

La reflexión como elemento de formación docente en matemáticas: análisis e instrumentos¹

José M^a Chamoso Sánchez

Facultad de Educación, Universidad de Salamanca,
España
jchamoso@usal.es

M^a José Cáceres García

Universidad de Salamanca,
España
majocac@usal.es

Pilar Azcarate Goded

Universidad de Cádiz,
España
pilar.azcarate@uca.es

Resumen²

Las investigaciones en formación de docentes de matemáticas aconsejan considerar la reflexión como un aspecto importante para formar profesionales capacitados para reflexionar sobre su práctica. Por ello se propone incorporar un sistema de evaluación al proceso de enseñanza-aprendizaje de formación de maestros de matemáticas que permita clasificar a los estudiantes de manera más acorde a las tendencias actuales de Educación Matemática. En concreto, se propone valorar el conocimiento profesional de los estudiantes a partir de sus reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje que se produce en el aula de formación recogidas en el portafolio de cada uno de ellos. Esta valoración se pretende relacionar, posteriormente, con su conocimiento matemático y su creatividad. De esa forma se espera extraer conclusiones sobre esa forma de trabajo que proporcione información no sólo para el área Educación Matemática sino también, ante la escasez de investigaciones en ese sentido, para otras áreas de conocimiento.

Palabras clave

Educación Matemática, Formación de maestros, estudiantes para maestro, evaluación, portafolios de aprendizaje, reflexión.

Abstract

Research on math teacher preparation advises us to consider reflection as an important aspect in preparing teachers that can become reflective practitioners. Therefore, a system of evaluation of the teaching/learning process in the preparation of math teachers is proposed that is more in accord with current tendencies in Math

¹ Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011.

² El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Education. Concretely, it is proposed that we value the professional knowledge of students that comes from their reflections on the teaching/learning process that they produce as they maintain a portfolio as part of their student teaching. That way it is hoped that conclusions from this kind of work can provide information not only for the field of Math Education, but also, given the lack of this kind of research, for other field as well.

Key words

Mathematics education, teacher preparation, pre-service teachers, evaluation, learning portfolios, reflection.

“Oír o leer sin reflexionar es una ocupación inútil”

Confucio

1. Introducción

Existen muchas y variadas teorías sobre cómo se adquiere el conocimiento matemático, hecho que ha provocado fuertes cambios en las directrices educativas de muchos países que recomiendan centrar más la atención en el aprendizaje de los estudiantes que en la enseñanza del profesor. Sin embargo, en la mayor parte de las clases se sigue reflejando una forma de entender las matemáticas como un conjunto de hechos, procedimientos y soluciones conocidos que se encuentran, básicamente, en el manual o libro de texto. Incluso en las Pruebas de Matemáticas de Acceso a la Universidad prevalece la propuesta de resolución de ejercicios rutinarios en vez de actividades que exijan un razonamiento para el que el alumno no haya sido directamente entrenado (Cáceres, 2005; Rico, 1997). En definitiva, parece que se enseña a los alumnos a hacer, no a pensar (Kehle, 1999).

Sin embargo las matemáticas no son sólo un conjunto de hechos y destrezas sino, más bien, una forma de pensamiento. De hecho, las directrices educativas de la mayor parte de los países avanzados presentan una visión de los alumnos como personas que piensan y razonan. Ante esta realidad parece conveniente que los estudiantes sean participantes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de forma que adquieran el conocimiento por sí mismos y desarrollen distintas habilidades y competencias. Para ello, en el aula de matemáticas no sería suficiente plantear únicamente actividades rutinarias, sino también otras que desarrollen la capacidad matemática como, por ejemplo, tareas abiertas que permitan que haya varias soluciones al mismo problema. Además, se debería promover el trabajo en equipo y reconocer la importancia de la comunicación y la discusión. El objetivo de esta forma de enseñanza-aprendizaje es que los alumnos sean capaces de razonar críticamente, resolver problemas complejos y aplicar su conocimiento a situaciones reales (Harkness, D'Ambrosio y Morrone, 2007 & Törner, Schoenfeld y Reiss, 2007).

La evaluación debe contribuir a que este cambio sea posible. En ese contexto el sistema de evaluación juega un papel fundamental porque sus finalidades y métodos ejercen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes que cualquier otro elemento del proceso de aprendizaje. Por ello, debe dejar de ser un instrumento sancionador con

el que el profesor muestra su autoridad para pasar a considerarse como proceso que sirva de autorreflexión al estudiante, de manera que éste sepa qué es capaz de hacer, qué debe mejorar y cuáles son sus errores. El profesor debe aprovechar la información proporcionada para guiar el aprendizaje del alumno y para la toma de decisiones (Boud, 2000).

En esencia, la evaluación debe tener en cuenta el discurso y las actividades del aula, las realizadas fuera de ella y el proceso global de aprendizaje. Ello implica utilizar una selección de instrumentos que permitan aportar evidencias sobre el proceso de aprendizaje. Una técnica que puede incluir todos esos aspectos es el portafolio (Silver & Kenney, 1995).

En esta nueva forma de enseñanza-aprendizaje y evaluación, el papel del profesor debe ser más esperanzador que la tradicional interacción 'paso a paso' controlada por el docente pues debe permitir que el estudiante siga diversos caminos, de la misma forma que, en el futuro, tendrá que hacer frente a diversos problemas como ciudadano que no tengan un método establecido o solución exacta, o que le harán tomar una decisión que difiera de la del experto cuando, por ejemplo, tenga que contratar un seguro de vida u organizar sus impuestos (Voigt, 1994). Para ello, a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje el docente debe crear oportunidades de revisión del trabajo y discusiones entre alumnos y entre ellos y el profesor, a la vez que debe llevar un riguroso proceso de seguimiento y análisis de lo acontecido en el aula.

En este sentido se debe preparar al futuro docente pero es evidente que durante la formación inicial de maestros no es posible proporcionar el bagaje de conocimientos necesario para afrontar las diversas situaciones que se presenten, en sus diversos aspectos, en su futura labor profesional. Recomendaciones oficiales y de investigadores aconsejan que se forme a los docentes para que sean críticos con su propia práctica y que se considere la reflexión como uno de los aspectos más importantes para su formación (Artzt, 1999; Harrington, Quinn-Leering & Hodson, 1996; NCTM, 2000).

Con estas ideas se diseñó, desarrolló, experimentó y evaluó un proceso formativo dirigido a la formación de maestros de matemáticas para intentar responder a los aspectos anteriores. En dicho proceso se incluyó la elaboración de un portafolio de aprendizaje, por parte de cada estudiante, que permitiera valorar diversas capacidades de aprendizaje y clasificarlas de una manera acorde a las tendencias actuales en Educación Matemática. Para ello, cada estudiante debía recoger una selección de actividades relacionadas que promovían la reflexión sobre la enseñanza-aprendizaje de matemáticas en Primaria y un diario con sus reflexiones sobre el propio proceso formativo desarrollado. En este contexto de formación se pretendía estudiar el nivel de reflexión de los estudiantes sobre las diferentes actividades realizadas durante el proceso formativo llevado a cabo en el aula universitaria.

A continuación se explican el marco teórico del estudio, el contexto de investigación, los instrumentos utilizados para obtener los resultados y las medidas para valorarlos. Finalmente se analizan y discuten los resultados, y se exponen las conclusiones conseguidas.

2. Marco teórico

La consideración del docente como un elemento principal en los procesos de enseñanza-aprendizaje facilita el reconocimiento de la importancia de la formación inicial de maestros pues sobre ellos recae la responsabilidad de educar las nuevas generaciones que dirijan la sociedad. Entendemos el conocimiento profesional como un conjunto de saberes y destrezas profesionales que el profesor posee y en los que se apoya para tomar decisiones docentes y realizar nuevos planteamientos. Está aceptado que aprender a enseñar es algo más que conocer técnicas o estrategias, por lo que la formación inicial de maestros de matemáticas ha de intentar algo más que una mera presentación de métodos y ha de estar dirigida a preparar al futuro docente para la resolución de situaciones y problemas vinculados a la futura práctica educativa. Reflexionar sobre cómo resolver situaciones y problemas prácticos vinculados a su futura práctica profesional es lo que permite que se pongan en práctica las ideas y las formas de comprensión que tienen de la educación matemática y, por tanto, promover su evolución (Llinares & Krainer, 2006). Para conseguir ésto, la presentación y tratamiento de los recursos o instrumentos en las aulas de formación debe favorecer el desarrollo profesional del futuro docente mediante la construcción de conocimiento profesional que facilite la adquisición de competencias profesionales adecuadas tales como análisis y síntesis, organización y planificación, colaboración y reflexión e investigación (Newell, 1996). Ésta es la razón por la que se han de proporcionar oportunidades para que los maestros en formación se pregunten y reflexionen sobre sus propias propuestas de enseñanza, la de los compañeros y la realizada en el aula de formación (Goodlad, 1990).

En la actualidad la reflexión sobre la práctica docente es uno de los principales objetivos de la tarea profesional por lo que, en este trabajo, se considera la reflexión como una capacidad que se debe desarrollar cuando los estudiantes para maestro de Matemáticas en Primaria adquieren el conocimiento profesional. Aunque la reflexión se remonta a Platón y, más recientemente a Kant, se cree que Dewey (1933) fue el primero que la consideró entendida como la capacidad de considerar un asunto serio y mentalmente para actuar respecto a él de un modo deliberado e intencional (Zeichner & Liston, 1996). Posteriormente Schön (1983, 1987) amplió ese concepto enfatizando la importancia del contexto y el tiempo en que la reflexión tiene lugar. Los investigadores han profundizado en el concepto a lo largo del tiempo y han adoptado diversas definiciones y marcos teóricos sobre el pensamiento reflexivo sin que se haya conseguido consenso sobre una definición común (Lee, 2005). Sin embargo globalmente se pueden encontrar aspectos comunes a todas ellas:

1. Reflexión es cualitativamente diferente a recolección o racionalización porque el objetivo de un pensamiento reflexivo aplicado a la enseñanza está en reconocer que la enseñanza es problemática.
2. La acción es una parte integral del proceso de reflexión.
3. La reflexión es una experiencia tanto individual como compartida.

A partir de ello pensamiento reflexivo es un pensamiento deliberado sobre la acción con la intención de mejorarla. Esto implica, primero, tener una mente abierta para reconocer la validez de otras perspectivas; segundo, responsabilidad para considerar las consecuencias éticas y morales de cada elección, y tercero, clarificar las limitaciones de lo que se asume cuando se toman decisiones docentes (Harrington, Quinn-Leering & Hodson, 1996; Hatton & Smith, 1995). En este sentido, aunque la reflexión es un acto privado, consideramos que son ejemplos de reflexión lo que los estudiantes escriben tanto referido a una tarea desarrollada en el aula de formación como al propio trabajo relacionado con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de Primaria.

La reflexión se ha considerado como un objetivo importante para los programas de formación de docentes y está aceptado que existe en diversos grados en las diferentes personas; por ello es necesario crear instrumentos de medida que permitan concretar los niveles de reflexión en los que opera una persona. Los intentos en este sentido han seguido diferentes esquemas de análisis dependiendo de la naturaleza de la investigación, generalmente basadas en los niveles técnico, práctico y crítico de Van Manen (1977) (El-Dib, 2007). Estos esquemas de análisis muestran esencialmente características similares que agrupamos en función de las siguientes dimensiones, no necesariamente exclusivas: Descriptiva que detalla el aspecto de reflexión; Comparativa que enmarca el aspecto de reflexión en relación con, por ejemplo, visiones alternativas, otras perspectivas o investigaciones y Crítica que considera las implicaciones del aspecto de reflexión y establece una nueva perspectiva (Hatton & Smith, 1995; Jay & Johnson, 2002; Lee, 2005).

Está ampliamente aceptado que la reflexión se ha convertido en aspecto de interés de muchas investigaciones en formación de docentes (Chamoso & Cáceres, 2009; Hoban & Hastings, 2006). En general, estas investigaciones muestran que se puede obtener información tanto de tipo cognoscitivo como no cognoscitivo a través de la observación, el diálogo y los escritos de los docentes para tomar decisiones sobre su aprendizaje. Sin embargo se debe continuar investigando el aprendizaje reflexivo para construir un repertorio de práctica porque, si es difícil caracterizar el concepto, aún lo es más enseñarlo y evaluarlo sin que únicamente se reduzca a una técnica. Además existe poca evidencia de investigación que muestre la calidad específica de la reflexión que emerge en diferentes condiciones (Hatton & Smith, 1995; McKenna, 1999; Jay & Johnson, 2002; Zeichner & Wray, 2001). Otros autores aconsejan examinar la relación que existe entre los resultados obtenidos en reflexión con los alcanzados en otras tareas desarrolladas durante el proceso de enseñanza y aprendizaje (El-Dib, 2007). En ese sentido el trabajo de Winitzky (1992) descubrió una correlación entre la complejidad de la estructura de conocimiento y la habilidad de reflexionar sobre el pensamiento de los estudiantes para maestro sobre el desarrollo de las clases.

Para recoger evidencias sobre el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro se utilizó el portafolios de aprendizaje. El término portafolios se ha utilizado en numerosas investigaciones con diferentes significados (De Lange, 1995). En la literatura se identifican varios tipos de portafolios en función de la finalidad, lo que se incluye en el portafolios, la naturaleza y la calidad de las interacciones sociales que experimentan los estudiantes para docentes en el proceso de construcción o de lo que ocurre con el portafolios una vez completado (Zeichner & Wray, 2001). Generalmente los investiga-

dores suelen distinguir entre portafolios de aprendizaje, de evaluación y de empleo. El portafolios de aprendizaje, utilizado frecuentemente en los programas de formación de docentes, habitualmente se define como una colección personalizada de trabajos para promover la reflexión, con el propósito de involucrar a los estudiantes para docentes en el cuestionamiento de su enseñanza y la documentación del desarrollo docente (Dinham & Scott, 2003; Xu, 2003; Zeichner & Wray, 2001).

En este estudio nos centramos en el uso del portafolio de aprendizaje. Lo entendemos como una colección de trabajos realizados por cada alumno que permite aportar evidencias sobre su conocimiento, habilidades, disposición y reflexión sobre su trabajo así como su evolución. Lo más destacable de la evaluación utilizando el portfolio es que muestra el trabajo al final de un proceso pero también permite conocer el progreso del aprendizaje del estudiante, las responsabilidades que asume, cómo participa en el proceso de diagnóstico y evaluación, sus actitudes, sus hábitos de independencia y reflexión, y sus habilidades tanto en resolución de problemas como en comunicación, razonamiento y análisis. El portafolios sirve como motivación del estudiante, como ayuda para mejorar su aprendizaje y crear un hábito de revisión, además de que posibilita que el profesor mejore su instrucción. En definitiva es una herramienta completa de evaluación que promueve el aprendizaje reflexivo y que los estudiantes adquieran experiencia en ideas matemáticas generales, vean las Matemáticas como parte de la cultura y se involucren en experiencias matemáticas (Lajoie, 1995). Sin embargo evaluar estas tareas formales o informales requiere métodos de análisis e interpretación como pueden ser plantillas de valoración en las que se reflejen los criterios de evaluación del proceso y se establezcan distintos niveles de consecución de cada uno de ellos (Ross, McDougall & Hogaboam-Gray, 2003).

En los últimos años, el uso de los portafolios se ha convertido en lugar común en la formación de docentes con diferentes finalidades (Farr Darling, 2001; Van Tartwijk, Van Rijswijk, Tuithof & Driessen, 2008; Zeichner & Wray, 2001). Por ejemplo, para estimular a los futuros docentes en la reflexión sobre temas específicos en su contexto (Mansvelder-Longayroux, Beijaard & Verloop, 2007) o para documentar el aprendizaje y la evolución en un proyecto específico (Wade & Yarbrough, 1996). De acuerdo con Dinham y Scott (2003), consideramos el portafolios de aprendizaje como esencialmente formativo, con capacidad de alteración debido al aumento de la experiencia y del desarrollo de la comprensión. Xu (2003) recomendó extender el uso de los portafolios durante el período de formación inicial para promover el desarrollo profesional dado el valor de la utilización de este instrumento como mecanismo para promover la reflexión y el aprendizaje profesional.

Aunque Wade y Yarbrough (1996) descubrieron que sólo había nueve estudios de investigación sobre el uso del portafolios de aprendizaje en la formación del profesorado, en los años siguientes aumentaron considerablemente (Farr Darling, 2001). Se trata de una herramienta para estimular la reflexión en el contexto de la educación de los estudiantes para ser profesor (Mansvelder-Longayroux, Beijaard & Verloop, 2007). Si bien se ha escrito mucho sobre la importancia de la práctica reflexiva, ha sido escasa la atención prestada al proceso reflexivo que los futuros docentes experimentan durante la realización de un portafolios de aprendizaje (Tillema, 1998). La plena integración del portafolios de aprendizaje en la estructura curricular requiere una mejor apreciación de

cómo se puede utilizar como instrumento de reflexión y cómo éste refleja el seguimiento del aprendizaje de los profesores en formación ya que incluye variadas actividades del programa de formación.

No hemos encontrado investigaciones que analicen las reflexiones de los estudiantes para maestro sobre el aprendizaje adquirido en el aula de formación universitaria antes de realizar sus prácticas de enseñanza en centros formativos. Por tanto, para este estudio se construyó un instrumento para evaluar el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro de matemáticas a nivel de Primaria sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación y expresado en sus diarios incluidos en su portafolios de aprendizaje. También se incluyen herramientas para valorar otras capacidades de los estudiantes para maestro con criterios comunes a la herramienta diseñada para la valoración del pensamiento reflexivo. En ese contexto las preguntas de investigación son:

1. ¿Qué niveles de pensamiento reflexivo exhibieron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su portafolios de aprendizaje sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación universitaria?
2. ¿Cuál fue la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de Matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje?

3. Contexto de investigación

3.1. Participantes

La experimentación fue realizada en un aula de formación de maestros de Primaria en el contexto institucional universitario, durante el curso 2006-07. El grupo fue establecido según la organización del centro. Se consideraron 33 estudiantes para maestro (10 varones, 30 %, y 23 mujeres, 70 %), que fueron los que completaron todas las actividades del curso Matemáticas y su Didáctica II de la diplomatura de Maestro, especialidad Primaria, de 4'5 créditos, de la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca, España, de los 39 matriculados. Su media de edad era de 21.7 años. Ninguno tenía experiencia previa en la utilización de portafolios de aprendizaje. El proceso formativo que configuró la experiencia estudiada fue desarrollado por el profesor habitual de la asignatura que llevaba 20 años de ejercicio en la profesión.

3.2. Características del proceso formativo

Los estudiantes que cursaban Matemáticas y su Didáctica II ya habían estudiado otra asignatura anual de 9 créditos relacionada con matemáticas, en 1^{er} curso, impartida por el mismo profesor. En ese momento, el currículum para formar maestros de Primaria en la Universidad de Salamanca se desarrollaba en tres años y, durante los dos últimos cursos, se incluían unos dos meses de practicum en centros de enseñanza de Primaria. Cuando la experiencia se llevó a cabo, los estudiantes para maestro todavía no habían empezado a desarrollar el practicum.

Finalidades, objetivos y contenidos del proceso

Se consideró que, para la formación inicial de futuros docentes de matemáticas de Primaria, además de un conocimiento teórico (saber), era necesario poseer destrezas suficientes para impartir los contenidos (saber hacer), lo que se organizó en términos de competencias desde dos puntos de vista y, a su vez, cada una de ellas clasificada en dos subaspectos diferentes (Cáceres, Chamoso & Azcárate, 2010):

1. *Competencias matemáticas:*

- De conocimiento, entendidas como aquellos conceptos, propiedades y actividades matemáticas adecuadas para el nivel de Primaria,
- De profundización en el conocimiento, entendidas, por ejemplo, como la capacidad de experimentar un contenido matemático, realizar actividades abiertas o establecer relaciones con otros contenidos o áreas.

2. *Competencias profesionales* para enseñar matemáticas en Primaria:

- De conocimiento, entendidas como lo que la educación matemática aporta para facilitar la enseñanza y aprendizaje como, por ejemplo, materiales y recursos, peculiaridades de los estudiantes de Primaria cuando se enfrentan al aprendizaje o aspectos metodológicos,
- De profundización en el conocimiento, entendidas como la capacidad de aplicar el conocimiento a la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos en Primaria como, por ejemplo, el diseño de la aplicación de un determinado conocimiento en el aula de Primaria; la reflexión sobre las acciones propias o las de los demás, y sobre otros elementos que caracterizan una situación educativa; o el diseño de actividades creativas para Primaria.

Con este planteamiento se diseñaron y desarrollaron las sesiones en el aula de formación. El diseño se adecuó a los objetivos y contenidos de la asignatura que eran los relacionados con contenidos relacionados con geometría plana y espacial y medida, considerados desde el punto de vista de su docencia en la enseñanza Primaria.

Desarrollo metodológico de la experiencia de formación

En las sesiones, fundamentalmente, se trató de desarrollar aplicaciones prácticas de los conocimientos matemáticos a partir de juegos, materiales y recursos para aplicar en el aula de Primaria. Se pretendió formar un soporte intuitivo a la vez que observar, manipular, dibujar, representar, clasificar, razonar, abstraer, relacionar, crear, relacionar con el medio y con la vida diaria, y desarrollar la intuición espacial. Todo ello se hizo de forma diversa según se iban recorriendo los distintos contenidos de programa pero siempre buscando la participación activa de los estudiantes, tanto en el aula como fuera de ella, y tanto de forma individual como en grupo: por ejemplo, mediante presentaciones del profesor, sesiones de laboratorio, lectura de artículos o capítulos de libro y problemas abiertos. En el trabajo individual se promovió el estudio, la reflexión y la presentación de ideas y estrategias utilizadas en las actividades que se desarrollaron.

En el trabajo en grupo se fomentó el análisis, la reflexión crítica y la discusión durante la realización de las actividades.

Las sesiones se centraron en el trabajo del estudiante para maestro donde se compaginaba el conocimiento y profundización de competencias matemáticas y profesionales con el desarrollo de propuestas de trabajo para el estudiante vinculadas a los cuatro subaspectos indicados anteriormente de dichas competencias. Una sesión habitual siempre utilizaba el tratamiento de un contenido matemático del programa y solía iniciarse con una presentación del profesor, trabajo en pequeños grupos basado en la adquisición de *Competencias matemáticas de Profundización en el conocimiento* o en *Competencias Profesionales de Conocimiento* y, finalmente, una puesta en común final cuyo principal objetivo era reflexionar sobre el trabajo efectuado y, referido al mismo, profundizar en aspectos relacionados con *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento*. En resumen, el principal objetivo de las sesiones era conseguir que los estudiantes para maestro alcanzaran *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* en algún sentido; es decir, pensarán como profesores de matemáticas a nivel de Primaria para lo cual necesitaban, además de poseer el *Conocimiento Matemático*, utilizar la *Profundización en el conocimiento Matemático* y mostrar el *Conocimiento Profesional*.

En este sentido, las propuestas de trabajo para los estudiantes se vincularon a esos cuatro subaspectos y, en función del número de ellos que involucraron, se denominaron:

- Ejercicios, un único subaspecto, por ejemplo, el ejercicio 2 fue “Construye la recta de Euler utilizando solamente un trozo de papel”,
- Actividades, más de un subaspecto, por ejemplo, la actividad 5 tenía el objetivo de identificar cómo cada estudiante para maestro relacionaba y aplicaba su comprensión de ejemplos de matemáticas extraídas de otros contextos culturales o de su propia experiencia. Para ello se desarrolló una sesión de aula con el fin de utilizar prácticas matemáticas para analizar la actitud intercultural de los futuros docentes y donde se utilizaron ejemplos reales de diferencias interculturales relacionadas con geometría, aritmética y resolución de problemas, ver Planas, Chamoso y Rodríguez, (2007). Posteriormente, los estudiantes tuvieron dos semanas para escribir su propia definición de actitud intercultural y buscar ejemplos de diferencias culturales relacionadas con matemáticas que cumplieran esa definición. Las actividades realizadas por los estudiantes se presentaron posteriormente para su discusión en parte de una sesión usual de aula, y
- Proyectos, los cuatro subaspectos, por ejemplo, el proyecto 1 consistía en el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria (se detalla posteriormente).

En total se realizaron seis ejercicios, ocho actividades y cuatro proyectos. Para todos ellos existía posibilidad de revisión y mejora. Algunas propuestas de trabajo se desarrollaron en pequeños grupos pero cada estudiante tenía que realizar la presentación final, individualmente, en su portafolio. Algunas se podían completar fuera del aula y otras se desarrollaron exclusivamente fuera de ella. El profesor actuó como mediador e informó a los alumnos, por ejemplo, sobre objetivos de enseñanza y aprendizaje, metodología, criterios y formas de valoración, y revisión de los trabajos. Además, orientó a

los estudiantes en el desarrollo de las diferentes actividades realizadas. Todo ello se presentó al inicio del curso y se acordó previamente entre alumnos y profesor.

Desarrollo de la disciplina

Se consideró que el futuro maestro debía conocer los contenidos de la materia que iba a impartir y posibles formas de hacerlo, estar capacitado para reflexionar sobre su futura práctica docente y para diseñar o adaptar recursos según las necesidades y características de las personas con las que trabajaría en el futuro, por lo que el objetivo del curso consideró cuatro aspectos fundamentales: matemático, metodológico, reflexión y creatividad.

Referido a conocimiento matemático, tanto en aspectos teóricos como actividades prácticas, se consideraba que los estudiantes para maestro, al llegar a la Universidad, debían poseer el dominio suficiente de los mismos aunque no la forma de llevarlos a la práctica. A pesar de que habían cursado diferentes disciplinas teóricas relacionadas con Didáctica General, Psicología aplicada a la Educación y Didácticas Específicas, se suponía que era uno de los aspectos en el que presentaban más carencias. Por ello, al inicio del curso, se desarrollaron seis sesiones de dos horas (27% del curso), cada una con objetivos diferentes, donde se trabajó algún contenido matemático relacionado con el programa haciendo especial hincapié en aspectos metodológicos como el trabajo en grupo, la importancia de situarse en la manera de pensar del alumno cuando se enfrenta a una actividad, la búsqueda de lo importante en el aula, los objetivos de la evaluación, materiales para el aula, mapas conceptuales, el diálogo en el aula y rutas matemáticas (Chamoso 2000; 2003; 2004; Chamoso, Durán, García, Martín & Rodríguez, 2004; Chamoso & Rawson, 2001; 2004; Chamoso, Fernández & Reyes, 2009). Al finalizar cada una de estas sesiones se discutió sobre el objetivo del trabajo realizado y sobre lo aprendido.

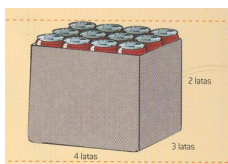
Después de esta preparación metodológica, el desarrollo de las demás sesiones se realizó en un triple sentido según los aspectos que se tuvieran en cuenta:

1. Conocimiento del contenido matemático y metodológico para la enseñanza de las matemáticas en Primaria (Conocimiento, 36% del curso), referido tanto a contenido teórico de matemáticas como a diferentes formas de enseñarlo en el aula. Como se consideraba que los estudiantes para maestro poseían el dominio suficiente del primero, aunque no del segundo, pareció importante que cada estudiante se centrara en un contenido determinado del programa para profundizar en el mismo, tanto desde el punto de vista matemático como del de su aplicación en la enseñanza en Primaria (proyecto 1). Esto se realizó en un doble sentido:
 - a) Conocimiento matemático y metodológico (18% del curso): Los estudiantes, de acuerdo con el docente, clasificaron los contenidos del programa de la disciplina de manera que se dividiesen entre todos ellos para que cada uno profundizara en uno de ellos. La capacidad de logro en un caso permitiría suponer sus posibilidades con cualquier otro. De esa forma se podrían recorrer los contenidos del programa si se tenía en cuenta el trabajo de

todos los estudiantes. Todos podían acceder al trabajo del resto y recogerlo en su cuaderno. Eso también valoraba la importancia del trabajo en grupo. Así, cada estudiante consideró un contenido determinado que permitiese, además de recordarlo, profundizar en él pensando en su tratamiento en Primaria teniendo en cuenta, por ejemplo, actividades, materiales adecuados o dificultades previstas. Para ello se disponía de documentación suficiente. Posteriormente, algunos estudiantes lo presentaron en el aula tanto para que los demás compañeros y el docente lo conociesen y aportasen su punto de vista respecto al mismo, como para experimentar, de forma directa, cómo se debería desarrollar la enseñanza de ese contenido. Referido a este aspecto, sus interlocutores serían futuros docentes en vez de estudiantes de Primaria, por lo que deberían adaptar su presentación a este hecho. Además, debían recoger su trabajo por escrito donde podrían añadir circunstancias que no se hubieran considerado por alguna razón como, por ejemplo, falta de tiempo, incorporar actividades o proponer adaptaciones al nivel de los alumnos a los que fuera dirigido. Los estudiantes habían realizado una actividad similar con el mismo docente durante el curso anterior. El profesor realizó la primera presentación que sirvió como instrumento de reflexión, crítica y discusión en sesiones posteriores.

b) Actividades (18% del curso): La amplitud de contenidos del programa suponía una gran cantidad de actividades posibles pero, como no era posible realizar todas las existentes, se decidió trabajar las siguientes:

- El desarrollo de una selección de ellas referidas a los diversos contenidos del programa. Con la finalidad de que no se convirtiesen en actividades rutinarias, se plantearon de forma abierta y general con un nivel superior a las que se suelen proponer a los estudiantes de 6 a 12 años. Se realizaron en grupos durante una sesión de dos horas en el aula usual. El objetivo era discutir y descubrir la forma de trabajarlas.
- El desarrollo de una determinada actividad, de forma individual aunque en contacto con los demás miembros del aula, haciendo hincapié en el razonamiento de la resolución para conseguir la solución. En concreto, fue la siguiente: *“En una caja se almacenan 24 latas de 33 cl. de refresco como se ve en la figura. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja si la altura de la caja coincide con la de dos latas, el largo con el de 4 latas y el ancho con el de 3 latas? ¿Cuánto cartón se necesita para construirla? ¿Cuánto espacio libre queda entre las latas? Explícalo con detalle”.*



Una vez que los estudiantes entregaron la actividad, en otra sesión posterior se les entregó una plantilla de valoración, confeccionada por el profesor, para que autoevaluasen su trabajo. Posteriormente, se les pidió que hiciesen lo mismo con las resoluciones de otros dos estudiantes de

la misma actividad con el objetivo de que reflexionasen y fueran críticos con lo que habían hecho.

- El desarrollo de, al menos, tres actividades que cada estudiante debía elegir libremente de una colección de problemas propuestos que se ajustaban a los contenidos del curso y que debían resolver haciendo hincapié en el proceso de resolución. Cada uno lo debía realizar fuera del aula y presentarlo en el plazo de dos semanas.
2. *Reflexión* (18% del curso): Los estudiantes para maestro no tenían formación ni experiencia previa en hacer reflexiones en el contexto de un programa de formación. Este aspecto se desarrolló, tanto en sesiones formativas sobre la importancia de la reflexión como informativas para conocer formas de hacerlo, en dos sentidos:
- a) Reflexión conjunta en el aula de cada una de las 3 sesiones iniciales. Posteriormente, los estudiantes escribieron y entregaron sus reflexiones individualmente. Una vez revisadas por el profesor, fueron devueltas con puntualizaciones, usualmente en forma de preguntas al margen, con el objetivo de clarificar el objetivo que se perseguía al realizarlas.
 - b) Sesiones de formación en los siguientes aspectos:
 - Reflexión personal del profesor a las pocas semanas del comienzo del curso sobre el desarrollo de cada una de las sesiones que se habían realizado hasta ese momento referidos a aspectos tales como los contenidos desarrollados, la participación de los estudiantes y profesor, las carencias presentadas y formas de mejorar. Su punto de vista se completó con la aportación de los estudiantes.
 - Formación sobre la importancia de la reflexión para los docentes y formas de hacerlo (Jay & Johnson, 2002).
 - Valoración final del desarrollo del curso realizada entre los estudiantes para maestro y el profesor.
3. *Creatividad* entendida como la capacidad de crear en situaciones no previstas (18% del curso):
- a) Problemas. Durante el curso previo se habían desarrollado algunas sesiones de Resolución de Problemas por lo que, como ya se conocía esa forma de trabajo, se plantearon dos sesiones con los estudiantes, cada una con un problema diferente. Por ejemplo, uno fue el siguiente: *"Una persona debe llevar un mensaje a través del desierto. Para cruzar el mismo son necesarios 9 días. Una persona puede llevar comida solamente para 12 días. No hay alimento en el lugar donde debe dejar el mensaje. ¿Es posible que entre dos personas sean capaces de llevar el mensaje y volver sin que les falte comida? (Supón en un caso que no se puede enterrar o esconder comida y en otro que sí se puede)"*. Los estudiantes lo trabajaron en el aula, aunque podían completarlo en casa y entregarlo una semana después. Después, en una sesión posterior, cada uno reflexionó sobre su trabajo.
 - b) Actividad abierta. Se creó un cuento con un doble criterio, que realmente fuera una lectura adecuada y agradable para niños, similar a la que realizan normalmente, y que, de su desarrollo, fuera posible extraer actividades

matemáticas. Se presentó en una sesión de dos horas de duración y los estudiantes buscaron actividades o conceptos relacionados con matemáticas que se podían extraer de su lectura. El objetivo era que pensarán en el cuento como un instrumento de enseñanza y estudiarán sus aspectos positivos y negativos para ello. Posteriormente, se presentaron actividades organizadas para su posible aplicación directa en el aula de matemáticas de Primaria. Después, se pidió a los estudiantes que inventaran un pequeño pasaje, una historia corta o adaptaran algo conocido a partir de lo cual se pudiesen realizar actividades en el aula de matemáticas de Primaria (más detalle, Chamoso, González & Hernández, 2005).

- c) Proyecto. Se pidió que cada estudiante eligiera un oficio y desarrollara las matemáticas de ese oficio para poder llevarlo al aula de Primaria. Las actividades se podían estructurar a lo largo de los días de una semana. Es decir, "*Una semana en la vida del... carpintero | taxista | campesino | bombero | sastre | pescador | cartero...*". Además, debían presentar el oficio explicando, por ejemplo, en qué consistía, las herramientas que se utilizaban y el lugar donde se realizaba, con el objetivo de contextualizar aquello que se emplearía en las actividades matemáticas. Para que entendieran el objetivo se consideró un ejemplo. Tenían un mes para realizarlo. En una sesión posterior de aula, cada estudiante defendió su trabajo.

Sistema de evaluación

Se utilizó un sistema de evaluación para interpretar qué ocurría en el aula cuando se utilizaban técnicas de evaluación distintas a las usuales, cómo afectaba al aprendizaje del alumno y cómo utilizaba el profesor la información que obtenía. Para ello se emplearon instrumentos fácilmente manejables y adaptados al ritmo habitual del trabajo en el aula para valorar el conocimiento del alumno. El sistema de evaluación fue presentado al principio del curso y se acordó entre los estudiantes para maestro y el profesor.

Cada uno de estos estudiantes desarrolló, a lo largo de todo el proceso formativo, un portafolios de aprendizaje que debía recoger una selección de los contenidos y actividades trabajados en el aula, todas las desarrolladas fuera del aula y actividades voluntarias sobre aspectos del proceso formativo. El contenido del portafolios de aprendizaje debía mostrar el conocimiento adquirido por estudiante. Además, debían incluir un diario con la reflexión crítica semanal del propio trabajo, el de sus compañeros y sobre el desarrollo de las sesiones.

Para cada una de las propuestas de trabajo realizadas a los estudiantes para maestro se proporcionaron plantillas de valoración con la finalidad de que cada uno pudiera realizar una autoevaluación del trabajo desarrollado, identificar carencias o errores y modificarlo a medida que avanzaba su formación. Este sistema de evaluación desarrollado durante el proceso formativo se completó con una prueba escrita sobre los diversos contenidos desarrollados, al final del curso.

4. Metodología de investigación

Esta investigación, que se contextualiza en la propuesta formativa previa, pretende construir una herramienta para valorar el pensamiento reflexivo que los estudiantes para maestro expresan en los diarios escritos que incluyen en su portafolios de aprendizaje y construir herramientas para valorar otras capacidades utilizando criterios comunes a todas ellas. Además, evaluar las reflexiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas hacen sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado en las aulas de formación en el sentido de la profundidad que alcanzan. En definitiva, se pretendía analizar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria y comparar esas reflexiones de los estudiantes con su conocimiento matemático, creatividad y examen.

4.1. Instrumentos de recogida de datos

Los trabajos escritos que los estudiantes para maestro incluyeron en su portafolios de aprendizaje. En concreto:

Referido a la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria: Las reflexiones escritas de cada uno de los estudiantes para maestro sobre las diferentes sesiones en el aula.

Para determinar la relación entre los niveles de reflexión y los obtenidos en otros aspectos del proceso formativo, en cada apartado del portafolios de aprendizaje, se eligió una de las propuestas de trabajo para el estudiante ya que, en cada caso, tenían como objetivo el desarrollo de diferentes capacidades del conocimiento profesional. Concretamente:

- Para el estudio del conocimiento, se eligió el desarrollo del proyecto en que el estudiante debía elaborar el desarrollo teórico a nivel de Primaria de un contenido del programa.
- Para el estudio de la creatividad, se seleccionó el desarrollo del proyecto en el que el estudiante debía proponer actividades matemáticas dirigidas a estudiantes de Primaria a partir de un oficio.

Para determinar la relación entre los niveles de reflexión y los obtenidos en otros aspectos del proceso formativo, en cada apartado del portafolios de aprendizaje, se eligió una de las propuestas de trabajo para el estudiante ya que, en cada caso, tenían como objetivo el desarrollo de diferentes capacidades del conocimiento profesional. Concretamente:

- Además, se consideraron las respuestas a la prueba escrita final (Prueba) sobre los contenidos de la asignatura.

4.2. Diseño de los instrumentos de análisis

El aprendizaje de cada estudiante se analizó en dos sentidos: por un lado, la consecución de los 3 objetivos anteriormente señalados de forma independiente (*Reflexión, Conocimiento y Creatividad*), para lo que se establecieron medidas generales de valoración que, posteriormente, se concretaron para cada uno de ellos; por otro, estableciendo relaciones entre ellos con el fin de dar una valoración global a cada estudiante.

Ese planteamiento inicial era muy general ya que pretendía incluir todos los aspectos que se consideraban representativos de los objetivos de cada una de las actividades propuestas. Cuando se valoraron los trabajos de algunos estudiantes se observó que se perdían los objetivos particulares de cada actividad y se encontraban serias dificultades para la obtención de conclusiones valorativas de cada uno en sí mismo y en comparación con otros. Por tanto, se realizó un replanteamiento del trabajo y se decidió perfeccionar los instrumentos de valoración manteniendo los mismos objetivos que se habían planteado inicialmente: establecer el grado de implicación de cada estudiante en los diferentes aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje considerados a partir del estudio, tanto individual como en conjunto, de los tres trabajos seleccionados.

A partir de las dimensiones utilizadas en investigaciones previas con estudiantes de magisterio cuando realizaban el practicum, se consideró el nivel de profundidad alcanzada por cada estudiante para maestro en función de su participación en el proceso de aprendizaje: si el estudiante tenía un punto de vista externo al mismo, era un participante activo o si, además, el estudiante tomaba decisiones y sugería sus propias propuestas. Para evaluar el aprendizaje de los estudiantes de magisterio se decidió realizar una categorización general, común para todos los trabajos estudiados, en función de su profundización, calidad en el desarrollo del tópico considerado y su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el siguiente sentido:

Nivel 1 (Descripción): Cuando el estudiante participa en el proceso con una visión externa.

Nivel 2 (Argumentación): Cuando el estudiante participa de forma activa en el proceso.

Nivel 3 (Aportación): Cuando el estudiante, además de participar, se involucra en el proceso, y toma decisiones propias.

Estos criterios generales, a partir de la revisión del trabajo de los estudiantes, se adaptaron para valorar las actividades seleccionadas para las categorías *Reflexión, Conocimiento y Creatividad* (Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3).

En concreto, referido a *Reflexión*, el objetivo era analizar las reflexiones de los estudiantes sobre las diferentes sesiones realizadas en el aula a partir de su diario personal para lo cual se establecieron tres niveles:

Tabla 1
Niveles para la valoración de Reflexión

REFLEXIÓN	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante describe aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin implicarse, es decir, se limita a reseñar qué se ha hecho durante el desarrollo de una actividad.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante argumenta, justifica o extrae conclusiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, participa en el proceso tratando de comprender el sentido de la actividad.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante realiza aportaciones propias con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, además de comprender, se involucra en el desarrollo y mejora de las actividades.

En el estudio del *Conocimiento*, el objetivo era analizar el desarrollo de los contenidos matemáticos desarrollados por los estudiantes para su aplicación en el aula de Primaria a partir de tres niveles:

Tabla 2
Niveles para la valoración de Conocimiento

CONOCIMIENTO	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante presenta el contenido de forma lineal, plantea ejemplos y actividades que requieran la aplicación directa del concepto explicado sin distinguir los niveles de Primaria a los que se dirige.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante relaciona contenidos, utiliza ejemplos o actividades motivadoras como introducción que permitan la relación entre ellos, los relaciona con otras áreas o la vida cotidiana, sigue una secuencia lógica en su explicación o distingue diferentes niveles de aplicación en Primaria.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante explica los contenidos con argumentos propios, utiliza ejemplos y actividades motivadoras adecuadas, plantea ejemplos y actividades variadas y originales que posibilitan la creatividad del alumno o aplica esos contenidos para diferentes niveles de Primaria.

Referido a *Creatividad*, el objetivo era analizar la relación de los contenidos matemáticos con el contexto seleccionado en el trabajo de cada estudiante para lo cual se establecieron tres categorías:

Tabla 3
Niveles para la valoración de Creatividad

<i>CREATIVIDAD</i>	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante demuestra conocer los contenidos pero no los relaciona entre sí y tanto el desarrollo global como las actividades son las habituales de un libro de texto.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante relaciona conceptos y sigue una secuencia lógica que explique el desarrollo global del trabajo con gráficos y dibujos, es decir, adapta las actividades de forma que tengan relación con el contexto aunque no surjan del mismo.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante utiliza argumentos propios y crea modelos originales para explicar los contenidos, el desarrollo global del trabajo con gráficos y dibujos, es decir, las actividades surgen del contexto sin adaptarlas.

Estos niveles se fueron delimitando a partir del análisis de los trabajos de cada estudiante con el objetivo de que dos personas que aplicaran la plantilla a un mismo trabajo obtuvieran los mismos resultados, hasta lograr una plantilla de valoración para cada uno de los aspectos considerados tanto en la descripción de indicadores para cada nivel como en los aspectos concretos y globales. Además, a partir de la revisión de los trabajos de los estudiantes se observó que, en ocasiones, referido a *Reflexión*, expresaban aspectos ajenos al proceso de enseñanza-aprendizaje o generalidades que no reflejaban ese proceso aunque se refirieran a él (Generalidad) y, referido a *Conocimiento* y *Creatividad*, tomaban definiciones, propiedades, desarrollo y gráficos directamente de otras fuentes estructurados sin criterio aparente. Como no aportaban información al objetivo que se pretendía no se consideraron en el estudio (nivel 0).

A continuación se muestran las plantillas definitivas (Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6). Cada una consta de 2 columnas: la primera refleja los niveles (0, 1, 2 y 3) y la segunda, recoge los indicadores utilizados para aclarar peculiaridades aparecidas en ejemplos concretos para cada uno de ellos. Además, se añadió un apartado para valoración global de la estructura del trabajo y criterios generales de aplicación de cada una de ellas.

Tabla 4
Plantilla de niveles para el estudio de Conocimiento en el
proyecto desarrollado por los estudiantes

ESTUDIO DEL <i>CONOCIMIENTO</i>	
Niveles	Indicadores
0 (Generalidad): Toma los contenidos directamente de otras fuentes y los estructura sin criterio aparente.	<ul style="list-style-type: none"> ■ Los contenidos están expresados sin criterio aparente. ■ No suele utilizar ejemplos. ■ El desarrollo no se ajusta al título.
1 (Descripción): Presenta los contenidos de forma lineal, sin relacionarlos entre sí.	<ul style="list-style-type: none"> ■ Sus ejemplos y actividades son aplicación directa del contenido presentado.
2 (Argumentación): Relaciona los contenidos entre sí y los desarrolla siguiendo una secuencia lógica.	<ul style="list-style-type: none"> ■ Relaciona los contenidos con conceptos previos. ■ Utiliza algún ejemplo o actividad motivadora que permitan un acercamiento al contenido antes de su explicación, aunque no sean totalmente adecuados. ■ Utiliza ejemplos y actividades que relacionan las Matemáticas con otras áreas o con la vida cotidiana. ■ Reflexiona sobre sus objetivos.
3 (Aportación): Explica los contenidos con argumentos propios para clarificar su significado y crea modelos originales.	<ul style="list-style-type: none"> ■ Utiliza los conceptos en diferentes contextos creando modelos originales. ■ Utiliza algún ejemplo o actividad motivadora que introduzca el contenido de forma adecuada y con cierta creatividad. ■ Utiliza ejemplos y actividades variadas y originales que posibilitan la creatividad del alumno. ■ Reflexiona sobre sus objetivos y muestra que se han cumplido.
Valoración global de la estructura del trabajo escrito (esquema, desarrollo, objetivos, conclusión, bibliografía, reflexión personal).	<p>0: Carece de los aspectos fundamentales y no se aprecia coherencia aparente.</p> <p>1: Presenta algunos aspectos fundamentales.</p> <p>2: Incluye la mayor parte de los aspectos fundamentales.</p> <p>3: Incluye todos los aspectos fundamentales con coherencia.</p>

Tabla 5
Plantilla de niveles para el estudio de Reflexión en las producciones
escritas de los estudiantes

ESTUDIO DE LA REFLEXIÓN	
Niveles	Indicadores
<p>0 (Generalidad): Refleja aspectos ajenos al proceso de aprendizaje o generalidades que no reflejan el proceso de aprendizaje, aunque se refieren a él, sin justificar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Consideraciones subjetivas sobre la actitud de otros, del tiempo empleado en realizar algo, etc. ■ Suele reflejar sus gustos, afinidades o impresiones personales sin justificar. ■ Expresa situaciones personales. ■ Dice qué personas han desarrollado una actividad. ■ Dice que se ha conseguido algo pero no aclara exactamente qué. ■ Expresa qué utensilios se utilizan para realizar una explicación (pizarra, transparencias...), cómo se han organizado los grupos o distribuido el tiempo de clase.
<p>1 (Descripción): Describe aspectos relacionados con el proceso de enseñanza – aprendizaje sin implicarse o se sobreentien- de de forma implícita.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Alude al tipo de actividad sobre la que se va a reflexionar. ■ Describe su objetivo al realizar un trabajo. ■ Completa una generalidad con expresiones explicativas que permiten apreciar algo sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje. ■ Alude a la relación de las Matemáticas con otras asignaturas o con la vida cotidiana. ■ Dice lo que ha aprendido o conseguido tras realizar una actividad.
<p>2 (Argumentación): Completa las descripciones: argumenta, relaciona, saca conclusiones o justifica con razonamientos propios aspectos relacionados con el proceso de enseñanza- aprendizaje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Completa descripciones o saca conclusiones con argumentos propios. ■ Explica por qué se pueden relacionar las matemáticas con otras asignaturas o con la vida cotidiana. ■ Reflexiona qué se consigue o se puede conseguir con determinada explicación, metodología, etc. explicando cómo o por qué. ■ Alude a la importancia de un aspecto concreto o muestra interés por profundizar en el tema pero no llega a aportar algo concreto. ■ Reflexiona sobre aspectos que están en el aula pero no de forma explícita, como por ejemplo la posible aplicación de una actividad en enseñanza Primaria. ■ Reflexiona sobre su situación personal ante una actividad, aclara con argumentos propios sus impresiones personales. ■ Obtiene conclusiones sobre la consecución de los objetivos que se habían planteado. ■ Realiza reflexiones globales sobre cuestiones que ha comentado anteriormente. ■ Detecta una carencia pero no aporta una solución concreta.

<p>3 (Aportación): Añade aportaciones que complementan las descripciones con asuntos nuevos y diferentes a los presentados por otros relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de mejorar aunque no deje completamente claro su argumento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Sugiere posibilidades concretas que permiten relacionar las Matemáticas con otras materias o con la vida cotidiana. ■ Expresa cómo mejorar su aprendizaje aunque no deje totalmente claro su argumento. ■ Explica su visión personal sobre el proceso seguido con una argumentación clara. ■ Se pregunta o argumenta con fundamento sobre cuestiones como: qué, cómo, por qué, con qué finalidad o en qué momento del proceso de aprendizaje se debe hacer algo en el aula aunque no deje totalmente claro su argumento. ■ Explica su visión personal sobre el proceso seguido con una argumentación clara.
--	---

Tabla 6
Plantilla de niveles para el estudio de Creatividad en los proyectos realizados por los estudiantes

ESTUDIO DE LA CREATIVIDAD	
Niveles	Indicadores
<p>0 (Generalidad): Toma los contenidos directamente de otras fuentes y los estructura sin criterio aparente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ El contexto, el argumento y las actividades no son válidos. ■ No se adapta al trabajo pedido.
<p>1 (Descripción): Conoce lo que utiliza sin relacionarlo entre sí para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ El contexto, al argumento y las actividades son válidos. ■ Las aportaciones son las habituales.
<p>2 (Argumentación): Argumenta lo que realiza relacionándolo entre sí, siguiendo una secuencia lógica para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ El contexto, el argumento y las actividades son válidas, apropiados y motivadores. ■ Las aportaciones son variadas.
<p>3 (Aportación): Utiliza argumentos propios y crea modelos originales para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ El contexto, el argumento y las actividades válidas, apropiadas, motivadoras y creativas. ■ Adapta el trabajo a distintos niveles de dificultad. ■ Las aportaciones son muy variadas en diferentes sentidos.
<p>Valoración global de la estructura del trabajo escrito (esquema, desarrollo, objetivos, conclusión, bibliografía, reflexión personal).</p>	<p>0: Carece de los aspectos fundamentales y no se aprecia coherencia aparente. 1: Presenta algunos aspectos fundamentales. 2: Incluye la mayor parte de aspectos fundamentales. 3: Incluye todos los aspectos fundamentales con coherencia.</p>

4.3. Aplicación de los instrumentos de análisis

Tras la elaboración de plantillas de análisis se procedió a su aplicación a los trabajos de todos los estudiantes. Se identificaron unidades completas de información cuya extensión varió desde una frase corta a varios párrafos (entre todos los estudiantes hubo, en total, 2432 unidades en *Reflexión*, 321 en *Contenido* y 270 en *Creatividad*). Posteriormente se aplicó la plantilla de valoración correspondiente. Para ello se siguieron los siguientes criterios:

Para el estudio de la *Reflexión*:

Se consideraron unidades completas de información o unidades reflexivas, entendidas como cada idea o pensamiento simple acerca de un determinado tópico o suceso, y se desecharon las afirmaciones en las que se produjeron contradicciones.

Se entendió por aspectos relacionados con el proceso de aprendizaje todo lo que se refería al quehacer del profesor, de los compañeros o propio, independientemente de que hubiera ocurrido en el aula (exposiciones, realización de actividades, etc.) o fuera de ella (preparación, elaboración, realización de trabajos, conclusiones, etc.).

Cuando las afirmaciones no fueron claras o fueron demasiado generales, así como cuando se apoyaron en su situación personal ante determinados estímulos (por ejemplo, "me gustó...", "fue bueno..."), se consideraron en un nivel inferior.

No podía haber Argumentación ni Aportación si no había una Descripción previa implícita o explícita.

Para el estudio del Conocimiento y de la Creatividad:

Se consideraron unidades completas de información entendidas como unidades con sentido siempre que se refirieran a diferentes aspectos (desarrollo conceptual, aplicación, forma de explicarlo...) aunque versaran sobre el mismo tema, y se desecharon las afirmaciones en las que se produjeron contradicciones.

Cuando el estudiante planteaba ejercicios similares se consideraron todos ellos como una única unidad de información. Un ejemplo de la aplicación de la plantilla al trabajo de un estudiante referido a *Reflexión* es el que sigue: en la primera fila aparece la identificación del estudiante mediante tres letras correspondientes a las iniciales de sus dos apellidos y primer nombre, precedido de "refl"; en la primera columna se recoge su trabajo dividido en unidades completas de información, "unidades reflexivas" para cada una de las actividades realizadas en el aula de formación a las que aludieron en su diario; en la segunda el nivel al que pertenecía según la plantilla correspondiente y, en la tercera, una breve explicación de por qué esa unidad de análisis se consideró en dicho nivel (Tabla 7).

Tabla 7
Ejemplo de aplicación de la plantilla de valoración de Reflexión

reflSCM		
Act. 8 (Ángulos)		
1. Resume los contenidos del tema.	1	Describe lo que se ha explicado en el aula sin implicarse.
2. Nuestras compañeras nos han acercado de una manera clara, precisa y muy elemental al tema de ángulos, lo que nos ha permitido comprender y entender este tema sin ningún problema.	0	Expresa impresiones personales que no aclara ni justifica.
3. Nos han explicado conceptos tales como qué es un ángulo, cómo denominar un ángulo, los tipos de ángulos que existen, cómo medir un ángulo, qué es un radián y qué entendemos por grados, y han introducido algunas nociones de historia. Conceptos que todos sabemos porque en algún momento de nuestra vida escolar los hemos estudiado o nos los han explicado. Con esta explicación nos han recordado y aclarado conceptos que teníamos un poco olvidados y lo han hecho, en mi opinión, de manera muy acertada y precisa.	1	Describe exactamente los conceptos que ha recordado.
4. El único punto negativo que yo pondría o que yo veo es la explicación que nos han dado del concepto de radián, no por cómo se ha explicado sino por la complejidad que supone explicar y hacer comprender dicho término. No es fácil explicar a niños de Primaria qué es un radián, cómo se obtiene o cuál es su equivalencia.	2	Argumenta sobre la idoneidad de la aplicación en el aula de Primaria de una explicación realizada en el aula.
5. También destacaría la ausencia de actividades propuestas para desarrollar en el aula de Primaria, sólo han mencionado una actividad para que los niños entiendan qué es un ángulo (trabajar el ángulo con una cuerda y una estaca). Para trabajar el resto de conceptos no se ha propuesto ninguna actividad, algo esencial si queremos que los conceptos queden entendidos.	2	Argumenta sobre la aplicación en el aula de Primaria de actividades relacionadas con los conceptos explicados.
6. Una actividad que podemos realizar con los niños a la hora de desarrollar este tema es la construcción de nuestros propios aparatos de medición de ángulos. Podemos construir un sextante simplemente con un semicírculo graduado y una sencilla plomada, también podemos construir planchetas. Estos instrumentos contarán con amplios márgenes de error; eso no será importante ya que tenemos que tener en cuenta que la finalidad es aprender, además debemos tener en cuenta lo motivador que resulta para el alumno utilizar sus propios aparatos de medición. De esta forma lo que conseguiremos será una clase amena, participativa y en la que los conceptos quedarán registrados de manera más eficaz.	3	Tras la argumentación anterior propone, de forma explícita, actividades alternativas que considera adecuadas y explica por qué.

Una vez valorados los trabajos de cada estudiante, los resultados para cada aspecto se recogieron en tablas donde en cada casilla 0, 1, 2 ó 3 se reflejó la cantidad de unidades completas de información de cada estudiante en cada caso. Se debe señalar que, cuando los estudiantes entregaron cada trabajo al profesor por primera vez, éste los revisó con el único objetivo de decidir si alcanzaba, al menos, el nivel 1 para, en otro caso, devolverlo para dar posibilidad de revisión. Además de los datos absolutos,

también se presentaron en porcentajes. Sólo se dejaron casillas en blanco cuando el trabajo no fue entregado o no se efectuó la revisión solicitada por el profesor por no haber alcanzado el nivel mínimo exigido para su aceptación.

Además, como los resultados en *Reflexión* se pretendían analizar, tanto para estudiar el grado de reflexión alcanzado por cada estudiante como para estudiar qué actividades provocaron mayores niveles de reflexión, se diseñó una tabla en la que se especificaron las diferentes actividades y en la que se reflejó el recuento de unidades completas correspondientes a cada nivel de cada estudiante. La adición de los resultados de cada estudiante multiplicados, respectivamente, por el factor de la categoría correspondiente y, el resultado final, dividido entre la suma de todas las unidades completas de información, se consideró como valoración en cada uno de los aspectos considerados. Además, la calificación que cada estudiante alcanzó en la *Prueba* escrita final sobre los contenidos de la asignatura según los criterios usuales de su profesor se consideró como valoración para este aspecto.

4.4. Fiabilidad y validez

En todos los casos la valoración de los trabajos de los estudiantes para maestro se realizó de forma independiente por los miembros del equipo investigador hasta llegar a un acuerdo entre ellos. Posteriormente fue revisada por un juez independiente, un investigador en psicología educativa, que coincidió en la mayor parte: 93% en la profundidad de la *Reflexión*, 87% en *Conocimiento* y 91% en *Creatividad*. Los desacuerdos se resolvieron a partir de la discusión y acuerdo entre los investigadores y el juez.

4.5. Medidas

Para el análisis de la profundidad de las reflexiones realizadas por los estudiantes para maestro sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y su relación con las valoraciones obtenidas en otros aspectos de dicho proceso se establecieron las siguientes medidas:

La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en la categoría Reflexión, tanto para establecer niveles de pensamiento reflexivo de los estudiantes como para detectar los niveles de pensamiento reflexivo que provocaban las diversas actividades desarrolladas durante el proceso formativo.

La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en las categorías Conocimiento y Creatividad.

La relación entre los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en Reflexión, Conocimiento, Creatividad y Prueba, para establecer la coherencia entre el nivel alcanzado por cada alumno en los diversos aspectos.

Los trabajos que cada estudiante incluyó en su portafolios se analizaron de manera cualitativa de acuerdo a las categorías consideradas. Para el análisis cuantitativo de los datos se comprobó que se mantenía la normalidad y homogeneidad de la varianza, y se utilizó estadística descriptiva, análisis de la varianza de medidas repetidas (ANOVA) con corrección de Bonferroni.

En la Tabla 8 se observa que el 62 % de los alumnos tuvo más del 50 % de descripciones en su trabajo de *Reflexión* (nivel 1) y ninguno tuvo menos del 31 %. De esta manera, los estudiantes realizaron entre el 31 % y el 80 % de descripciones en este trabajo. Respecto al porcentaje de respuestas de cada estudiante en argumentación (nivel 2), no hubo ningún alumno sin ellas y tampoco con más del 50 % de sus producciones en este nivel. De hecho, el 97 % de los alumnos se encontraba en el intervalo entre el 1 % y el 40 % de los cuales el 63 % se situó entre el 1 % y 20 % de argumentaciones. En nivel 3, en que los estudiantes, además de describir y argumentar también realizaron aportaciones, el 41 % no realizó ninguna. En ningún caso se superó el 30 % en aportaciones y sólo hubo un alumno (3 %) cuyas argumentaciones estuvieron por encima del 20 %. Cabe mencionar que únicamente un alumno no tuvo resultados en el nivel 0, lo que puede hacer pensar que esa persona únicamente recogía aspectos que aportaban algo a su explicación.

En definitiva los alumnos, en sus reflexiones, principalmente describieron aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje pero sin implicarse, llegando a justificar y argumentar con razonamientos propios en un porcentaje inferior. En un porcentaje aún menor, realizaron aportaciones que complementaban las descripciones y argumentaciones. Esto se relacionaba con su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que quizás puede mostrar que el alumno tuvo una visión externa de lo que sucedía, únicamente de escucha y no participación a pesar de los buenos resultados obtenidos en las actividades realizadas que, quizás, pueda ser consecuencia de una enseñanza tradicional no participativa donde el estudiante se limitó a realizar lo que le pedían sin crítica, justificación y aportaciones de lo que hiciera.

En un análisis pormenorizado se observó que las actividades donde más se argumentó y aportó fueron aquellas que exigían una visión más general de aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje, en concreto, la valoración personal en que había que realizar una reflexión personal global de la asignatura (actividad 25) y el debate realizado en el aula donde, después de un tiempo de preparación previa, un grupo de estudiantes defendía la nueva metodología de enseñanza, mientras que otro la atacaba con argumentaciones y aportaciones, y cuyo objetivo era derrotar verbalmente al grupo contrario (actividad 24).

5.2. Relación entre los niveles de reflexión y los de otros aspectos

Para establecer la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje, se muestran los resultados de cada estudiante, obtenidos a partir de las plantillas de valoración y de la forma que se explicó anteriormente, para los aspectos *Conocimiento* y *Creatividad* organizados en tablas. En ellas se tuvieron en cuenta tanto los valores globales absolutos de cada estudiante en cada actividad considerada como en porcentajes, para poder comparar unos con otros. Además, se agruparon en intervalos de amplitud 10 según los porcentajes obtenidos en cada categoría. Posteriormente se presentan las relaciones que se dieron entre los resultados obtenidos en estos aspectos, en *Reflexión* y la valoración obtenida por cada estudiante para maestro en la *Prueba* escrita final a partir del ANOVA de medidas repetidas con corrección de Bonferroni.

Los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en *Conocimiento* y agrupados en intervalos según los niveles alcanzados (Tabla 9) fueron los siguientes:

Tabla 9
Frecuencia, por intervalos, de los alumnos en los distintos niveles de Conocimiento (valores absolutos y porcentajes)

Niveles	Intervalos en <i>Conocimiento</i>							
	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	17	6	2	12	63	22	7	43
[1,10]	4	4	0	2	15	16	0	8
[11,20]	4	0	4	0	15	0	15	0
[21,30]	0	5	2	6	0	18	7	22
[31,40]	2	2	5	3	7	7	20	11
[41,50]	0	1	6	2	0	4	22	8
[51,60]	0	3	4	0	0	11	15	0
[61,70]	0	2	2	0	0	7	7	0
[71,80]	0	0	0	0	0	0	0	0
[81,90]	0	4	0	2	0	15	0	8
[91,100]	0	0	2	0	0	0	7	0

Se observa que, globalmente, la mayoría de las respuestas de los estudiantes se encontraron en los niveles 1 y 2 (con medias de 34% y 41% respectivamente), es decir, desarrollaron los contenidos de forma lineal o los relacionaron entre sí siguiendo una secuencia lógica. En muchos menos casos (media de 19%), explicaron los contenidos con argumentos propios y crearon modelos originales.

Más concretamente, en el nivel 1 existe gran dispersión con una varianza alta (56.45%). En el nivel 2, la mayor parte de las producciones estaban entre el 11% y el 70%, donde estaba el 85% de los casos. Respecto al tercer nivel, el 44% no realizó ninguna producción. Destaca el hecho de que 2 alumnos (7%) tuvieron un 83% de las unidades de información referidas a *Conocimiento* en este nivel y el 41% restante se encontraban en un intervalo entre el 21% y el 50%. En definitiva, se observa gran variabilidad en los resultados de los alumnos. Destacan algunos casos como, por un lado, el que 2 (7%) de ellos sólo presentaron producciones en los niveles 0 y 1 y, por otro, 4 (13%) sólo lo hicieron en los niveles 2 y 3.

Referido a la actividad seleccionada de *Creatividad*, los resultados fueron los siguientes tanto en relación con cada estudiante como considerados en intervalos (en valores absolutos y en porcentajes):

Tabla 10
Frecuencia de alumnos por intervalos en los distintos niveles de Creatividad (valores absolutos y porcentajes).

Niveles	Intervalos en <i>Creatividad</i>							
	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	22	5	0	10	73	17	0	33
[1,10]	0	0	0	0	0	0	0	0
[11,20]	6	6	4	6	20	20	13	20
[21,30]	1	4	6	4	3	13	20	13
[31,40]	1	1	9	2	3	3	30	7
[41,50]	0	2	3	3	0	7	10	10
[51,60]	0	4	4	1	0	13	13	3
[61,70]	0	7	3	2	0	23	10	6
[71,80]	0	0	1	1	0	0	3	3
[81,90]	0	1	0	1	0	3	0	3
[91,100]	0	0	0	0	0	0	0	0

Se puede observar que hubo gran variabilidad en los niveles 1, 2 y 3. La mayoría de los alumnos presentaron sus producciones en el trabajo de *Creatividad* en los niveles 1 y 2 (35% y 37% de media). En concreto, hubo 5 alumnos (17%) que tuvieron resultados únicamente en 2 y 3 (sólo 2 de ellos coincidieron con alguno de los 4 estudiantes mencionados antes referido a *Conocimiento*), uno de ellos con el 89% de sus producciones en el nivel 3, mientras que 10 (30%) no tuvieron ninguna en este nivel. En definitiva, existió gran variabilidad en los resultados en los tres aspectos pero parece que cada alumno tuvo tendencia a presentar la mayor parte de sus producciones en torno al mismo nivel.

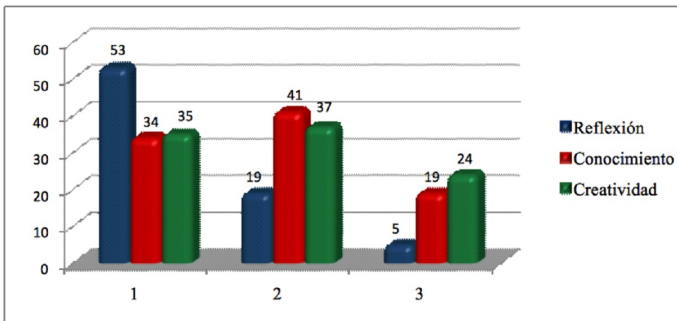


Figura 1: Medias obtenidas por los estudiantes para maestro en los niveles 1, 2 y 3 para las categorías Reflexión, Conocimiento y Creatividad.

*Como no se consideró el nivel 0, la suma de los resultados no es el 100.

Si se consideran los resultados de las actividades seleccionadas de los 3 aspectos de *Conocimiento*, *Reflexión* y *Creatividad* (ver Tabla 10) no se descubren regularidades en los resultados. Por ejemplo, los de LHS parecen homogéneos en los tres aspectos considerados; los de MRA fueron bajos en *Reflexión* y medios en *Conocimiento* y *Creatividad*; los de RPB fueron bajos en conocimientos matemáticos y en *Creatividad*,

y medio en *Reflexión*; los de RSC fueron altos en *Conocimiento* y bajos en *Reflexión* y *Creatividad*; los de SCM fueron muy altos en *Creatividad*, en *Reflexión* muy altos y medios en *Conocimiento*; los de SGM fueron altos en *Reflexión* y muy bajos en *Conocimiento* los de SRD fueron muy altos en *Conocimiento* pero medios en *Reflexión*; los de VGO fueron altos en *Creatividad* y *Conocimiento* matemático y bajos en *Reflexión*. En definitiva, cada alumno obtuvo resultados diferentes en cada actividad sin que, aparentemente, en cada caso existiera relación entre los tres aspectos estudiados. Esta variabilidad en los resultados en los aspectos confirma la importancia de trabajar y evaluar según múltiples aspectos para conseguir una formación integral del alumno.

El análisis de la varianza de medidas repetidas mostró que, globalmente, existieron diferencias significativas entre los resultados obtenidos en los cuatro aspectos considerados: *Reflexión*, *Conocimiento*, *Creatividad* y *Prueba* [$F(3, 69)=11.75, p<0.001$]. Para descubrir esas diferencias se realizaron contrastes entre medias con ajuste Bonferroni para reducir el nivel alfa a un nivel más conservador de 0.008 (es decir, 0.05/6). Este análisis muestra que las diferencias fueron significativas entre los resultados obtenidos en *Reflexión* y cada uno de los otros tres aspectos (Tabla 11), lo que refleja que el primero valora habilidades diferentes que los otros.

Tabla 11
Resultados comparativos de las variables diferencias entre Reflexión, Conocimiento, Creatividad y Prueba

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>Reflexión y Conocimiento</i>	-0.644	-5.441	0.000 **
<i>Reflexión y Creatividad</i>	-0.706	-6.297	0.000 **
<i>Reflexión y Prueba</i>	-0.587	-5.060	0.000 **
<i>Conocimiento y Creatividad</i>	-0.097	-0.647	0.523
<i>Conocimiento y Prueba</i>	0.067	0.370	0.714
<i>Creatividad y Prueba</i>	0.095	0.589	0.561

* n.s. < 0.05 ** n.s. < 0.01

Ello refuerza la necesidad de utilizar instrumentos de valoración adecuados a cada una de las diversas capacidades que se pretendan desarrollar en la formación de los estudiantes para maestro de Matemáticas.

6. Discusión

Los estudiantes para maestro de matemáticas en Primaria participaron activamente en las sesiones formativas y se mostraron motivados y extrañados de que se pudieran presentar los contenidos matemáticos de formas tan distintas a las que estaban acostumbrados ("*Hemos trabajado duro y aprendido mucho pero sin apenas darnos cuenta de ello*", "*Quién me iba a decir que en este cuatrimestre iba a dedicar más horas a las Matemáticas, haciendo cosas interesantes, que al Inglés o al Arte, ¡las cosas que más me gustan!*", "*Me gustaría tener más clases para seguir descubriendo cosas sorprendentes para la enseñanza de las Matemáticas*", "*Nunca antes había trabajado*

de esta forma y ahora me doy cuenta de que hay una y mil maneras de trabajar las Matemáticas”).

Sin embargo, en sus reflexiones, los estudiantes para maestro fundamentalmente describieron aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin llegar a involucrarse y, en un porcentaje mucho menor, argumentaron o realizaron aportaciones, a pesar de la formación en reflexión realizada en el aula. Al principio estos resultados parecieron frustrantes pero la literatura revisada sobre ese aspecto proporciona evidencias de que, si sólo se involucra a los estudiantes en reflexiones escritas, no se suele promover una reflexión realmente productiva (Hatton & Smith, 1995; Loughran, 2002). Con todo, estos resultados son similares a los obtenidos en investigaciones sobre las reflexiones que realizaban los estudiantes para maestro durante sus prácticas en centros de enseñanza (El-Dib, 2007; Goodell, 2006; Ward & McCotter, 2004).

La mayoría de los estudiantes para maestro no estaban acostumbrados a realizar reflexiones sobre actividades matemáticas y, sin embargo, los resultados de algunos de ellos sugieren que es posible alcanzar un alto nivel de reflexión. Este fue, por ejemplo, el caso de un estudiante cuya edad, estudios y formación previa eran similares a las de los demás. En las sesiones de aula no destacó en conocimiento, creatividad u otras actividades ni había llamado especialmente la atención del profesor por sus intervenciones; no obstante, tuvo el 69% de sus contribuciones en los niveles 2 y 3.

No todas las actividades realizadas en el aula universitaria de formación provocaron los mismos niveles de reflexión. De hecho, los niveles más altos se alcanzaron en aquellas en las que los estudiantes para maestro participaron activamente, lo que hace pensar que la calidad de la reflexión depende de los aspectos a los que se refieran, como sugirieron, por ejemplo, Mansvelder-Longayroux, Beijaard & Verloop (2007). También es posible que la falta de reflexión en otras actividades pueda deberse a que aquellas que usualmente los estudiantes estaban acostumbrados a realizar de una determinada manera, normalmente de modo pasivo, es difícil que sean modificadas a corto plazo, pero no porque no fueran capaces de hacerlo sino porque, simplemente, no lo hicieron. Esto nos hace suponer que los estudiantes eran capaces de reflexionar con más profundidad pero no estaban acostumbrados a hacerlo.

Esta carencia de reflexión general también puede hacer pensar que no se dedicó suficiente tiempo a la formación de los estudiantes en ese sentido, pero consideramos que no fue así. Se realizó una reflexión conjunta después de cada una de las diversas actividades realizadas en el aula durante todo el desarrollo de la disciplina y, además, tres sesiones completas en diferentes sentidos como, por ejemplo, una reflexión personal del profesor a las pocas semanas de empezar las clases. Es decir, a pesar del tiempo que se dedicó a ello, no se reflejó en las reflexiones escritas por los estudiantes sobre las actividades. Esto lleva a pensar que este aspecto es de desarrollo lento debido quizás a una enseñanza previa duradera que propició bajos niveles de reflexión.

Por otro lado, no se puede olvidar que no es fácil poseer un alto nivel de reflexión porque, de hecho, pocos adultos lo manifiestan (Zuckerman, 2004). Esto puede ser un problema porque, aunque varía de unos a otros, los ciudadanos en su vida personal o en sus ocupaciones diarias necesitan realizar continuamente juicios rápidos y tomar decisiones en entornos problemáticos o situaciones cambiantes, a veces bajo una pre-

sión extrema. A menudo tales demandas requieren algo más que poseer conocimientos y habilidades. Sin embargo, si la reflexión se debe considerar un aspecto básico de la competencia profesional del individuo, necesitamos conocer más sobre su estructura, peculiaridad y naturaleza para saber lo que puede conseguir el pensamiento reflexivo (Ixer, 1999). La educación, sobre todo las universidades, deberían esforzarse en resolver las carencias de formación en ese aspecto, en particular con los futuros maestros porque ellos tendrán que educar a los futuros ciudadanos (Barnett, 1997).

En resumen, las reflexiones de los estudiantes para maestro apenas permitieron descubrir cómo se produjo el aprendizaje ni, en general, cómo se desarrolló la enseñanza. Concretamente, no recogieron si entendían la enseñanza como pura transmisión de conocimientos o construcción propia del aprendizaje. Los investigadores, así como los formadores de docentes, tienen poco conocimiento sobre el proceso de aprender a enseñar, así como sobre los estudiantes que se encuentran en ese proceso (Oosterheert & Vermunt, 2001). Por ello entendemos que los educadores de docentes deben ayudar a los estudiantes para maestro a que reflexionen sobre cómo se desarrollan las sesiones formativas y cómo se produce el aprendizaje.

Aunque la reflexión, como recuerda Fendler (2003), como una mirada al pasado de uno mismo puede ser peligrosa ya que puede revelar únicamente lo que ya se sabe, entendemos que los resultados obtenidos pueden proporcionar información a los formadores de los estudiantes para maestro respecto al rango de experiencias a las que los estudiantes se enfrentan cuando pasan a ser docentes, y a los estudiantes de magisterio para descubrir que su punto de vista conlleva multitud de elementos implícitos y explícitos que se pueden considerar de manera más efectiva.

Consideramos que los estudiantes para maestro debían tener dificultades para desarrollar un pensamiento reflexivo cuando la enseñanza que habían experimentado antes de llegar al aula de formación universitaria había sido, habitualmente, pasiva y sin crítica, justificación o contribuciones, es decir, con información discreta y respuestas correctas, algo diferente al tipo de pensamiento requerido para un pensamiento reflexivo profesional. Los profesores de docentes algunas veces olvidamos que los estudiantes han tenido una formación basada, principalmente, en la práctica tradicional. Además, aunque cada Universidad tiene autonomía para diseñar su propio programa, muchas de ellas preparan a los estudiantes para maestro centrando la formación en el currículum, instrucción y técnicas y estrategias de enseñanza-aprendizaje relativas a las disciplinas de Primaria, pero pueden carecer de la preparación para entender el desarrollo de pensamiento crítico en la enseñanza (El-Dib, 2007). Crear oportunidades para la disonancia cognitiva a través de, por ejemplo, la enseñanza constructivista y las experiencias puede alterar el punto de vista de los estudiantes para maestro aunque quizás se deberían desarrollar más investigaciones en este sentido.

Flores, López, Gallegos y Barojas (2000) señalaron la necesidad de moderar las expectativas de cambio en las actividades formativas y procurar transiciones progresivas que supongan avances consolidados en las concepciones de los futuros profesores en vez de dar saltos al vacío con pocas posibilidades de mantenerse en el tiempo. Las reflexiones sobre el diseño de la práctica, una de las estrategias dominantes en los programas de formación, tienen una clara influencia en las ideas de los futuros profesores como se ha comprobado en este estudio. Pero los futuros docentes necesitan experimentar sus

nuevas ideas y reflexionar sobre dicha experimentación para consolidar los cambios (Watts & Jofili, 1998).

Esto no es contrastable con ideas teóricas generales sino con otras de naturaleza práctica, de carácter alternativo. Por ello la formación de profesores debe adoptar enfoques progresivos y constructivistas, tal como se propone en este estudio. Esto permitirá a los futuros profesores elaborar referentes prácticos que cada uno deberá adaptar a su formación y creencias. Parece necesario que los futuros profesores contrasten sus propias visiones con prácticas alternativas y no sólo con informaciones teóricas (Duit & Treagust, 2003).

Nos hemos dado cuenta que enseñar a reflexionar a los estudiantes para maestro implica mucho más que dedicar algunas sesiones de formación a la reflexión y la creación de un portafolios de aprendizaje. Pensamos que existe la necesidad de describir técnicas o actividades que se puedan usar en seminarios de formación de docentes con la intención de promover la reflexión y, además, realizar más investigación en este sentido (por ejemplo, Korthagen, 1992; Valli, 1992). También somos conscientes de que, en términos de una práctica reflexiva eficaz, trabajar con situaciones reales es fundamental para crear un aprendizaje a través de la experiencia para orientar a una comprensión y desarrollo del conocimiento profesional. Antes de esto, la preparación de los profesores ofrece un camino para sensibilizar a los estudiantes para maestro sobre este proceso y, al hacerlo, capacitarlos como profesionales. No se puede esperar que los estudiantes para maestro reflexionen con la misma profundidad que un experto, pero se les debería apoyar en el inicio de un camino que les llevará a una reflexión más experta y efectiva (Loughran, 2002).

Los resultados obtenidos han podido estar influenciados por el hecho de que analizamos las reflexiones escritas de los estudiantes para maestro, las cuales pueden limitar la capacidad para transmitir sus pensamientos. Algunos autores recomiendan la utilización de otros instrumentos como presentaciones orales formales, entrevistas o encuestas (Kagan, 1990). Quizás los resultados fueran diferentes si hubiéramos considerado otras formas de reflexión como la reflexión colaborativa (Wade & Yarbrough, 1996; Winitzky, 1992; Hatton & Smith, 1995; Jay & Johnson, 2002). El diálogo refuerza el aprendizaje de los estudiantes para maestro y revela cierto grado de satisfacción que no es inherente al formato de la respuesta. Dar oportunidades a este tipo de evaluaciones debe proporcionar el potencial para un modelo de aprendizaje en la formación inicial de docentes más colaborativo, aunque para ello habría que crear un ambiente que produzca el libre flujo de ideas (Roe & Stallman, 1994). Por otro lado, no podemos olvidar que sabemos mucho más de lo que podemos transmitir (Polanyi, 1967).

La investigación existente sobre el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro, antes de comenzar sus prácticas de enseñanza en centros educativos, es escasa. Las investigaciones sobre el tema aseguran que una de las posibilidades que ofrecen el desarrollo del portafolios de aprendizaje y la reflexión sobre el proceso formativo es la de dar evidencia sobre la evolución de las ideas iniciales de los estudiantes, pero no se han encontrado investigaciones en las que este aspecto se haya estudiado empíricamente, al menos referido al ámbito de formación de docentes o relacionado con la Didáctica de las Matemáticas. Esto es especialmente relevante cuando, en el sistema

de enseñanza-aprendizaje diseñado, se ha dado la oportunidad a cada estudiante para maestro de reflexionar en su portafolio de aprendizaje.

Por tanto, el presente estudio debería contribuir a la investigación empírica sobre los procesos de pensamiento de los estudiantes para maestro y cómo toman conciencia de la formación que han recibido ya que los sistemas de categorías diseñados para cada uno de los aspectos considerados, unido al sistema de análisis utilizado, pueden proporcionar un método para valorar el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro, otras capacidades propias de esta formación, los aspectos del proceso formativo sobre los que se expresan y cómo lo hacen, y las modificaciones que hacen en sus informes escritos, que se podrían utilizar en futuras investigaciones. Además este método puede ser útil para los formadores de docentes que trabajan tanto en formación universitaria de futuros profesores como en la formación permanente del profesorado.

7. Conclusiones

Con la intención de formar a los docentes para que fueran críticos con su propia práctica y potenciar competencias y capacidades profesionales que les permitieran abordar las diversas situaciones y evolucionar en su propia competencia profesional, se diseñó y desarrolló un proceso formativo dirigido a la formación de maestros de matemáticas donde la reflexión se consideró un aspecto fundamental. El sistema de enseñanza-aprendizaje integraba un proceso de evaluación a partir de actividades diseñadas con el objetivo de que el estudiante para maestro fuera capaz de construir su propio aprendizaje y reflexionara sobre su trabajo. Los estudiantes de magisterio se enfrentaron a actividades diferentes como, por ejemplo, realización de trabajos escritos, presentaciones orales, resolución de problemas, elaboración de proyectos y tareas abiertas, reflexiones en común, discusión sobre lo realizado y valoraciones del trabajo efectuado utilizando plantillas de valoración. Las sesiones formativas desarrolladas en el aula universitaria se realizaron utilizando variadas metodologías, diferentes a las usuales, que tenían el objetivo de favorecer la participación activa y la construcción del conocimiento por los estudiantes.

Tanto los objetivos que se querían alcanzar durante el proceso formativo como los criterios de evaluación se presentaron inicialmente y se consensuaron con los estudiantes. Además, en su desarrollo en el aula se mantuvo un diálogo continuo entre profesor y alumnos durante todo el proceso que permitió modificar la planificación cuando pareció adecuado. El profesor revisó, en todo momento, el trabajo de los alumnos. Además, realizó sus propias reflexiones y las compartió con ellos. Transmitió sus propios aciertos y errores, y explicó las causas de cada modificación de la planificación inicial con el objetivo de que el estudiante tomara conciencia del desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así, para evaluar el proceso global de aprendizaje, cada estudiante para maestro, además de una prueba final escrita, elaboró un portafolios de aprendizaje donde recogió una selección de actividades sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Primaria, y un diario con sus reflexiones sobre el proceso formativo llevado a cabo. Se diseñaron guías de evaluación para los diversos trabajos que debían realizar los

estudiantes que permitieron valorar diversas capacidades de aprendizaje. Concretamente, los apartados que constituían el portafolios se establecieron en tres sentidos: *Conocimiento matemático*, *Reflexión* y *Creatividad*. De cada uno de estos apartados se analizó una actividad que, en cada caso, tenían como objetivo el desarrollo de diferentes capacidades del conocimiento profesional. Sólo en el caso de las reflexiones se analizaron todas las producciones de los estudiantes.

Con este planteamiento de enseñanza se consiguió una alta participación y motivación de los alumnos. Los trabajos, en general, fueron de gran calidad. La elaboración del portafolios, la utilización de las plantillas de valoración y la puesta en común de los resultados en el aula y su discusión posterior permitió una evaluación formativa durante todo el curso que facilitó que cada estudiante evaluara su trabajo y revisara sus respuestas. Además, permitió una reflexión continua personal y conjunta sobre qué se estaba haciendo bien y qué se debía mejorar, tanto sobre el propio trabajo y el de los compañeros como sobre el del profesor.

Las producciones escritas de los estudiantes para maestro se analizaron en diferentes sentidos. Se diseñaron los instrumentos de análisis utilizados en cada caso debido a la escasez de investigaciones donde se trabajó la reflexión con estudiantes para docentes previamente al periodo de prácticas de enseñanza en centros educativos. En concreto, se diseñaron plantillas de valoración en función de la profundización y calidad en el desarrollo del tópico considerado y su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir de los trabajos presentados por los estudiantes en sus portafolios de aprendizaje, para detectar los niveles de reflexión, conocimiento y creatividad. Además, se categorizaron los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje y las competencias a las que los estudiantes para maestro se referían en las reflexiones de acuerdo con la formación recibida y, dentro del aprendizaje, los aspectos de adquisición y aplicación de los conocimientos. Finalmente, se diseñaron plantillas de valoración para descubrir las modificaciones realizadas por los estudiantes en sus trabajos iniciales, tras la formación recibida, en 4 aspectos –contenido, actividades, metodología y reflexión– y se establecieron los niveles para el estudio de la profundidad de las modificaciones.

Los estudiantes para maestro no tenían experiencia previa en la elaboración de portafolios de aprendizaje ni en la reflexión sobre el proceso de enseñanza aprendizaje y la formación tuvo una duración de un sólo cuatrimestre. Por ello, los resultados hay que entenderlos en el marco del proceso en que se desarrollaron. A continuación se presentan las conclusiones obtenidas para cada uno de los aspectos planteados:

1. ¿Qué niveles de pensamiento reflexivo exhibieron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su portafolio de aprendizaje sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación universitaria?

Los estudiantes para maestro presentaron, en general, niveles bajos de pensamiento reflexivo en sus diarios escritos, aunque algunos de ellos tuvieron la mayor parte de contribuciones en los niveles superiores. Los niveles de pensamiento reflexivo variaron en función de las actividades sobre las que se reflexionaba, de manera que las que propiciaron mayores niveles de reflexión fueron aquellas en las que se sintieron más involucrados, concretamente, las que exigían una visión más general de aspectos

relacionados con la enseñanza y aprendizaje. Esta capacidad de reflexión de los estudiantes para maestro quizás podría mejorarse con una adecuada formación en este sentido en el aula universitaria.

2. ¿Cuál fue la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de Matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje?

En el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria, la mayoría de los estudiantes para maestro trataron los contenidos de forma lineal, en menor medida los relacionaron entre sí siguiendo una secuencia lógica y, en muchos menos casos, los explicaron con argumentos propios y crearon modelos originales. Algo similar ocurrió en el caso de la creatividad. En general, se observó gran variabilidad en los resultados de los estudiantes para maestro pero, en la creatividad, cada estudiante para maestro tuvo tendencia a presentar la mayor parte de sus producciones en torno al mismo nivel.

No se apreciaron relaciones entre los resultados obtenidos en reflexión y los relativos a conocimiento, creatividad y prueba, es decir, cada aspecto valoró habilidades diferentes. Esto confirma que en el aula universitaria de formación de maestros es importante trabajar y evaluar según múltiples aspectos para conseguir una formación integral del alumno.

En definitiva, la información obtenida se concreta en las siguientes conclusiones:

Parece necesario trabajar y evaluar según múltiples herramientas para conseguir una formación integral del futuro docente. En concreto, la reflexión sobre el propio trabajo desarrolla capacidades diferentes a otras actividades formativas. Su desarrollo permite una evolución de las ideas iniciales de los estudiantes, por lo que se considera necesario trabajarla durante la formación inicial de docentes para llegar a conseguir niveles de profundidad satisfactorios en el pensamiento reflexivo.

Los mayores niveles de profundidad en el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro se alcanzaron en actividades que exigían una visión general de aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje.

El estudio realizado puede proporcionar un método para analizar el pensamiento reflexivo de los estudiantes, un aspecto novedoso del que no hemos encontrado evidencias en investigaciones previas, al menos en el ámbito de formación de docentes o relacionadas con la Didáctica de las Matemáticas. Este método se puede usar en futuras investigaciones. Las herramientas de valoración diseñadas permitieron la evaluación del proceso formativo por lo que también pueden ser útiles para los educadores de docentes, por ejemplo, como guía para formación en reflexión o como autoevaluación de la reflexión sobre la práctica para profesores en activo.

Con este trabajo hemos aprendido aspectos sobre cómo piensa este grupo de estudiantes para maestro y las razones por las que lo hacen así. Al mismo tiempo hemos examinado nuestras creencias y supuestos como educadores de acuerdo con distintos puntos de vista. Todo ello ha propiciado que hayamos aprendido más sobre nosotros mismos y hayamos mejorado nuestra práctica como educadores de futuros maestros de Educación Primaria.

El hecho de tener que diseñar tanto la forma de enseñanza como las herramientas de evaluación, la profunda revisión de investigaciones relacionadas con la utilización del portafolios o con la reflexión de docentes, así como el análisis desarrollado nos han enriquecido y, a pesar de las dificultades encontradas hemos disfrutado durante su realización.

El estudio realizado abre perspectivas para futuros trabajos de investigación. Para empezar, entendemos que el sistema de análisis utilizado precisaría mayor experimentación. Además, era la primera vez que los investigadores implicados trabajaban las reflexiones con estudiantes para maestro, lo que pudo limitar el desarrollo de algunos aspectos. Consideramos que una mayor experiencia del formador en este tipo de tarea podría permitir facilitar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro y que en ellas se percibieran otros aspectos de la formación desarrollada. También se considera la posibilidad de que un trimestre no sea tiempo suficiente para que los estudiantes para maestro consigan profundidad en sus reflexiones. Un estudio similar desarrollado durante un periodo más largo de tiempo podría clarificar si se produce mejora en el proceso de la práctica reflexiva.

Por otro lado, la investigación presentada podría ser ampliada mediante un estudio de naturaleza similar en los siguientes sentidos: se podría repetir la experiencia con otro grupo de estudiantes para maestro para comparar los resultados, o repetir la experiencia con un mismo grupo de estudiantes para maestro durante varios cursos para analizar en qué sentido influye la experiencia en los estudiantes para maestro y en el profesor. Quizás un diseño más sistemático de las actividades formativas en términos de competencias podría permitir comparar la formación recibida por los estudiantes para maestro con el contenido de sus reflexiones en el mismo sentido, lo que podría abrir puertas para mejorar la enseñanza con estos estudiantes.

Sería conveniente utilizar otros instrumentos como presentaciones orales formales, entrevistas, encuestas o cualquier otra forma que les permita expresarse; o considerar otras formas de reflexión. Además, podría ser aconsejable realizar el estudio de casos de algunos estudiantes para analizar si los niveles de reflexión de los estudiantes para maestro se modifican a lo largo del periodo formativo.

Muchos autores han trabajado las reflexiones de docentes en formación de formas muy diversas. La clasificación de estas investigaciones, considerando como punto de partida la base de datos realizada a partir de la búsqueda bibliográfica para el desarrollo de este trabajo, podría constituir una amplia fuente de información que permitiría avanzar en el conocimiento de la reflexión de la comunidad investigadora.

Por otro lado, el mismo portafolios de aprendizaje se puede utilizar para finalidades de enseñanza o de evaluación sumativa. Por tanto, se podrían comparar los resultados obtenidos en este trabajo con la evaluación sumativa realizada por el profesor como resultado del aprendizaje de los estudiantes para maestro al final del proceso. También se podría estudiar cómo utiliza el profesor la información obtenida mediante esta forma de evaluación.

En otro sentido, la literatura en la que se discuta la naturaleza y consecuencias de la utilización de portafolios electrónicos en programas de formación de docentes en comparación con el tradicional portafolios elaborado con lápiz y papel con estudiantes para maestro es escasa. La futura investigación también podría dirigirse en esa línea.

Referencias

- Artzt, A. (1999): A structure to enable pre-service teachers of mathematics to reflect on their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 143-166.
- Barnett, R. (1997): *The limits of competence: knowledge, higher education and society*. Buckingham: Open University Press.
- Boud, D. (2000): *Understanding learning at work*. London: Routledge.
- Cáceres, J. (2005): *Análisis de un sistema de evaluación alternativa en la enseñanza de las matemáticas*. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito. Universidad de Salamanca.
- Cáceres, M.; Chamoso, J.; Azcárate, P. (2010): Analysis of the revisions that pre-service teachers of Mathematics make of their own project included in their learning portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 26(5), 1115-1226.
- Chamoso, J. (2004): In pursuit of patterns: a dialogued enquiry. *Mathematics Teaching*, 188, 22-26.
- Chamoso, J. (2003): Considering dialogue as a social instrument in the Mathematics class. *For the Learning of Mathematics*, 23(1), 30-40.
- Chamoso, J. (2000): *Análisis de una experiencia de resolución de problemas para la mejora de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.
- Chamoso, J.; Cáceres, M. (2009): Analysis of the reflections of student-teachers of Mathematics when working with learning portfolios in Spanish university classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 198-206.
- Chamoso, J.; Rawson, W. (2004): *Contando la Geometría. Colección Diálogos de Matemáticas*. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J.; Rawson, W. (2001): En la búsqueda de lo importante en el aula de Matemáticas. *Suma*, 36, 33-41.
- Chamoso, J.; Durán, J.; García, J.; Martín, J.; Rodríguez, M. (2004): Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*, 47, 47-58.
- Chamoso, J.; Fernández, I.; Reyes, E. (2009): *Burbujas de arte y matemáticas. Colección Diálogos de Matemáticas*. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J.; González, M.; Hernández, L. (2005): Analysing Stories to Teach Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 37(1), 79-93.
- De Lange, J. (1995): Assessment: No Change without Problems. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 19-37). Albany: State University of New York Press.
- Dewey, J. (1933): *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. Boston: D.C. Heath y Co.
- Dinham, S.; Scott, C. (2003): Benefits to Teachers of the Professional Learning Portfolio: a case study. *Teacher Development*, 7(2), 229-244.
- Duit, R.; Treagust, D. (2003): Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25(6), 671-688.
- El-Dib, M. (2007): Levels of reflection in action research. An overview and an assessment tool. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 24-35.

- Farr Darling, L. (2001): Portfolio as practice: the narratives of emerging teachers. *Teaching and Teacher Education*, 17(1), 107-121.
- Fendler, L. (2003): Teacher reflection in a hall of mirrors: Historical influences and political reverberations. *Educational Researcher*, 32(3), 16-25.
- Flores, F.; López, A.; Gallegos, L.; Barojas, J. (2000): Transforming science and learning concepts of physics teachers. *International Journal of Science Education*, 22(2), 197-208.
- Goodell, J. (2006): Using critical incident reflections: A self-study as a mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 221-248.
- Goodlad, J. (1990): Studying the education of educators: From conceptions to finding. *Phi Delta Kappan*, 72(9), 698-701.
- Harkness, S.; D'Ambrosio, B.; Morrone, A. (2007): Preservice Elementary Teachers' Voices Describe how their Teacher Motivated Them to do Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65(2), 235-254.
- Harrington, H.; Quinn-Leering, K.; Hodson, L. (1996): Written case analyses and critical reflection. *Teaching and Teacher Education*, 12(1), 25-37.
- Hatton, N.; Smith, D. (1995): Reflection in teacher education: Towards definition and implementation. *Teaching and Teacher Education*, 11(1), 33-49.
- Hoban, G.; Hastings, G. (2006): Developing different forms of student feedback to promote teacher education: A 10-year collaboration. *Teaching and Teacher Education*, 22(8), 1006-1019.
- Ixer, G. (1999): There's no such thing as reflection. *British Journal of Social Work*, 29(13), 513-527.
- Jay, J.; Johnson, K. (2002): Capturing complexity: a typology of reflective practice for teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 73-85.
- Kagan, D. (1990): Ways of Evaluating Teachers Cognition: Inferences Concerning the Goldilocks Principle. *Review of Educational Research*, 60(3), 419-469.
- Kehle, P. (1999): Shifting Our Focus from Ends to Means: Mathematical Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 468-474.
- Korthagen, F. (1992): Techniques for stimulating reflection in teacher education seminars. *Teaching and Teacher Education*, 8(3), 265-274.
- Lajoie, S. (1995): A Framework for Authentic Assessment in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 19-37). Albany: State University of New York Press.
- Lee, H. (2005): Understanding and assessing preservice teachers reflective thinking. *Teaching and Teacher Education*, 21(6), 699-715.
- Llinares, S.; Krainer, K. (2006): Mathematics (students) teachers and teacher educators. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present, and Future* (pp. 429-459). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers BV.
- Loughran, J. (2002): Effective reflective practice. In search of meaning in learning about teaching. *Journal of Teacher Education*, 53(1), 33-43.
- Mansveldt-Longayroux, D.; Beijaard, D.; Verloop, N. (2007): The portfolio as a tool for stimulating reflection by student teachers. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 47-62.

- McKenna, H. (1999): *Educating for social justice: Reflection and preservice teacher educators*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000): *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Newell, S. (1996): Practical inquiry: collaboration and reflection in teacher education reform. *Teaching and Teacher Education*, 12(6), 567-576.
- Oosterheert, I.E. y Vermunt, J.D. (2001): Individual differences in learning to teach: Relating cognition, regulation and affect. *Learning and Instruction*, 11(2), 133-156.
- Planas, N.; Chamoso, J.M.; Rodríguez, M. (2007): Retazos interculturales para la formación del profesorado de matemáticas. *XIII Jornadas para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (XIII JAEM)*. Granada.
- Polanyi, M. (1967): *The tacit dimension*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Rico, L. (1997): Cuestiones abiertas sobre evaluación en Matemáticas. *Uno*, 11, 7-23.
- Roe, M.; Stallman, A. (1994): A comparative study of dialogue and response journals. *Teaching and Teacher Education*, 10(6), 579-588.
- Ross, J.; McDougall, D.; Hogaboam-Gray, A. (2003): A Survey Measuring Elementary Teachers Implementation of Standards-Based Mathematics Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(4), 344-363.
- Schön, D. (1987): *Educating the reflective practitioner: Towards a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schön, D. (1983): *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books, Inc.
- Silver, E.; Kenney, P. (1995): Sources of Assessment Information for Instructional Guidance in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 38-86). Albany: State University of New York Press.
- Tillema, H. (1998): Design and validity of a portfolio instrument for professional training. *Studies in Educational Evaluation*, 24(3), 263-278.
- Törner, G; Schoenfeld, A.; Reiss, K. (2007): Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 39(5), 353-563.
- Valli, L. (1992): *Reflective teacher education: Cases and critiques*. Albany: State University of New York Press.
- Van Manen, M. (1977): Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*, 6(3), 205-228.
- Van Tartwijk, J.; Van Rijswijk, M.; Tuithof, H.; Driessen, E. (2008): Using an analogy in the introduction of a portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 24(4), 927-938.
- Voigt, J. (1994): Negotiation of mathematical meaning and learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 275-298.
- Wade, R.; Yarbrough, D. (1996): Portfolios: a tool for reflective thinking in teacher education? *Teaching and Teacher Education*, 12(1), 63-79.

- Ward, J.; McCotter, S. (2004): Reflection as a visible outcome for preservice teachers. *Teaching and Teacher Education*, 20(3), 243-257.
- Watts, M.; Jofli, Z. (1998): Towards critical constructivist teaching. *International Journal of Science Education*, 20(2), 173-185.
- Winitzky, N. (1992): Structure and process in thinking about classroom management: an exploratory study of prospective teachers. *Teaching and Teacher Education*, 8(1), 1-14.
- Xu, J. (2003): Promoting School-Centered Professional Development through Teaching Portfolios: A Case Study. *Journal of Teacher Education*, 54(4), 347-361.
- Zeichner, K.; Liston, D. (1996): *Reflective teaching: An introduction*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Zeichner, K.; Wray, S. (2001): The teaching portfolio in US teacher education programs: what we know, and what we need to know. *Teaching and Teacher Education*, 17 (5), 613-621.
- Zuckerman , G. (2004): Development of reflection through learning activity. *European Journal of Psychology of Education*, 19 (1), 9-18.

