

## MODELACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE OXÍGENO EN SISTEMAS DE AERACIÓN MEDIANTE UN MODELO DE DOS ZONAS SIMPLIFICADO

*Esteban Durán Herrera<sup>1\*</sup> y Gerardo Rojas Meza*

1. Escuela de Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica, San Pedro de Montes de Oca,  
San José, 2060 Costa Rica

*Recibido: 24 de abril, 2006; aceptado: 4 de diciembre, 2006*

### Abstract

A new two zone simplified oxygen mass-transfer model with an analytical solution was proposed and used to analyze the unsteady state reaeration data of diffused reaeration systems in order to find the volumetric mass-transfer coefficients. Series of unsteady state reaeration tests in a 1000 l tank was performed to validate the model. The effect of the air flow rate and the temperature upon the mass-transfer coefficients was studied and empirical equations were used to successfully correlate them. The air flow rate was varied from 0,50 to  $1,33 \times 10^{-3}$  normal  $m^3/s$  and the water temperature was varied from 293,25 to 303,25 K. It was found that the new model describes mathematically the aeration process very well and gives a better physical understanding of it.

**Palabras clave:** aeración, transferencia de oxígeno, modelo de dos zonas, difusores

**Key words:** aeration, oxygen transfer, two zone transfer-model, diffusers

### I. Introducción

La transferencia de oxígeno mediante aeración y/o aireación, es una operación unitaria que juega un papel primordial en los procesos biológicos de tratamiento de aguas residuales. Por ejemplo, en un sistema de lodos activados se requiere de un suministro adecuado de oxígeno disuelto tal que sustente los procesos de oxidación microbiana que se están llevando a cabo en el mismo. En general, en todo sistema industrial de tratamiento de aguas residuales, el oxígeno debe estar disponible a una tasa equivalente a la carga de demanda de oxígeno ejercida por las aguas residuales que entran a la planta, por lo que se puede afirmar que la tasa a la que el oxígeno disuelto pueda estar disponible determina la tasa a la que las aguas residuales

---

\*email: eduran@fing.ucr.ac.cr

pueden ser purificadas. Sin embargo, la operación de aeración y/o aireación es la que más energía consume en los procesos de tratamiento secundarios de una planta, representando típicamente entre un 50 a un 90% de los requerimientos de energía de toda la planta [20].

Esta realidad ha hecho que en los últimos años se haya dado mucha importancia a la búsqueda de sistemas de oxigenación más eficientes y por ende menos costosos energéticamente; así mismo, surgió la necesidad de contar con metodologías de evaluación de la eficiencia de transferencia de oxígeno que permitieran comparar los diferentes sistemas. En 1984, la American Society of Civil Engineers (ASCE) en conjunto con la United States Environmental Protection Agency (USEPA), desarrollaron una norma para la medición de la transferencia de oxígeno en agua limpia [1], la cual se ha venido utilizando con amplia aceptación para caracterizar los sistemas de oxigenación. Las condiciones estándar de la norma ASCE son agua limpia, con un nivel de oxígeno disuelto nulo, una temperatura de 20 °C y una presión de 1 atm, por lo que la velocidad de transferencia de oxígeno a otras condiciones se ajusta mediante los así llamados factores alfa ( $\alpha$ ), beta ( $\beta$ ), theta ( $\theta$ ) y efe (F), los cuales dependen del tipo de aerador o aireador, de la intensidad del mezclado o turbulencia, de las características del agua residual, del ensuciamiento de los difusores, entre otros aspectos [16].

El modelo de transferencia de oxígeno utilizado en la norma ASCE es un modelo bastante sencillo, el cual considera un único coeficiente volumétrico de transferencia de masa. Este modelo, a pesar de que puede ajustar estadísticamente bastante bien los datos de reaeración, tiene poco sentido físico y por lo tanto no puede ser utilizado para escalar este tipo de sistemas. McWhirter y Hutter [11] propusieron que en un sistema de aeración difusa existen por lo menos dos zonas muy diferentes de transferencia de oxígeno: una es la zona de dispersión donde las burbujas de aire suben a través del fluido y la otra es la zona de la superficie turbulenta en la región justo debajo de la superficie, en donde la ruptura de las burbujas produce un mecanismo de transferencia diferente. McWhirter y Hutter resolvieron su modelo mediante un método numérico bastante tedioso y poco práctico. Chern y Yu [4] propusieron una solución analítica al modelo de McWhirter y Hutter; sin embargo, esta solución es compleja y no se logra visualizar fácilmente el sentido físico de los diferentes parámetros involucrados.

En este artículo se presenta un modelo de dos zonas simplificado junto con su solución analítica, la cual presenta simpleza matemática, un excelente ajuste de los datos experimentales y una interpretación física de los parámetros obtenidos.

## II. El modelo de la norma ASCE

La norma internacional más ampliamente utilizada para evaluar la eficiencia de oxigenación de un sistema de transferencia de oxígeno dado, es la desarrollada en

conjunto por la *American Society of Civil Engineers* (ASCE) y la *Environmental Protection Agency* (EPA) de los Estados Unidos: "A Standard for the Measurement of Oxygen Transfer in Clean Water" [1]. Esta norma se basa en una técnica de reaeración en estado no estacionario en la cual primeramente un volumen dado de agua limpia se desoxigena mediante la reacción con sulfito de sodio catalizada por cloruro de cobalto (II) y luego se reaera hasta alcanzar la "saturación" o el equilibrio. En este proceso se realiza una medición precisa de la concentración de oxígeno disuelto con el tiempo.

En esta norma se propone un modelo simple para la transferencia de oxígeno, en el cual se cuantifica la tasa global de transferencia en términos del producto de un solo coeficiente y una única diferencia global de concentraciones como fuerza motriz. Para un sistema de tanque con reaeración por tandas, el modelo para el estado no estacionario estaría expresado por la siguiente ecuación

$$\frac{dC}{dt} = K_L a (C_\infty^* - C) \quad (1)$$

Al integrarse la ecuación diferencial anterior, suponiendo que  $K_L a$  y  $C_\infty^*$  son constantes durante todo el periodo de la prueba y a lo largo de todo el volumen de transferencia, se obtiene la función que describe la variación de la concentración de oxígeno disuelto con respecto al tiempo:

$$C = C_\infty^* + (C_0 - C_\infty^*) \exp(-K_L a t) \quad (2)$$

La norma ASCE recomienda realizar a los datos obtenidos un análisis de regresión no lineal basado en el método Gauss-Newton, para ajustarlos a la ecuación (2), utilizándose  $K_L a$ ,  $C_\infty^*$  y  $C_0$  como tres parámetros ajustables del modelo. Este modelo de transferencia de oxígeno utilizado en la norma ASCE es un modelo bastante sencillo, el cual considera un único coeficiente volumétrico de transferencia de masa. A pesar de su sencillez, se ha demostrado que este modelo ajusta estadísticamente en forma bastante adecuada los datos de reoxigenación; sin embargo, tiene poco sentido físico y por lo tanto, los resultados no pueden emplearse para el escalamiento de sistemas de aeración. Estas y otras deficiencias de este modelo las discuten ampliamente McWhirter y Hutter [11].

### III. El modelo de las dos zonas

Todo modelo matemático útil debe reflejar el fenómeno físico que se está suscitando en el sistema modelado. En el caso de la aeración con difusores, una descripción simplificada del fenómeno es la siguiente (ver Figura 1): el aire sale por una serie de difusores cerca del fondo del tanque y fluye hacia arriba a través del líquido y hasta la superficie. Durante este trayecto, las burbujas causan el movimiento y la mezcla del seno del líquido en el tanque y también generan una superficie turbulenta.

Bajo esta perspectiva McWhirter y Hutter [11] propusieron un modelo en el que existen dos zonas y mecanismos muy diferentes de transferencia de oxígeno: una es la zona de dispersión donde las burbujas de aire suben a través del fluido y la otra es la zona de la superficie turbulenta en la región justo debajo de la superficie, en donde la ruptura de las burbujas produce un mecanismo de transferencia diferente. Cada una de estas zonas debe de analizarse por aparte y ambas deben de ser consideradas en el proceso global de transferencia de oxígeno.

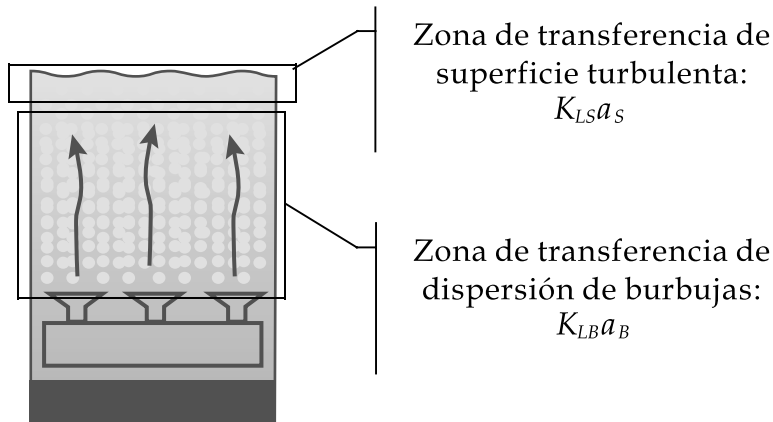


Figura 1. Zonas de transferencia de oxígeno en sistemas de aeración con difusores.

El desarrollo del modelo de las dos zonas está basado en las siguientes suposiciones:

- Las burbujas fluyen hacia arriba a través del líquido con un patrón de flujo tipo pistón
- El seno del líquido está completamente mezclado, es decir, la concentración de oxígeno disuelto es uniforme a lo largo de todo el volumen del tanque en cualquier instante
- La transferencia de nitrógeno es despreciable en comparación con la de oxígeno
- El flujo molar de nitrógeno es constante
- Los procesos de transferencia de oxígeno están controlados por la resistencia de la fase líquida

Las ecuaciones que gobiernan el modelo de dos zonas son las siguientes:

$$\dot{a}A_T \frac{\partial C_G}{\partial t} = -G \frac{\partial y}{\partial Z} - K_{LB}a_B (1 - \dot{a}) A_T (C^* - C) \quad (3)$$

$$A_T Z_S (1 - \alpha) \frac{dC}{dt} = \int_0^{Z_S} K_{LB} a_B (C^* - C) (1 - \alpha) A_T dZ + K_{LS} a_S (1 - \alpha) (C_S^* - C) A_T Z_S \quad (4)$$

$$C^* = C_S^* \frac{y(P - P_{vT})}{y_0(P_S - P_{vT})} \quad (5)$$

La ecuación (3) representa el balance de masa de oxígeno en la fase gaseosa, la ecuación (4) el balance de masa de oxígeno en la fase líquida y la ecuación (5) la concentración de equilibrio de oxígeno en el tanque. En la ecuación (5) la presión del gas es una función de la profundidad de líquido

$$P = P_S + \tilde{n}g(1 - \alpha)(Z_S - Z) \quad (6)$$

En su trabajo, McWhirter y Hutter resolvieron las cuatro ecuaciones anteriores mediante un método numérico y utilizaron  $K_{LB}a_B$ ,  $K_{LS}a_S$  y  $C_0$  como parámetros ajustables al mejor ajuste de los datos de reaeración en estado no estacionario, de donde obtuvieron los coeficientes de transferencia de masa para cada una de las dos zonas consideradas. Sin embargo, este método de solución es complejo y tedioso.

Por su parte, Chern y Yu [4] propusieron una solución analítica al modelo de dos zonas suponiendo un estado pseudo-estable en el que la concentración de oxígeno en la fase gaseosa no varía con el tiempo y usando  $Z = 0$ ,  $y = y_0$  como la condición de contorno para la ecuación (3), y que en  $t = 0$ ,  $C = C_0$  como la condición inicial para la ecuación (4), llegando a una expresión compleja que describe la concentración de oxígeno disuelto como una función del tiempo de aeración. Esta solución analítica del modelo de las dos zonas permite un análisis más real de un proceso de aeración que utiliza difusores; sin embargo, esta solución posee complejidad matemática, lo cual dificulta el manejo de los datos y no permite apreciar el sentido físico de los diferentes parámetros que aparecen en el modelo y que están involucrados en el fenómeno.

#### IV. El nuevo modelo de dos zonas simplificado

La idea de plantear un modelo de dos zonas simplificado [7] es poder contar con un modelo de transferencia de oxígeno que permita analizar más rigurosamente que el modelo ASCE el fenómeno físico que se está suscitando y con ello poder predecir más confiadamente el desempeño de sistemas de aeración bajo cambios en condiciones de operación y ambientales; pero que a la vez posea también una sencillez matemática que permita un manejo numérico de los datos más simple que la solución numérica de McWhirter y Hutter o bien la solución analítica de Chern y Yu.

Al analizarse las ecuaciones que gobiernan el modelo de las dos zonas (ecuaciones (3), (4) y (5)), se puede ver que se lograría una gran simplificación

matemática en la resolución de las mismas si se hacen dos suposiciones adicionales; a saber, que la retención gaseosa y que la variación de la concentración de oxígeno dentro de la fase gaseosa son despreciables. Estas dos suposiciones no distan mucho de la realidad de los sistemas de aeración con difusores, ya que típicamente la retención gaseosa adquiere valores que rondan el orden de  $10^{-3}$  [5] y en la literatura [8,21] se reportan eficiencias de transferencia de oxígeno rara vez mayores al 20% para este tipo de sistemas con profundidades de los dispersores entre 4 y 6 m. Bajo esta perspectiva, las ecuaciones que gobiernan el fenómeno de transferencia de masa serían

$$Z_S \frac{dC}{dt} = \int_0^{Z_S} K_{LB} a_B (C^* - C) dZ + K_{LS} a_S (C_S^* - C) Z_S \quad (7)$$

$$C^* = C_S^* \frac{(P_S + \tilde{n}g(Z_S - Z) - P_{vT})}{(P_S - P_{vT})} \quad (8)$$

Al acoplar estas ecuaciones y resolver la integral del lado derecho de la ecuación (7), el balance de masa en la fase líquida quedaría

$$\frac{dC}{dt} = K_{LB} a_B (C_B^* - C) + K_{LS} a_S (C_S^* - C) \quad (9)$$

donde,

$$C_B^* = C_S^* \frac{(P_S + \tilde{n}gZ_S/2 - P_{vT})}{(P_S - P_{vT})} \quad (10)$$

Nótese que  $C_B^*$  no es otra cosa sino la concentración de saturación de oxígeno disuelto a la mitad de la profundidad del tanque, o sea, la concentración de saturación promedio en el volumen de líquido aireado. Con esto presente, el balance de masa (ecuación (9)) se puede interpretar fácilmente, en donde se nota que la tasa de transferencia total es la suma de la transferencia en la zona de dispersión, donde rige un coeficiente para esa zona ( $K_{LB} a_B$ ) y donde la fuerza motriz es la diferencia entre la concentración de saturación promedio de todo el volumen de esa zona y la concentración instantánea de oxígeno disuelto y la transferencia en la zona de la superficie turbulenta, donde rige otro coeficiente ( $K_{LS} a_S$ ) y la fuerza motriz es la diferencia entre la concentración de saturación en la superficie y la concentración instantánea de oxígeno disuelto en el líquido.

Al resolver la ecuación diferencial (9) se obtiene la expresión que relaciona la concentración de oxígeno disuelto en el tanque en cualquier instante [7]:

$$C = \frac{K_{LB} a_B C_B^* + K_{LS} a_S C_S^*}{K_{LB} a_B + K_{LS} a_S} + \left( C_0 - \frac{K_{LB} a_B C_B^* + K_{LS} a_S C_S^*}{K_{LB} a_B + K_{LS} a_S} \right) \exp[-(K_{LB} a_B + K_{LS} a) t] \quad (11)$$

Si se compara esta expresión con la correspondiente al modelo ASCE (ecuación (2)) se evidencia la igualdad matemática de ambas expresiones, donde se cumplen las siguientes correspondencias

$$C_{\infty}^* = \frac{K_{LB}a_B C_B^* + K_{LS}a_S C_S^*}{K_{LB}a_B + K_{LS}a_S} \quad (12)$$

$$K_L a = K_{LB}a_B + K_{LS}a_S \quad (13)$$

Obsérvese que a partir de estas correspondencias se logra identificar que la concentración de saturación de oxígeno disuelto en el volumen del líquido en el estado estacionario ( $C_{\infty}^*$ ) del modelo ASCE no es otra cosa sino el promedio ponderado de las concentraciones de saturación en la superficie y en seno del fluido, con respecto a los correspondientes coeficientes de transferencia de masa, y el coeficiente  $K_L a$  es la suma de los dos coeficientes de sendas zonas de transferencia. Basados en esta interpretación se logra entender mejor el fenómeno del por qué se reporta [8, 9, 14] que ese parámetro  $C_{\infty}^*$  depende de la profundidad de sumergencia de los difusores, ya que en realidad quien lo hace es la  $C_B^*$ .

Al analizarse un conjunto de datos de reaeración mediante el modelo de dos zonas simplificado, los coeficientes  $K_{LB}a_B$  y  $K_{LS}a_S$  se pueden obtener ya sea mediante la regresión no lineal de los datos a la ecuación (11), o bien, a partir de los parámetros del modelo de la ASCE, lo cual se logra al resolverse las ecuaciones (12) y (13) en forma simultánea obteniéndose las siguientes expresiones explícitas

$$K_{LB}a_B = \frac{C_{\infty}^* - C_S^*}{C_B^* - C_S^*} K_L a \quad (14)$$

$$K_{LS}a_S = \frac{C_B^* - C_{\infty}^*}{C_B^* - C_S^*} K_L a \quad (15)$$

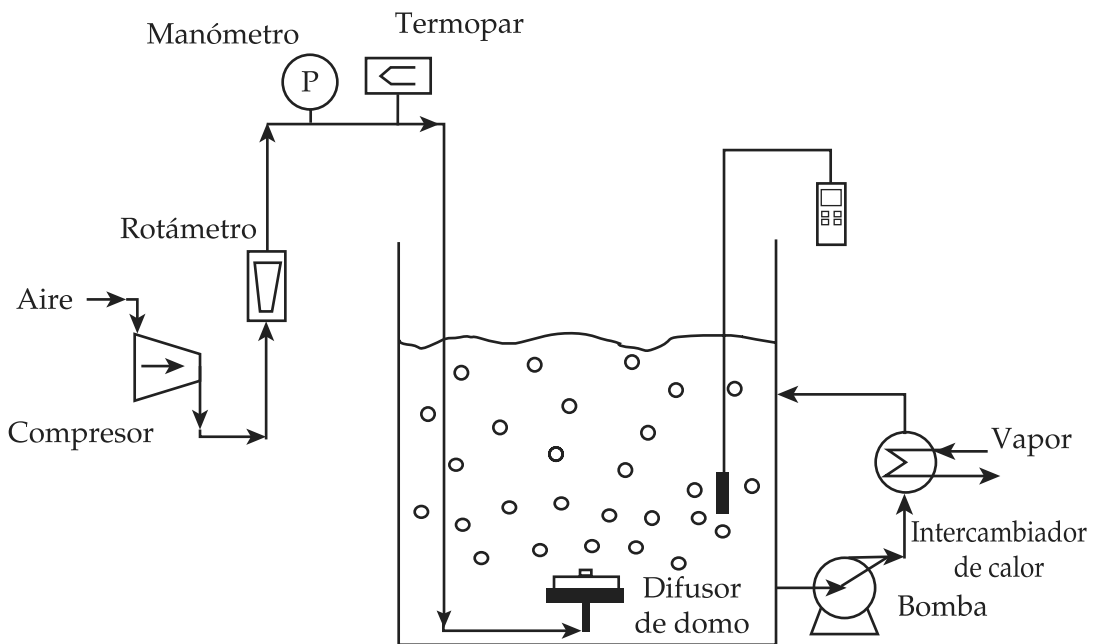
Según lo expuesto, el modelo de dos zonas simplificado propuesto cumple los objetivos deseados, ya que analiza el fenómeno físico de la transferencia de oxígeno con difusores de una forma más cercana a la realidad del mismo, el manejo matemático es casi tan sencillo como el de la norma ASCE, además le da significado físico a los parámetros involucrados y es consistente con la evidencia experimental existente.

## V. Metodología, equipo experimental y materiales

La parte experimental de esta investigación consistió en la realización de una serie de corridas de aeración en agua limpia con diferentes flujos de aire (30, 40, 60 y 80 l/min) y a diferentes temperaturas (20, 25 y 30 °C). Con los datos generados se calcularon, mediante una regresión no lineal con el software CurveExpert 1.3, los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno tanto del modelo de la ASCE, como los del modelo de dos zonas simplificado propuesto en este artículo.

Estos coeficientes volumétricos se correlacionaron después con el flujo de aire y con la temperatura, mediante una regresión no lineal múltiple utilizando el software Polymath 5.0. El procedimiento experimental detallado que se utilizó para realizar las pruebas de aeración y el tratamiento matemático que se le dio a los datos es el que está establecido en la norma de la ASCE: "A Standard for the Measurement of Oxygen Transfer in Clean Water" [1]. En resumen, el procedimiento consiste de las siguientes etapas: primeramente se remueve el oxígeno disuelto (OD) del agua del tanque mediante la reacción con sulfito de sodio en presencia de iones  $\text{Co}^{+2}$ , luego se inicia la aeración y se registra la concentración de OD con respecto al tiempo hasta llegar al menos a un 98% de la concentración de equilibrio. A partir de estos datos de concentración contra tiempo se calcula el  $K_L a$  y  $C^{\infty}$  mediante una regresión no lineal sobre el modelo ASCE (ecuación (2)) basada en el método Gauss-Newton.

Todas las pruebas de aeración se realizaron en un tanque de aproximadamente 1000 l de capacidad con un único difusor de domo cerámico de 18 cm de diámetro que se colocó a una altura de unos 11 cm del fondo del tanque y a una profundidad de 1,08 m con respecto al nivel del líquido. La concentración de oxígeno disuelto se monitoreó mediante un medidor de OD que utiliza la técnica de luminiscencia (HACH LDO™ HQ-10). La variación de la temperatura del agua se logró mediante un intercambiador de calor de tubos y carcasa que operaba con vapor. En la Figura 2 se puede observar una representación esquemática de la configuración de los equipos empleados en la experimentación.



**Figura 2.** Representación esquemática de la configuración del equipo experimental



## VI. Resultados experimentales y su discusión

La etapa experimental consistió en realizar corridas de aeración en agua limpia a diferentes temperaturas y con diferentes flujos de aire para obtener, a partir de ellos, los coeficientes de transferencia de oxígeno tanto del modelo ASCE, como los del de dos zonas simplificado y poder así correlacionarlos con respecto a esas dos variables factor. En la Figura 3 se observa un conjunto típico de las curvas de aeración obtenidas, donde los símbolos representan los datos experimentales y las líneas, las predicciones del modelo ajustado. En estas curvas se puede evidenciar claramente el efecto del flujo estándar de aire en la velocidad de transferencia de oxígeno, ya que al aumentar el flujo de aeración, se ve como las pendientes de las curvas respectivas se hacen cada vez más empinadas.

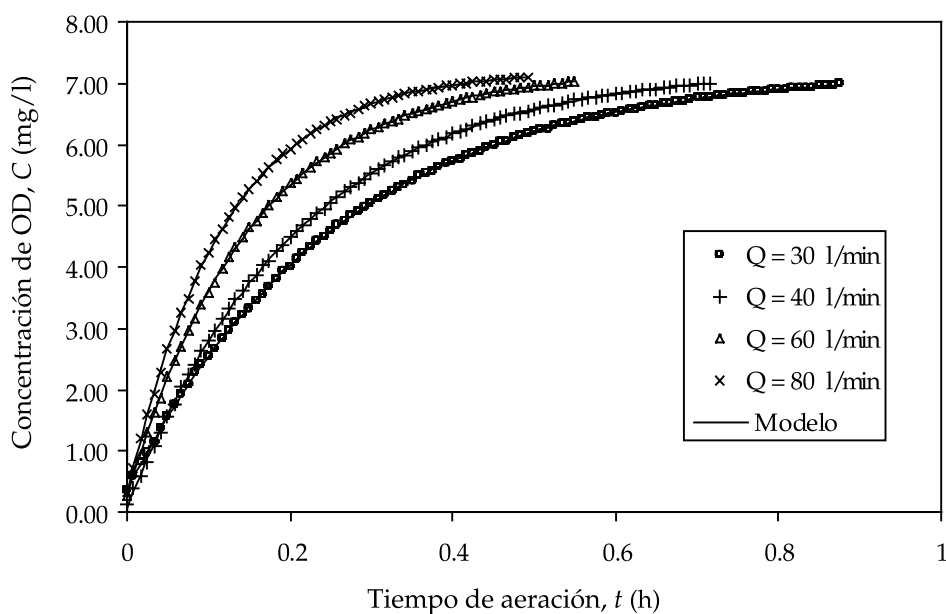


Figura 3. Curvas de aeración obtenidas a 25,5 °C y diferentes flujos de aire

A los datos de aeración de cada una de las corridas realizadas se les aplicó una regresión no lineal según el modelo de la ASCE, del cual se obtuvieron los estimados de  $K_L a$ ,  $C_\infty^*$  y  $C_{0r}$ , además de sus errores estándar correspondientes, el error estándar de la estimación y el coeficiente de correlación. Toda esta información se reporta en el Cuadro 1. Con los resultados de las regresiones se pueden calcular los estimados de concentración de OD del modelo para las diferentes corridas y tal como se aprecia en la Figura 3, el modelo tiene un ajuste prácticamente perfecto sobre los datos experimentales. Esta aseveración se puede también fundamentar en los excelentes parámetros estadísticos obtenidos, como lo es el coeficiente de correlación

(todos mayores a 0,9999) y un error estándar de la estimación máximo de 0,03 mg/l en una de las corridas, el cual representaría apenas un 0,8% de error con respecto a la concentración media registrada en esa corrida.

**CUADRO 1.**  
RESULTADOS DE LAS REGRESIONES NO LINEALES SEGÚN EL MODELO DE  
LA ASCE APLICADAS A LOS DATOS DE AERACIÓN DE AGUA LIMPIA

$T$ (°C)	$Q$ (l/min)	$K_L a$ (h <sup>-1</sup> )	$EE$ de $K_L a$ (h <sup>-1</sup> )	$C_\infty^*$ (mg/l)	$EE$ de $C_\infty^*$ (mg/l)	$C_0$ (mg/l)	$EE$ de $C_0$ (mg/l)	$EEE$ (mg/l)	$r$ (adim)
20,1	30	3,400	0,007	8,017	0,004	0,168	0,006	0,02	0,99997
20,1	40	4,33	0,01	7,966	0,007	0,18	0,01	0,03	0,99991
20,1	60	5,42	0,02	7,964	0,007	0,11	0,01	0,02	0,99993
20,1	80	7,28	0,02	7,989	0,006	0,68	0,01	0,02	0,99995
25,5	30	3,825	0,007	7,215	0,003	0,359	0,004	0,01	0,99998
25,5	40	4,78	0,01	7,233	0,006	0,061	0,006	0,02	0,99995
25,5	60	6,57	0,02	7,209	0,005	0,244	0,007	0,01	0,99997
25,5	80	8,46	0,02	7,206	0,005	0,263	0,008	0,01	0,99997
30,1	30	4,23	0,01	6,639	0,005	0,752	0,006	0,01	0,99996
30,1	40	5,12	0,01	6,634	0,005	0,113	0,007	0,02	0,99996
30,1	60	6,88	0,02	6,607	0,004	0,042	0,008	0,02	0,99996
30,1	80	9,03	0,04	6,633	0,008	0,02	0,01	0,02	0,99991

*EE*: Error estándar, *EEE*: Error estándar de la estimación

A partir de los valores de los parámetros  $K_L a$  y  $C_\infty^*$  del modelo ASCE se procedió a calcular los coeficientes de transferencia de oxígeno del modelo de dos zonas simplificado y se obtuvieron los resultados que se presentan en el Cuadro 2. De los valores reportados se puede ver que los coeficientes volumétricos de la zona de reaireación en la superficie son todos mayores que los de la zona de dispersión; esto

sugiere que bajo las condiciones de operación específicas en que se trabajó, el área de intercambio y la turbulencia son mayores en esa zona.

### CUADRO 2.

COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE OXÍGENO SEGÚN LOS MODELOS DE LA ASCE Y EL DE DOS ZONAS SIMPLIFICADO OBTENIDOS EN LAS CORRIDAS EN AGUA LIMPIA A DIFERENTES FLUJOS DE AIRE ESTÁNDAR Y DIFERENTES TEMPERATURAS

$T$ (°C)	$Q$ (l/min)	$K_L a$ (h <sup>-1</sup> )	$K_{LS} a_S$ (h <sup>-1</sup> )	$K_{LB} a_B$ (h <sup>-1</sup> )
20,1	30	3,400	2,02	1,38
20,1	40	4,33	2,66	1,67
20,1	60	5,42	3,35	2,07
20,1	80	7,28	4,58	2,70
25,5	30	3,825	2,21	1,61
25,5	40	4,78	2,57	2,21
25,5	60	6,57	4,04	2,53
25,5	80	8,46	5,07	3,39
30,1	30	4,23	2,48	1,75
30,1	40	5,12	3,07	2,05
30,1	60	6,88	4,24	2,64
30,1	80	9,03	5,66	3,38

Para correlacionar los coeficientes de transferencia de oxígeno con respecto al flujo estándar de aire y a la temperatura se propuso el siguiente modelo matemático:

$$K_L a = k_1 Q^{k_2} \theta^{T-20} \quad (16)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son parámetros de mejor ajuste cuyos valores se determinarán para  $K_L a$  en h<sup>-1</sup>,  $Q$  en l/min y  $T$  en °C. Esta ecuación de correlación para los coeficientes

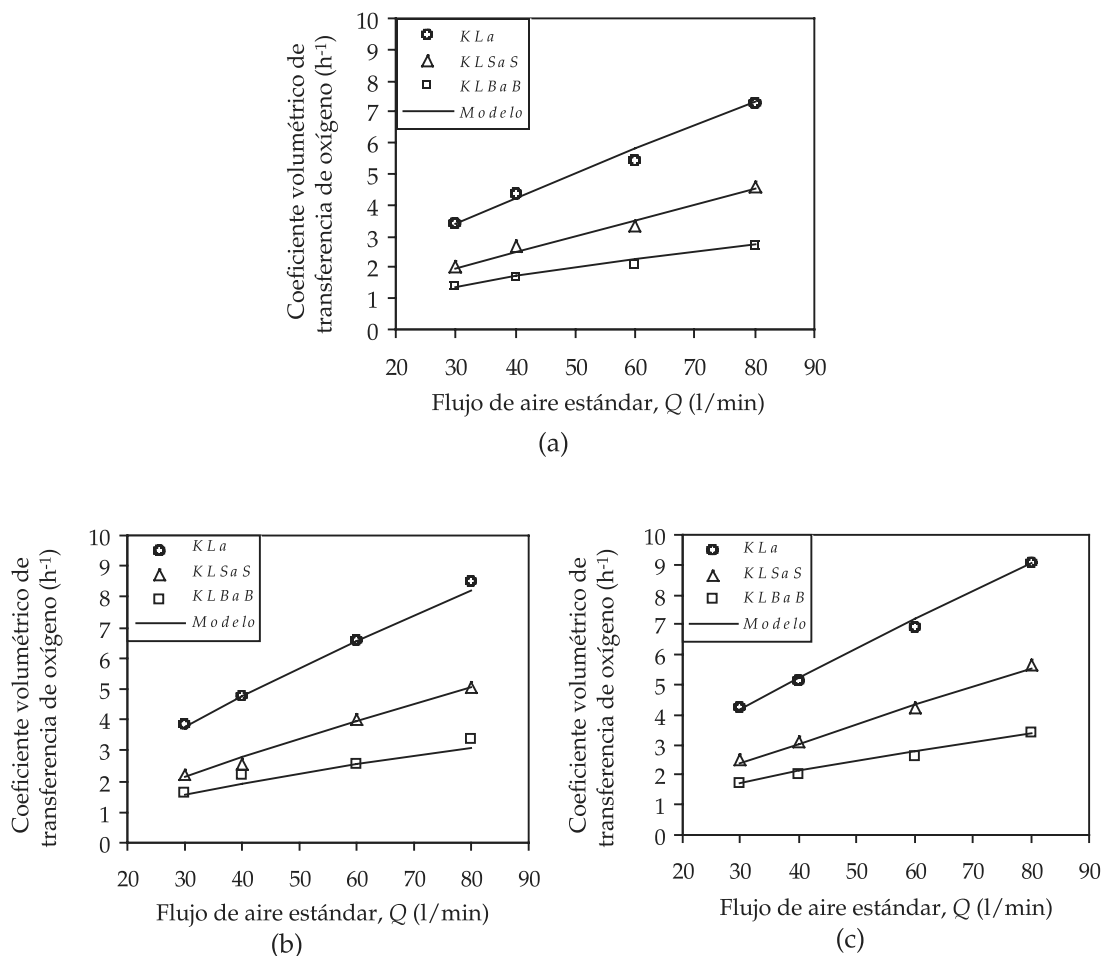
de transferencia de oxígeno es puramente empírica en su naturaleza y trata de agrupar todos los posibles factores tales como cambios en el coeficiente de transferencia de masa, área de transferencia de masa, viscosidad, tensión superficial, coeficiente de difusividad, etc., en una forma matemática sencilla. El término geométrico para la corrección de la temperatura ha sido aplicado ampliamente para correlacionar la dependencia de los coeficientes con la temperatura y ha dado muy buenos resultados [16, 19]. A pesar que la ecuación de correlación seleccionada es meramente empírica, uno de los aspectos que se consideró a la hora de proponer el modelo de ajuste fue el hecho que éste cumpliera con las condiciones físicas de contorno, específicamente el hecho que a un flujo de aire nulo, los coeficientes también valen cero, y que conforme se aumente el flujo de aire, los coeficientes son cada vez mayores. Los parámetros de mejor ajuste obtenidos y asociados a la correlación de cada uno de los tres coeficientes de transferencia de oxígeno según la ecuación (16), se pueden encontrar en el Cuadro 3.

**CUADRO 3.**  
PARÁMETROS DE CORRELACIÓN OBTENIDOS PARA LOS COEFICIENTES VOLUMÉTRICOS DE TRANSFERENCIA DE OXÍGENO CON RESPECTO AL FLUJO ESTÁNDAR DE AIRE Y A LA TEMPERATURA DEL SISTEMA CON AGUA LIMPIA

Parámetro	$K_L a_{ASCE}$	$K_{LS} a_S$	$K_{LB} a_B$
$k_1$	0,23	0,104	0,133
Error estándar de $k_1$	0,05	0,006	0,005
$k_2$	0,79	0,86	0,691
Error estándar de $k_2$	0,06	0,01	0,009
$\theta$	1,021	1,021	1,022
Error estándar de $\theta$	0,005	0,005	0,005
Error estándar de la estimación	0,2	0,1	0,2
Coficiente de correlación, $r$	0,995	0,995	0,97

Así mismo, en la Figura 4 se pueden apreciar los gráficos donde se muestran los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno obtenidos contra los diferentes flujos estándar de aire a las diversas temperaturas estudiadas y las correspondientes curvas de ajuste según el modelo seleccionado. Tal y como se puede observar en estos

gráficos, el modelo de la ecuación (16) describe bastante bien el comportamiento de los coeficientes de transferencia de masa obtenidos; esto se puede verificar con los buenos coeficientes de correlación y los errores estándares de la estimación bajos, los cuales en el caso más extremo, representa solo un 14,3 por ciento del valor estimado.



**Figura 4.** Coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno en agua limpia a diferentes flujos estándar de aire y diversas temperaturas: (a) 20,1 °C, (b) 25,5 °C y (c) 30,1 °C

En la Figura 5 se presentan otras dos pruebas sencillas acerca de la idoneidad del modelo ajustado a los datos experimentales. Una es la comparación de los valores de los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno obtenidos en los experimentos con los valores estimados o predichos por el modelo ajustado; tal y como se puede observar en la gráfica (a), la distribución de los puntos es bastante cercana a la recta de pendiente unitaria, de hecho, el coeficiente de correlación para con esa recta es de 0,9994. La otra prueba es la distribución de los residuos calculados entre el valor

real y el predicho contra los valores estimados; en el gráfico (b) de la misma Figura 5, se puede apreciar como la distribución es aleatoria y no presenta ninguna tendencia. A partir de este análisis, se puede concluir que el modelo obtenido puede utilizarse para estimar los coeficientes de transferencia de oxígeno a diversos flujos de aire y temperaturas dentro de los ámbitos estudiados en los experimentos.

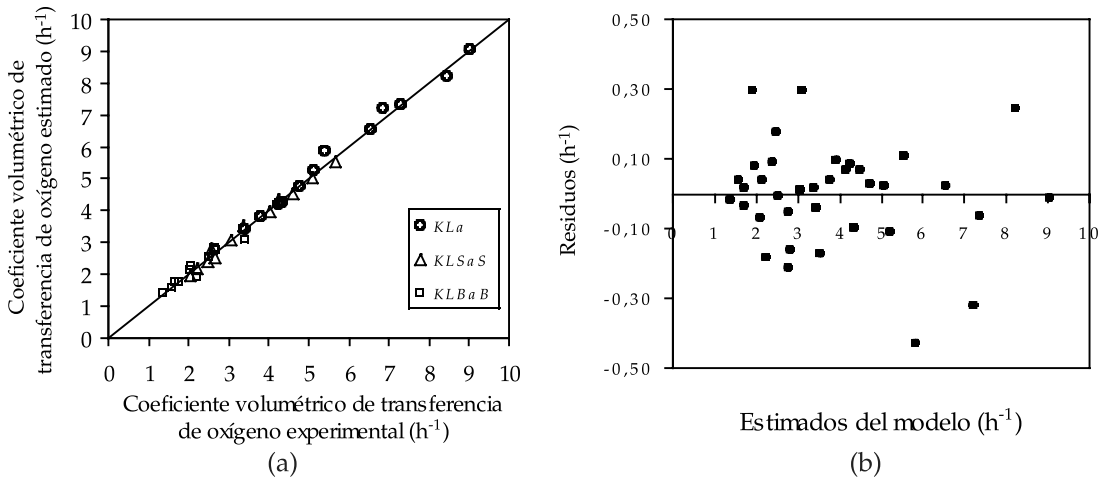


Figura 5. Dos pruebas simples de la idoneidad del modelo aplicado a los datos experimentales: (a) Comparación de los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno experimentales con los predichos por el modelo matemático ajustado, (b) Comportamiento de los residuos contra los valores estimados.

El coeficiente  $k_2$  del modelo ajustado es la potencia de la que depende el coeficiente volumétrico de transferencia de oxígeno con respecto al flujo estándar de aire; según los datos del Cuadro 3, este coeficiente para el caso de la correlación del  $K_{LS} a_S$  tiene un valor de 0,86, mientras que para el caso del  $K_{LB} a_B$  tiene un valor de 0,691. Este resultado sugiere que el flujo de aire posee una influencia más fuerte sobre la transferencia de oxígeno en la zona de reaireación en la superficie, que sobre la zona dispersión de las burbujas. Esto se debe muy probablemente al hecho que al aumentar el flujo de aire, la turbulencia que se produce en la superficie es mayor que la que se genera en el seno del fluido, ya que la ruptura de las burbujas en la interfase gas-líquido produce múltiples gotas de agua que “saltan” a la atmósfera y se produce una transferencia de oxígeno desde el aire atmosférico hacia las gotas de agua; esta situación provoca que se genere más área de transferencia, lo que equivaldría a un aumento en el área específica ( $a$ ), la cual es uno de los dos términos que constituyen el  $K_L a$ .

Con respecto a la dependencia de los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno de las dos zonas con la temperatura, analizando los valores de  $\theta$  y sus correspondientes errores estándares reportados en el Cuadro 3, pareciera que no existe diferencia en cuanto a la influencia de la temperatura sobre ellos, ya que considerando

los errores, el  $\theta$  es el mismo para ambas zonas. Los valores obtenidos se encuentran bastante cercanos al valor recomendado por la norma ASCE [1] y por la EPA [8], el cual es 1,024, y más cercano aún (o idéntico) a los obtenidos por otros investigadores como Barnhart *et al.* y Eckenfelder los cuales son referidos por Stenstrom [16]. La influencia de la temperatura en los  $K_L$ as se debe principalmente a los cambios que esta produce sobre otras variables de transporte, como lo son la densidad, la viscosidad, la difusividad y la tensión superficial, las cuales cambiarán entre otras características, el tamaño de las burbujas y la velocidad de ascenso, aspectos que en definitiva alteran tanto la resistencia a la transferencia ( $K_L$ ), como la razón de área de intercambio por unidad de volumen ( $a$ ).

A partir de los resultados obtenidos, se puede ver como la descripción y análisis del fenómeno físico de la aeración mediante difusores se puede realizar de una forma más acertada y apegada a la realidad mediante el modelo de dos zonas simplificado propuesto, con lo cual la información generada con el mismo es más útil desde la perspectiva de escalamiento y diseño de sistemas de tratamiento. Este modelo permitió identificar y cuantificar los efectos de dos variables de operación (flujo de aire y temperatura) sobre estas dos zonas de transferencia de masa, que tal y como lo demostraron los resultados, son afectadas en forma diferente por las mismas.

En un próximo artículo se publicará como utilizar este modelo simplificado para estudiar el efecto de diversas sustancias contaminantes comúnmente encontradas en las aguas residuales sobre la transferencia de oxígeno en sistemas aerados con difusores.

## VII. Conclusiones

El modelo de dos zonas simplificado propuesto, haciendo unas simplificaciones pequeñas en los balances de masa, logra describir más fielmente el fenómeno físico de la aeración con difusores que el que logra el modelo de la ASCE, manteniéndose una simpleza matemática en el tratamiento de la información. El ajuste de los datos experimentales es igual de bueno con cualquiera de los dos modelos, ya que sus formas matemáticas son idénticas; sin embargo el modelo de dos zonas simplificado le logra dar un mejor sentido físico a los parámetros de ajuste y es consistente con la evidencia experimental existente.

Bajo las condiciones de operación utilizadas en este proyecto, los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno de la zona de reaireación en la superficie son mayores que los correspondientes a la zona de dispersión de las burbujas, debido posiblemente a la mayor turbulencia y formación de pequeñas gotas que se genera en la superficie del líquido.

La ecuación empírica de ajuste utilizada para correlacionar los coeficientes volumétricos de transferencia de oxígeno con respecto a los flujos de aire y la temperatura es bastante buena para predecirlos y permitió concluir que el coeficiente

de la zona de aireación en la superficie se ve más fuertemente afectado por el flujo de aire, mientras que la temperatura afecta de una forma prácticamente idéntica a los coeficientes de ambas zonas.

La información generada con el modelo de dos zonas simplificado es muy útil desde la perspectiva de escalamiento y diseño de sistemas de aguas residuales, ya que permite modelar mejor el fenómeno físico de aeración y aireación que se suscitan en este tipo de sistemas.

### VIII. Nomenclatura

$A_T$	área de sección transversal del tanque, $m^2$
$a$	$A/V$ , superficie específica, $m^{-1}$
$C$	concentración de oxígeno disuelto en el líquido, $g/m^3$
$C_G$	concentración de oxígeno en la fase gaseosa de la burbuja, $g/m^3$
$C_0$	concentración de oxígeno disuelto al inicio de la aeración, $g/m^3$
$C^*$	concentración de equilibrio o saturación de oxígeno disuelto que está en equilibrio con la presión parcial del oxígeno en la fase gaseosa, $g/m^3$
$C_B^*$	concentración de equilibrio de oxígeno disuelto a la mitad de la profundidad del líquido, $g/m^3$
$C_S^*$	concentración de equilibrio de oxígeno disuelto en la superficie del líquido a presión atmosférica $P_S$ , $g/m^3$
$C_\infty^*$	concentración de saturación de oxígeno disuelto en el volumen del líquido en el estado estacionario obtenida en un tiempo infinito a una temperatura $T$ del agua y a una presión atmosférica de campo $P_S$ , $g/m^3$
$EE$	error estándar, $g/m^3$
$EEE$	error estándar de la estimación, $g/m^3$
$F$	$K_L a$ en agua de proceso de un difusor luego de un tiempo de servicio / $K_L a$ en la misma agua de proceso de un difusor nuevo, $adim$
$G$	flujo másico de nitrógeno, $g/h$
$g$	aceleración gravitacional ( $9,81 m/s^2$ )
$K_L a$	coeficiente volumétrico de transferencia de oxígeno aparente en agua limpia a una temperatura $T$ , $h^{-1}$



$K_{LB}a_B$	coeficiente volumétrico de transferencia de masa en la zona de burbujas, $h^{-1}$
$K_{LS}a_S$	coeficiente volumétrico de transferencia de masa en la zona de reaireación de la superficie, $h^{-1}$
$k_{1,2}$	parámetros de correlación
$P$	presión, Pa
$P_S$	presión atmosférica en el campo y por lo tanto en la superficie del líquido, Pa
$P_{vT}$	presión de vapor del agua a una temperatura $T$ , Pa
$Q$	flujo de aire a condiciones estándar, l/min
$r$	coeficiente de correlación, adim
$T$	temperatura, °C
$t$	tiempo de aeración, h
$y$	Razón de masa de oxígeno a masa de nitrógeno dentro de una burbuja, g $O_2/g N_2$
$y_0$	Razón de masa de oxígeno a masa de nitrógeno dentro de una burbuja en la alimentación, g $O_2/g N_2$
$Z$	posición por encima del difusor, m
$Z_S$	profundidad del líquido, m

### Letras griegas

$\alpha$	$K_L a$ en agua de proceso de un difusor nuevo / $K_L a$ en agua limpia de un difusor nuevo, adim
$\beta$	$C^*_\infty$ en el agua de proceso / $C^*_\infty$ en el agua limpia, adim
$\varepsilon$	retención gaseosa, adim
$\theta^{T-20}$	$K_L a / K_L a_{20}$ adim
$\rho$	densidad del líquido, $kg/m^3$

## IX. Bibliografía

1. ASCE, *A Standard for the Measurement of Oxygen Transfer in Clean Water*, 2ª Edición, Nueva York, 1991

2. Chacón, G., *Comprobación de un modelo*, Escuela de Ing. Química, UCR, San José, 2002.
3. Chern, J.M. y Yu, C.F., *Volatile Organic Compound Emission Rate from Diffused Aeration Systems. 1. Mass transfer modeling*, *Ind. Eng. Chem. Res.* **1995**, 34, 2634-2643.
4. Chern, J.M. y Yu, C.F., *Oxygen Transfer Modeling of Diffused Aeration Systems*, *Ind. Eng. Chem. Res.* **1997**, 36, 5447-5453.
5. Chern, J.M. y Yang, S.P., *Oxygen Transfer Rate in a Coarse-Bubble Diffused Aeration System.*, *Ind. Eng. Chem. Res.* **2003**, 42, 6653-6660.
6. Dong, Y. y Hung, Y.T., *Effect of Temperature on Oxygen Transfer Rate in Wastewater Treatment.*, *Intern. J. Env. Stud.* **1985**, 24, 125-135.
7. Durán, J.E., *Propuesta de un modelo de dos zonas simplificado para el estudio de la transferencia de oxígeno en sistemas de aeración con difusores de poro fino*, tesis de maestría académica en Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica, San José, 2005.
8. EPA., *Fine Pore Aeration Systems, Design Manual*, EPA/625/1-89/023, Cincinnati, 1989.
9. EPA, *Fine Bubble Aeration*, EPA/832/F-99/065, Washington, 1999.
10. Gibbon, D.L., *Aeration of Activated Sludge in Sewage Treatment*, Pergamon Press Inc., New York, 1974.
11. McWhirter, J.R. y Hutter, J.C., *Improved Oxygen Mass Transfer Modeling for Diffused/Subsurface Aeration Systems*, *AIChE J.* **1989**, 35, 1527-1534.
12. Metcalf & Hedí, *Ingeniería de aguas residuales*, McGraw-Hill, México, 1996
13. Reynolds, T.D., *Unit Operations and Processes in Environmental Engineering*, 2<sup>a</sup> Ed., Brooks/Cole Pub Co, Boston, 1995
14. Sanitaire, *Diffused Aeration Design Guide*, USA, 1995
15. Sherwood, T.K. et al., *Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1975
16. Stenstrom, M.K. y Gilbert, R.G., *Effects of Alpha, Beta and Theta Factor Upon the Design, Specification and Operation of aeration Systems*, *Wat. Res.* **1981**, 15, 643-654.

17. Treybal, R. E., *Operaciones de transferencia de masa*, 2ª Ed., McGraw-Hill, México, 1988.
18. Tumeo, M.A. y Stephens, T.J., *Oxygen Transfer Efficiency in Small Diffusers*, *J. Env. Eng.* **1996**, 122, 55-57
19. Vogelaar, J.C.T. *et al.*, *Temperature Effects on the Oxygen Transfer Rate between 20 and 55°C*, *Wat. Res.* **2000**, 34, 1037-1041
20. Wesner, G.M., *Energy Conservation in Municipal Wastewater Treatment*, USEPA, Washington DC, 1977.
21. Winker, M.A., *Tratamiento biológico de aguas de desecho*, Limusa, México, 1999.

