados indican que hay diferencias significativas ($p < 0,008$) en el dulzor de los mangos

con cualquiera de los empaques de polietileno contra el obtenido con los empaques termoencogible y microperforado. No se encontró diferencias entre los 2 polietilenos ($p=0,6608$) ni entre el termoencogible y el microperforado ($p=0,2027$). Las diferencias con el control se discutieron previamente.

En el caso de la variable dulzor, los resultados del análisis de variancia y el modelo ajustado en sí, resultaron menos completos para el objetivo del estudio, al no brindar información acerca del nivel utilizado como base, y comparar contra la media general. Además, se hace necesario completar la información con regresiones independientes para cada empaque, ya que el análisis de regresión brinda la información más rápidamente y además se obtiene los efectos significativos y comparaciones con el grupo base de una vez.

LITERATURA CITADA

- BOX G., HUNTER W., HUNTER S. 1993. Estadística para investigadores. Reverté S.A. Barcelona, España.
- COCHRAN W., COX GERTRUDE. 1971. Diseños experimentales. Trillas. México, D.F.
- MONTGOMERY C., DOUGLAS C. 1991. Diseño y análisis de experimentos. Iberoamérica S.A. de C.V. México, D.F.
- NELDER J. A., WEDDERBURN R. W. 1972. Generalized linear models. *Journal of the Royal Society, Series A*, 135 (3):370-384.
- SAS INSTITUTE Inc. 2001. JMP versión 4.0.4 for Windows 98/95/NT. Licencia de la Universidad de Costa Rica.
- STATA CORPORATION. 1999. Intercooled Stata 6.0 for Windows 98/95/NT. Licencia de la Universidad de Costa Rica.