

CUADERNOS Número especial

DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



**CENTRO DE
INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**
www.cifemat.org

AÑO 8, NÚMERO ESPECIAL, JULIO 2013

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática es una publicación seriada que busca nutrir la comunidad de Educación Matemática con instrumentos teóricos que permitan potenciar los quehaceres dentro de esta comunidad.

Cuadernos es una iniciativa del Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática CIFEMAT (www.cifemat.org) que integra investigadores y proyectos asociados a universidades públicas y otras instituciones académicas de Costa Rica.

Cuadernos es una publicación inscrita formalmente en el Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas (<http://cimm.ucr.ac.cr>) y la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica y ha contado desde su creación con el respaldo de esta institución.

Cada número de los *Cuadernos* se concentra en una temática específica, aunque incluye otros temas de interés. Posee una regularidad de al menos 1 número por año (o dos cada dos años).

Cuadernos posee una doble presentación: impresa en papel y digital. El número de ejemplares que se imprimen en papel depende de cada número.

Las secciones de los *Cuadernos* son:

- **Investigación y ensayos**
- **Experiencias**
- **Propuestas**
- **Tesis**
- **Software**
- **Reseñas**
- **Documentos**

Publica trabajos inéditos en español, portugués y en inglés, así como artículos o documentos ya publicados que puedan ser de interés para la comunidad de Educación Matemática.

Cuadernos ha establecido una alianza estratégica con el *Comité Interamericano de Educación Matemática* CIAEM (www.ciaem-iacme.org), organismo regional oficial de la *International Commission on Mathematical Instruction* ICMI) y la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (www.redumate.org).

Cuadernos posee un *Consejo Asesor Internacional* del más alto nivel en la comunidad internacional de Educación Matemática. También hay un *Comité Editorial* que se encarga de las tareas regulares de gestión, edición y publicación. Este último también tiene un carácter internacional.

El *Director* asume la conducción general permanente de *Cuadernos*, pero para cada número hay una *Dirección ejecutiva*.

510.1

C961c

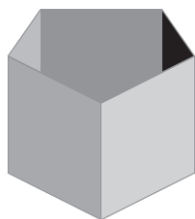
Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática / Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica. – Año 8, No. especial (Julio 2013). San José, C.R.: Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica, 2013- especial.

ISSN: 1659-2573

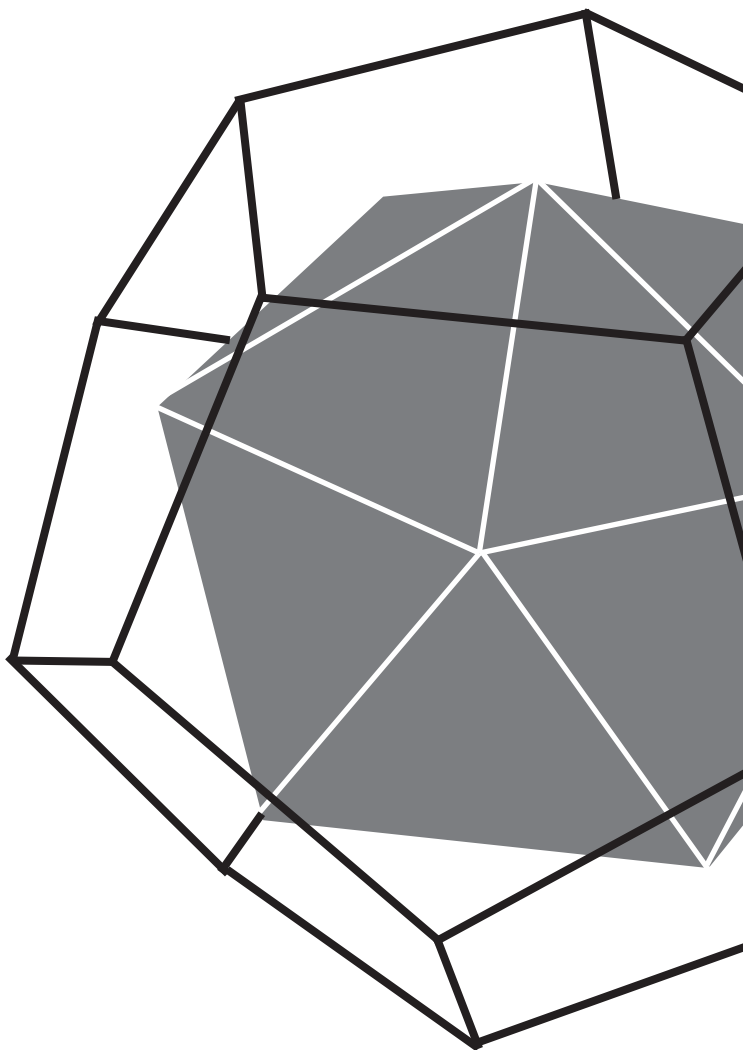
1. MATEMATICAS – PUBLICACIONES SERIADAS
2. MATEMATICAS – ENSEÑANZA – COSTA RICA

CUADERNOS Número especial

DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



**CENTRO DE
INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**
www.cifemat.org

AÑO 8, NÚMERO ESPECIAL, JULIO 2013

Tabla de contenidos

Editorial	5
La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. <i>Perspectiva de la praxis.</i> Angel Ruiz	7
Introducción	9
Primera parte. La Educación Matemática en Costa Rica: antes de la reforma	10
1. El sistema educativo en Costa Rica	10
2. Los problemas de la Educación Matemática en Costa Rica	11
3. Los programas anteriores	16
Segunda parte. Historia de la reforma curricular	21
4. El inicio de la reforma	21
5. La comisión redactora	22
6. Dos propuestas dentro de un debate nacional	25
Tercera parte. El nuevo currículo de las Matemáticas escolares en Costa Rica	29
7. Los momentos de la lección y la construcción de aprendizajes	29
8. Conocimientos, habilidades, competencia y mediación pedagógica	31
9. Las áreas matemáticas	33
10. Los ejes disciplinares	37
11. Una vocación hacia la acción docente	41
Cuarta parte. El nuevo currículo costarricense y la discusión internacional en la Educación Matemática	45
12. Más allá del Constructivismo	45
13. La Resolución de problemas y los contextos reales	50
14. La lección para construir aprendizajes	55
15. Competencias, procesos matemáticos y niveles de complejidad	62
Quinta parte. Los caminos de la instalación curricular	67
16. Un modelo novedoso de capacitación docente	67
17. El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica	71

Sexta parte. Perspectiva de la praxis	87
18. Sentido pragmático del diseño curricular	87
19. Una teoría fundamentadora	88
20. Una acción social crucial	90
21. Una reforma inconclusa, desigual, no lineal y combinada	91
Sétima parte. Dificultades, desafíos y perspectivas	93
22. En las universidades formadoras	93
23. En los paradigmas educativos y culturales	95
24. Condiciones docentes	96
25. El Ministerio de Educación Pública y las políticas de largo plazo	97
26. Perspectivas	99
Abreviaciones y acrónimos	101
Bibliografía y referencias	103

Editorial

En Mayo del 2012, el Consejo Superior de Educación de Costa Rica aprobó nuevos programas de Matemáticas para toda la educación preuniversitaria de ese país. Este nuevo currículo constituye una profunda reforma de programas que habían sido aprobados en 1995, modificando otros que en esencia no habían cambiado desde 1964. Los nuevos programas asumen hallazgos muy importantes de la investigación y la experiencia internacional en la Educación Matemática. La manera de concebir el diseño curricular en su relación con la implantación real de los mismos es muy original y muestra posibles avenidas para reformas educativas en los países en vías de desarrollo; esta orientación ha sido conceptualizada por sus autores con los términos *Perspectiva de la praxis*.

Este país ha adoptado como un instrumento central de su implementación curricular la realización del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*, que arrancó en el 2012 y que en principio llegará hasta el 2015. Se trata de un proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica apoyado por la Fundación para la Cooperación Costa Rica Estados Unidos (CRUSA). Sus acciones:

- han cambiado los estándares y expectativas de cómo debe implementarse un currículo escolar con gradualidad y responsabilidad,
- han reconceptuado el significado de planes piloto en reformas educativas,
- han generado capacitaciones bimodales que modifican drásticamente lo que había sido usual en ese país con una preparación de líderes docentes para capacitar números masivos de profesores en la Educación Primaria y Secundaria,
- han invocado cursos virtuales con características vanguardistas y los han adecuado a la realidad local con miras a la capacitación docente,
- han construido una comunidad virtual de Educación Matemática que genera apoyo a los docentes y constituye una referencia para todos los reformadores,
- han potenciado la participación de tecnologías de la comunicación en la cultura educativa nacional, y
- han ofrecido una continuidad en el apoyo docente que hasta ahora nunca se había dado.

Esta experiencia influirá también los programas de formación inicial de las universidades nacionales.

La historia de este diseño curricular, sus autores, su aprobación por las autoridades costarricenses, su sustento teórico, su implementación y sus desafíos constituyen temas de interés para toda la comunidad de Educación Matemática. Es la razón por la que el Comité Editorial de los *Cuadernos* ha decidido publicar como un número especial este documento que describe con bastante detalle las diferentes facetas de lo que constituye la más profunda reforma educativa de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Costa Rica.

Angel Ruiz

Director

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática

La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Perspectiva de la praxis

Angel Ruiz

Presidente

Comité Interamericano de Educación Matemática

Vicepresidente

International Commission on Mathematical Instruction

Director general

Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

<http://www.angelruizz.com>

ruizz.angel@gmail.com

Resumen

El 21 de mayo del 2012 el Consejo Superior de Educación de Costa Rica (máximo organismo de ese país para la Educación) aprobó nuevos programas de Matemáticas, modificando así programas elaborados en lo esencial en 1995-96 y que habían incorporado algunos pequeños cambios en los años 2001 y 2005. Los nuevos programas empezaron a instalarse en el 2013 en un proceso gradual que tomará de cuatro a cinco años. De esta forma, entre el 2016 y 2017 toda la educación preuniversitaria de Costa Rica estará siguiendo este currículo. Para esto, desde el 2011 se ha invertido en procesos de capacitación y creación de recursos que apoyen su implantación. Más allá de ver este proceso como un diseño curricular y su implementación, debe concebirse como una profunda reforma de la enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica. Este trabajo:

- luego de una breve introducción al sistema educativo costarricense, resume los problemas principales de la enseñanza de las Matemáticas en este país,
- analiza los programas escolares de Matemáticas anteriores,
- sintetiza la historia de la aprobación del nuevo currículo,
- describe las principales características del nuevo currículo,

- inscribe el nuevo currículo dentro de la discusión teórica en la Educación Matemática internacional (constructivismo, resolución de problemas, modelación matemática, estudio de la lección, enfoque por competencias),
- describe el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* que ha sido el factor crucial en la estrategia reformadora seguida por este país,
- estudia la reforma desde la óptica más general (una “meta-reforma” que aporte lecciones),
- reseña las dificultades y desafíos de la misma.

El foco de atención de este trabajo es la reforma de la Educación Matemática en el contexto de un país en vías de desarrollo y la propuesta de una *Perspectiva de la praxis en la Educación Matemática* como estrategia para un cambio curricular y educativo.

Palabras clave

Educación Matemática, enseñanza de las Matemáticas, Matemáticas, reforma educativa, currículo, resolución de problemas, modelación matemática, práctica educativa, praxis, países en vías de desarrollo, Costa Rica.

Abstract

In May 21, 2012, the Consejo Superior de Educación de Costa Rica (highest National Board for Education) approved new Math programs, which changed essentially programs developed in 1995–96, which had suffered some minor changes in 2001 and 2005. The new programs started to be installed in 2013 in a gradual process that will take four to five years. In this way, between 2016 and 2017 all pre-university education in Costa Rica will be following this curriculum. Since 2011 the country has invested in training processes and creating resources to support the installation. More than a curriculum design and its implementation this process should be considered as a major reform of the teaching of Mathematics in Costa Rica. This paper:

- after a brief introduction to the Costa Rican System of Education, it summarizes some of the main problems of Mathematics Education in this country,
- analyzes the previous Math school curriculum,
- synthesizes the history of the adoption of the new curriculum,
- describes the main features of the new curriculum,
- discusses the new curriculum within the international Mathematics Education theoretical debates (constructivism, problem solving, mathematical modeling, lesson study, competency-based approach),
- describes the project “ Mathematics Education Reform in Costa Rica” that has been the crucial factor in the reform strategy followed by this country,
- studies the reform from the more general perspective (a “meta-reform” analysis which provides diverse lessons to the educational community),
- reviews the difficulties and challenges of this reform.

The focus of this paper is Mathematics Education reforms in the context of a developing peripheral country and the proposal of one strategy for curriculum and educational change with a practical vision that is called: the *Praxis Perspective in Math Education*.

Key words

Mathematics Education, Teaching of Mathematics, Mathematics, Educational Reform, Curriculum, Problem Solving, Mathematical Modeling, Educational Practice, Praxis, Developing Countries, Costa Rica.

Introducción

En la comunidad internacional de Educación Matemática ya se ha hablado bastante de reformas curriculares, sin embargo no ha sido común que su foco hayan sido países en vías de desarrollo. Existen diferencias de partida si una sociedad posee o no la mayoría de sus aulas en buen estado, si la preparación docente es de cuatro o cinco años o si es de dos, si hay o no oportunidades dentro de una jornada laboral para hacer investigación o involucrarse en procesos de capacitación. No es lo mismo hacer cambios educativos en una nación homogénea o en una partida por desigualdades socioeconómicas graves. Siempre la vida es territorio para las contingencias, pero hay más de éstas en unos países que en otros.

Para los reformadores educativos de un país en vías de desarrollo no es posible pensar en estrategias simplemente lineales, acabadas, homogéneas y secuenciales. Se deben tomar en cuenta muchas dimensiones simultáneas, y una en especial: la política. No sólo se trata de asegurar una voluntad gubernamental, sino de entender que un texto curricular nunca mordeará la realidad si no se concibe *a priori* en función de esa realidad. La determinación y el dimensionamiento de contenidos, enfoques, métodos, prioridades curriculares plantean una ecuación de diversas variables que debe colocarse en un escenario preciso, y no puede estar exenta de las otras dimensiones que asegurarían su implementación, como las acciones en la preparación inicial y continua de los docentes, la aportación de recursos apropiados y, algo decisivo, la construcción de una base social comprometida con los cambios, capaz de superar obstáculos y dar continuidad a la reforma más allá de las contingencias inevitables.

Por supuesto, se requiere identificar y modular con experticia los hallazgos y experiencias buenas o malas que proporciona una Educación Matemática que se ha asentado en los últimos 60 años ya también como ciencia y no sólo como un arte o una profesión. Hay conocimiento. No obstante y como en toda reforma que afecte los pliegues íntimos de una sociedad, para su éxito se invoca una perspectiva de la praxis.

En Costa Rica se ha dado una experiencia de cambio curricular y de reforma educativa que ha incorporado elementos novedosos no sólo en el diseño curricular sino en la implantación, tocando diversas dimensiones de los quehaceres educativos. Esta experiencia puede ser de interés tanto para los protagonistas en este país (cuyas acciones se encuentran en movimiento y cuyo destino aun es incierto), como para la comunidad internacional en la Educación Matemática.

Primera parte

La Educación Matemática en Costa Rica: antes de la reforma

En esta parte se aportarán elementos del contexto educativo costarricense que motivaron la reforma curricular. Se empezará con una breve introducción al sistema educativo costarricense, luego se mencionarán las principales debilidades del país en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en conexión con otras características de la educación nacional. Finalmente se brindarán algunos detalles sobre los currículos anteriores de Matemáticas.

1. El sistema educativo en Costa Rica

La Educación escolar Primaria y Secundaria en Costa Rica se puede consignar mediante la tabla siguiente:

Tabla 1
Estructura de la Educación General Básica y Diversificada en Costa Rica

		Ciclos	Edades y Años que cubre el ciclo
Educación General Básica	Educación Primaria	I Ciclo	7 a 9 años (1º, 2º y 3º)
		II Ciclo	9 a 12 años (4º, 5º y 6º)
Educación Diversificada	Educación Secundaria	III Ciclo	13 a 15 años (7º, 8º y 9º)
		IV Ciclo	13 a 17 años (10º, 11º, 12º según la rama ¹)
Fuente: Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2013a).			

También se ofrece Educación Preescolar, aunque el Estado proporciona solamente el subnivel Interactivo II (Ciclo Materno infantil: de 4 años y 3 meses hasta 5 años y 3 meses) y el Ciclo de Transición (de 5 años y 6 meses hasta 6 años y 3 meses).

Al final de la Educación Diversificada los estudiantes realizan pruebas nacionales finales en Español, Matemáticas, Educación Cívica, Inglés o Francés (a elegir), Biología, Química o Física (a elegir), las cuales otorgan el *Bachillerato*, que es un requisito para ingresar a la educación superior. Estas pruebas fueron reintroducidas en 1988 (pues durante varios años se suspendieron) como un instrumento que busca asegurar cierta calidad y uniformidad en los productos del sistema escolar nacional, se construye con ítems de selección única.

El país posee un sistema educativo centralizado administrado por un Ministerio de Educación Pública (MEP). Sin embargo, existe un Consejo Superior de Educación (CSE) que: “es el Órgano de carácter Constitucional responsable de orientar y dirigir desde el punto de vista técnico, los diferentes niveles, ciclos y modalidades del Sistema Educativo Costarricense, (...) define la política educativa, evalúa y promueve cambios pertinentes

¹El Ciclo Diversificado tiene tres ramas: la *Académica* tiene dos años (décimo y undécimo), la *Artística* tiene dos años; y la *Técnica* tiene tres años (décimo, undécimo y duodécimo).

para el mejoramiento de la Calidad, la Equidad y la Eficacia de la Educación en sus diferentes niveles, ciclos y modalidades”. (MEP, 2013a). Es el encargado de aprobar cambios en los programas de estudio.

Existen 27 sedes regionales educativas que se encargan de administrar la Educación. En casi todas hay un *asesor pedagógico de Matemáticas* que debe atender los asuntos de su asignatura en su región tanto en la Primaria como la Secundaria.

El país cuenta con cinco universidades estatales y 52 privadas, así como otras instituciones de educación superior de carácter internacional. La formación inicial docente se ofrece solamente en las universidades. La amplia mayoría de los docentes en servicio del país en la Educación Primaria ha sido formada en universidades privadas, en la Secundaria la proporción se da también a favor de las instituciones privadas pero con menor desigualdad que la que se da en la Primaria; la tendencia histórica presenta sin embargo la misma relación que en la Primaria.

Cuatro universidades públicas ofrecen grados en Enseñanza de las Matemáticas: Profesorado (3 años de estudio, obteniendo un diplomado), Bachillerato (4 años de estudio), Licenciatura (entre 5 y 5,5 años, con el requisito de un trabajo final de graduación). Varias universidades privadas ofrecen Bachillerato y/o Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas. Con cualquiera de esos grados un docente puede trabajar en todos los niveles de la Educación Secundaria. Además existe una Maestría en Matemáticas con énfasis en Matemática Educativa, sólo en la Universidad de Costa Rica (UCR).

Son 18 las universidades que actualmente tienen programas de formación para la Primaria de forma activa (quince privadas). Una universidad privada (Universidad Americana, UAM) ofrecía un programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas para Enseñanza Primaria.

2. Los problemas de la Educación Matemática en Costa Rica

Si bien Costa Rica no exhibe los indicadores educativos más deficientes de América Latina y El Caribe, en esta sección se busca enfatizar algunos elementos débiles o vulnerabilidades que fueron tomados en cuenta en la reforma de la Educación Matemática que se desarrolla en ese país.

El elemento global que ha motivado con fuerza la búsqueda de una reforma ha sido una actitud social persistente de rechazo y temor hacia las Matemáticas, lo que se consigna aquí como una “Matefobia”. Esta condición de naturaleza cultural, que trasciende sin duda el sistema educativo, conspira para limitar condiciones socio afectivas apropiadas en los estudiantes, padres y madres de familia e incluso docentes a la hora de realizar una construcción de aprendizajes matemáticos significativos y edificantes. No es una condición ajena a muchos países, y por eso mismo en su confrontación la comunidad internacional educativa dispone de hallazgos relevantes.

Estudiantes

Una motivación para la reforma en las Matemáticas escolares han sido los graves resultados obtenidos en Costa Rica: el aprendizaje de las Matemáticas atraviesa una situación crítica. Si bien son muchos los indicadores que se pueden emplear, basta con usar los resultados del examen diagnóstico en Matemática DiMa que aplica la Universidad de Costa Rica (UCR) y aquellos de las pruebas *PISA 2009 Plus* de la OECD (PISA y OECD: *Programa Internacional de Evaluación de los Aprendizajes* y Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, respectivamente, por sus siglas en inglés).

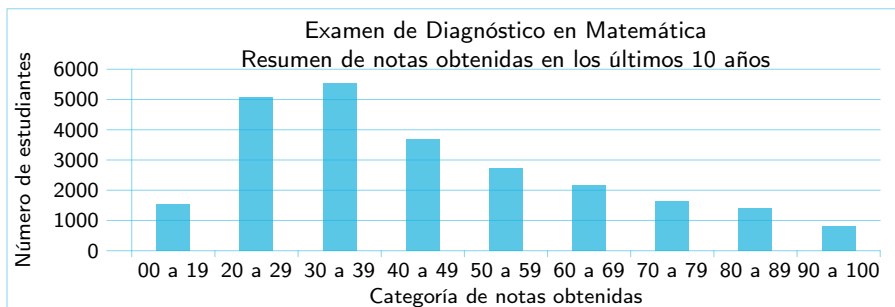
El examen diagnóstico de la Universidad de Costa Rica se ha aplicado cada año desde el 2004 para obtener un dato sobre la preparación de los estudiantes que tienen deseo de seguir una carrera universitaria que incluye Matemáticas en su programa (Ingenierías, Económicas, Salud, Ciencias Básicas, etc.). Los estudiantes que hacen esta prueba ganaron los exámenes nacionales de Bachillerato y han sido aceptados por la UCR luego de pasar un examen de admisión. La prueba se elabora con base en los ítems que se utilizaron en el Bachillerato (aunque una diferencia es que mientras en el Bachillerato se permite el uso de calculadora, en ésta no). En la tabla 2 se ofrecen los porcentajes de estudiantes con notas menores de 50.

Tabla 2
Resultados históricos del Examen de Diagnóstico en Matemáticas
Universidad de Costa Rica
Porcentaje de notas inferiores a 50
Años 2004-2013

Año	Cantidad de estudiantes con notas inferiores a 50	Porcentaje (%)	Total de estudiantes que realizaron la prueba diagnóstica
2004	557	53,1	1049
2005	1011	59,2	1708
2006	1642	61,5	2670
2007	1876	64,2	2921
2008	1603	62,6	2562
2009	1929	69,0	2795
2010	1706	64,5	2644
2011	1901	64,7	2939
2012	1818	68,5	2653
2013	1804	68,4	2637

Fuente: Elaboración propia con base en Figueroa & Jiménez (2010) y Figueroa (2013).

Los resultados se pueden evidenciar aún más mediante la gráfica siguiente:



Gráfica 1. Fuente: Examen de diagnóstico en Matemáticas. Universidad de Costa Rica. 2004-2013.

La mayoría obtiene notas entre 20 y 39.

De los 24 578 estudiantes que hicieron el DiMa en los años 2004-2013 solamente un 15% aprobó la prueba (la nota para aprobar es 70).

Si éstos son los resultados con una población interesada en carreras que requieren Matemáticas y han pasado ya varias pruebas (Bachillerato, Admisión), ¿cómo serían los resultados con otro tipo de estudiantes? Estos resultados tan malos son un indicador muy claro de las debilidades que posee la enseñanza de las Matemáticas en el país. Resultados similares se obtienen en todas las universidades públicas que realizan este tipo de pruebas. (Ramírez y Barquero, 2010, p. 74).

Otro indicador son los resultados obtenidos por los jóvenes costarricenses en la prueba *PISA 2009 Plus*, que realizó la OECD. Los resultados de los jóvenes de Costa Rica no se encuentran entre los últimos de los países de América Latina que participan en estas pruebas comparativas internacionales, pero quedaron a 87 puntos del promedio obtenido por los países de la OECD, por detrás de Chile, Uruguay, México y Trinidad y Tobago. En la prueba de aptitud de Lectura los costarricenses sólo fueron superados por los jóvenes de Chile. Pero, lo más relevante en Matemáticas: un 23,6% de los jóvenes costarricenses no alcanza ni siquiera el *nivel 1* de rendimiento en esas pruebas. Un 56,7% no pasa el primer nivel, el 84,5% no pasa el *nivel 2*. El asunto es especialmente grave en Matemáticas, pues en Lectura y Ciencias los que no alcanzan el *nivel 1* son apenas 1,3% y 9,6% respectivamente. Esto se consigna en la tabla siguiente:

Tabla 3
Resultados de jóvenes costarricenses en la prueba *PISA Plus 2009*
Porcentaje de estudiantes en los distintos niveles de rendimiento

Área	No alcanza el nivel 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Matemática	23,6	33,1	27,8	12,2	3,0
Aptitud de lectura	1,3	31,3	34,7	24,6	7,3
Ciencias	9,6	29,4	37,9	18,5	4,2

Fuente: Australian Council for Educational Research (2011) y OECD (2010b)

Sin duda estas pruebas comparativas internacionales poseen un sesgo impreso por características, intereses y valores de los países de la OECD, pero constituyen un medio útil para señalar los puntos vulnerables de un país. Muchos de los problemas y debilidades mostrados por Costa Rica no son ajenos a las realidades de la región.

Por otra parte, varias investigaciones nacionales e internacionales han insistido en que no se promueve en la mayoría de las aulas costarricenses la construcción de aprendizajes con tareas matemáticas que provoquen interés y compromiso estudiantil y el estímulo de actividades cognitivas superiores. Por el contrario, predominan Matemáticas separadas de los contextos reales, énfasis procedimentales, ejercicios rutinarios, desarticulación de áreas matemáticas, métodos y didácticas poco motivadores. (Programa Estado de la Nación, 2011; Banco Mundial, 2009).

Tenemos en resumen:

- Estudiantes con capacidades cognitivas pobres en Matemáticas.
- Aprendizajes matemáticos no significativos, que no preparan adecuadamente al ciudadano del actual escenario histórico y entre otras cosas provocan fracaso en las universidades públicas.

Hay otras condiciones asociadas al estudiantado:

- Contextos culturales y familiares que no promueven actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas, como por ejemplo la falta de persistencia en su quehacer escolar y de una valoración positiva de las Matemáticas para su vida (se percibe solamente como un requisito o un obstáculo),
- La experiencia escolar negativa con las Matemáticas es una de las razones de deserción estudiantil, algo muy grave en Costa Rica (Ruiz, 2006),
- La pasividad e indisciplina como expresión del estilo escolar dominante.

Docentes

Si bien Costa Rica exhibe una legión docente que en su mayoría tiene títulos universitarios y un estatus docente relativamente bueno en la Secundaria, existen problemas muy graves:

- La preparación de docentes de Primaria es muy débil: apenas 1 o 2 cursos de Matemáticas de poca calidad en las universidades y ausencia de pedagogía matemática específica. (Ruiz, Barrantes y Gamboa, 2009; Ruiz, 2010; Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez & Salas (2013), 2013). Solo hay un caso de un programa de preparación de docentes que incluye, al menos en su plan formal, 8 cursos de Matemáticas: la Universidad de San José.
- La preparación docente en la Secundaria ha sido inapropiada, pues los programas de formación inicial han dado poco lugar a la pedagogía específica, han utilizado un enfoque abstracto y formal de las Matemáticas para educadores y están poco sintonizados con los hallazgos de la investigación y experiencia internacional, hay debilidades en el conocimiento de las matemáticas aplicadas o mejor dicho de

aplicaciones apropiadas capaces de motivar una mejor valoración por parte de los estudiantes, existe una poca utilización de la historia como recurso metodológico, limitaciones en el uso apropiado de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, y una gran debilidad en estadística y probabilidades, uso de modelos matemáticos y matemáticas numéricas. (Ruiz, Chavarría y Mora, 2003).

- Una de las condiciones de mayor vulnerabilidad en el país es la multiplicación creciente de graduados de universidades privadas con menos periodos de formación (docentes *exprés*): en las privadas se requieren 2 años y dos cuatrimestres para un Bachillerato universitario (*versus* 4 en las estatales) y 3 años y dos cuatrimestres para una Licenciatura (*versus* 5-6 años en las públicas).
- Ausencia de un sistema integrado y continuo de capacitación docente.
- Ausencia de criterios de exigencia para la selección de postulantes a docentes en las universidades nacionales: los estudiantes (salvo excepciones) se reclutan de los percentiles de universitarios de rendimiento más bajo.

Bien que la Universidad de Costa Rica ofrece un programa de Matemáticas con énfasis en Matemática Educativa, se trata de un posgrado lejano a estándares y especificidades a nivel internacional, y además está orientado a dar preparación esencialmente matemática a profesionales que laboran en las universidades. Además posee un número muy reducido de estudiantes. No existe en Costa Rica un posgrado en Educación Matemática que potencie directamente la acción docente en las aulas.

Sistema educativo

De manera resumida se pueden señalar algunas vulnerabilidades generales:

- Si bien la cobertura en Primaria es muy buena, existe una gran deserción en Secundaria (combinación de factores económicos y educativos). (Ruiz, 2006).
- El país ha logrado un importante acceso a computadoras y a Internet en todo el país y desde hace décadas funciona un programa de informática educativa que fue vanguardista en la región (desarrollado por medio de la Fundación Omar Dengo FOD). Sin embargo, no se han dado los pasos adecuados para sintonizar con las tendencias y recursos que existen, en particular en relación con la calidad de la conectividad (ancho de banda) que se demanda.
- Los programas de formación inicial no están por ley obligados a acreditarse en un Sistema de Acreditación de la Educación Superior (SINAES) que existe desde hace varios años, y se dan pocos estímulos para ello (la ausencia de acreditación no sufre alguna forma de "penalización"). Esto también contribuye a la fábrica de docentes *exprés* con otras limitaciones (no hay nada que impida generar este tipo de profesionales y que se incorporen rápidamente en el mercado laboral). Esta situación termina debilitando el estatus profesional del docente.
- El sistema docente de contratación y progreso dentro de la Educación Pública no está basado en la calidad o la rendición de cuentas. No hay pruebas de incorporación, ni tampoco para ascender en la carrera docente.
- Existen limitaciones diversas en la práctica docente: ausencia de apoyo curricular, no hay una cultura de uso de textos (predomina el uso de fotocopias o de textos

de dudosa calidad), la presencia de recursos es desigual, hay un exceso de “adecuaciones curriculares” por ciertas discapacidades significativas y no significativas para las que el sistema educativo no ha dado los medios para abordar de manera eficaz en las aulas (esto distorsiona y dificulta al docente la labor de aula), etc.

- Un calendario escolar limitado con muchas pérdidas de días lectivos (actividades no pedagógicas, distracciones, paros gremiales, etc.).
- Hay desigualdades notables entre la preparación escolar y las condiciones para la labor docente que se ofrecen en zonas urbanas y rurales (a favor de las primeras), entre las instituciones privadas y públicas (aquí las privadas en general ofrecen mejores indicadores de rendimiento), y entre la Educación diurna y nocturna, entre la ofrecida en la rama académica del Ciclo Diversificado y aquella de la técnica.
- Otra de las debilidades de fondo, que se da no sólo en la Educación, es la ausencia de políticas de Estado de mediano y largo plazos y el dominio de ciclos políticos, lo que ocasiona incertidumbre en las acciones educativas (cada cuatro años, el nuevo ministro de Educación puede debilitar acciones buenas del anterior, o redirigirlas en una dirección contradictoria).
- Y finalmente: se ha dado la existencia de un divorcio pernicioso entre los programas vigentes entre 2005 y 2012, los programas de formación inicial de las universidades y la práctica de aula (Chaves Esquivel, 2007; Chaves Esquivel, Castillo, Chaves Barboza, Fonseca & Loría, 2010), algo que sigue confirmando lo que se decía en el año 2000: “una implacable debilidad para llevar a la práctica lo que se aprueba y condensa en el papel, para darle continuidad a las acciones: un divorcio pertinaz entre el discurso y la realidad” (Ruiz, 2000, p. 6), pues estos currículos “se han escapado de la realidad histórica que enfrentamos desde hace rato” (Ruiz, 2000, p. 6).

En todas las condiciones débiles en relación con estudiantes y docentes y la acción de aula los programas de estudio han tenido una cuota de responsabilidad, pues: “Un currículo de Matemáticas escolares determina, en gran manera, lo que los estudiantes tienen oportunidad de aprender y lo que realmente aprenden” (NCTM, 2003, p. 15).

3. Los programas anteriores

Entre 1964 y 1995 no se realizaron grandes transformaciones en los programas de Matemáticas destinados a la Educación del país (Ruiz, 1995a). Sus características se derivaron en gran parte de las orientaciones emanadas de la *Reforma de las Matemáticas Modernas (New Math)*: programas “por contenidos” que tuvieron un poderoso efecto en la Educación Matemática del país y de toda la región latinoamericana, cuyas implicaciones perduraron durante décadas. (Ruiz, 1990b; Ruiz, 1992; Ruiz y Barrantes, 1998; Ruiz, 2000).

En 1995 se diseñaron nuevos programas que sufrirían algunas modificaciones, aunque no de fondo, en el 2001 y 2005 (MEP, 1995a, 1995b, 1995c, 1996, 2001a, 2001b, 2005a, 2005b). En sus fundamentos teóricos se declaró una intención constructivista, se propuso una contextualización, recursos heurísticos, procedimientos intuitivos y empíricos

a la hora de introducir los conceptos y métodos matemáticos.² Estos programas en su momento jugaron un papel positivo al plantear un alejamiento de enfoques conductistas (Ruiz, 1995; Ruiz y Tsiji, 1995). Pero estos programas no lograron materializar la mayoría de sus propósitos planteados abstractamente y más aún poseían graves debilidades.

Varias de las debilidades de estos programas habían sido planteadas desde hacía años:

(...) en cuanto a los contenidos (...): por un lado, faltan temas claves en un currículo que aspire a ser competitivo internacionalmente. (...) Otros temas sobran, como pudiera decirse de ciertas partes de la trigonometría, de la geometría o del álgebra. Podemos señalar, también, la ausencia de un tratamiento adecuado de ciertos conceptos, como el de funciones, que debería formar parte del currículo de una forma diferente. Entendido éste de una manera apropiada, puede incorporarse desde la educación primaria, podría nutrir la enseñanza del álgebra de otra manera, y podría ayudar a suprimir ciertas partes de la trigonometría. La relevancia dada a ciertos temas y conceptos debe cambiar, sobre todo si se toma en cuenta la presencia posible de algunas tecnologías que simplificaría algunos procesos matemáticos calculísticos, o un manejo distinto. De igual forma, añadimos, los programas no afirman una integración estrecha con otras disciplinas como las ciencias naturales y la lengua, existe una visión unidisciplinaria. Finalmente, en nuestro criterio existe un problema curricular general: los contenidos son tratados de una manera muy repetitiva, mecánica, y sin avanzar en niveles de complejidad. Sería preferible reducir algunos temas, y concentrarse en otros en los que se debería profundizar más. Hay un problema de ausencia de coherencia y de racionalidad en el currículo de matemáticas. (Ruiz, Chavarría y Mora, 2003, p. 191).

Exhibían una fuerte inconsistencia entre lo enunciado en los fundamentos teóricos (declaración constructivista abstracta) y lo planteado realmente en la malla curricular (un enfoque conductista). El enfoque con que se tratan los programas específicos de estudio, la malla curricular, es el de los "objetivos programados", a los que de manera individual y aislada se les asigna procedimientos, metodología y evaluación; esto empuja a un tratamiento desconectado entre sus objetivos, distorsiona la evaluación pues ésta se ve tremendamente condicionada (cada objetivo debe tener un ítem de evaluación), y no favorece trabajar el planeamiento y el desarrollo en el aula con base en problemas. Dichos programas no permitían desarrollar un enfoque integrador y constructivo de los contenidos y habilidades deseadas.

² Angel Ruiz participó en la redacción de estos programas, proponiendo un enfoque que incluía los siguientes elementos: "la resolución de problemas es central en todos los niveles, no al exceso de lenguaje y de formalismos: énfasis en el cálculo mental, tomar en cuenta la madurez en el desarrollo del niño y el joven, devolverle a la geometría su importancia, la abstracción es muy importante, los cambios tecnológicos modifican la Educación Matemática, el uso de la historia es muy importante, la contextualización social también es importante, estrecho contacto con las otras ciencias y con la cultura en general." (Ruiz, 1995a). Algunos de estos aspectos fueron integrados aunque de una manera desarticulada, y separados de la mallacurricular.

La estructura de malla curricular es coherente con la visión conductista: cinco columnas con desconexión vertical y horizontal, donde abundan las repeticiones y las inconsistencias entre los elementos de las columnas. La misma estructura empuja hacia un tratamiento procedimental y mecánico de los contenidos tanto en la lección como en la evaluación. Véase, como ejemplo, la siguiente tabla tomada de esa malla:

Tabla 4
Programas de Matemáticas en Costa Rica 1995–2012.
Séptimo año. Geometría.

Objetivos	Contenidos	Procedimientos	Valores y actitudes	Aprendizajes por evaluar
1. Aplicar las relaciones entre las medidas de los ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal, en la solución de ejercicios y problemas geométricos.	Ángulos determinados por dos rectas y una transversal: alternos externos, alternos internos, correspondientes, conjugados.	Identificación de los diferentes tipos de ángulos determinados por dos rectas y una transversal. Formulación de conjeturas sobre las relaciones métricas entre los ángulos determinados. Comprobación de las relaciones métricas entre los ángulos determinados por dos paralelas y una transversal. Utilización de las relaciones entre los ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal, para resolver ejercicios y problemas geométricos.	Confianza en su capacidad para observar y buscar soluciones. Cooperación y respeto por las opiniones de los demás en el comentario y resolución de situaciones problemáticas.	Resolución de ejercicios y problemas geométricos donde aplica las relaciones de congruencia entre los ángulos determinados por dos paralelas y una transversal.
2. Aplicar la desigualdad triangular, en la determinación de triplas correspondientes o no a las medidas de los lados de un triángulo.	Desigualdad triangular.	Reconocimiento, en ejemplos concretos, de la desigualdad triangular. Formulación de la desigualdad triangular. Utilización de la desigualdad triangular en la estimación de posibles medidas de un lado de un triángulo, conociendo la medida de los otros dos. Utilización de la desigualdad triangular en la identificación de triplas que corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.	Autoconocimiento en sus capacidades, sus potencialidades y limitaciones, al desarrollar actividades propias del quehacer escolar.	Resolución de ejercicios y problemas donde utilice la desigualdad triangular.

Fuente: MEP (1995c). *Programa de estudio. Tercer Ciclo. Matemáticas.* Costa Rica: Autor.

A cada objetivo se asocia un contenido, procedimientos, ejes transversales a todas las asignaturas e identificación de lo que se debe evaluar. No hay ninguna interacción entre objetivos.

Estos planes de estudio tenían otras debilidades:

- Serias carencias en indicaciones metodológicas, evaluación y gestión de aula pertinentes, precisas y adecuadas a cada año lectivo y área matemática.
- Desarticulación entre los ciclos, especialmente entre el segundo y el tercero (entre Primaria y Secundaria). Se expresa para empezar en fundamentos distintos para Primaria y Secundaria, pero sobre todo en la ausencia de una visión estratégica de los contenidos y objetivos curriculares.
- Imprecisión, confusión e inadecuado tratamiento de la resolución de problemas: no se asume como una estrategia pedagógica, ni se enfatiza como eje central.
- Una contextualización artificial que no provoca el interés y la acción estudiantiles, ni mucho menos el uso y construcción de modelos.
- Ausencia de un lugar apropiado para el uso de las tecnologías (calculadoras, computadoras, Internet), en correspondencia con las necesidades de la juventud y la sociedad del siglo XXI.
- Desconexión entre las áreas y su relación con otras asignaturas. La ausencia de problemas en contextos reales no favorece este tipo de conexiones.
- Debilidad grave en el lugar que se brinda al área de Estadística y Probabilidad, trascendente para el ciudadano del escenario histórico actual. No sólo faltan tópicos esenciales sino que se tratan con un enfoque inadecuado.
- Una bibliografía mínima y desactualizada que no toma en cuenta una amplia cantidad de las investigaciones relevantes en Educación Matemática, para así poder sostener un programa con solidez y serios estándares académicos.

Estos programas no ofrecían una estrategia para la acción de aula, ni permitían sostener una orientación que potenciara la construcción de capacidades cognitivas superiores en los estudiantes ni que promoviera una formación escolar atractiva para éstos. Un cambio en los programas de Matemáticas no era suficiente para responder adecuadamente a la situación crítica de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, pero sí era necesario.

En Ruiz (1997) elaboramos una propuesta de "*Plan Nacional de Emergencia para el Mejoramiento de la Educación Matemática*" que se le hizo llegar al entonces ministro de Educación Pública, y que contenía algunas de las valoraciones que tendrían relevancia en el contexto actual: "Es necesario en los próximos años poseer programas que involucren en la proporción adecuada las dimensiones empíricas e intuitivas y las abstractas siempre presentes en las matemáticas." (p. 4). Se trata de: "enfaticar los aspectos empíricos y sociales y culturales de las matemáticas" pero para "crear un medio para hacer progresar la abstracción matemática y no lo contrario". (p. 4).

Una actitud para el diseño: "No son los mejores programas los que más contenidos poseen ni son constructivistas los que anulan la abstracción de los mismos. Se debe

ir a lo medular de la formación matemática, quitando lo que haya que quitar y añadiendo lo que sea necesario de acuerdo a criterios académicos internacionales y a las posibilidades nacionales." (p. 4).

Sobre el papel de la implementación:

- (...) los programas son papel mojado si no se dan acciones de apoyo y desarrollo de las orientaciones establecidas.
- Se debe hacer una implementación gradual que involucre maestros, profesores, gremios, padres de familia, universidades y medios de comunicación colectiva: establecer convenios y trazar acciones. No obstante, no se puede hacer tan gradual que pierda sentido y momento la reforma.
- Mecanismos *permanentes* de capacitación en la nueva orientación son imprescindibles. (Ruiz, 1997, p. 4).

La advertencia que se hizo era tajante:

Programas adecuados en su nivel y calidad, con los contenidos y métodos en correspondencia con el momento histórico actual que exige excelencia comparada internacionalmente. No se puede tener programas retrasados 25 años con relación al mundo desarrollado. Con la mentalidad de una Costa Rica atrasada, pobre, rural y bucólica, solo lograremos frenar las posibilidades de progreso. La respuesta se encuentra en una actitud dinámica, ambiciosa, que sin pasar por alto las condiciones efectivas aspire a lo mejor que se ofrece en el planeta. No hay otra opción. (Ruiz, 1997, p. 4).

Quince años después estas ideas tuvieron eco en altas autoridades educativas de Costa Rica.

Segunda parte

Historia de la reforma curricular

En esta parte se realizará una descripción de las diferentes etapas en que se desarrollaron la elaboración y la aprobación oficial de un nuevo currículo para las Matemáticas escolares en Costa Rica.

4. El inicio de la reforma

Leonardo Garnier Rímolo como Ministro de Educación Pública de Costa Rica (2006–2014) impulsó varias reformas curriculares: el proyecto *Ética, Estética y Ciudadanía* que reformó los programas de *Estudio de Educación Cívica, Artes Plásticas y Educación Musical* en 2009 y modificó el programa de *Educación para la Afectividad y la Sexualidad Integral* en 2012. También realizó cambios para introducir lógica en la enseñanza del Español (2010), y ha promovido una reforma para la enseñanza de la Lectoescritura en el Primer Ciclo de la Educación costarricense (2013).

En octubre del 2010, Garnier propuso a Angel Ruiz que diseñara una reforma curricular en la enseñanza de las Matemáticas escolares. De hecho, el primer acercamiento lo hizo Garnier en la ceremonia inaugural del “Tercer Encuentro de Enseñanza de las Matemáticas”, organizado por la Universidad Estatal a Distancia (UNED) en setiembre de ese año. Hasta ese momento los cambios no habían sido planteados en las asignaturas “fuertes” del currículo escolar, como Español y Matemáticas. Esta última constituía (y constituye actualmente) el desafío más fuerte y comprehensivo de reforma. En noviembre del 2010 arrancó formalmente el trabajo de construir el nuevo currículo. Para realizar este trabajo se estableció un acuerdo entre Garnier y Ruiz sobre los alcances y las modalidades de realización.

En primer lugar, desde un inicio Ruiz propuso algunas ideas y propósitos para la preparación matemática escolar que la nueva propuesta curricular debía asumir:

- Una formación matemática escolar para nutrir la acción vital del ciudadano, es decir, para favorecer la intervención en su vida (formando en la criticidad y en la utilidad de las Matemáticas).
- Potenciar una cultura matemática con rostro humano, con una perspectiva humanista del conocimiento y la educación.
- Construir una Educación Matemática eficaz que promueva una interrelación armónica de docentes, estudiantes y apropiadas condiciones de aula.
- Ampliar las capacidades cognitivas de los estudiantes con base en las Matemáticas.
- Ampliar las actitudes y las creencias positivas sobre las Matemáticas.
- Lograr aprendizajes significativos y competencias matemáticas instrumentales para la educación superior y formación de profesionales.
- Un diseño curricular con fundamentos sólidos, coherentes con la malla curricular de todos los ciclos (los fundamentos debían ser “operacionalizados”).

- Una propuesta de uso inteligente de los hallazgos y experiencias exitosas internacionales y nacionales en la Educación Matemática.

Con estas ideas coincidían las autoridades ministeriales superiores.

Es relevante señalar algunos de los términos prácticos del “Acuerdo Garnier-Ruiz”:

- El diseño abordaría toda la Educación escolar preuniversitaria (aunque no la técnica profesional de manera específica ni la preescolar).
- La profundidad de la reforma dependería de la elaboración intelectual y científica y su adecuación al contexto nacional, sin ser limitada por otro tipo de razones. Esto era relevante pues se podían esperar reacciones adversas de algunos grupos.
- El *tiempo* era fundamental, pues era crucial lograr su aprobación e iniciar su instalación dentro de la Administración Garnier; dados los vaivenes políticos en Costa Rica no se podía asegurar que un nuevo ministro diera continuidad a la reforma.
- La comisión que realizaría la reforma sería seleccionada enteramente por Ruiz con base en su equipo de investigación *independiente* constituido por profesionales de distintas universidades, y sería enriquecido con docentes en servicio aportados por el Ministerio de Educación Pública.
- El nuevo diseño curricular sería parte de una acción más amplia que permitiría implementar el currículo además de transformar otras variables de la Educación Matemática del país.
- Una capacitación inicial sobre la propuesta curricular con funcionarios del Ministerio de Educación Pública (asesores nacionales y regionales) se realizaría una vez avanzado el diseño intelectual.

5. La comisión redactora

La comisión redactora quedó inicialmente constituida por Hugo Barrantes y Edison de Faria (de la Universidad de Costa Rica), Edwin Chaves y Oscar Salas (de la Universidad Nacional) y Ricardo Poveda (profesor de una institución de Educación Secundaria nocturna y de la Universidad Nacional). Esta primera comisión contó rápidamente con el apoyo de Luis Hernández y Miguel González (docentes en servicio que el MEP destacó para dar asistencia a la comisión redactora), y Damaris Oviedo (docente de Primaria de la escuela privada Montealto School). El profesor Poveda poco tiempo después fue nombrado por las autoridades del MEP como Asesor Nacional de I y II Ciclos, esencialmente para poder contribuir a este diseño curricular. Esta posición ofrecía un puente apropiado para coordinar esfuerzos entre el equipo externo y la estructura del MEP.

Si bien la elaboración en muchas dimensiones fue colectiva, la mayoría de trabajos se hizo de manera especializada por sus autores: De Faria en Relaciones y Álgebra, Barrantes en Geometría y Medidas, Chaves en Estadística y Probabilidad, Poveda en Números. Ruiz sería el director de la reforma y el autor de la fundamentación teórica, el enfoque general y orientaciones para varias de las áreas matemáticas de este currículo.

El ministro Garnier en su prefacio a los programas reconoce las calidades de esta comisión redactora:

(...) un equipo de expertos coordinado por Ángel Ruiz, que venían trabajando en las universidades y desde hace varios años en el tema de la enseñanza de las Matemáticas, que conocían bien las fortalezas y debilidades del sistema costarricense y que habían estudiado diversas experiencias exitosas en el mundo. (MEP, 2012, p. 10).

Es conveniente subrayar la importancia de la “independencia” de esta comisión en relación con la estructura del MEP, además que no fuera una yuxtaposición de delegados de universidades, departamentos ministeriales o sindicatos. Es medular para un equipo humano que realiza elaboración intelectual y tareas de investigación (en particular, que se deben realizar en tiempos perentorios), contar con personas que poseen un vocabulario y una experiencia de trabajo comunes, así como cierto nivel de confianza y respeto académico, atributos que sólo se pueden obtener después de una trayectoria de varios años. Es muy difícil uniformar ideas, experiencias, expectativas e intereses individuales dentro de una comisión heterogénea desde un principio, y más difícil aún cuando las personas participan en la misma como representantes “oficiales” de diversos departamentos o instituciones. Para otro tipo de objetivos una composición así “representativa” podría ser útil (por ejemplo, para la coordinación de acciones que afectan a varios o la búsqueda de convergencia de intereses sectoriales), pero muy difícilmente para la construcción intelectual que requería la propuesta curricular.

Una vez elaborada la propuesta inicial sería posible realizar los ajustes necesarios para mejorarla.

Los miembros de esta comisión redactora eran todos del *Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática*, CIFEMAT, www.cifemat.org, fundado en el 2007 (como un programa interinstitucional) pero con una trayectoria de trabajo previo. Como informan Alfaro et al (2013):

A la colaboración entre el Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas de la UCR (CIMM) y Escuela de Matemática de la UNA se sumó la de académicos del Programa de Enseñanza de las Matemáticas de la UNED, la Sede de Occidente de la UCR, y el Departamento de Estudios e Investigación Educativa del MEP. El CIFEMAT no es una entidad formalmente inscrita, es un colectivo de investigadores y proyectos que se desarrollan en algunas instituciones educativas interesadas en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. El CIFEMAT estableció en el 2011 lazos formales de colaboración con el CIAEM, una organización interamericana afiliada a la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). (p. 32).

Barrantes había trabajado con Ruiz desde los años 1980 y De Faria desde los 1990 dentro del Programa de Investigaciones Metamatemáticas (PIMM) de la UCR:

El Programa de Investigaciones Metamatemáticas, los simposios y los congresos de historia de las ciencias y la tecnología fueron el lugar que usaron

estos investigadores de Educación Matemática de la UCR para ofrecer sus resultados. El énfasis en la historia y filosofía (que se originó en los 80 del siglo pasado) permeó toda la década de los 90 del siglo anterior. (...) El PIMM junto con el Programa Problemas matemáticos de la modelación en ciencias físicas (PROMOFIS) crearon en 1997 el CIMM. En este marco institucional se ha realizado investigación especializada en Educación Matemática hasta el 2013, aunque con cambios en temas y enfoques. Sus resultados son los que han tenido el mayor impacto y proyección: se han recogido en las editoriales de la UCR, UNA, TEC y UNED, así como en múltiples memorias de congresos, libros y revistas de carácter internacional.³ (Alfaro et al, 2013, p. 30).

Chaves inició trabajos de investigación con Ruiz desde el 2001, Poveda desde el 2004 y Salas desde el 2007, en el marco institucional de la UNA, donde se realizaron relevantes acciones de investigación y construcción académica, lo que consignan Alfaro et al (2013):

Aunque vinculada a los trabajos del CIMM entre los años 2001 y 2009 la investigación se desarrolló con una nueva perspectiva individual e intelectual, que tuvo su centro en la Escuela de Matemática de la UNA (institución que había tenido hasta ese periodo una ausencia casi total de investigación en Educación Matemática). Por circunstancias bastante fortuitas se creó el proyecto Apoyo a la Investigación en la Escuela de Matemática (AIEM-UNA). En pocos años se generaron varios proyectos e incluso en el 2009 un Programa de Investigación y Formación en Educación Matemática (PIFEM), decenas de publicaciones y se organizaron muchos eventos académicos. Se estableció una relación de colaboración estrecha de la Escuela de Matemática de la UNA con el CIMM potenciando todos los trabajos en ambas instituciones. De esta colaboración nació, por ejemplo, la publicación en el 2004 de dos números especiales de la revista *Uniciencia* (de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNA)⁴ que consignaba investigaciones realizadas en el CIMM y los nuevos desarrollos en la UNA, y se creó en el 2006 los *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* (CIMM-UCR).⁵ En esta etapa las investigaciones adquirieron un carácter más especializado en los temas presentes en la comunidad internacional de la Educación Matemática (resolución de problemas, teoría de situaciones didácticas, uso de

³ En el PIMM se realizaron más de 30 proyectos sobre didáctica del álgebra abstracta, geometría, estadística, álgebra lineal, cálculo, geometrías no euclidianas, sobre historia social de las Matemáticas, historias de las Matemáticas universales y en Costa Rica, filosofía de la enseñanza, estudio y confección de textos educativos, innovaciones tecnológicas, escuela francesa de didáctica de las Matemáticas, resolución de problemas, situación de la práctica de la enseñanza de las Matemáticas, formación docente, competencias, currículo, creencias sobre las Matemáticas y su enseñanza, etc. Sólo entre A. Ruiz, H. Barrantes y E. De Faria se consignan más de 150 trabajos de enseñanza de las Matemáticas publicados dentro y fuera de Costa Rica. La influencia de estos investigadores en la región latinoamericana es notable, lo que se expresa en su participación sistemática en posiciones directivas en organismos interamericanos o incluso mundiales: Hugo Barrantes (CIAEM), Edison de Faria (CLAME), Ángel Ruiz (CIAEM, ICMI, IMU).

⁴ Ver <http://www.exactasynaturales.una.ac.cr/index.php>.

⁵ Ver <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM>.

tecnologías, didáctica de la estadística y probabilidad, nuevas tendencias en la Educación Matemática).⁶ De igual manera se generaron proyectos interuniversitarios y de mucha proyección nacional.⁷ (p. 31).

Tanto González (siendo estudiante en la Universidad Nacional) como Hernández (profesor en Universidad Estatal a Distancia) habían participado en acciones desarrolladas por Angel Ruiz en esas instituciones.

A través de las diferentes instancias académicas, este grupo humano había ofrecido hallazgos centrales en la comprensión de la realidad nacional de la enseñanza de las Matemáticas en el país, y había identificado importantes resultados de investigación y experiencias en la comunidad internacional de Educación Matemática. Esta trayectoria de investigación y organización académica aseguraba un equipo homogéneo y coherente para emprender la compleja y ambiciosa tarea de construir este currículo.

Esta comisión contó además con el apoyo de investigadores de varios países (Chile, México, EUA, España, Colombia, Brasil, Portugal, Francia, Canadá, Dinamarca), gracias a los vínculos cultivados durante décadas por Ruiz en el *Comité Interamericano de Educación Matemática* y la *International Commission on Mathematical Instruction*, donde ha ocupado relevantes posiciones directivas.

6. Dos propuestas dentro de un debate nacional

Trabajando a marcha forzada, en agosto del 2011 la comisión redactora presentó una primera versión de la propuesta curricular, que fue aprobada por el ministro Garnier y sometida al Consejo Superior de Educación (CSE).

Con la propuesta inicial ya elaborada, se realizaron reuniones con los asesores nacionales de diversas dependencias del MEP así como con los asesores pedagógicos (regionales) de Matemáticas.

Como se había previsto, la propuesta curricular desencadenó reacciones: muchas positivas pero también otras negativas. Al igual que muchos funcionarios ministeriales identificaron la nueva propuesta como una renovación necesaria y estratégica apoyándola sin reservas, otros hicieron lo contrario: cuestionarla y atacarla aunque en la mayoría de los casos de manera subrepticia debido a que contaba con el beneplácito de las autoridades más altas del MEP.

⁶ El proyecto AIEM no sólo potenció las capacidades de investigación sino que aportó en la creación de una nueva generación de académicos que hoy forman una buena parte de la Escuela de Matemática de la UNA. El proyecto AIEM fue instrumental para motivar a estudiantes a estudiar posgrados dentro y fuera del país, a participar en proyectos de investigación (y coordinarlos), a organizar eventos académicos, a escribir y publicar artículos, a presentar ponencias en congresos, para fomentar tesis y trabajos de graduación con estándares de calidad y a crear tradiciones académicas esenciales para una institución. Estos esfuerzos estuvieron bajo la dirección de A. Ruiz y Edwin Chaves, pero fueron posibles gracias al apoyo de autoridades universitarias con visión, entre ellas: Tatiana Láscaris, Juana Coto y Norma Adolio.

⁷ Por ejemplo: "Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas" con el sostén de CONARE y el proyecto *"La enseñanza de las Matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía"* que se realizó con el apoyo del Programa Estado de la Nación para el desarrollo sostenible.

Debe mencionarse que no hacía mucho tiempo le había sido encomendada a un grupo de funcionarios del MEP la tarea de diseñar un nuevo currículo de Matemáticas. Ese procedimiento había sido “lo usual” durante varios años. Sin embargo, el trabajo de este grupo no resultó del agrado de las autoridades ministeriales. Y ésta fue una de las razones por las que Garnier acudió a personas externas. Esta situación no dejaría de pesar en las actitudes hacia una propuesta curricular elaborada por un equipo distinto e “independiente”.

El CSE juzgó apropiado someter en la segunda mitad del 2011 la propuesta a la consideración de 4 universidades públicas que ofrecen carreras alrededor de las Matemáticas (UCR, UNA, UNED, ITCR). Se consultaron escuelas de Matemáticas y facultades o departamentos de Educación (cuando hubiera de ambas). Otras entidades empezaron su estudio: asociaciones gremiales (Asociación Nacional de Educadores ANDE) y profesionales (Colegio de Licenciados y Profesores en Letras, Filosofía, Ciencias y Artes).

La Escuela de Matemática del ITCR fue la primera en reaccionar restando legitimidad a la propuesta por no haberse construido por medio de un “consenso” social “democrático” que involucrara a universitarios, gremios, docentes. No sólo envió su reporte privadamente al organismo que había solicitado su parecer, sino que lo divulgó ampliamente en la comunidad educativa. Aun sin proponer abiertamente que no se aprobara la propuesta nueva, en los siguientes meses otros cuestionamientos globales emergieron de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica, de la Cátedra de Matemáticas Básicas en la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Estatal a Distancia (UNED) y del Centro de Investigación y Docencia en Educación de la Universidad Nacional. A los cuestionamientos se añadían también recomendaciones de diversos tipos, en ocasiones constructivas y acertadas, a veces no pertinentes o incluso propuestas claramente contradictorias entre sí. En la mayoría de ocasiones se revelaban dictámenes no homogéneos que consignaban opiniones o voluntades individuales distintas dentro de las comunidades académicas consultadas.

También se dieron reacciones especialmente negativas de parte de la Asociación de Profesores de Matemáticas APSE (de manera muy tardía, en abril del 2012) y de la ANDE, única organización que tenía un voto en el Consejo Superior de Educación, la cual se colocó en contra de la propuesta.

A diferencia de las otras entidades universitarias y gremios, la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica (la principal universidad de este país) y su Departamento de Enseñanza de la Matemática en particular apoyaron abiertamente la nueva propuesta aunque introdujeron de una manera muy profesional, rigurosa y cuidadosamente homogénea una amplia colección de recomendaciones para mejorarla.

Se generó un contexto de efervescencia y de tensión en la comunidad de Educación Matemática del país que nunca se había vivido. Se dieron reuniones, foros, mesas redondas, pronunciamientos variados. En el mismo seno del CSE había dudas y posiciones diversas.

La propuesta curricular recibió un respaldo externo con la participación en la segunda mitad del 2011 de tres reconocidos expertos de la Educación Matemática (asociados al Comité Interamericano de Educación Matemática) que se apersonaron en Costa Rica:

Eduardo Mancera (México), Patrick Scott (Estados Unidos) y Fidel Oteiza (Chile). La actividad apoyada enteramente por el MEP se tituló: "Foro internacional: el futuro de la Educación Matemática en Costa Rica" (30 noviembre – 2 de diciembre, 2011).

En este escenario complejo la comisión redactora trabajó en una propuesta que integrara las observaciones y recomendaciones hasta donde fuera posible hacerlo, con rigor técnico y consistencia intelectual.⁸

Ya en este momento la comisión redactora incluyó como miembros plenos de la misma a los tres docentes que habían participado inicialmente como apoyo técnico en el diseño curricular debido a sus significativos aportes a la segunda propuesta (Hernández, González y Oviedo). Esta versión fue entregada al MEP y al CSE en marzo del 2012. Incluía en un 85% la integración parcial o total de más de 600 recomendaciones recibidas, lo que se hacía para mejorar la propuesta como para buscar obtener el máximo consenso posible.

El debate social y político para responder a los cuestionamientos y para asegurar los votos en el CSE obligó a la comisión redactora a elaborar múltiples documentos y a participar en foros y mesas redondas. Fueron muy notables dos documentos: una crítica detallada y rigurosa de los programas anteriores, y un reporte que consignaba cada una de las recomendaciones recibidas y su incorporación o rechazo con la argumentación debida. Con ellos se demostró no sólo las debilidades de los programas anteriores sino la actitud seria de integración y búsqueda del mayor consenso posible por parte de los redactores.

A pesar de la oposición en diferentes grados de universidades, funcionarios del MEP o gremios, el CSE aprobó el nuevo currículo el 21 de mayo del 2012 (hubo un solo voto en contra, el del representante de la asociación sindical ANDE).

A principios del 2013 el MEP empezó a distribuir 23 000 ejemplares impresos a todo color de los nuevos programas, uno para cada docente de Primaria y cada profesor de Matemáticas de la Secundaria. Esto nunca se había dado en Costa Rica.

⁸ En total se logró sistematizar un total de 635 recomendaciones u observaciones de las cuales cerca de un 82% se aceptaron como válidas parcial o totalmente. Vale la pena mencionar que más de un 40% (232) de las recomendaciones vinieron de la Escuela de Matemática de la UCR, más de 3 veces el número de las ofrecidas por la Facultad de Educación de la UCR (70) y casi cinco veces el de la Escuela de Matemáticas de la UNA (54). Casi el 90% de las recomendaciones de la Escuela de Matemática de la UCR fueron incorporadas total o parcialmente.

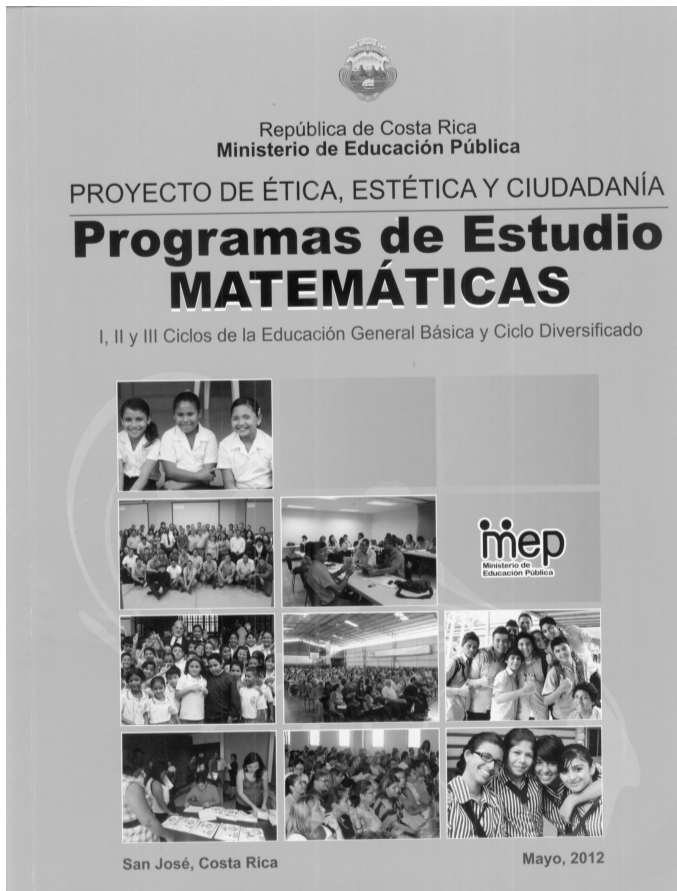


Figura 1: Imagen de la portada de los nuevos programas impresos en papel.

Tercera parte

El nuevo currículo de las Matemáticas escolares en Costa Rica

En esta parte se sintetizan las principales características del nuevo currículo costarricense, desde su fisonomía teórica más general hasta la descripción de algunos elementos formales de su diseño.

El enfoque principal de este currículo se consigna como “Resolución de problemas, con énfasis en contextos reales”. Se trata de una estrategia pedagógica, no de un ajuste de contenidos (aumento o disminución). Su finalidad última es transformar la acción de aula.

7. Los momentos de la lección y la construcción de aprendizajes

La resolución de problemas como estrategia para la construcción de aprendizajes propone una acción de aula resumida en cuatro momentos: presentación del problema, trabajo independiente de los estudiantes, contrastación y comunicación de estrategias seguidas en la fase independiente, y cierre o clausura de la lección. En cada momento el docente debe realizar tareas específicas.

Como estrategia de acción de aula los cuatro momentos deberán complementarse con sesiones de movilización de los aprendizajes realizados, es decir de actividades que permitan la memorización y automatización de los conocimientos aprendidos (objetos y métodos) y su aplicación en diversas situaciones. Éstos no deben estar lejos del enfoque creativo, estimulante y constructivo que debe predominar en las lecciones de construcción de aprendizajes.

Epistemológicamente, la propuesta afirma la necesidad de que el estudiante construya sus propios aprendizajes y busca fortalecer su compromiso con ellos. Para eso se plantea que la lección proporcione problemas interesantes que capturen la atención estudiantil y a la vez que sean desafíos para motivar su acción cognitiva. El énfasis en contextos reales obedece tanto a ese propósito como al que parte de una consideración sobre la naturaleza de las Matemáticas: los objetos matemáticos refieren en su base a las relaciones de los sujetos con la realidad física y social, son modelos de lo real o modelos de modelos en sucesiones de mayor nivel de abstracción. Los contextos reales permiten una manipulación de los métodos generales de construcción matemática. Esta visión de la resolución de problemas se apodera de los enunciados constructivistas y además les da sentido práctico pedagógico. Pero va más lejos: el o la docente debe también intervenir adecuadamente en el proceso y debe en su momento ser el transmisor (o puente) del conocimiento y de la cultura matemática de la época (adaptados a entornos escolares, su “transposición didáctica”).

Este enfoque obedece a una visión de lo que se afirma deben ser los fines de la formación matemática escolar.

El nuevo currículo asume la formación matemática escolar orientada a la construcción de capacidades de la ciudadanía en el uso de las Matemáticas para su vida, ya sean sus contenidos o como destrezas intelectuales generadas con el aprendizaje de la asignatura. La naturaleza de las Matemáticas que se adopta enfatiza su carácter sociohistórico, cultural y su asociación con la realidad física y social. La Educación Matemática se asume como una práctica y su investigación como una ciencia social independiente de las Matemáticas y de la pedagogía general.

Dentro de esta orientación se utiliza la noción de “competencia” y de “competencia matemática” enunciadas por la OECD para la prueba PISA:

Competencia:

(...) la capacidad de los alumnos para aplicar conocimientos y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones.

Se mide de un modo continuo, no como algo que una persona tiene o no tiene.

(...) el carácter variable es un rasgo fundamental. Una persona instruida posee varias capacidades, y no existe ningún límite claro entre alguien que es totalmente competente y alguien que no lo es. (OECD, 2005, p. 23).

Competencia matemática:

(...) una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel de las Matemáticas en el mundo y hacer juicios bien fundados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (OECD, 2010a, p. 4).

Como señala el programa: “(...) la *competencia matemática* se formula en relación con el uso de las Matemáticas para describir, comprender y actuar en diversos contextos de su realidad (personales, físicos, sociales, culturales).” (MEP, 2012, p. 23).

De entrada, el currículo se distancia de los enfoques “por contenidos” donde el fundamento de las decisiones curriculares lo brindan solamente las Matemáticas (sus necesidades disciplinares), resultando dominante el criterio de que en los programas siempre es mejor más Matemáticas y de mayor nivel.

8. Conocimientos, habilidades, competencia y mediación pedagógica

Este currículo busca el dominio de conocimientos y la generación de habilidades en torno a los mismos, pero a la vez y de manera central, la construcción de capacidades transversales matemáticas que se alcanzan en el mediano y largo plazo: de razonamiento y argumentación, de representación, de comunicación, de resolución de problemas, de conexión. Estas capacidades se pueden llamar si se quiere “competencias”. Las habilidades se diferencian entre específicas y generales, siempre asociadas a las áreas matemáticas. Las primeras son para desarrollar en periodos cortos de tiempo (“Para sumar números naturales menores que 100”), las segundas en plazos mayores (“Para sumar números naturales”).

Las habilidades se buscan generar a través de procesos graduales y, algo esencial, de manera integrada. No se debe pensar en habilidades específicas como los objetivos programados típicos del conductismo.

La integración de habilidades se debe hacer precisamente mediante problemas escogidos con cuidado para desencadenar los aprendizajes que se desean.

Aun a pesar de la relevancia que se le da a las capacidades (habilidades, competencia), no se plantea la organización de sus planes de estudio específicos (malla curricular) por medio de competencias, ni tampoco la acción de aula (planeamiento, lección y evaluación) partiendo de competencias generales transversales. No es un currículo “por competencias”.

La organización de la malla curricular se realiza mediante las áreas matemáticas (conocimientos y habilidades) que se asumen: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad. Y el punto de partida para la acción que debe desarrollar el o la docente son las Matemáticas.

¿Cómo generar capacidades cognitivas superiores, generales y transversales, si se parte de las Matemáticas?

Las capacidades generales (competencia y capacidades transversales) que se pretende lograr son objetivos centrales del currículo propuesto. Por eso se plantean realizar a través o a partir del desarrollo preciso de las habilidades. Es decir, se construyen en la mediación pedagógica: la acción del aula. Ésta no es sin embargo cualquiera: invoca la resolución de problemas como estrategia pedagógica central, el desarrollo de acciones transversales y también el trabajo con tareas colocadas en varios niveles de complejidad.

A algunas de estas acciones transversales se les llama “procesos matemáticos”:

Razonar y argumentar

El proceso se activa en todas las áreas de múltiples maneras, por ejemplo en el estudio de regularidades y patrones, en la justificación de la congruencia de triángulos, la elección de una representación matemática y su manipulación, en la solución de ecuaciones, entre otros. La justificación y

prueba son parte esencial de los quehaceres matemáticos y por lo tanto deben ocupar un lugar especial en la formación escolar.

Plantear y resolver problemas

Hay algunos elementos que vale la pena subrayar. En primer lugar, que no todo problema permite conducir a ideas matemáticas aunque sea interesante o divertido, por eso la acción docente es decisiva para el diseño de problemas apropiados. En segundo lugar, en cada área matemática es posible realizar este proceso de distintas maneras, pero siempre gradualmente. Las estrategias para la resolución de problemas deben ser introducidas no de forma abstracta sino en las instancias específicas en los problemas escogidos: a veces será potenciar el uso de diagramas, otras el reconocimiento de patrones, o la prueba con la exhibición de casos, etc. Igualmente, es necesario entrenar a los estudiantes en las diferentes etapas de la resolución de problemas como la comprensión de los mismos, el trazado de planes de acción y la evaluación o monitoreo de las acciones.

Comunicar

Este proceso está asociado a una característica esencial de los quehaceres matemáticos: una idea matemática para ser “correcta” debe ser aceptada por una comunidad profesional de matemáticos. Existen reglas específicas para hacer esto, lo cual es importante de incluir en los programas escolares. El proceso sugiere la comunicación en distintos niveles y formas, desde las más simples como verbales o escritas, hasta gráficas, simbólicas y formales.

Conectar

Es necesario tener una visión amplia de lo que este proceso supone en el medio educativo. Las conexiones se pueden desarrollar en muchos contextos: por ejemplo, dentro de cada área matemática (como cuando se aplican los procedimientos y operaciones de los números naturales en los racionales o reales). Pero también entre las distintas áreas matemáticas y de manera general con otras materias. Las Matemáticas, por su misma naturaleza, poseen las potencialidades para apoyar los procesos transdisciplinarios que desde los primeros años escolares se deben cultivar. El conocimiento debe visualizarse como una realidad interconectada llena de enlaces.

Representar

Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares).

El proceso busca favorecer la capacidad para elaborar y usar representaciones matemáticas que sirvan en el registro y organización de objetos matemáticos, para interpretar y modelar situaciones propiamente matemáticas, para manipular distintas representaciones de objetos matemáticos.

Propone también desarrollar capacidades para poder traducir una representación en términos de otras, comprendiendo las ventajas o desventajas (o los alcances) de cada representación en una situación determinada. (MEP, 2012, pp. 24–26).

Los procesos seleccionados trabajan de manera integrada y provocan gradualmente capacidades transversales, fortaleciendo a la vez la generación de las habilidades.

El ministro Garnier comprendió bien el sentido de estos procesos:

(...) realizar operaciones y procesos matemáticos de una mayor complejidad, en lugar de realizar meras operaciones mecánicas. Se trata de desarrollar el rigor y la capacidad matemática para la resolución de problemas, para la aplicación, matematización o modelización de diversas situaciones, así como de lograr mayores niveles analíticos en la justificación y argumentación matemática. Esto no se logra por medio de la “amplitud”, abarrotando los programas de contenidos, sino seleccionando bien cuáles son los contenidos necesarios para lograr “rigor y profundidad” en el manejo de los procesos y el lenguaje matemático. (MEP, 2012, p. 11).

Otro medio en el aula para provocar el desarrollo de las capacidades cognitivas superiores y la competencia general es el trabajo de los problemas en diversos niveles de complejidad.

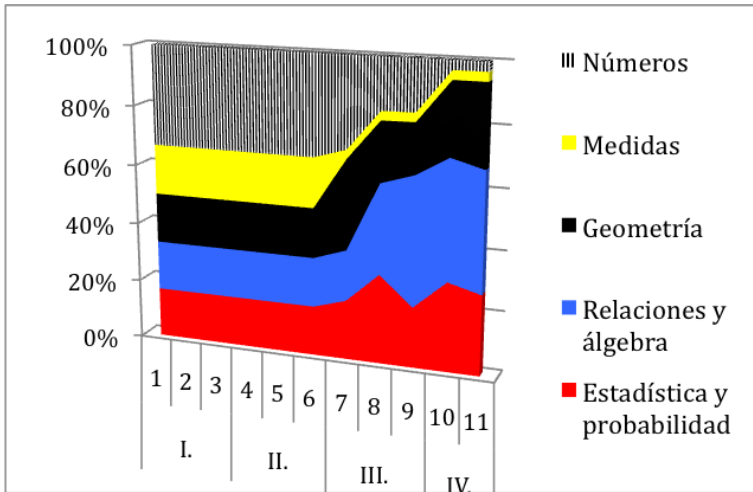
Es necesario aclarar de primera entrada la distinción entre problema y ejercicio: en el primero se requiere la participación de acciones cognitivas nuevas para el sujeto. Lo que puede ser un problema para un estudiante, para otro puede no serlo. El currículo asume por conveniencia los tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, esencialmente como fueron conceptualizados por PISA en el año 2003.

El planeamiento, gestión y desarrollo de aula y la evaluación deben tomar en cuenta los conocimientos, habilidades, procesos matemáticos y distintos niveles de complejidad.

9. Las áreas matemáticas

El currículo se diseñó con una integración vertical del primer grado escolar al último. La fundamentación teórica (filosófica y curricular) es la misma para todo el currículo, las áreas matemáticas son las mismas. Ésta es una diferencia en relación con los programas anteriores. Se busca con ello no sólo el desarrollo de perspectivas estratégicas de las áreas, para poder seguir su desarrollo en toda la formación escolar, sino además contribuir a disminuir las brechas que han predominado entre la Primaria y la Secundaria en Costa Rica. (Ruiz, 2006).

Las áreas y el espacio (definido por el tiempo de dedicación) que se propone ocupar en cada año escolar se muestran en la siguiente gráfica.



Gráfica 2. Las áreas matemáticas del currículo escolar de Matemáticas en Costa Rica

Varias son las características (cuantitativas) que se pueden observar en esta propuesta:

- Números ocupa un espacio mayor en la Primaria, luego disminuye en el Tercer Ciclo y se convierte en transversal en el Diversificado.
- Geometría es constante en todos los años escolares.
- Medidas ocupa un lugar en la Primaria, luego se vuelve transversal. No desaparece en la Secundaria, lo que sucedía antes, perdiendo oportunidades valiosas para la contextualización.
- Relaciones y álgebra inicia desde el primer año escolar, enfatizando los aspectos relacionales y no simbólicos, dando un lugar a tópicos que estaban disgregados anteriormente, enfocando y potenciando su papel en el currículo (ésta es otra ruptura con lo anterior).
- Estadística no se enseñaba en el Ciclo Diversificado y por eso su desarrollo en las aulas era inexistente, pues no se incluían sus temas en las pruebas nacionales de Bachillerato. Era usual que los docentes dejaran estos tópicos para el final y así no tener que verlos en el aula. Probabilidad no se veía en la Secundaria, lo cual es otro cambio conveniente en cuanto a los contenidos.

Un énfasis pragmático en el currículo, consistente con la formación escolar que se propone, influye en la manera como se trata cada área (contenidos y enfoques).

Se ha dado un lugar relevante a la Estadística y Probabilidad en todos los años escolares, precisamente porque es un área que aporta grandes posibilidades de realizar el enfoque principal: resolución de problemas con énfasis en contextos reales. También porque permite amplias conexiones con otras áreas matemáticas, y además porque ayuda a integrar ejes curriculares: uso de tecnologías y potenciación de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas. Para dotarse de ese sentido, su enseñanza debe provocar no tanto dominio del instrumental técnico estadístico o probabilístico

como especialmente de su papel en el tratamiento de la información y en el apoyo a la toma de decisiones razonadas y argumentadas por el individuo:

(...) uno de los temas fundamentales que se desarrolla persistentemente es el de la variabilidad de los datos. Es muy importante insistir en que la representación y modelización de muchos fenómenos se hace por medio de datos, y que los diferentes conjuntos de datos se pueden comparar y así brindar más conocimiento de los fenómenos de partida. De igual manera, un conjunto de datos requiere instrumentos para su descripción (media, mediana, moda, rango, desviación); su enseñanza debe hacerse en buena parte en función de su aplicación en el análisis de la información y resolución de problemas y no como objetos en sí mismos. Esto es relevante, pues a veces se ve equivocadamente la Estadística escolar como colecciones de fórmulas y un manejo mecánico de esos instrumentos. (MEP 2012, p. 55)

De igual manera:

Un egresado de la educación Secundaria costarricense debe ser capaz de comparar y juzgar en la vida cotidiana la validez de argumentos basados en datos, identificar los errores y distorsiones comunes en los medios de información, descubrir la racionalidad de afirmaciones sobre la probabilidad de eventos, así como manejar las ideas básicas de muestreo y realizar estadísticas aplicadas simples. Al igual que la lectura y escritura, el manejo de la Aritmética, la Geometría, el Álgebra y otras formas de matemáticas han sido parte de la alfabetización de la ciudadanía durante épocas: la Estadística y la Probabilidad deben concebirse como parte de la alfabetización ciudadana en el actual escenario histórico. (MEP, 2012, p.55)

Al haber ocupado un papel muy débil en la acción de aula y en la preparación de docentes de este país, pese a que esta área juega un papel relevante no se quiso introducir contenidos en exceso, en todos los años escolares no se va más allá de la estadística descriptiva ni de lo que condensa la axiomatización de Kolmogorov (lo que se "formaliza" en el décimo año).

Números no se afirma aquí como dominio de sistemas formales sino como recursos para el manejo de objetos y medios matemáticos hacia la modelización de la realidad física y social. Se apuesta a desarrollar el *sentido numérico*, las presentaciones numéricas múltiples, el cálculo, la operatoria instrumental en los problemas y la comprensión de los entes matemáticos que dan cuenta de la "cantidad" dentro de una perspectiva pragmática en sus fundamentos, aunque puedan tener niveles amplios de abstracción. En particular: "Se busca robustecer un sentido numérico, mediante una apropiación del valor absoluto y relativo de los números; esto refiere, por ejemplo, al uso de los números para representar dimensiones o entidades de la realidad, a la estimación numérica de valores y de las operaciones aritméticas, a la 'razonabilidad' de cálculos." (MEP, 2012, p. 51) La representación múltiple de los números es un propósito significativo.

La propuesta cambia el esquema de introducción de contenidos gradualista y lineal que existía: el uso de números naturales con cota superior de 100 en primer grado, 1000 en segundo, 10 000 en tercero, 100 000 en cuarto, 1 000 000 en quinto, y un tratamiento similar también con decimales y fracciones. Se propone ahora construir las capacidades numéricas operatorias en los grados 1 y 2 y dejar flexibilidad a partir del tercero (el programa coloca 100 000 como cota superior en tercero, pero lo que se propone es un tratamiento más libre), concentrar la acción en los naturales en este Primer Ciclo y atrasar el trabajo con fracciones y decimales para el Segundo Ciclo (aunque se incluyan medios, tercios y algunas nociones desde antes). Se asume una perspectiva más cognitiva y pedagógica que identifica una situación más compleja en las fracciones y los racionales, suponiendo un trabajo previo con lo numérico en el conjunto de naturales. Por eso mismo se atrasa la operatoria de fracciones en el Segundo Ciclo para introducirla cuando haya la madurez suficiente. Se busca potenciar el sentido operatorio y pragmático de los números, su comprensión conceptual y aplicación. En el Tercer Ciclo, la propuesta se distancia de una insistencia en los aspectos formales de sistemas numéricos. Los enteros se estudian en séptimo, los racionales en octavo y los reales en noveno con esta mentalidad. En todos los casos se pretende mostrar la necesidad teórica o práctica de los nuevos números. En décimo se realiza una mayor formalización, que incluye el tratamiento conjuntista aplicado (intervalos, etc.), algo que incluso conecta con algunas necesidades de la enseñanza planteada en Probabilidad en ese año escolar.

Las Medidas se perciben como un área al servicio de la contextualización activa que se propone y que refuerza los aprendizajes en las otras áreas. Su lugar en la conexión de situaciones es muy útil.

La Geometría se aborda en varios sentidos: como área privilegiada tradicional para entrenar el razonamiento y la argumentación matemáticas, pero también como recurso formidable para trabajar los objetos espaciales y planos. La visualización espacial se introduce desde el primer año escolar. No se buscará en ningún momento usar geometría vectorial ni se pretenderá formalizar o profundizar excesivamente el trabajo matemático en tres dimensiones.

El currículo anterior tuvo un enfoque totalmente "sintético". En el nuevo, desde el Segundo Ciclo escolar se introduce un tratamiento analítico mediante coordenadas (adaptadas a los sistemas numéricos que conocen los estudiantes). Este enfoque favorece las conexiones entre áreas matemáticas (como Relaciones y Álgebra) y ofrece múltiples posibilidades para percibir la potencia de la Geometría en procesos de la vida cotidiana y profesional.

Otra característica es la introducción de transformaciones en el plano (simetrías, traslaciones, homotecias, reflexiones, rotaciones). Esto apela al movimiento de los objetos geométricos. El software de geometría dinámica se puede usar aquí de manera natural para evidenciar propiedades y objetos que sin éste serían muy difíciles de trabajar.

En múltiples ocasiones se busca el tratamiento de los objetos geométricos con enfoques múltiples: sintético, analítico, dinámico, y sus relaciones. Por ejemplo, los tópicos de semejanzas y congruencias de triángulos se introducen por medio de homotecias en octavo año.

En el área Relaciones y Álgebra se potencia el pensamiento relacional, por ejemplo en torno a las funciones:

(...) usualmente han tenido en el pasado sólo un tratamiento muy abstracto de relaciones entre elementos de conjuntos (correspondencias, dominios, condominios, ámbitos, etc.), se colocan aquí en otra perspectiva más concreta: relaciones de cambio entre 2 variables (que dependen entre sí). Las funciones vistas así están asociadas a relaciones más generales, como pueden ser las relaciones de orden (menor o mayor que) o las relaciones de divisibilidad, etc. Asuntos como la proporcionalidad, los porcentajes, las velocidades o razones de cambio forman parte de esta área.

El concepto de cambio o variación, que también es común al análisis de datos, forma parte central de los temas de esta área. (MEP, 2012, p. 54).

El arsenal simbólico y los objetos llamados tradicionalmente algebraicos (ecuaciones, fórmulas, variables, etc.) encuentran mayor significado si se trabajan en un ambiente de relaciones y funciones: "(...) un tratamiento "funcional" de la manipulación de expresiones simbólicas, por ejemplo las ecuaciones, la factorización y la simplificación, lo que permite darle significado a varios temas de ese tipo". (MEP, 2012, p. 54). Esta asociación: "entre funciones y álgebra permite darle coherencia a muchos contenidos que suelen estar dispersos en los planes de estudio usuales." (MEP, 2012, p. 54).

Con este enfoque, estos temas se desarrollan mejor entre los estudiantes si se trabajan desde el inicio de la formación escolar: cambio, sucesión, patrón, son conceptos que se pueden introducir desde el comienzo y trabajarse gradualmente, y preparan estratégicamente para la introducción de otros más abstractos.

De igual forma, se incorporan conceptos y objetos matemáticos de modo distinto a como se hacía en este país. Por ejemplo, se adelantó la introducción de las funciones lineales en octavo año y las cuadráticas en noveno, pero sin un tratamiento conjuntista o formal. Se usa el término "función" en algunos momentos con restricción en sus dominios de acuerdo a los sistemas numéricos que conocen los estudiantes.

Un importante énfasis que se brinda a esta área es la modelización: usar el instrumental algebraico y funcional para identificar, usar y construir modelos sencillos de lo real: "Se podría decir que los procesos de cambio pueden ser modelados por las relaciones y funciones matemáticas, y éstas pueden tener distintas representaciones: gráficas, tabulares, simbólicas." (MEP, 2012, p. 54)

10. Los ejes disciplinares

Se establecen cinco ejes o énfasis curriculares: resolución de problemas, contextualización activa, potenciar actitudes y creencias positivas, uso inteligente de tecnologías y uso de historia de las Matemáticas.

Como eje curricular, la "resolución de problemas" no pretende que solamente se entrenen estrategias o heurísticas para resolver problemas, sino especialmente darle un

sentido a la participación de los problemas en la organización de las lecciones, la construcción de aprendizajes y toda la práctica de aula.

La “contextualización activa” hace referencia al trabajo en contextos reales o que el estudiante asuma de esa forma. Se distancia del clásico enfoque de aquellas situaciones matemáticas revestidas de contexto de una manera artificial (problemas con palabras) y se desarrolla sobre una manipulación de la información de la realidad circundante y gracias al uso de la modelización (uso y construcción de modelos).

Una fusión de los dos primeros ejes constituye el enfoque principal del currículo: la resolución de problemas con un énfasis especial en contextos reales. Este enfoque busca potenciar una estrategia para la acción: construir aprendizajes por medio de problemas con énfasis en aquellos tomados de los diversos contextos reales. Implica la planificación, la gestión y el desarrollo en el aula y la evaluación. El énfasis curricular, debe insistirse, no está en los contenidos (conocimientos y habilidades) sino en la acción pedagógica.

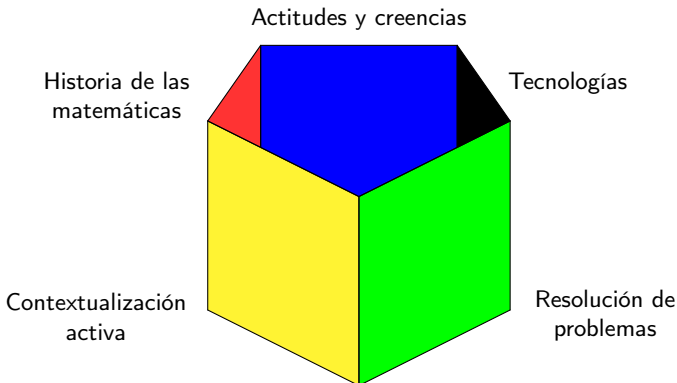


Figura 2: Logo del nuevo currículo que sintetiza los cinco ejes disciplinares transversales.

Estos ejes buscan, por un lado, dar un orden de prioridades al currículo (una dirección), esencial para su implantación, con base en la identificación de las necesidades educativas del país, necesidades por ausencia de su realización en el pasado y presente o de dimensiones que el escenario histórico plantea de cara al futuro. Por otro lado, se pretende apoyar, potenciar e integrar diversas acciones que están dispersas inevitablemente en el currículo.

Todos estos ejes se instrumentalizan de manera precisa en la malla curricular.

Sobre el uso de tecnologías

Plantear como eje curricular el uso inteligente de tecnologías responde a un rezago que el país ha tenido tanto en la cobertura de medios tecnológicos como sobre todo a la utilización insuficiente o inapropiada de estos recursos. La tecnología se visualiza como un instrumento que replantea el lugar y organización de contenidos curriculares, los métodos de manipulación de los objetos de aprendizaje y la construcción de aprendizajes con base en estrategias nuevas y de mayor impacto individual y colectivo

(interacción superior, tiempos de estudio más flexibles, aumento de recursos). Se trata de una visión que expresaba Ruiz et al (2003):

La tecnología (es un) factor transversal en la Educación Matemática en todos sus componentes. Es decir, existe la necesidad de replantear currículos, métodos pedagógicos, y la relación con la sociedad de parte de la Educación Matemática a partir de las nuevas tecnologías de la información y comunicación. En esto probablemente el uso de la computadora se ha vuelto el elemento decisivo, aunque no deben descuidarse otros instrumentos tecnológicos relevantes. (P. 196).

Su lugar se ajusta a las condiciones de la sociedad: lo que se traduce en una excitativa amplia para usar tecnologías (con diferencias entre áreas) a pesar de que su introducción obligatoria solamente se da en lugares pertinentes.

El uso de tecnologías se plantea de una manera gradual. En gran medida se introduce en “el tratamiento de varios tópicos, aumentando su uso con el avance en los años lectivos” (MEP, 2012, p. 60). Las indicaciones puntuales son un medio central para ofrecer los límites y métodos para usar la tecnología.

Otra característica: “el uso de tecnologías debe hacerse en función estricta del aporte que ofrezca al logro de fines de aprendizaje consignados, no debe adoptarse su uso por el valor intrínseco de la tecnología, sea cual sea éste.” (MEP, 2012, p. 61)

El uso de la calculadora se considera “desde la Primaria para corroborar operaciones (cálculo mental, estimación) y como un auxiliar en la resolución de problemas y situaciones contextualizadas”. (MEP, 2012, p. 61)

Se da importancia a los instrumentos dinámicos, por ejemplo del tipo Geometer's Sketchpad, Cabri, Fathom o Geogebra: “para facilitar cálculos, para apoyar la visualización de entidades y relaciones matemáticas, para favorecer la experimentación matemática, orquestar comunicaciones, formar redes y matematizar lo real externo.” (MEP, 2012, p. 61) El currículo propone: Geometría dinámica, Cálculo y representación gráfica (CAS), Simulación de experimentos estadísticos dinámicos.

Otro elemento es el papel relevante de la Internet en varias dimensiones:

- Indagación, valoración y selección de información pertinente para tópicos matemáticos; por ejemplo páginas web con información de situaciones matematizables, censos, mapas Google, figuras, etc.
- Reforzamiento de aprendizajes de matemáticas mediante sitios especializados con plataformas interactivas.
- Aprendizajes interactivos y colaborativos en redes virtuales educativas, también mediante plataformas especiales. (MEP, 2012, p. 61)

En el caso de la evaluación del uso de tecnologías, se propone:

(...) por medio de los problemas o ejercicios planteados, donde su utilización representa un componente oportuno. Por ejemplo, si en un problema el uso de la calculadora es significativo para su tratamiento o solución

(cálculos muy grandes que sin calculadora tomarían muchísimo tiempo, o el valor de una función en un punto que resulta necesario para el ejercicio), ese elemento debe ser tomado en cuenta. (MEP, 2012, p. 61)

Potenciar actitudes y creencias positivas

Colocar las actitudes y creencias positivas hacia las Matemáticas como eje curricular explícito parte de la comprensión que los aprendizajes requieren una base socio afectiva. Además, que las actitudes poseen una estrecha relación con creencias sobre las Matemáticas y sobre la enseñanza de las mismas. Esta dimensión no sólo se enuncia como un tema teórico sino como una orientación a seguir en la acción de aula.

Las actitudes que se desea promover son:

- Perseverancia.
- Confianza en la utilidad de las Matemáticas.
- Participación activa y colaborativa.
- Autoestima en relación con el dominio de las Matemáticas.
- Respeto, aprecio y disfrute de las Matemáticas.

Este eje:

(...) se deriva aquí de varias orientaciones globales. Por ejemplo, la escogencia de los ejes articuladores trabaja en esa dirección apelando al interés estudiantil y a un involucramiento en el aprendizaje. Otra: el uso correcto de tecnologías es un poderoso recurso de motivación, pues además de asociarse con la realidad actual de nuestra juventud, inmersa en un mundo lleno de tecnología, se refuerzan dinámicas activas e interactivas que pueden facilitar la atención estudiantil. (MEP, 2012, p. 62).

Es decir, hay una sinergia entre los distintos ejes.

Uso de historia

El uso de historia de las Matemáticas procura crear una perspectiva cultural de la disciplina de las Matemáticas, dotar de rostro humano a los conceptos matemáticos, generar motivación estudiantil, contextualizar conocimientos en situaciones históricas precisas y desarrollar capacidades que el trabajo con la historia apoya (comunicación matemática, establecimiento de conexiones con otras disciplinas o dentro de las mismas Matemáticas). También busca complementar los otros ejes curriculares.

Su fin es declarado:

El impacto más importante del uso de esta disciplina, sin embargo, no se puede observar en relación con habilidades específicas sino más bien en el mediano y largo plazos, pues es poco a poco que se van comprendiendo sus límites y perspectivas.

La Historia de las Matemáticas no sólo ofrece recursos muy valiosos para la acción de aula sino que potencia una perspectiva y una valoración sobre la disciplina, que es relevante para el aprendizaje efectivo y, más aún, para una comprensión culta de las Matemáticas, un imperativo para toda persona en el escenario en que vivimos. (MEP, 2012, p. 39).

Propósitos que se afirman:

- Mostrar distintas formas de pensamiento y acción matemática.
- Potenciación de las conexiones entre las diferentes áreas matemáticas.
- Favorece conexiones entre Matemáticas, Educación Matemática y concepciones generales de estudiantes y docentes.
- Enriquecimiento de la resolución de problemas.
- Potenciación de la contextualización activa.
- Fortalecimiento de la multiculturalidad.
- Atender grupos con particularidades socioculturales.
- Atender estudiantes con talento.
- Conexiones entre Matemáticas y otras disciplinas: la interdisciplina.
- Apoyo para el desarrollo de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas. (MEP, 2012, pp. 64-65)

Para realizar estos propósitos se plantean varios usos:

- Como un reservorio de anécdotas para motivar y sensibilizar.
- Descripción de situaciones matemáticas que sitúan un contexto y circunstancias individuales y socioculturales.
- Para determinar la secuencia o lógica de la presentación de algunos tópicos, pues la lógica histórica puede sugerir caminos semejantes en los aprendizajes.
- Uso de fuentes primarias, problemas o textos de matemáticos que pueden permitir el tratamiento de ciertos tópicos con las herramientas teóricas que se disponían en el momento histórico. (MEP, 2012, p. 65)

El uso de la Historia de las Matemáticas permite mostrar una “visión humanista de las Matemáticas” y “su carácter de construcción sociocultural”. Sin embargo, no se propone en este currículo como un contenido a evaluar, “para así ofrecer flexibilidad al gestionar su introducción, en un medio educativo nacional donde el uso de la historia de las Matemáticas no ha formado parte relevante de los programas escolares ni de las tradiciones pedagógicas.” (MEP 2012, p. 39).

11. Una vocación hacia la acción docente

Los conocimientos y habilidades se incluyen con base en la competencia matemática general que se desea potenciar y también estrechamente asociados a las condiciones locales del país. Eso supuso eliminar temas tradicionalmente incorporados en los

currículos, por ejemplo: varias de las estrategias de factorización algebraica (en la Secundaria), temas diversos de la geometría plana no analítica sobre la circunferencia y el círculo, o incluso las funciones trigonométricas. Tópicos como el máximo común múltiplo o mínimo común divisor, que estaban en el programa de Primaria en el cual los docentes poseen una formación generalista sin muchas Matemáticas, se trasladaron al primer año de la Secundaria, en el que los docentes tienen una especialidad en la enseñanza de las Matemáticas.

Por otro lado, el programa señala:

Una de las orientaciones relevantes para el desarrollo de la acción de aula con este currículo refiere al manejo de los contenidos y las habilidades específicas. Las habilidades no deben verse de manera desagregada. No se trata de objetivos operativos que deben trabajarse en el aula necesariamente por separado. Por el contrario, lo conveniente es tratar de integrar las habilidades específicas en todas las actividades de aprendizaje: planeamiento, desarrollo de la lección y evaluación. Por medio de un solo problema es posible abordar varias habilidades. (MEP (2012), p. 45)



Figura 3: Esquema de estrategia de integración de conocimientos y habilidades.

Este es un asunto crucial: rompe el esquema conductista de los “objetivos programados” al favorecer una gestión integrada de contenidos y acciones de aula. Es una consecuencia directa de asumir la resolución de problemas como enfoque (donde es natural que haya varias habilidades a la vez) y colocar el desarrollo de las habilidades como un propósito (las capacidades trabajan de manera integrada). Al mismo tiempo, favorece la eficiencia en el manejo de los tiempos de lecciones en el calendario escolar, pues el docente podrá concentrar el desarrollo de sus clases, favoreciendo un desahogo en su labor.

Ligado a lo anterior, con estos programas se busca que se trabajen en el aula menos problemas. Se propone en este sentido menor amplitud y más profundidad.

Con esta visión se introduce una mayor flexibilidad para modular la complejidad en función del tipo de alumno.

Indicaciones

El currículo facilita indicaciones generales sobre ejes curriculares, procesos y otros aspectos propuestos, pero tal vez una de las características especiales es la estructura de su malla curricular: un espacio en el currículo donde se señala la naturaleza y los alcances de los contenidos que aparecen en las otras columnas. Se ofrecen aquí centenares de ejemplos de problemas, indicaciones para promover los procesos matemáticos, el uso de tecnología, de historia y para potenciar las actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas. Se añaden también centenares de indicaciones sobre metodología y evaluación para cada área en cada ciclo educativo.

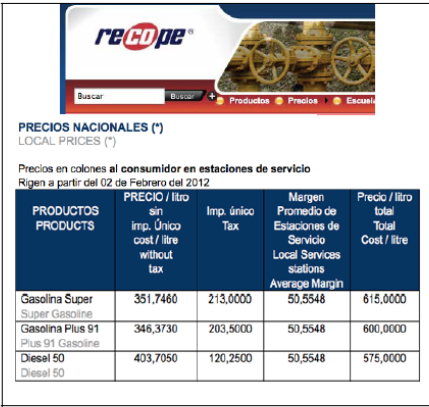
8° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Números racionales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de número racional • Representaciones • Relaciones de orden 	<p>1. Identificar números racionales en diversos contextos.</p>	<p>▲ Se pueden proponer problemas como el siguiente.</p> <p>☺ Aquí aparecen los precios de los combustibles.</p>  <p>Imagen tomada de: http://www.recope.go.cr/info_clientes/precios_productos/</p> <p>Si en la gasolinera pido que me vendan ₡10 000 en gasolina Plus 91, ¿cuántos litros me dan?</p> <p>▲ Problemas como éste permiten introducir la necesidad de utilizar otros números diferentes a los enteros.</p>

Figura 4: Ejemplo de la malla curricular.

En la figura de arriba se muestra la estructura de la malla curricular, en la columna de indicaciones puntuales se ofrece una muestra de la contextualización activa que se propone como eje. En la figura que sigue se consigna la relación entre conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.

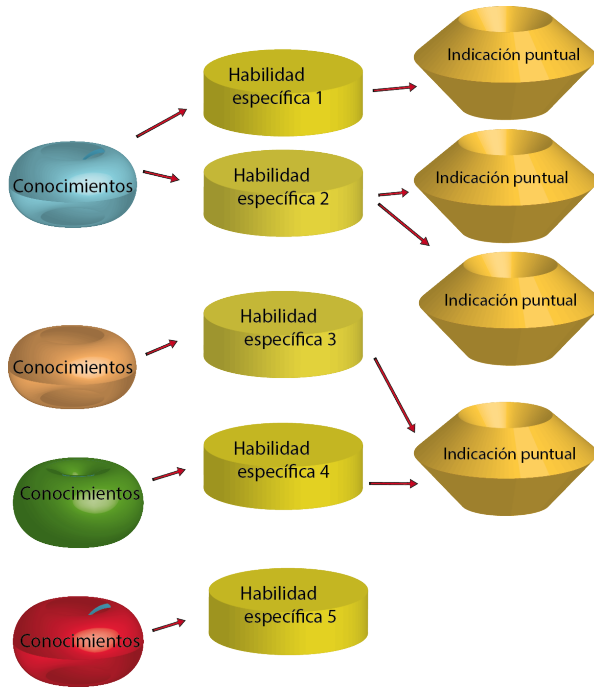


Figura 5: Relación entre conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.

La voluntad de apoyo al docente se expresa incluso en la utilización de íconos que se introducen en la malla curricular como llamadas de atención sobre diversos elementos de los fundamentos. Véase la tabla siguiente:

Tabla 5
Simbología empleada en la columna de indicaciones puntuales

Elemento	Símbolo
Indicación puntual "normal".	▲
Problema planteado como un ejemplo para ilustrar un tópico o para dimensionar las habilidades propuestas.	😊
Indicación sobre uno de los cinco procesos matemáticos.	⚙️
Indicación sobre actitudes y creencias.	💡
Indicación sobre un elemento de historia de las Matemáticas.	📖
Indicación sobre el uso de tecnología.	📅
Indicación sobre un eje transversal a las asignaturas del currículo escolar costarricense.	👥
Fuente: MEP (2012, p. 75).	

Estos aspectos aseguran una convergencia entre los fundamentos teóricos del currículo y la malla curricular, con una poderosa vocación de apoyo al docente en servicio.

Cuarta parte

El nuevo currículo costarricense y la discusión internacional en la Educación Matemática

El diseño curricular costarricense utiliza algunos hallazgos, ideas y experiencias que han estado presentes por décadas en la comunidad educativa internacional. En esta parte se mencionan varios de estos elementos.⁹

12. Más allá del Constructivismo

La política educativa costarricense aprobada en los años 90 adoptó el Constructivismo como un fundamento, sin embargo, lo que se adopta es en esencia la búsqueda de un enfoque centrado en el estudiante (situación cognoscitiva, subjetividad y cultura) y su papel activo. Esto ha tenido gran influencia en los currículos de muchos países. Su énfasis en los aprendizajes como progresos cognitivos (particularmente estructurales) ha repercutido en una forma de enseñanza distanciada de los enfoques conductistas que dominaron durante mucho tiempo: una contribución elemental del constructivismo.

Con Confrey y Kazak (2006, p. 306–309) se podría señalar su ascenso situado entre los años 1986 y 1995, teniendo precedentes en al menos tres fuentes: la tradición de la resolución de problemas (desde al menos Polya), la tradición sobre errores, falsas creencias y obstáculos epistemológicos (que incluye los trabajos de Brousseau) y las teorías de desarrollo cognitivo (el mayor peso de Piaget, pero con la participación de Van Hiele y otros). Se trata de una corriente epistemológica que enfatiza el papel del sujeto en la construcción cognoscitiva. Una de sus fuentes centrales son los trabajos de Piaget (1950, 1970, 1973). Con Ruiz (2000) se coincide:

En Piaget: el sujeto es el factor activo. Para Piaget existe una “abstracción reflexiva”, que define como una generalización operatoria. Es esta clase de abstracción la que le permite proponer *etapas mentales* definidas por medio de estructuras mentales. Este asunto de las etapas es uno de los temas más conocidos sobre sus ideas epistemológicas. Para Piaget, las acciones del sujeto y no del objeto son las claves. El objeto posee un rol secundario: ofrecer circunstancias sobre las que el sujeto interviene. En este mundo teórico el sujeto puede coordinar y combinar sus acciones. ¿Qué crea el conocimiento matemático? Su respuesta es inequívoca: la acción y operación mentales.

Algunas de las principales definiciones de esta visión han sido condensadas, entre otros, por Von Glaserfeld (1984, 1987, 1989), Cobb (1983), Dubinsky (1992). Como sintetiza muy bien Radford (2008), tres premisas epistemológicas del constructivismo son: i) el

⁹ Esta parte está compuesta casi íntegramente por fragmentos que forman parte de algunas notas incluidas en el nuevo currículo de Matemáticas en Costa Rica. Todas las notas de investigación fueron elaboradas en los programas por el autor de este artículo.

conocimiento no se recibe de manera pasiva por el sujeto sino que es construido, ii) la función cognitiva es adaptativa y sirve a la organización de la experiencia y no a la descripción de una realidad ontológica, iii) el sujeto construye su conocimiento de manera autónoma. Estas últimas premisas poseen sus orígenes más antiguos en la filosofía de Kant: se asume la imposibilidad de conocer un mundo externo al sujeto, a lo único que se puede aspirar es a un conocimiento hipotético, cuyo valor lo da su "viabilidad" (Von Glaserfeld, 1995). El objeto epistémico es en el Constructivismo una oportunidad para la acción del sujeto.

La primera premisa es aceptada por doquier, como señala Kilpatrick (1987): "(...) la mayoría de científicos cognitivos fuera del Conductismo darían su asentimiento fácilmente, y casi ningún educador matemático activo vivo creería algo distinto" (pp.7-8).

Este Constructivismo enfatiza las construcciones cognitivas individuales. Es la variante teórica más conocida. Aquí se empuja una visión de la acción de aula donde tienen poco lugar la sociedad y la cultura, y se condiciona el papel docente.

Otra tradición epistemológica es la llamada *socioculturalista* emparentada con el pensamiento de Vygotsky (1978):

(...) toda alta función mental fue externa y social antes de ser interna. Fue primero una relación social entre dos personas. Podemos formular la ley general de la genética del desarrollo cultural en la siguiente manera. Toda función aparece dos veces o en dos planos... Aparece primero entre personas como una categoría intermental, y después dentro del niño como una categoría intramental.

Aquí hay también construcción de aprendizajes pero dentro de unidades sociales. Por el hecho de que hay construcción a veces se ubica también como una variante de Constructivismo. Se trata de dos énfasis epistemológicos que por supuesto han tenido influencia en las acciones que se proponen para el aula.

Los autores constructivistas cognitivos han buscado respuestas a la necesidad de salir del marco cognitivo individual y darle algún lugar a lo social y cultural, incluso alejándose definitivamente de esa variante de Constructivismo. Un ejemplo es la ubicación de la clase como *microcultura* donde las interacciones incluyen negociación de significados (Bauersfeld, 1994; cf. Cobb & Bauersfeld, 1994), con una orientación que se suele llamar "interaccionista". (Cf. Ruiz & Chavarría, 2003)

En la comunidad de Educación Matemática, desde mediados de los años 90 el foco de interés se ha distanciado de las investigaciones constructivistas "cognitivistas", se ha dado un papel importante al lenguaje, la cultura, los métodos, fines y medios que ha construido la sociedad (Artigue, 2011; D'Ambrosio, 1997, 2007, 2008; Valero, 2004; Radford, 2008). Este enfoque ha pesado en la acción de aula para fundamentar el papel docente y la interacción colectiva y social no sólo como medios para provocar construcciones cognitivas, sino como factores que intervienen para transmitir la cultura y el conocimiento de una sociedad. Las implicaciones de esta situación epistemológica para la práctica educativa pueden ser muchas. Una de ellas es que el maestro no sólo debe crear (y dirigir) las condiciones para la construcción cognoscitiva y el aprendizaje y dejar el estudiante un poco suelto (como haría el

constructivista típico), sino que además, es un comunicador de construcciones sociales y culturales que por su concurso penetran en la experiencia del estudiante. El maestro debe también permear al estudiante en torno a las prácticas matemáticas establecidas socialmente. Debe, por ejemplo, transmitir lenguaje, nociones y métodos aceptados por la comunidad matemática. (Ruiz, 2000). Como señala correctamente Artigue (2011):

Una constatación unánime es que la investigación, inicialmente centrada en el alumno, en la comprensión de su funcionamiento cognitivo y en la elaboración de organizaciones didácticas respetuosas tanto de la epistemología de la disciplina como del funcionamiento cognitivo, se ha desplazado hacia el docente, considerándolo como un actor esencial y problemático de la relación didáctica. La investigación se interesó en sus creencias, conocimientos y prácticas. Los investigadores trataron de identificar los conocimientos necesarios para realizar esa labor, entender sus características, sus interconexiones, la manera de cómo se forman y se desarrollan (Even & Ball, 2008). La distinción introducida en 1986 entre "content knowledge", "pedagogical content knowledge" y "pedagogical knowledge" (Schulmann, 1986) fue trabajada y revisada dando lugar a construcciones tales como aquella propuesta por Deborah Ball y sus colegas (Ball, Hill & Bass, 2005). Aproximaciones teóricas específicas también se han desarrollado, tales como la aproximación dual de las prácticas de enseñanza (Robert y Rogalski, 2002) que combina contribuciones didácticas y de ergonomía cognitiva para pensar la complejidad del trabajo docente o la teoría de la acción conjunta (Sensevy & Mercier, 2007). La investigación también se interesó en las prácticas de formación del profesorado y en sus efectos, analizando sus limitaciones y tratando de comprender las razones para el éxito de ciertas prácticas. Es emblemático de este interés el trabajo que se ha desarrollado internacionalmente en torno a la práctica japonesa dicha de "Lesson Study" (Isoda, Stephens, Ohara y Miyakawa, 2007). (pp. 3-4)

Hay asuntos muy valiosos que en el constructivismo cognitivo tampoco han sido integrados, como el papel de lo emocional en la construcción de los aprendizajes, algo que también fue propuesto por Vygostky (1986) y que ha sido objeto de varias investigaciones (cf. Ernest, 2011; cf. Rolf & Radford, 2011).

Hay otros elementos que provocan tensión en las filas constructivistas. Por ejemplo, la existencia de aprendizajes que no requieren construcciones cognitivas independientes por el estudiante (por ejemplo, notaciones, convenciones sobre procedimientos, etc.). Autores como Lesh y Doerr (2008) aportan:

Existen al menos cuatro cualitativamente distintos tipos de objetivos instruccionales que son importantes en la Educación Matemática y que no todos necesitan construirse independientemente por los estudiantes: ellos son: (a) *objetivos de conducta* (OC) como los simples hechos y destrezas, (b) *objetivos de proceso* (OP) como los hábitos de mente que no están

conectados a ningún constructo particular matemático, (c) *objetivos afectivos* (OA) como actitudes, creencias, sentimientos y (d) *objetivos cognitivos* (OC) como los modelos y sistemas conceptuales que los acompañan (constructos) para construir, describir, explicar, manipular, y controlar matemáticamente (o estructuralmente) sistemas interesantes... (p. 532-533)

La perspectiva en la que coinciden muchos autores es que un nuevo "paradigma" emergerá integrando Constructivismo y las perspectivas socioculturales, así como los influjos provocados por las tecnologías en la educación. La modelización -se afirma- puede ser fuente de esta nueva perspectiva (Confrey y Kazak, 2006, p. 334). También las elaboraciones semióticas (Gravemeijer, 2010, p. 8). Podemos señalar con Ruiz (2000) algunas de las características que encuentran consenso:

- el papel de la clase como centro de la actividad educativa,
- el estudiante como constructor activo de su conocimiento, es decir el aprendizaje como una forma de reconstrucción individual que hace referencia a la experiencia individual y a las condiciones personales del sujeto, pero en interrelación activa con los otros estudiantes y el maestro,
- el papel del maestro no sólo como facilitador sino también como comunicador de construcciones socioculturales,
- la clase como centro de *negociación* entre estudiantes, entre estudiantes y maestro.

Epistemología

Dentro de la perspectiva que fundamenta el currículo costarricense se asumen premisas epistemológicas que dan lugar a una participación específica de tres componentes: sujeto, objeto y lo social. En Ruiz (2000) se resume una posición manifestada por este autor desde los años 1980:

(...) hemos afirmado la conveniencia de considerar 3 extremos epistemológicos en lugar de dos (tres factores funcionalmente importantes): el sujeto, la sociedad (marco social), y el objeto material. Para nosotros el conocimiento es resultado de una síntesis dialéctica del movimiento de estos tres factores en una relación-proporción de influencias de difícil precisión cuantitativa. Es decir, el "porcentaje de influencia" o "determinación de cada factor en el "output" cognoscitivo es difícil de establecer e, incluso, no existe todavía suficiente evidencia científica para tener criterios definitivos. Pero recordemos nuestro punto. El sujeto epistémico, cuyas determinaciones de base se encuentran en lo biológico y lo físico, es activo. Pero esto es así en una relación con el objeto material también dinámico y activo (aunque no de la misma forma). Ambos factores son activos de maneras diferentes y condiciones, incluso temporales, distintas. Los movimientos autónomos de cada uno intervienen en el otro. La resultante sólo se puede aprehender en la relación conjunta. Esta relación epistemológica es en sí una realidad incluso material diferente a cada uno de los constituyentes.

Esto es decisivo. La relación adquiere un sentido especial al sumergirse en el contexto social (en las relaciones entre los hombres, la cultura, etc.). Este "contexto" influye en el movimiento del sujeto y, a veces, incluso modifica la realidad del objeto. La referencia a lo social como factor epistemológico implica de una manera más precisa una referencia a la historia misma, le da una dimensión histórica a los procesos del conocimiento. (p. 35)

Ruiz (1995a) señalaba: "En Costa Rica, hemos acuñado la expresión *Constructivismo Empírico* para tratar de condensar este tipo de aproximación a la naturaleza de las matemáticas." (p. 5).

Esta visión sustenta la integración de un accionar estudiantil en la construcción de sus aprendizajes, da lugar a la experiencia del sujeto con el objeto y con realidades (el influjo empírico), y a lo social (que incluye desde cultura, saberes, o reglas de conducta) que subraya el papel del docente como trasmisor de elementos externos a la clase.

Identificación con Teorías

En la discusión anterior se puede apreciar la perspectiva pragmática que fundamentó el diseño curricular costarricense. Esto parte de que para nutrir un currículo y la acción de aula lo más pertinente parece ser no identificarse drásticamente con ninguna teoría o paradigma de una manera radical. Y más bien conviene asumir un criterio amplio, integrador pero coherente, que utilice los elementos teóricos que se requieren en correspondencia con las necesidades educativas, incluso acercándose a lo que suele llamarse "pragmatismo realista". Es lo que Cobb (1994) ya expresaba: "el aprendizaje matemático debe verse como un proceso de construcción activa individual a la vez que un proceso de enculturación de prácticas matemáticas de una sociedad más amplia" (p. 13), idea que recientemente sigue sosteniendo (cf. Cobb, 2011, p. 16). En ese sentido, por ejemplo, se deben ver los aprendizajes como resultantes dinámicas de construcciones cognitivas y de influjos socioculturales que provocan aprendizajes también por otros medios (imitación, repetición procedimental, etc.). Y esto nos lleva a asumir las acciones didácticas y pedagógicas que se requieren.

En la resolución de problemas (que resalta contextos reales e instrumentos tecnológicos), precisamente es adecuado poner en práctica esta visión. A la fortaleza de ver los aprendizajes como construcciones de los sujetos de manera activa (que ha acordado la política educativa costarricense), se añade la presencia de un docente que transmite las influencias socioculturales y los constructos de la disciplina, todo a través de un medio escolar que posee sus propias reglas.

13. La Resolución de problemas y los contextos reales

Resolución de problemas

El tema de la resolución de problemas tiene unos 30 años de estar en las discusiones educativas internacionales desde que el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) planteó *An agenda for action* en 1980; se trataba de una respuesta a la etapa que se denominó de “Back to Basics” que se dio como reacción a las dificultades que tuvo la reforma de las Matemáticas modernas durante los años 1960–1970 en varios países. A finales de esa década se realizaron precisiones sobre esta temática por el mismo NCTM, que por ejemplo se expresaron en *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* de 1989. Se subrayaba desde entonces el provocar aprendizajes a través de la resolución de problemas. Los antecedentes de las propuestas de la década de los ochenta eran trabajos como los de G. Polya (1945). Schoenfeld (1985) ofreció una influyente reformulación de las ideas de Polya lo que constituyó un nuevo punto de partida para el tema en la comunidad de Educación Matemática. Stanic y Kilpatrick (1988) escribieron una síntesis hasta ese momento de la resolución de problemas que constituye un “clásico”. Una versión más general de la resolución de problemas la aportó hace poco Schoenfeld (2011).

Se coincide con Cai y Lester (2010), en una reseña reciente sobre el enfoque de generar aprendizajes a través de la resolución de problemas:

El ambiente de aprendizaje de **enseñar a través de la resolución de problemas** ofrece un medio natural para que los estudiantes puedan presentar varias soluciones a su grupo o clase y aprender matemáticas a través de interacciones sociales, negociación de significados, y alcanzar un entendimiento compartido. Estas actividades ayudan a los estudiantes a clarificar sus ideas y a adquirir perspectivas diferentes del concepto o la idea que están aprendiendo. Empíricamente, enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas ayuda a los estudiantes para ir más lejos de adquirir ideas aisladas hacia el desarrollo de sistemas de conocimientos crecientemente conectados y complejos (p. 3). Énfasis añadido.

El planteamiento de la resolución de problemas fue asumido en los currículos de diversos países, entre ellos Japón, Corea y Singapur. Por ejemplo, desde los 80 Singapur lo colocó como el corazón de su currículo de Matemáticas; las diferentes modificaciones curriculares hasta ahora han dejado intacto ese planteamiento (Ministry of Education of Singapore, 2006a; Soh, 2008). A la vez, “...ha sido un elemento importante en los currículos matemáticos de Finlandia por más de 20 años” (Pehkonen, Hannula & Björkqvist, 2007, p. 121). Una de las conclusiones relevantes del estudio de las pruebas TIMSS en el año 1999 es precisamente que en todos los países estudiados, Australia, República Checa, Hong Kong (SAR), Japón, Holanda y Suiza (seleccionados por su exitoso rendimiento en pruebas internacionales), se trabajaba más de un 70% del tiempo de clase con resolución de problemas (Hiebert, Gallimore, Garnier, Givvin, Hollingsworth, Jacobs, Chui, Wearne, Smith, Kersting, Manaster, Tseng, Etterbeek, Manaster, Gonzales y Stigler, 2003).

Japón asumió ideas del NCTM en los ochenta, pero en ese país la resolución de problemas posee un sentido esencialmente pragmático alrededor de la acción de aula: significa una lección que genere entendimiento (aprendizajes). Los estudios comparativos internacionales sobre la lección han consignado las características y puntos fuertes de la lección japonesa. Precisamente, en Ruiz (2011) se analizan esas características en su relación con la experiencia de otros países; varias de sus conclusiones sobre la lección japonesa fueron valiosos insumos de la visión sobre la resolución de problemas que se incorpora en este currículo.

Para Shimizu (2007, p. 185), las características únicas de las lecciones de Matemáticas japonesas son, resumidamente¹⁰:

- presentación de problemas matemáticos que valen la pena introducir en el aula (que son relevantes o interesantes matemáticamente),
- énfasis en la realización de conexiones matemáticas dentro de la lección y a lo largo de varias lecciones (coherencia cognoscitiva e interrelaciones),
- presentación e intercambio sobre los métodos diversos de solución dados por los estudiantes (participación activa de éstos),
- clarificación de los objetivos de la lección (resumen por parte del profesor, cierre intelectual y pedagógico de la lección).

De alguna manera, se puede percibir la dinámica de esta lección. Shimizu (2009) resume sus conclusiones sobre la lección en Japón:

- Los profesores organizan la lección alrededor de soluciones múltiples de un problema dentro de una modalidad dirigida a toda la clase (p. 312); reafirma lo que Stigler y Hiebert (1999) afirmaron: una clase “estructurada por la Resolución de problemas”, pero con el aporte de soluciones múltiples por parte de los estudiantes.
- En todas las fases de la lección se da un involucramiento sustancial del estudiantado (p. 314).
- Es posible evocar la metáfora de la lección como una obra de teatro con la necesidad de tener un clímax: KI-SHO-TEN-KETSU, que resume el punto de inicio KI hasta el resumen de la historia KETSU.
- Existe una correlación directa entre los valores, objetivos e intenciones deseadas por el profesor para el desarrollo de la lección y aquellos por parte de los estudiantes: la respuesta directa a las acciones instruccionales de los maestros, en armonía, es la forma en que se desarrolla la práctica construida de manera compartida por profesores y estudiantes en el aula (p. 317).
- La valoración del pensamiento estudiantil se incorpora, también, directamente en los “Estudios de Lecciones” (lección-estudio), el mecanismo privilegiado para la formación continua y para el diseño de buenas lecciones en el Japón. En el “Estudio de lecciones”, uno de los rasgos centrales es la anticipación de la conducta y reacción de los estudiantes, de las formas posibles de su pensamiento, para así diseñar o

¹⁰ Los siguientes párrafos de esta subsección “Resolución de problemas” han sido tomados casi íntegramente de Ruiz (2011, pp. 107-109).

planificar bien las lecciones: la discusión general de toda la clase depende de las soluciones aportadas por el estudiantado, y por lo tanto la anticipación de lo que pueda aportar el estudiante es central. Esto es “el aspecto crucial del planeamiento de la lección en el enfoque japonés para la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas” (p. 318).

Sin duda, la naturaleza de la lección japonesa sólo puede comprenderse en relación con las estrategias de resolución de problemas, y donde se involucran también varios factores, que incluyen no sólo lo cultural y contextual, sino los mecanismos de formación continua e investigación acción. Pero hay otros aspectos.

El lugar central de la resolución de problemas es un asunto que se incorporó en Japón en la década de los 80 en el siglo pasado, precisamente cuando en los EUA el National Council of Teachers of Mathematics lanzaba su *Agenda for Action*, si bien una primera mención se puede consignar desde 1951 (Hino, 2007, p. 504). Este influjo se corporalizó en un contexto educativo que se alejaba de las premisas de la reforma de las “Matemáticas modernas” (como sucedía en muchas partes del mundo), y constituyó el principal mecanismo para reexaminar la Educación Matemática en el Japón. Si bien se dio un “Back to Basics”, como también sucedió en otras latitudes, Hino (2007) sostiene que quedó como un principio que debían incorporar las Matemáticas más modernas en el currículo para potenciar la creatividad y el pensamiento matemático. Sin embargo, tal vez lo más interesante de mencionar es que los primeros *First and Second International Mathematics Studies* revelaron que si bien los estudiantes japoneses mostraban buenas destrezas de cómputo no era así en cuanto al pensamiento matemático. La resolución de problemas se percibía también como la orientación para enfrentar esa situación de debilidad (Hino, 2007, p. 504).

Nagasaki (1990), reseñado por Hino (2007), afirmaba la existencia de 3 enfoques hacia la resolución de problemas: 1) como un objetivo de instrucción en la educación matemática hacia el desarrollo de la destreza en la resolución de problemas para potenciar el pensamiento, 2) como el proceso mismo de instrucción, para la adquisición de destrezas de pensamiento directamente relacionadas con la Matemática, y 3) como el contenido de la instrucción, es decir, los procedimientos, fases o estrategias metodológicas de la resolución de problemas se enseñan como contenido. Para Nagasaki, este último enfoque es el que se apuntala en los años 80. Durante los años 1980-1995, se condujeron numerosas y amplias investigaciones científicas sobre resolución de problemas. De igual manera, muchas investigaciones prácticas, desarrolladas por maestros y profesores en servicio (en espacios como los “Estudios de la lección”) se multiplicaron (Hino, 2007, p. 507). Estas últimas orientadas en dos direcciones: construcción de materiales de enseñanza para potenciar las destrezas estudiantiles, y por otra parte, hacia la organización de la lección. Debe decirse, sin embargo, que la investigación sobre la organización de las lecciones no empezó en estos años por la resolución de problemas; ya desde los años 1960 se pueden consignar investigaciones. Sin embargo, la resolución de problemas jugó un papel fundamental en la profundización y generalización de este tipo de investigaciones.

Se dio entonces una imbricación entre investigadores de universidades y educadores en servicio en torno al uso de la resolución de problemas, una unidad de propósitos colectivos. Casi todas las lecciones que se desarrollan en los “Estudios de lecciones” se

realizan desde entonces siguiendo la resolución de problemas (Hino, 2007, p. 509). Los japoneses se “casaron” con la resolución de problemas, la ampliaron y la potenciaron. Se puede decir que la misma estructura y organización de la lección, aparte de los influjos culturales o las tradiciones de planeamiento e implementación de la lección, se deben asociar con el uso de esta estrategia y política educativa. Esta visión nutre el currículo costarricense.

Contextos reales

El lugar de los contextos reales en la enseñanza de las Matemáticas juega un papel central en el nuevo currículo costarricense: “El enfrentar situaciones reales que suponen estrategias varias de matemáticas, lógica, de lectura cuidadosa e incluso sentido común son muy valiosas: experiencias cercanas a la vida real y cotidiana. La llamada *contextualización* de las matemáticas juega un papel especial.” (Ruiz, 2000). Pero de una forma distanciada de las “contextualizaciones” artificiales y triviales que muchas veces se realizan:

No se trata de simplemente “revestir de entorno” una operación, es más complejo y estimulante: enfrentar una realidad, hacer un *tratamiento de la información*, determinar los límites y los métodos matemáticos para abordar la situación. Aquí se han dado muchos equívocos: no se trata de colocar la operación $8 + 15$ como 8 naranjas más 15 naranjas para visualizarla o darle contenido real; eso sería un disparate. De lo que se trata es de ofrecer al estudiante una *situación-problema* que le permita usar su mente de manera amplia, tomando en cuenta las variables posibles y escoger los recursos e instrumentos apropiados. (Ruiz, 2000, p. 39).

El énfasis en contextos reales para los problemas es también una característica del mismo marco teórico de PISA; éste encuentra fundamento en las orientaciones de la *Educación Matemática Realista* (EMR) iniciada por Hans Freudenthal (1973, 1991) como respuesta a algunas tendencias dominantes en su momento en la Educación Matemática (como la “Reforma de las Matemáticas Modernas” y el Conductismo). En esa corriente se afirma la matematización de dos maneras: horizontal y vertical. La primera refiere a la organización de los elementos reales, casi empíricos, del contexto mediante modelos. La segunda es la organización, estructuración y refinamiento de los modelos a través de las formas de pensamiento y lenguaje matemáticos. En la primera se va del mundo de la vida al mundo de los símbolos, en la segunda se mueve sólo en el de los símbolos. Existe una fuerte interacción e intersección entre ambas formas de matematización. Ambos tipos de actividad se encuentran en la práctica del matemático y justamente se busca trasladarlos a la acción escolar, aunque con adecuaciones. La Educación Matemática debe proporcionar contextos adecuados para que se puedan desarrollar ambas formas de matematización. Si los problemas que se ofrecen son abstractos, solamente se le da la oportunidad de una matematización vertical.

En este currículo se acepta como conveniente la orientación general de la EMR, sin embargo se hacen dos acotaciones: en primer lugar, se considera relevante la presencia de problemas abstractos en la lección como elementos para construir aprendizajes y promover competencias. En segundo lugar, los problemas en contextos reales deben

seleccionarse con cuidado y disponer de suficientes ejemplos y recursos que requerirá el país durante varios años. Se propone aquí, entonces, una estrategia dominante en problemas en contextos reales pero sin debilitar el papel de los problemas abstractos (que son esenciales para el dominio de temas matemáticos). Sobre esto último, se acepta que:

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se debe permear del tipo de condiciones que establece la naturaleza de la disciplina, y especialmente ajustarse y construir pedagógicamente la abstracción, pero no para evadirla, sino para comprenderla mejor. En un marco teórico que establece vasos comunicantes con la realidad física y social, la Educación Matemática debe fortalecer las diferentes formas de abstracción y operación mental que constituye esta ciencia. La abstracción es importante, es fundamental. Desarrollar la capacidad de abstracción en los alumnos es darles las condiciones para realizar un pensamiento abstracto, independiente, crítico y capaz de ascender a lo mejor de la cultura y el conocimiento universales. (...) La acción abstracta, sin contextualizar o revestir de entorno, fortalece las destrezas calculatorias, y el pensamiento abstracto. Si se hace lo contrario, y se exagera en la contextualización, se abusa en la presentación y uso de las matemáticas como inducciones y generalizaciones del entorno, y, entonces, se debilita el desarrollo de la capacidad de abstracción de los estudiantes. (Ruiz, 2001, p. 3).

Se concibe una visión de las Matemáticas y de su enseñanza:

Las matemáticas son ciencias de lo abstracto y trabajan los aspectos más generales de lo que existe. Se debe encontrar en los elementos específicos la estructura de conocimiento y la abstracción de la disciplina; es decir, establecer un puente entre lo particular y lo abstracto, no quedarse en lo particular. Se trata de enfatizar los conceptos de alta calidad y pertinencia matemática que puedan dar sentido al tópico tanto para el estudiante como dentro de los objetivos de desarrollo de competencias y aprendizajes generales en la disciplina. Ahora bien, debe existir un equilibrio estratégico con el "andamiaje": se requiere de andamios pedagógicos y pasos cognoscitivos y de aprendizaje, con "variación", o como se quiera conceptualizar, que pavimenten el camino hacia la abstracción. (Ruiz, 2011, p. 115).

Es así como: "Todo apunta a una estrategia educativa que sepa colocar las dimensiones abstractas y las no abstractas en el lugar que le corresponde a cada una, de acuerdo a los mejores fines de fortalecer la formación matemática de la población con vista al mundo que hoy enfrentamos." (Ruiz, 2001, p. 3).

Se adopta en este currículo una convergencia valiosa entre la enseñanza de las Matemáticas a través de la resolución de problemas, la orientación de la EMR y planteamientos de este autor.

14. La lección para construir aprendizajes

La propuesta costarricense identifica cuatro momentos en la acción de aula para construir aprendizajes. Lo que ha predominado hasta ahora en la educación Secundaria de Costa Rica es un estilo de organización de la lección que subraya una secuencia de pasos o momentos: Teoría→Ejemplo→Práctica Rutinaria, y a veces la introducción como apéndice de un ejercicio contextualizado:

1. En el paso de la teoría se proporcionan las definiciones y los principales conocimientos asociados al tópico curricular.
2. En el siguiente paso se hace la descripción de los ejemplos que muestran o ilustran los conceptos o procedimientos asociados.
3. El tercer paso corresponde a la presentación de ejercicios similares a los ejemplos en su grado de dificultad pero con ligeras variaciones.
4. Es posible que se añada al final algún ejercicio contextualizado, cuyo nivel de complejidad no dista del utilizado en los ejemplos y ejercicios.

Este estilo se puede ver en la siguiente figura.

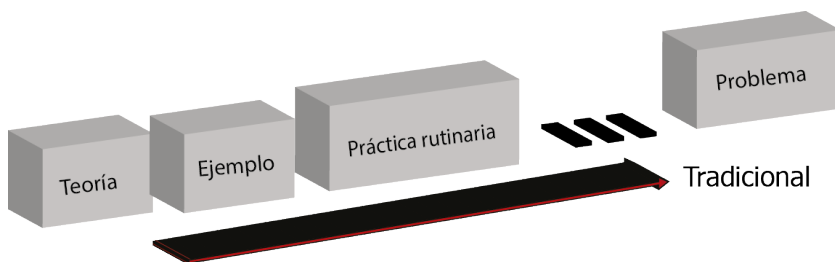


Figura 6: Estilo tradicional en la enseñanza de las Matemáticas.

En el mejor de los casos se utiliza un verdadero problema (uno que implica algún nivel mayor de demanda cognitiva). Se usaría sin embargo para completar el proceso de aprendizaje, y el problema actuaría como un espacio para hacer aplicaciones (los estudiantes usarían lo aprendido en abstracto).

En ese estilo de organización de la lección se da una acción docente básica que suministra la información y los conocimientos matemáticos (procedimientos, algoritmos, demostración de propiedades, graficación de figuras, resolución de ecuaciones, etc.), las personas reciben pasivamente las explicaciones y en algunos momentos –cuando sea necesario– pueden externar sus dudas. Este estilo no favorece la interrelación activa entre estudiante–docente, estudiante–estudiante, ya que posee un sentido unidireccional en el flujo de significados y conocimientos y no provoca el aporte y compromiso estudiantil en el desarrollo mismo de la lección.

En muchas ocasiones la parte de teoría se reduce sustancialmente ofreciendo una variante disminuida del estilo: Ejemplo→Práctica rutinaria, que a veces incluye un ejercicio contextualizado. En ocasiones se reduce aún más, Ejemplo y Práctica Rutinaria, otras, aún peor, sólo Ejemplo.

El predominio de este estilo responde a varias razones. Una de ellas es la ausencia de tiempo suficiente para el desarrollo de fines curriculares en el aula, debido por ejemplo a un abarrotado conjunto de contenidos a cumplir en un cronograma muy rígido. Por el otro lado, obedece a una falta de elementos de apoyo para abordar estrategias pedagógicas distintas que requieren, entre otras cosas, insumos y materiales específicos (textos adecuados y manipulables). Además, existe la ausencia de formación docente en enfoques alternativos asociados de manera específica a la labor de aula en la enseñanza de las Matemáticas. Finalmente, interviene la distorsión provocada por las pruebas nacionales que se efectúan en Costa Rica hacia una concentración en el aula en ejemplos y ejercicios similares a los que aparecerían en esas pruebas. Todos estos elementos intervienen de distinta manera.

En la educación Primaria este estilo no se ha dado de la misma manera debido a la naturaleza de la enseñanza en estos niveles donde se busca trabajar con elementos manipulables físicamente, mediante la intuición, y donde los aspectos de definición y teoría ocupan un lugar menor. Sin embargo, sí domina la dirección "Ejemplo→Práctica Rutinaria".

El estilo de lección que se sugiere en este currículo se fundamenta en varias fuentes. En primer lugar, en la experiencia e investigación que se han llevado a cabo en Costa Rica. Ruiz (2000) plantea:

(...) la clase, vista como una pequeña "comunidad científica" dotada de sus reglas, es el corazón de la experiencia educativa. Aquí es donde el alumno se enfrenta a los "problemas" y *construye* o, mejor dicho, *reconstruye* conceptos. El alumno es activo, aunque también el maestro. Es necesario romper con los esquemas tradicionales en lo que el profesor dicta sin real interacción con el alumno, romper con la pasividad del alumno. No es que un profesor no participa "porque el niño puede construir el conocimiento solo". Es quien debe suministrar las situaciones adecuadas (los problemas), organizar las discusiones y apenas sugerir procedimientos de validación para el nuevo conocimiento. (p. 38).

Y además:

El sujeto construye un concepto "nuevo" por medio de un proceso complejo que parte de un conflicto "cognoscitivo" entre las concepciones que posee originalmente el sujeto y el que va a resultar de la experiencia cognoscitiva. Resulta en esto importante entender que el aprendizaje no debe verse con la dirección típica de la educación programada: de lo simple a lo complejo; más bien es al revés: de lo complejo a lo simple. (p. 38)

Es esencial en la acción de aula la colocación de problemas suficientemente complejos que desafíen al estudiante.

Por otra parte, en la misma dirección se encuentran ideas dentro del marco teórico de las pruebas PISA, los planteamientos teóricos de la corriente de Educación Matemática Realista (EMR) iniciada hace más de 30 años por H. Freudenthal (1973, 1983, 1991) y que fundamentan la acción educativa en Holanda desde hace varias décadas, la amplia experiencia exitosa de Japón y otros países asiáticos, así como en algunos resultados de investigación de la escuela de didáctica de las Matemáticas en Francia.

La OECD en PISA propone un enfoque que:

(...) contrasta con el concepto tradicional de las matemáticas escolares, a menudo más limitado. En los centros de enseñanza, el contenido matemático se enseña y evalúa frecuentemente de forma que se abstrae de los contextos reales, por ejemplo, a los alumnos se les enseñan técnicas de aritmética y luego se les presenta una operación aritmética para que la completen; se les enseña a resolver un determinado tipo de ecuaciones y luego se les presentan ecuaciones similares para que las resuelvan; se les enseñan las propiedades y relaciones geométricas y luego se les pide que demuestren un teorema. Una vez aprendidos los conceptos en cuestión, se les suele pedir que resuelvan problemas matemáticos inventados que exigen la aplicación de dicho conocimiento. Las matemáticas requeridas son, por lo general, evidentes. **Puede que los alumnos dominen las técnicas requeridas o no. Probablemente no se presta la atención suficiente a la utilidad de las matemáticas en el mundo real.** (OECD, 2005, p. 38). Énfasis añadido.

En el marco teórico para las pruebas comparativas internacionales se declara un enfoque de problemas en contextos reales:

La intención es promover un enfoque de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que haga especial hincapié en los procesos asociados al planteamiento de problemas en contextos reales, procurando que dichos problemas adopten una forma apta para la aplicación de métodos matemáticos, que se utilice el conocimiento de las matemáticas para resolverlos y que se evalúe su solución en el contexto del problema original. Si los alumnos aprenden a hacerlo así, estarán mejor preparados para utilizar sus conocimientos y habilidades matemáticas durante toda su vida; serán competentes en matemáticas. (OECD, 2005, p. 38).

La propuesta recoge también ideas expresadas en la perspectiva de la EMR. Se trata de una larga trayectoria en el diseño instruccional para la enseñanza de las Matemáticas (Treffers, 1987; Cobb, Gravemeijer, & Yackel, 2011, pp. 75-82). La influencia de estos planteamientos ha trascendido Holanda, se han adoptado en varias partes del mundo y constituyen precisamente un referente teórico central de la OECD en las pruebas PISA. EMR se separa de lo que considera un enfoque "mecanicista" de desarrollar la enseñanza: trabajar las Matemáticas en abstracto (desnudas de contexto) para luego -en el mejor de los casos- aplicar lo aprendido en problemas reales: "en lugar de empezar con ciertas abstracciones o definiciones que serán aplicadas luego, uno debe empezar con

contextos ricos que demanden organización matemática o en otras palabras contextos que pueden ser matematizados” (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000, p. 5). En EMR los problemas contextualizados son fuente para el proceso de aprendizaje. Trabajando con esos problemas se desarrollan los conceptos e instrumentos matemáticos y el entendimiento. Hay un punto de partida: los estudiantes no se consideran receptores pasivos de matemáticas ya hechas sino participantes activos del proceso educativo. De igual manera:

Es importante: ofrecer oportunidades para compartir sus estrategias e invenciones entre ellos. Escuchando lo que otros descubren y discutiendo esos hallazgos, los estudiantes pueden obtener ideas para mejorar sus estrategias. Más aun, la interacción puede evocar reflexión que permite a los estudiantes alcanzar un nivel más alto de comprensión.

(...) los estudiantes necesitan espacio para construir sus ideas e instrumentos matemáticos. Para hacer eso, los docentes deben proveer a los estudiantes con el ambiente de aprendizaje en el cual este proceso de construcción puede emerger. (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000, p. 5-7).

En ese sentido: “la lección debe favorecer la participación de los estudiantes con métodos de solución alternativos, múltiples estrategias, falibilidad y diversidad. Es una visión sobre la construcción cognoscitiva y el aprendizaje”. (Ruiz, 2011, p. 116).

Se propone en EMR una forma de organización de la lección que se separa del estilo tradicional que se ha señalado en este currículo (teoría→ejemplo→práctica→ejercicio contextualizado) y plantea otra en que se invierte el esquema: se parte de problemas, se brinda espacio a los estudiantes para elaborar y construir sus estrategias y soluciones, se realiza una socialización de los resultados. Es un estilo que posee gran convergencia con la organización de la lección japonesa. La diferencia reside en que para EMR se enfatizan problemas de partida reales o imaginados por el o la estudiante de esa forma, mientras que en el caso de Japón se ha favorecido el uso de los problemas abstractos (si bien se están dando cambios en los últimos años). En este currículo se beneficia el planteo de problemas en contextos reales pero se proponen también problemas abstractos como relevantes.

En tercer lugar, se usa una amplia comparación realizada por Ruiz (2011) de los resultados de tres estudios comparativos internacionales realizados con videos por TIMSS en 1995 y 1999, y por un grupo independiente desde el 2005 encabezado por D. Clarke, C. Keitel, Y. Shimizu, E. Jablonka, J. Emanuelsson y I.A.C. Mok. Estos estudios condensaron sobresalientes resultados sobre el desarrollo de las lecciones, en particular sobre Japón (Clarke, Emanuelsson, Jablonka & Mok, 2006; Neubrand, 2006; Shimizu, 2006 y 2009; Stigler y Hiebert, 1999, 2004). Es posible observar variaciones de estos cuatro pasos e incluso realizar la introducción de otros, pero de manera general se consigna una forma de organizar la lección donde se incluyen estos 4 momentos sugeridos por este currículo. Esta organización de la lección constituye fundamento de lo que se denomina “estudio de las lecciones”, un mecanismo poderoso para el desarrollo profesional que se realiza en Japón y que se ha expandido a muchos países. Este componente ha sido central en un sistema educativo que exhibe niveles de éxito muy significativos en todas las pruebas comparativas internacionales y ha

influenciado muchas experiencias en el mundo. Con Ruiz (2011) se valora este esquema de organización como una estrategia exitosa que condensa de manera muy práctica en la gestión de aula el propósito principal de la resolución de problemas: enseñar las Matemáticas a través de los problemas.

Una cuarta fuente del estilo de organización de las lecciones que se sugiere lo constituye la teoría de las situaciones didácticas TSD, elaborada por G. Brousseau desde la década de los sesenta del siglo pasado y extendida por varios investigadores principalmente francófonos. Es una teoría que posee una gran influencia y aceptación en España, Francia y en toda América Latina. En esa teoría se propone la noción de situación, que en esencia es:

... un sistema de relaciones entre algunos estudiantes, un docente y algún conocimiento matemático. El aprendizaje de los estudiantes resulta de interacciones que se dan dentro de estos sistemas y es altamente dependiente de las características de ellos. La teoría busca entender estas relaciones y determinar las condiciones para el funcionamiento óptimo de ellos. (Artigue & Houdement, 2007).

Se trata de una teoría que busca dar un modelo de lo que es la acción de aula y en ese sentido es sobre todo un instrumento de investigación (no de diseño curricular), bien que propone algunos lineamientos para que ésta sea adecuada e incluso una estrategia: la ingeniería didáctica (Cf. Artigue, Douady, Moreno & Gómez, 1995). En la situación didáctica los estudiantes pueden lograr o construir aprendizajes, y aquí se subraya la existencia de momentos en que el estudiante debe enfrentarse solo al problema (sin intervención del docente en cuanto a la solución del mismo): "situaciones adidácticas". Éstas son esenciales para el aprendizaje y deben ser provocadas por el docente y aceptadas por el estudiante (un proceso que se denomina la "devolución"). Es algo que Ruiz (2000) consignaba así: "Si se prescribe, sugiere, recomienda, guía, métodos antes de la experiencia directa del alumno, se debilita considerablemente ese espacio de libertad decisivo para la acción y el *involucramiento* profundo del estudiante". (p. 38). Este espacio permite precisamente promover estrategias diversas:

Se abre la posibilidad de promover el pensamiento crítico, creativo y la imaginación cuando inteligentemente se da la posibilidad de enfrentarse a las *situaciones problema* con estrategias variadas. Son inapropiados los esquemas que afirman una sola estrategia; es esencial abrir el camino para que se intenten varios procedimientos. (Ruiz, 2000, p. 38).

Otro momento relevante es lo que Brousseau (1998) llama "institucionalización", cuando la docente "... define las relaciones que se pueden dar entre el comportamiento "libre" del estudiante o su producción con el conocimiento cultural o científico y el proyecto didáctico: ella brinda una forma de "lectura" de estas actividades y de darles un estatus." (p. 56). Es una etapa que "cierra" la situación didáctica. Estos dos elementos se consideran en este currículo como muy importantes. En cuanto al último:

Es esencial que se haga explícito el razonamiento matemático que se desarrolla, el pensamiento y la estructura intelectual involucrados. De-

jar explícito el sentido de las lecciones (los tópicos analizados) señala la participación-influjo del educador, que es el actor que posee un conocimiento más amplio del tema y es capaz de hacer síntesis y trazar las perspectivas de la materia que se enseña. El cierre y la guía de la lección son de las principales acciones que debe asumir el educador en una orientación que favorece la construcción cognoscitiva del aprendizaje. Si bien resulta apropiado que el estudiante lo obtenga como un proceso propio de abstracción, el cierre intelectual y formativo es tarea del profesor. Este cierre intelectual y pedagógico que expresa explícitamente el significado de los conceptos vistos en la lección ... no necesariamente tiene que darse en cada una de las clases consideradas de manera aislada; puede resultar conveniente en otro momento, considerado adecuado por el profesor, dentro de una secuencia de lecciones. (Ruiz, 2011, p. 115).

La situación didáctica es un concepto más general que el problema, lo incluye, refiere a toda la actividad del aula (Brousseau, 2006).

Como con toda teoría, se pueden aceptar algunos de sus planteamientos y otros no. Por ejemplo, en este caso se coincide con Radford (2008) en cuanto a que dentro de esta teoría se dan varias asunciones: existe una familia de situaciones que corresponden a cada pieza de conocimiento matemático, la que se denomina situación fundamental; se asume que el sujeto (epistémico, no concreto) construye de una manera óptima los conocimientos para resolver el problema específico planteado en la situación didáctica (esta construcción se ve como una adaptación cognitiva a circunstancias, en el sentido constructivista), se asume que hay una Matemática establecida con la que el sujeto se relaciona, y que sin la fase autónoma no hay aprendizajes. En este currículo:

- Se acepta la relevancia de la fase autónoma (que se denomina “independiente”) para los aprendizajes. Sin embargo se posee una visión amplia de lo que pasa en el aula: no es sólo un asunto individual cognitivo, el estudiante puede aprender también por el concurso del docente y de los compañeros del grupo (pesa lo que Vygotsky (1987) llama “zona próxima de desarrollo”). Por eso la acción del docente (no sólo inhibiéndose de dar soluciones) debe jugar un papel central, para impedir que esa fase pueda terminar en un fracaso educativo si el estudiante no es suficientemente activo; y de igual manera es esencial el influjo de la clase (los compañeros).
- No se afirma aquí que todo pedazo de conocimiento matemático sea susceptible de tener una situación fundamental, lo que significa que no se plantea proporcionarlas en todos los tópicos matemáticos de este currículo (y no sólo porque no se pueda, en ocasiones se podría pero otras consideraciones logísticas o pedagógicas lo inhiben).
- No se visualizan aquí las Matemáticas como un cuerpo rígido con el que dialoga un sujeto epistémico, las Matemáticas son constructos sociales e históricos. En la TSD hay un conocimiento “sabio” dado que se busca transmitir a un sujeto que es epistémico (no concreto). Con fuerza, en el sustrato de este currículo se le da relevancia al sujeto concreto metido en contextos socioculturales, y se valoriza la socialización estudiantil tanto en la construcción de soluciones o estrategias

como en la contrastación de las mismas como factores para constituir aprendizajes. Por eso se subraya en este currículo el tercer paso en la organización de la lección.

La lección japonesa y los planteamientos de la EMR, PISA, TSD nutren un enfoque distinto al tradicional (teoría→ejemplo→práctica→ejercicio contextualizado). EMR no acepta de ese estilo ni siquiera aquellas situaciones donde se aplican matemáticas en verdaderos problemas contextualizados (no sólo ejercicios); propone una dirección contraria, igual que PISA. Brousseau, por su parte, considera que mucho de ese estilo tradicional está lleno sólo de las “institucionalizaciones” y que carece de esas fases decisivas “adidácticas”. En todos los casos se plantea crear “medios” para la producción (o reinención) de conocimientos: problemas que despierten actividades cognitivas y brinden espacios a estudiantes para el desarrollo de esas actividades. EMR, PISA y la lección japonesa subrayan la contrastación social (en grupos o toda la clase) de los resultados de esas actividades. TSD y la lección japonesa destacan las relaciones de validación con la cultura matemática.

Entonces, se podría decir que en este currículo la sugerencia de organización de las lecciones, con base en los aportes de los investigadores costarricenses, asume el enfoque de PISA y usa como base la experiencia japonesa aunque con algunos énfasis nutridos por EMR y TSD:

- Problema: se asume la relevancia de construir aprendizajes a través de la resolución de problemas, se promueve aquellos en contextos reales (EMR + PISA), se acepta que debe haber algún nivel de “reinención” de los tópicos matemáticos en juego (EMR) y se busca que las matemáticas que intervendrán respondan de manera óptima al problema (TSD), pero hasta donde sea posible.
- Trabajo estudiantil independiente: se subraya la importancia para el desencadenamiento de acciones cognitivas y el aprendizaje del espacio que debe darse al trabajo autónomo (EMR + TSD + lección japonesa), se acepta que el docente no debe obstaculizar esa autonomía (TSD) pero se acepta que en la práctica educativa real la acción del grupo y del docente contribuyen al aprendizaje (no es inadecuado para aprender que se debilite la autonomía en algunos casos).
- Comunicación y contrastación: se propone como fase esencial para el aprendizaje (EMR + lección japonesa).
- Clausura o cierre: un momento indispensable para “institucionalizar” los conocimientos (TSD + lección japonesa) y conectar con la cultura matemática.

A esto debe añadirse:

(...) no dejar de realizar las conclusiones y las interrelaciones cognoscitivas de los temas enseñados, no concentrarse en prácticas rutinarias, repetitivas ni privilegiar conceptos de baja calidad matemática, no caer en el hábito de solo enunciar o listar sin desarrollar en profundidad los conceptos y temas, y no debilitar la participación activa y cooperativa de los estudiantes en particular potenciando soluciones únicas. (Ruiz, 2011, p. 116).

Este estilo materializa los fines de la política educativa costarricense aprobada en los años 90, que subrayan la construcción de los aprendizajes, puesto que una manera de

asumir los mismos es precisamente ofrecer desafíos interesantes en la clase, fomentar la acción estudiantil en el diseño y realización de estrategias, en la contrastación y comunicación colectivas de éstas así como fortalecer una intervención docente inteligente, estimulante y apropiada.

15. Competencias, procesos matemáticos y niveles de complejidad

Competencias

Un enfoque propio de este currículo es que no se introducen las competencias como organizadoras del programa de estudios, sólo se utilizan como una perspectiva general que busca la formación matemática, pero se reconoce su relevancia. Las competencias dentro de un currículo escolar ofrecen visiones renovadoras que permiten redireccionar el significado de los aprendizajes y sustentar premisas constructivistas cruciales, apoyando que la educación aporte al progreso social. Se coincide con Rico y Lupiáñez (2008):

Al optar por este marco, el sistema educativo apuesta por la necesidad de dar un sentido a los aprendizajes. Un sentido en este caso constructivista, ya que se contempla al alumno como constructor de sus aprendizajes; no basta con la transmisión del saber. Adquirir y desarrollar competencias es el modo de atender los fines formativos del currículo que, esencialmente, consiste en aprender a hacer lo que se hace, haciéndolo. Complementariamente, el marco de competencias contribuye al desarrollo social, ya que proporciona respuesta avanzada a las necesidades del mundo económico y laboral, y garantiza el logro de una política escolar democrática. (p. 150).

Aquí, sin embargo, se usan las competencias de una manera precisa en atención a los fines educativos nacionales y las posibilidades de docentes y estudiantes en el actual momento histórico: como una perspectiva que nutre decisiones curriculares y la acción de aula, con la propuesta de procesos (acciones transversales) que poco a poco se vayan introduciendo en los quehaceres educativos.

Un planteamiento por competencias pleno significaría su introducción operativa en el planeamiento o la evaluación cotidiana. Proponer eso último habría significado al menos dos cosas:

i) Introducir las explícitamente en los instrumentos de planeamiento oficiales, y pedir que se reporten los resultados de su introducción en el aula: grados de avance de las competencias en cada uno de los estudiantes (lo que podría consignarse por medio de rúbricas para la observación). En esa perspectiva la planificación se debería hacer no por medio de conocimientos o habilidades específicas sino “por medio de la resolución de tareas no convencionales” (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 157). Más aún:

La planificación debe establecer las expectativas de aprendizaje. También debe incorporar criterios para su seguimiento y desarrollo, considerando

niveles de dominio para cada una de las competencias. Parámetros importantes para planificar el nivel de dominio que se puede esperar en una determinada competencia son el tipo o familia de tareas que las movilizan, su nivel de dificultad y su grado de complejidad (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 157).

ii) Incorporar en la evaluación “tareas para evaluar el uso conjunto” de conocimientos, habilidades y actitudes, comprendiendo que las competencias son “interdependientes”, y que debe haber una “valoración holista, que tenga en cuenta el ejercicio conjunto de sus componentes en distintos contextos” (Rico y Lupiáñez, 2008, pp. 155–156). Implicaría “reconocer el nivel o grado de logro alcanzado”, y por tanto proponer instrumentos con escalas de logro (como por ejemplo, los seis niveles que utiliza PISA (OECD, 2005, pp. 46–47).

Esto no se propuso hacer en este currículo.

Procesos

Con el propósito de desarrollar la competencia general o las competencias vistas como capacidades cognitivas superiores, el currículo emplea “procesos matemáticos”, que conceptúa de una manera muy precisa.

La idea de proceso que se adopta en este currículo es muy parecida a la que aplica el *National Council of Teachers of Mathematics* NCTM, de los Estados Unidos. Esta organización profesional plantea *estándares de procesos*, a la par de *estándares de contenido*. Los estándares de proceso “enfatan modos de adquirir y usar conocimientos” (NCTM 2000, p. 29). Los estándares de proceso son también expectativas de logro en actividades transversales distintas a las áreas matemáticas. En este currículo el concepto de proceso posee un sentido más práctico, menos general: son “familias” o tipos de actividades. *Conectar*, por ejemplo, podría verse como una familia de actividades que se propone realizar en la implementación del currículo y que propulsan el desarrollo de una o varias competencias. Igual sucede con *Plantear y resolver problemas*. De hecho, el NCTM ha evolucionado y considerado más recientemente una manera más práctica de usar los estándares de proceso en su colección *Focus in High School Mathematics* (NCTM, 2009). Una forma aún más práctica y precisa de trabajar con este tipo de actividades es la que ha propuesto el llamado *Common Core State Standards for Mathematics* CCSSM, una formulación distinta a la del NCTM que ha logrado tener recientemente un extraordinario impacto en los Estados Unidos. CCSSM propone como “Estándares para la práctica matemática”: *Dar sentido a problemas y perseverar en resolverlos, Razonar abstractamente y cuantitativamente, Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de otros, Modelizar con matemáticas, Usar herramientas apropiadas estratégicamente, Poner cuidado a la precisión, Buscar y usar la estructura, Buscar y expresar regularidad en razonamientos repetidos*. (National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2012). Una comparación de coincidencias y diferencias entre el NCTM y el CCSSM en cuanto a procesos se puede ver en NCTM (2010, p. 12 y sgtes.).

Hay, por otro lado, una diferencia relevante en los procesos aquí seleccionados. En el currículo costarricense se selecciona *Plantear y resolver problemas*, igual que el NCTM (no insiste en el planteamiento, pero es implícito en el enfoque del NCTM), bien que se acentúa la resolución de problemas en contextos reales, que involucra necesariamente la modelización. Se asume aquí que la dimensión realista y la modelización (matematización) son imprescindibles para darle a la resolución de problemas un sentido más vigoroso. Se coincide con English, Lesh y Fennewald (2008) cuando ven los modelos y la modelización como una perspectiva notable para relanzar la resolución de problemas. En este currículo la modelización es parte de *Plantear y resolver problemas*, mientras que en el NCTM se incluye dentro del proceso que llaman "Representaciones". Puesto que los procesos actúan de manera coligada, no es tan relevante dónde se coloca la modelización.

La necesidad de introducir en el currículo las capacidades matemáticas y no sólo contenidos se expresa en la idea de "estándares de proceso" en el NCTM, de "competencia matemática" en PISA, "Estándares para la práctica matemática" del CCSSM, también se refleja en la propuesta del *National Research Council* de los Estados Unidos (2003): *Comprensión conceptual, Fluidez en procedimientos, Competencia estratégica, Razonamiento estratégico, Disposición productiva*. Igual sucede con los "procesos clave" del Currículo Nacional de Matemáticas en el Reino Unido: *representar, analizar, interpretar y evaluar*. Singapur, otro ejemplo, también usa procesos en su currículo: *razonamiento, comunicación y conexiones, habilidades de pensamiento y heurísticas, y aplicación y modelización* (Soh, C. K., 2008).

Se considera más eficaz trabajar con procesos y no con competencias directamente, pues en primer lugar, se desea privilegiar las acciones a desarrollar en la acción de aula. Si el propósito en juego fuera la evaluación del sistema educativo (como pretende PISA), el uso exclusivo de competencias sería apropiado. Pero aquí se trata de algo distinto: se busca aportar instrumentos a realizar en la acción de aula que promuevan esas competencias. Y ese es el sentido de la introducción de procesos matemáticos.

En segundo lugar, colocados los cinco procesos del currículo costarricense directamente en asociación con la acción de aula, su selección y la forma como se conceptúan ofrecen una perspectiva propia de lo que se asume adecuado promover en Costa Rica en esta etapa histórica. Con estos procesos se ordenan, integran o enfatizan las competencias matemáticas (las 8 de PISA 2003 o las 7 de PISA 2012) de una manera específica. Estos elementos expresan también una perspectiva de lo que se considera debe ser la Educación Matemática (por ejemplo, al destacar la relación entre resolución de problemas y modelización).

En tercer lugar, el trabajo con estos cinco procesos y no ocho o siete competencias simplifica y facilita la implementación del currículo (siete u ocho parámetros son más difíciles de incorporar en la labor de aula).

La utilización específica de las competencias por medio de los procesos de este currículo se hace de varias maneras. En un primer momento se estableció un proceso que refiere a dos competencias. La competencia *El diseño de estrategias para resolver problemas* no supone necesariamente la competencia *Matematización*. Son competencias independientes. Sin embargo, se insiste: se busca aquí que exista una relación

estrecha entre ambas. Por lo tanto, se sugiere que una buena parte de los problemas que se trabajen sea contextualizada y llame al uso de modelos.

Por otro lado, se plantea otro proceso que involucra dos competencias que aparecían en PISA 2003: *Pensamiento y razonamiento matemático* y *Argumentación matemática*. Se propone trabajar con actividades que integren la búsqueda por robustecer éstas de manera asociada. Para PISA 2012 esas competencias se integraron en una sola.

El proceso *Conectar* no se asocia de manera directa a una competencia o a una combinación de ellas, no obstante pone en movimiento acciones cognitivas asociadas a varias competencias. Su realización en el aula promueve valiosas relaciones significativas entre las áreas matemáticas pero también con otras materias, y refuerza la asociación con contextos reales. Esto ha sido considerado esencial para la educación costarricense.

Comunicar y Representar sí se vinculan directamente con competencias mencionadas. En el caso de *Comunicar* posee un alcance más amplio: se pretende desarrollar actividades de comunicación donde participen las Matemáticas y otros conocimientos.

Con este esquema se operacionalizan los procesos en el plan de estudios: se seleccionan tópicos que favorecen mejor la participación de procesos y se dan indicaciones puntuales y generales para realizarlos.

Niveles de complejidad

PISA 2003 señaló tres niveles de complejidad en las situaciones donde participan las competencias matemáticas:

(...) organizó las actividades cognitivas que engloban las competencias antes mencionadas en torno a tres *grupos de competencias* denominados: *grupo de reproducción*, *grupo de conexiones* y *grupo de reflexión*. Estos grupos han demostrado servir de base adecuada para el análisis del modo en que las distintas competencias son requeridas como respuesta a los diferentes tipos y niveles de demandas cognitivas planteados por los diferentes problemas matemáticos. (OECD, 2005, p. 40-41).

En este currículo no se asumen los términos “reproducción”, “conexión” y “reflexión” como tipos de competencias. Se usan como niveles de complejidad de los problemas. Es decir, como niveles distintos de demandas cognitivas en los problemas que se presentan en el aula.

En PISA 2012 se abandonan los conceptos “reproducción”, “conexión” y “reflexión” y se pasa a un enfoque más cercano a los “procesos” que intervienen en la matematización: “formular, emplear, interpretar.” (OECD, 2010a, p. 14). Para los propósitos de este currículo se preserva el sentido de las complejidades que se derivó de aquellos términos en PISA 2003. Aquí se entenderán no como grupos de competencias sino como niveles de complejidad caracterizados de manera precisa, lo que resulta pertinente para el currículo.

Demandas cognitivas y capacidades matemáticas distintas participan de manera combinada y específica en cada uno de estos niveles.

Trabajar en distintos niveles de complejidad es primordial en un enfoque en que se busca el desarrollo de capacidades cognitivas superiores: "La consecución de competencias en el aula debe buscar su desarrollo mediante el avance y la progresión en los niveles de cada una de ellas, avance que **se lleva a cabo mediante secuencias de tareas de complejidad creciente**". (Rico y Luptiáñez, 2008, p. 153). Énfasis añadido.

Quinta parte

Los caminos de la instalación curricular

En esta parte se describe una primera experiencia en acciones de capacitación docente realizada en el 2011 y la construcción del principal instrumento que se ha dado en el país para implementar el cambio curricular: *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

16. Un modelo novedoso de capacitación docente

Antes incluso de la aprobación formal del currículo nuevo en el CSE, se dieron pasos para promover su implementación. Durante la segunda mitad del 2011, el periodo en que se realizaba la consulta a universidades y gremios, el MEP acordó con la comisión redactora el desarrollo de una socialización de la propuesta con alrededor de 1400 docentes de la Secundaria y 6000 de la Primaria. Esta socialización constituyó una auténtica capacitación. La estrategia general, diseñada por Angel Ruiz, tenía varias demandas:

- La socialización no debía preparar en contenidos matemáticos en sí mismos (aislados), sino esencialmente en el enfoque curricular nuevo (en donde se podían incorporar contenidos matemáticos necesarios). Tampoco se trataba de enfocarse en pedagogía abstracta y general. Es decir, los cursos debían ser de pedagogía matemática específica en torno a los nuevos programas. No se pretendía sustituir la formación inicial que deben dar las universidades formadoras (en general con diversas dificultades y limitaciones).
- La estrategia debía potenciar la construcción de un liderazgo pedagógico: preparar a los docentes, asesores y a la estructura del MEP para la implantación de los nuevos programas.
- Debía poder llegar a la mayoría posible de docentes. El país tiene alrededor de 2500 docentes de Matemáticas en la Secundaria y unos 18 000 docentes de Primaria. Al constituir una reforma que afectaba toda la Educación Primaria y Secundaria, no podía pensarse en un proceso meramente presencial, que aparte de los costos económicos elevados no podría realizarse en un tiempo reducido.
- La estrategia no podía ser de “cascada” en la que se capacitan a algunos que luego capacitan a otros y éstos a otros y así sucesivamente. Ese tipo de estrategia provoca grandes distorsiones de los propósitos y condiciones que se quiere lograr.
- Se requería una estrategia que permitiera el mejoramiento posterior de la capacitación y que ésta fuera escalable.

La estrategia procuraba materializar en el contexto local de Costa Rica lo que la investigación internacional ha aportado sobre la capacitación docente en sistemas educativos de alto rendimiento, como lo consignado en el “Informe Mackinsey” de la OECD (Barber & Mourshed, 2007), por ejemplo: usar como entrenadores a docentes en servicio de calidad, y proyectar tener en cada escuela y aula un apoyo de estos

docentes. Esta orientación contrasta con enfoques de capacitación docente dominantes dentro de las comunidades universitarias del país. Existe una constatación: no son eficaces los esquemas con académicos universitarios que dan cursos esporádicos a docentes de escuelas y colegios (normalmente alejados de las realidades de aula) y que no ofrecen continuidad alguna a la preparación y acción de los docentes en servicio.

El modelo de capacitación

La estrategia propuesta fue la realización de cursos bimodales, compuestos de sesiones presenciales y además trabajo por medio de una plataforma tecnológica (se escogió Moodle por ser una plataforma muy robusta y por ser más conocida en los medios locales). El contenido de los cursos correspondía al enfoque curricular e incluso una reproducción en su estructura de la estrategia pedagógica que propone el nuevo currículo (la resolución de problemas con énfasis en contextos reales: con colocación inicial de situaciones de interés o problemas sobre los cuales desencadenar las acciones didácticas para concluir con la institucionalización de resultados).

Lo usual en este país habían sido capacitaciones de solo contenidos matemáticos, reflejando dos cosas: por un lado la incompreensión en los medios académicos (especialmente universitarios) sobre la integración necesaria entre Pedagogía y Matemáticas, y por el otro las dificultades para plasmar cursos con una óptica diferente (orientados a la acción pedagógica específica de Matemáticas en las aulas). Aunque los reformadores no han buscado sustituir lo que la preparación inicial universitaria debería haber aportado, resultaba inevitable diseñar las capacitaciones de alguna manera compensando las debilidades formativas. Los cursos nuevos debían contener a la vez e integradamente contenidos matemáticos y estrategias pedagógicas adecuadas.

Para poder “llegarle” a poblaciones masivas de docentes se ideó realizar cursos en esencialmente dos fases. En la primera fase se daría el curso a docentes líderes y a los asesores pedagógicos regionales (y nacionales) del MEP. En la segunda etapa el curso se replicaría a poblaciones numerosas de docentes. Los cursos para líderes serían impartidos por facilitadores entrenados directamente por la comisión redactora de los programas y con un control estrecho del proceso por parte de la misma. Los cursos masivos serían impartidos por los docentes líderes y por los asesores regionales.

Este esquema de capacitación se distanció de algunos previos donde se buscó concentrar la capacitación en contenidos matemáticos destinada a segmentos de docentes de Secundaria que habían obtenido un rendimiento bajo en una prueba diagnóstica voluntaria que hizo el MEP en el 2010 (brindada por universitarios).

La selección de docentes líderes fue distinta en la Secundaria y la Primaria. En la primera se usó como criterio el buen rendimiento obtenido por los docentes en la prueba diagnóstica mencionada, la participación de los docentes como tutores en Olimpiadas Matemáticas Costarricenses, así como el criterio de asesores pedagógicos. En la Primaria se seleccionó con base en el criterio de los asesores regionales y de algunos directores de escuelas.

Para realizar este proceso se establecieron sesiones especiales con los asesores pedagógicos de Matemáticas (de casi todas las regiones educativas del país) con quienes se buscó validar la propuesta curricular y establecer lazos para su eventual implantación.

El siguiente gráfico muestra cómo se concibió esta socialización-capacitación.

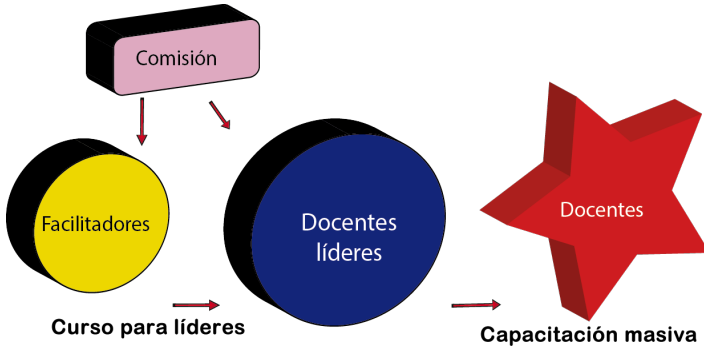


Figura 7: Esquema de capacitación en dos tiempos.

El trabajo en la plataforma tuvo dos componentes: documentos de estudio en formato PDF que debían ser descargados y estudiados de manera independiente, y un trabajo en plataforma por cada docente donde se realizaban prácticas de autoevaluación y exámenes en línea.

Pese a que la orientación de estos cursos fue hacia el enfoque central de los programas, en el 2011 se dio especial atención a los docentes del Primer y Tercer Ciclos educativos (es decir, los temas escogidos fueron de estos ciclos).

El curso para docentes líderes de Secundaria y asesores se denominó Grupo 80. Para docentes líderes en la Primaria Grupo 300. Los cursos masivos para docentes se llamaron Grupo 1400 (Secundaria) y Grupo 6000 (Primaria).

El número en las denominaciones refería a la cantidad mínima de docentes que debía estar en cada proceso para poder capacitar a un aproximado de 7400 docentes en el sistema educativo durante un año.

Grupo 80 y Grupo 1400

En el 2011 se planteó de la siguiente manera. Para la Educación Secundaria:

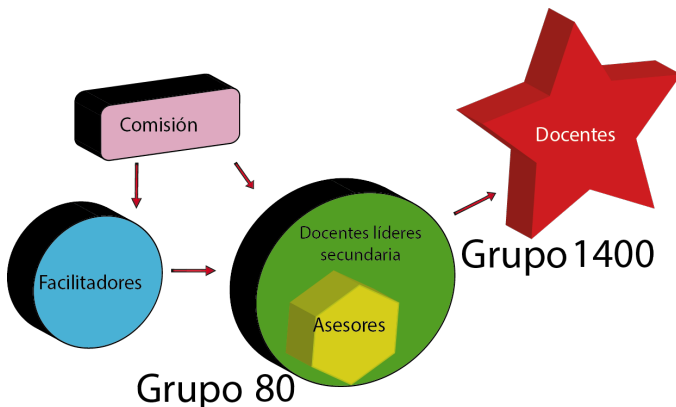


Figura 8: Modelo de capacitación para la Secundaria.

La comisión preparó en sesiones especiales a otros profesionales (facilitadores) que se encargaron de los grupos de líderes.¹¹

Este grupo tuvo 5 sesiones presenciales. La comisión participó junto con los facilitadores en todas las sesiones presenciales.

Grupo 300 y Grupo 6000

En la Educación Primaria el esquema lo ofrece la figura siguiente:

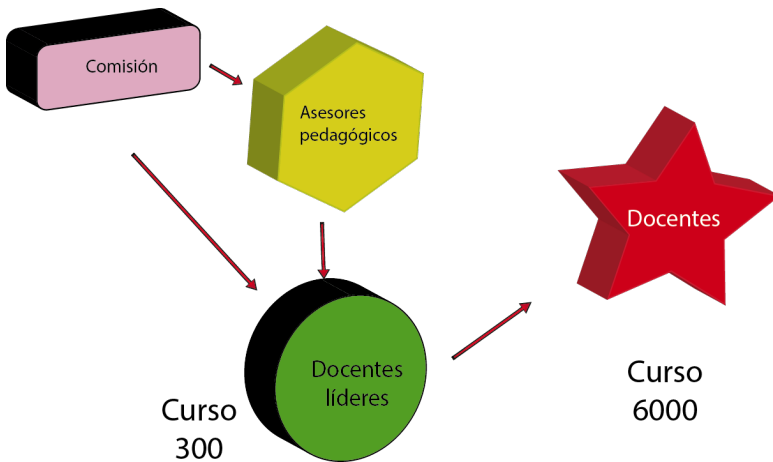


Figura 9: Modelo de capacitación para la Primaria.

El Grupo 300 tuvo una sesión plenaria inicial y dos sesiones adicionales que se realizaron en las regiones educativas. La sesión plenaria fue atendida directamente por la comisión redactora, pero las siguientes sesiones fueron atendidas por los asesores pedagógicos de la mayoría de las 27 regiones. Para preparar a los asesores regionales como facilitadores de estas últimas sesiones se creó el curso Grupo 27, que fue atendida directamente por la comisión redactora.

El número de participantes en los Grupos 80 y 300 superó la previsión esperada.

La elaboración de materiales

La comisión redactora elaboró todos los materiales didácticos así como los medios y las estrategias para trabajar con los docentes en las sesiones presenciales. Esta elaboración era extraordinariamente compleja por varias razones: primero porque se trataba de un enfoque distinto que debía plasmarse en estos cursos, en segundo lugar porque se debía planificar la acción para desarrollarse en las dos fases: la de la preparación de facilitadores y la de los cursos masivos (el curso debía ser el mismo).

¹¹ Carmen González (profesora jubilada de la UNA), Cristian Quesada (UNED) y Luis Hernández (quien ya estaba asociado a la comisión redactora de los programas). En algunas sesiones apoyaron Marianela Alpizar y Ana Lucía Alfaro (ambas de la UNA).

La colocación de todos los materiales didácticos y la administración de la plataforma Moodle en ambos cursos 80 y 300 la realizó enteramente la comisión redactora de manera directa por medio de Yuri Morales, un profesional especializado en enseñanza de las Matemáticas y en tecnologías educativas virtuales, ligado al CIFEMAT y a acciones de construcción académica que Ruiz y Chaves habían desarrollado en la Universidad Nacional entre 2001 y 2009.

Balance

Se pretendía que los grupos 1400 y 6000 incluyeran los procesos de autoevaluación y exámenes en línea. Esto no fue posible debido a las limitaciones que poseía el MEP (hubo excepciones en algunas regiones educativas gracias a la iniciativa del asesor regional). Se trataba de un proceso de capacitación que rompía con los esquemas tradicionales, primero por el carácter masivo y especialmente por el uso de plataforma. Por ejemplo, no se tenían (para empezar) las direcciones electrónicas para matricular a todos los docentes, tampoco el recurso humano y la infraestructura adecuada para poder administrar el curso. No completar estas fases de evaluación perjudicó los niveles de exigencia y dedicación que se deseaba obtener.

La estrategia seguida proporcionó: (i) cursos de calidad hechos a la medida con el enfoque de los programas, (ii) materiales mejorables, (iii) trabajo con una población masiva de docentes con el mismo curso y (iv) evitar algunas de las distorsiones de la estrategia de cascada, (v) abrir la posibilidad de un mayor escalamiento y (vi) preparar a docentes seleccionados y asesores como líderes.

Esta socialización fue provechosa para sensibilizar a los docentes del país en algunos aspectos del cambio curricular que se avecinaba. No obstante, se dio en un contexto en el que no había aún aprobación oficial de los programas. Eso generó una distorsión, pues debilitaba el interés docente en tanto cabía la posibilidad de que éstos no se aprobaran. Y además permitió que individuos o grupos buscaran usar el espacio brindado por el MEP para la socialización para criticar los esfuerzos de esta reforma. Precisamente por estas razones no se logró realizar eficazmente la socialización en todas las direcciones regionales. Esto, aunado a la ausencia de trabajo y la evaluación en plataforma, no permitió al proceso obtener los mejores resultados.

17. El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Un segundo y decisivo paso en ruta hacia la implementación del nuevo currículo se dio en el 2012: como fue acordado con el ministro Garnier, era necesario apoyar la reforma por medio de capacitaciones docentes. Es así como se encontró una vía que resultaba muy oportuna. La *Fundación para la Cooperación Costa Rica Estados Unidos* (CRUSA) se encontraba en un contexto de modificación de sus estrategias para otorgar apoyos económicos en Costa Rica, enfocando algunas áreas de acción y acudiendo a las autoridades nacionales al frente de las mismas. Una de ellas era la Educación. Desde CRUSA se consultó al ministro Garnier, quien recomendó que se incluyera como una de sus prioridades la reforma de la Educación Matemática. CRUSA solicitó una propuesta

de proyecto, que fue diseñada por Angel Ruiz, presentada a la Junta Directiva de CRUSA y aprobada en primera instancia por la misma en diciembre del 2011. Quedaba pendiente sólo una formulación de acuerdo a los parámetros de CRUSA para aportar su apoyo. El proyecto definitivo fue presentado en enero del 2012 y aceptado por la fundación, y se denominó precisamente *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

CRUSA solicitó determinar una fundación que administrara la ejecución financiera del proyecto. En acuerdo con el ministro Garnier, se seleccionó la *Fundación Omar Dengo* (FOD).

El proyecto elaborado fue más allá de ofrecer sólo capacitaciones, siendo su diseño más complejo y ambicioso. Para realizarlo se requería definir con precisión las responsabilidades de cada institución participante. En particular se debía formalizar una contrapartida importante del MEP (esencialmente en recursos humanos y materiales para atender las actividades docentes). Para establecer los términos formales del proyecto fue necesario elaborar un Convenio entre CRUSA y la FOD, y otro entre el MEP y la FOD. Si bien el proyecto había establecido un cronograma desde principios del 2012 y hasta finales del 2014, los convenios se terminaron firmando respectivamente en noviembre y diciembre de ese año. Los equipos jurídicos de todas las instituciones involucradas trabajaron durante meses. Con el atraso, el periodo de los tres años iniciales ahora finalizaría a mitad del 2015.

El proyecto tenía dos fines macro: por un lado, apoyar la elaboración de la segunda versión de los nuevos programas, y en segundo, construir un liderazgo pedagógico nacional, es decir un conjunto de docentes preparados y entusiastas que puedan llevar hacia delante la reforma curricular en los años venideros.

Este proyecto asumió formalmente 6 objetivos interrelacionados:

- Realizar una segunda versión del nuevo currículo y preparar documentos de apoyo.
- Diseñar un plan de transición para la implantación de los programas a partir del 2013.
- Diseñar y coordinar planes piloto para apoyar la implementación.
- Elaborar cursos bimodales paradocentes sobre el enfoque de los nuevos programas.
- Crear cursos enteramente virtuales sobre este enfoque.
- Construir y administrar una comunidad virtual en Educación Matemática.

Para desarrollar el proyecto se conformó una comisión central que incorporó a todos los miembros de la comisión redactora (con la excepción de O. Salas), e incluyó nuevos profesionales: Yuri Morales (que había participado ya en los cursos bimodales del 2011), Alexa Ramírez (especialista en Informática, e-Learning y Enseñanza de las Matemáticas del ITCR), Marianela Zumbado y Jonathan Espinoza (docentes de Secundaria destinados por el MEP para apoyar el proyecto).

A pesar del atraso en la formalización del proyecto y sin el apoyo económico de CRUSA esta comisión realizó la mayoría de los objetivos planteados durante el 2012, dejando para el 2013 los que eran imposibles de realizar sin el apoyo formal y financiero. El MEP aportó durante ese año la contrapartida a que se había comprometido (lo esencial: cuatro docentes con tiempo completo en el proyecto y la mayor parte de la labor del asesor nacional R. Poveda).

Durante los primeros cuatro meses del 2012 el proyecto elaboró la nueva versión de los programas que fue aprobada. El proyecto se encargó adicionalmente de ajustar las calidades y derechos de todas las imágenes utilizadas y de diseñar las artes finales de la versión impresa (con excepción de la portada), siguiendo los lineamientos formales de las otras reformas curriculares impulsadas por el MEP.

Y también elaboró documentos adicionales de apoyo curricular. Éstos se habían originado durante la elaboración de los programas, al generarse muchos más recursos e indicaciones que no podían incluirse sin provocar un documento demasiado extenso. Durante el 2012 y 2013 la comisión central ha reorientado el sentido de esos documentos para ofrecer ejemplos de problemas de aula que permitan ilustrar los niveles de complejidad, el uso de tecnología, historia, la participación de procesos matemáticos y actitudes y creencias positivas, además de otros aspectos metodológicos.

Plan de transición en la implementación

Debido a la profundidad de los cambios del nuevo currículo, que demandan ajustes de contenidos y enfoque, así como preparación docente, el proyecto elaboró un plan de transición para una implantación gradual de los nuevos programas. Durante el 2013 y 2015 el país desarrollará programas transitorios para de manera responsable tener los programas establecidos completamente en el 2016 en la educación formal académica (sólo quedando pendientes la educación técnica y la educación abierta):

- En el 2013, solamente en el primer año lectivo se instalarán los nuevos programas en su totalidad, los años que van del segundo al octavo realizan un plan transitorio con base en los nuevos programas (Transición1), del noveno al undécimo año un plan de transición con base en los contenidos del programa anterior (Transición 0). En todos los casos sí se debe implementar el enfoque y la metodología que proponen los nuevos programas.
- En el 2014, primero y segundo año asumen todo el currículo, de tercero a noveno año se realiza otra transición con base en los nuevos programas (Transición 2), de décimo a undécimo la base de contenidos son los programas viejos.
- En el 2015, del primero al décimo estarán vigentes los nuevos programas, quedando solo el undécimo en una transición final con base en los antiguos programas. Para cada año el proyecto elabora planes específicos de transición y guías para la acción docente.

Tabla 6
Plan de transición en la instalación de los programas
2013-2016

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°
2013											
2014											
2015											
2016											

Los colores responden a las transiciones mencionadas arriba.

Código de colores

	Transición 0	Transiciones
	Transición I	
	Transición II	
	Programas nuevos	

Por primera vez en Costa Rica se realiza una implementación curricular de manera gradual, siempre se dieron de sopetón (“entregas técnicas”). Esta progresión va acorde con el sentido de realidad que requiere toda reforma educativa.

Planes piloto

El proyecto diseñó dos planes piloto en el 2012, para el Primer Ciclo educativo y para séptimo año. Su propósito fue identificar las virtudes y debilidades que generaba la implementación curricular, para ofrecer recomendaciones a las autoridades ministeriales, asesores y docentes. En breve, para medir el pulso de la reforma. Cabe resaltar la rigurosidad y calidad del trabajo realizado: incluye la elaboración y aplicación de instrumentos de percepción docente en diversos momentos, instrumentos de observación de aula y entrevistas a asesores. Se aplicaron también técnicas de la investigación cualitativa como la validación de instrumentos y la triangulación de resultados. Y de igual manera se acude a la utilización de la plataforma Moodle para conducir, apoyar y administrar los pilotos. Ningún otro plan piloto de las reformas curriculares que ha impulsado el MEP en Costa Rica ha tenido esta perspectiva.

En el 2013 se realizarán planes piloto en cuarto y séptimo año, que buscarán descubrir más elementos sobre la práctica de la implementación curricular en las aulas, identificar elementos de las capacitaciones del año siguiente y sobre la evaluación. En el 2014, otros dos planes piloto tendrán propósitos similares.

Capacitaciones bimodales

El proyecto incorporó la misma estrategia de capacitación bimodal que se había realizado en la socialización del 2011. En el 2012, los temas escogidos estuvieron orientados al Segundo Ciclo y al Ciclo Diversificado. Además, se subió a cinco el número de sesiones presenciales para docentes de Primaria, con lo cual un número cercano a los 7400 docentes fue capacitado ese año por estos cursos.



Figura 10: Plan piloto 2012. Sesión plenaria inicial en instalaciones de la Universidad Americana, San José.

Una diferencia relevante en la ejecución de los cursos masivos 1400 y 6000 durante ese año es que sí se pudo realizar el trabajo en la plataforma Moodle, y los docentes debieron realizar sus prácticas de autoevaluación y exámenes en línea. La administración de la plataforma en los cursos masivos estuvo en manos del *Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez* (IDP), responsable en Costa Rica de realizar los procesos de capacitación docente. La nueva experiencia no estuvo exenta de problemas y tensiones, pero el país pudo dar un paso más con la nueva metodología de capacitación docente y el uso de tecnologías de la comunicación.

El proyecto, además de elaborar los materiales, realizó el diseño instruccional de los cursos bimodales. Las tareas que realiza el proyecto, los asesores nacionales, regionales y el IDP se detalla en la siguiente tabla.

Tabla 7
Cursos bimodales: grupos, actividades y responsabilidades institucionales

Actividad	Grupos	Comisión central del proyecto	Asesores regionales	Asesores nacionales	IDP
Sesiones de coordinación	Grupo 27	Elabora materiales. Atiende directamente.	Participan en sesiones.	Participan en sesiones.	
Cursos para líderes	Grupo 80	Elabora materiales. Atiende directamente. Administra la plataforma Moodle.	Participan en curso.	Apoyan en trabajos del curso.	Algunos funcionarios realizan observaciones y elaboran informe sobre los cursos.
	Grupo 300	Elabora materiales. Atiende directamente. Administra la plataforma Moodle.	Apoyan en trabajos del curso.	Apoyan en trabajos del curso.	
Cursos masivos	Grupo 1400 ————— Grupo 6000	Elabora el diseño instruccional. Suministra todos los materiales al IDP.	Coordinan actividades regionales.	Apoyan en regiones educativas con dificultades.	Administran el curso mediante plataforma. Algunos funcionarios realizan observaciones y elaboran informe sobre los cursos.

Los cursos bimodales del 2013 enfatizan dos ejes disciplinares centrales del nuevo currículo: el uso de la tecnología y el uso de la historia de las Matemáticas. En cuanto a las tecnologías, el diseño debe tener en mente las condiciones (recursos, lugares, limitaciones) para realizar los cursos masivos, pues en un país periférico como Costa Rica no sólo condiciona la disponibilidad de recurso tecnológico, sino el dominio y actitud de los docentes hacia el uso de tecnologías.



Figura 11: Capacitación bimodal 2012 para Secundaria. Grupo de líderes. Lugar: instalaciones de la Fundación Omar Dengo.

Al igual que en los cursos bimodales anteriores (2011–2012), en el 2013 se busca una síntesis apropiada de Matemáticas, Pedagogía y en gran medida, uso de las tecnologías y de la historia de las Matemáticas en el contexto específico del país.

En cuanto al uso de tecnologías: ¿cómo realizar un curso de capacitación sobre el uso de tecnologías que responda a este propósito y pueda superar las constricciones aportadas por el escenario nacional? El proyecto elaboró una estrategia muy original que acude a Internet: una combinación de “Unidades didácticas” de uso de tecnología en el aula acompañada de minicursos virtuales (“Unidades Virtuales de Aprendizaje”, UVA), orientados hacia la obtención de las destrezas y dominio de las tecnologías específicas en juego para poder trabajar las unidades.¹² Como afirma Hernández (2013):

Con las UVA se pretende construir un ambiente virtual donde exista interacción, sincrónica y asincrónica, a través de un sistema de administración de aprendizaje (LMS por sus siglas en inglés Learning Management System). Estos sistemas permiten llevar el seguimiento del aprendizaje de los alumnos teniendo la posibilidad de estar al tanto de los avances y necesidades de cada uno de ellos. Cuentan, además, con herramientas para colaborar y comunicarse (foros de consulta y de discusión, chats, entre otros), y tener acceso a recursos de apoyo. Asimismo, hacen posible

¹² Los cursos son administrados desde la plataforma Moodle, los minicursos virtuales (llamados Unidades Virtuales de Aprendizaje UVA) usan un software de autoría EX eLearning, y se usa el Standard Scorn para poder integrar los resultados que obtengan los docentes en las UVA dentro de Moodle.

acercar los contenidos a los participantes del curso con el objetivo de facilitar, mostrar, atraer y provocar su intervención constante y productiva sin olvidar las funciones necesarias para la gestión de los alumnos como la inscripción, seguimiento y la evaluación. (P. 1).

La estrategia permite prescindir de las limitaciones posibles en escenarios regionales como la ausencia de equipos o soportes técnicos informáticos, lo cual podría darse en algunos lugares, apostando a un trabajo virtual a desarrollar por el o la docente.

En cuanto al uso de historia de las Matemáticas: el proyecto en el 2013 desarrolla una estrategia vanguardista que permite colocar situaciones históricas en la acción de aula a partir de las cuales construir aprendizajes, desarrollar habilidades específicas, realizar procesos matemáticos y desarrollar competencia matemática.

Una variación del curso bimodal para el Grupo 300 en relación con los anteriores es que en el 2013 todas las sesiones presenciales son atendidas directamente por la comisión central del proyecto. Esto beneficia la preparación de los docentes líderes de Primaria y permite responder a dificultades especiales en la implementación curricular que se han dado en algunas regiones educativas. Esto se logra gracias al apoyo adicional en infraestructura que da el MEP.

En el 2014, dos cursos bimodales enfatizarán asuntos pedagógicos relevantes: la introducción temprana de las funciones y la modelización en su tratamiento en Secundaria, la didáctica de la geometría analítica, tópicos de la didáctica de sistemas numéricos (en Primaria y Secundaria), de la Estadística y Probabilidad. Sin embargo, la definición precisa de los mismos dependerá de hallazgos de los planes piloto del 2013.

Cursos virtuales

El proyecto incluyó como objetivo la realización de cursos enteramente virtuales a realizar con base en los materiales elaborados para los cursos bimodales. No se trata de cursos donde meramente se cuelgan documentos en formato PDF que se descargan, estudian y sobre los que se evalúa. La interactividad es clave (Ramírez Vega, 2013a). Es una estrategia cualitativamente diferente que se refleja entre otras cosas en el uso de plataformas tecnológicas distintas.

Su propósito es proporcionar más medios para que los docentes puedan capacitarse, para repasar lo que se estudió en los bimodales o para estudiar esos temas si no se tuvo la oportunidad de participar en aquellos, aprovechando las facilidades que ofrece la Internet. Estos cursos virtuales podrán además ser usados por los asesores nacionales y regionales para realizar sesiones presenciales especiales con base en esos materiales. El modelo usado es el de los *Massive Open Online Courses* (MOOCs), que aunque se ha desarrollado en el mundo para la educación superior, constituye una forma dinámica y eficiente por medio de videos y otros objetos didácticos para provocar la interacción y brindar capacitación docente. Como señala Ramírez Vega (2013b):

(...) el término MOOC hace referencia al acrónimo de Massive Open Online Course, el cual consiste en cursos gratuitos especializados en línea dirigidos a un público masivo.¹³

¹³ Ramírez Vega (2013b) señala:

(...) dadas las nuevas perspectivas a nivel mundial para la formación en línea, las experiencias en e-learning logradas en Costa Rica y las necesidades de capacitación de los profesores en servicio sobre los nuevos programas de matemática recién aprobados en 2012; se plantea la utilización del modelo de cursos masivos abiertos en línea para solventar la necesidad de capacitación de docentes de matemáticas en Costa Rica. Además, este modelo de cursos basado en lecciones semanales dictadas por expertos en el tema y apoyadas con videos explicativos, foros y actividades de aprendizaje centradas en los estudiantes y las teorías del conectivismo. Esto permite implementar cursos de forma ágil, escalable y acorde a las necesidades de la población destino.

Este planteamiento consiste en el diseño e implementación de un conjunto de cursos de capacitación para docentes de matemáticas bajo la modalidad de MOOCs, utilizando la plataforma *Class2go* desarrollada por la Universidad de Stanford. (pp. 1-2)

Es interesante mencionar por qué se decidió usar *Class2go*:

(...) *Class2go* (...) presenta muchas de las ventajas (...) como soporte de videos alojados en *Youtube*, interfaz sencilla para creación de cursos, progreso de los estudiantes, asignación de actividades, etc. Además, esta plataforma posee una documentación completa sobre su instalación, funcionamiento de módulos y directrices para los instructores de los cursos. Recientemente, los desarrolladores de esta plataforma en conjunto con el grupo de *edX*, se encuentran trabajando en la mejora de *Class2go*, la cual esperan lanzar para finales de julio del 2013. (Ramírez Vega, 2013b).

Otras plataformas fueron descartadas: *CourseBuilder* (de Google) por limitaciones en cuanto al tamaño de archivos y tráfico web gratuitos, *OpenMOOC* (con apoyo de la UNED de España y el Centro Superior para la Enseñanza Virtual) por estar en este momento en desarrollo y prueba.

Debe subrayarse, en Costa Rica: "Sería una primer experiencia de cursos MOOC a nivel centroamericano diseñados exclusivamente para la capacitación de docentes de matemáticas." (Ramírez Vega, 2013b, p. 2). Y una de las primeras en el mundo.

El primer MOOC consistió en un curso impartido por George Siemens y Steven Downes en 2008 mientras desarrollaban la tesis del conectivismo. Lo cual resultó en un esfuerzo que posteriormente fue denominado MOOC por Dave Cormier y Brian Alexander (Downes, 2012). En 2010 dos profesores de la Universidad de Stanford abrieron un curso en esta modalidad sobre Inteligencia Artificial, el cual contó con una gran demanda con más de 100 000 estudiantes de 200 países alrededor del mundo; posteriormente esta iniciativa ofreció otros cursos universitarios bajo el nombre de *Udacity*. Por su parte, otros profesores de la misma universidad crearon la plataforma denominada *Coursera* en octubre de 2011, iniciando con dos cursos del área de computación, hasta lograr expandirse a 120 cursos a finales del 2012 y con más de 1.2 millones de estudiantes matriculados en estos cursos (Herman, 2012). Paralelo a estas iniciativas han surgido otras que han permitido satisfacer la demanda de este tipo de cursos a nivel mundial (*eduX*, *Miríada X*, *Khan Academy*, entre otras). (p. 1.)

Comunidad virtual y otros medios de proyección y comunicación

A principios del 2013, el proyecto diseñó y construyó una *Comunidad Virtual de Educación Matemática* CVEM (www.reformamatematica.net), que había sido incluida como objetivo del mismo.

Esto se inscribía en propósitos enunciados por Ruiz et al (2003): “el fortalecimiento como comunidad académica que se reconoce a sí misma de los profesores de matemáticas (reuniones académicas, organización y comunicación a través de los nuevos instrumentos que existen en el escenario que vivimos).” (p. 197).

La idea de esta comunidad virtual especializada para Costa Rica fue elaborada por Alexa Ramírez, quien en mayo del 2010 había propuesto la misma en la Escuela de Matemática del ITCR como un proyecto (aunque no fue aprobado por la Vicerrectoría de Investigación de esa institución) y la había presentado en el *III Encuentro* de la UNED en setiembre de ese mismo año. El *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* le brindó un significado específico a la comunidad incorporándola dentro de la perspectiva dinámica de esta reforma.

Desde la primera mitad del año 2013, ya en funcionamiento, la CVEM se ha convertido en un poderoso instrumento con centenares y centenares de docentes inscritos. En este espacio virtual se encuentra acceso a los programas, planes de transición y todos los documentos oficiales relacionados con la reforma, se ofrecen materiales usados en capacitaciones, se desarrollan foros, chats y blogs sobre los temas de la implantación curricular.



Figura 12: Imagen de la página de inicio de la Comunidad Virtual de Educación Matemática

Para buscar un impacto aún mayor de las acciones de reforma, el proyecto abrió una página en Facebook y un canal en YouTube que permitiera colgar videos que emergen de las actividades del proyecto o que son instrumentales del mismo.



Figura 13: Imagen de página de Facebook del Proyecto.

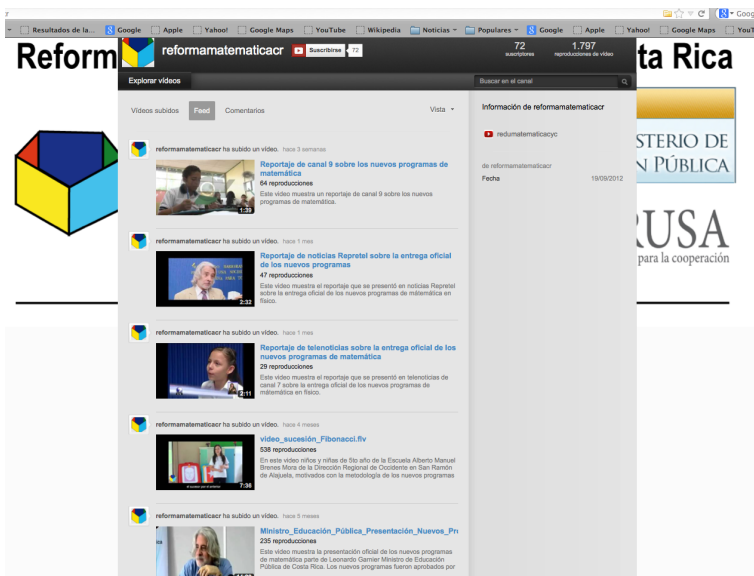


Figura 14: Imagen del canal YouTube reformamatematicacr.

Sinergia

Los objetivos de este proyecto tienen una gran fuerza sinérgica. El plan de transición se basa en las características y desafíos que el nuevo currículo encierra. De igual manera, los planes piloto deben usar los programas específicos del plan de transición para su realización, además de subrayar las indicaciones y sugerencias que aparecen en los programas. Los cursos bimodales deben condensar el enfoque curricular y tomar en cuenta los resultados de los pilotos. Los cursos virtuales se construyen a partir de los bimodales y complementan las capacitaciones previas. La comunidad es justamente el medio que integra a docentes y profesionales para obtener información, conseguir documentos, interactuar, plantear interrogantes y generar una sensación de colectividad conectada por los propósitos de la reforma curricular.

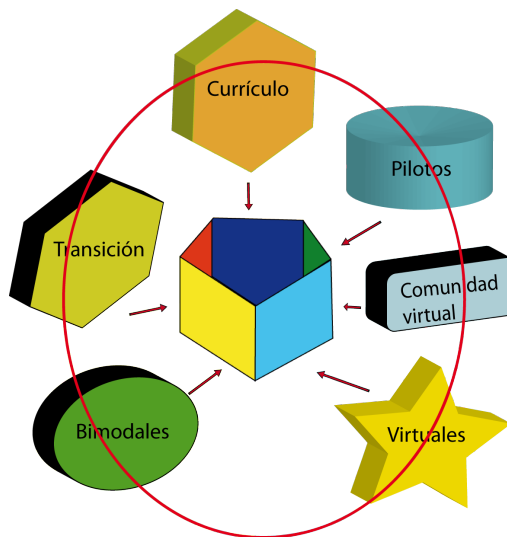


Figura 15: La sinergia de los objetivos del proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

Tecnologías de la comunicación

Un detalle relevante a ponderar sobre esta reforma es el uso intensivo de las tecnologías de la comunicación: cursos bimodales y planes piloto con plataforma Moodle y minicursos virtuales, comunidad virtual y cursos enteramente virtuales. El proyecto asume que esta utilización intensiva constituye una vía para potenciar la reforma curricular permitiendo interactuar con poblaciones más amplias (aumentando el impacto de las acciones), trabajando de una manera más flexible y eficiente que prescinde de muchas limitaciones que impone la distancia física, construyendo objetos de capacitación que son escalables, que son evaluables de una manera precisa, y colocándose en las perspectivas dominantes del escenario que vive el planeta. Esto cultiva una cultura del uso de tecnología en la educación nacional.

Ya lo afirmaban Ruiz et al (2003):

También interviene en esta gran orientación la nueva concepción y construcción de los procesos educativos y formativos a partir de redes con base nacional o internacional, y usando Internet como instrumento central. La virtualización de la educación es una realidad que se deberá asumir con una mentalidad práctica, inteligente y pertinente, pero radical, en nuestra sociedad. (P. 196).

La logística

Este proyecto ha requerido para su realización de una amplia colección de acciones administrativas y logísticas. Algunas se realizan con la FOD que administra las finanzas del proyecto en lo que refiere a los aportes de CRUSA.

La mayoría de las acciones de este tipo, sin embargo, deben realizarse en el MEP, pues los recursos que aporta como contrapartida deben ser canalizados por medio de su estructura interna. El MEP tiene la responsabilidad de asegurar las convocatorias oficiales, permisos, viáticos, apoyos, materiales para asesores y docentes que deben participar en sesiones de organización, planes piloto o capacitaciones, tiene que asegurar la participación de los docentes destinados a trabajar en la comisión central del proyecto, debe asegurar las instalaciones donde se realicen las acciones. El proyecto tuvo la ventaja de contar, hasta la primera parte del 2013, con uno de los miembros de la comisión redactora de los programas y de su comisión central como asesor nacional de Matemáticas dentro de la misma estructura central del MEP: Ricardo Poveda. Se trata de un trabajo sistemático que fue instrumental para establecer puentes no sólo con la administración ministerial sino con los asesores nacionales y regionales y tejer una alianza estratégica para construir la base social de la reforma.

Otras acciones

En mitad del 2013, no existe una reglamentación oficial que se ajuste plenamente con el enfoque de los nuevos programas. El nuevo currículo favorece que tanto la planificación, la acción en el aula y la evaluación se realicen usando problemas.

Durante los años 2012 y 2013, el proyecto ha participado en la elaboración de propuestas para la evaluación cotidiana y para la macroevaluación. El Departamento de Gestión de la Evaluación de la Educación del MEP propondrá, en conjunto con el proyecto, una reforma que busca introducir los ítems de desarrollo en las pruebas de Bachillerato de manera progresiva hasta lograr tener un 50 por ciento en unos seis años (que podrían darse mediante dos pruebas: una de selección única y otra de desarrollo). Esto será importante, pues este tipo de pruebas:

(...) en su forma actual, han restringido los procesos formativos de varios años hacia la resolución de ejercicios específicos y temas particulares para las pruebas nacionales. Incluso, hay investigaciones que revelan estrategias para el uso de la calculadora como el instrumento exclusivo para lograr aprobar el examen, al margen de la comprensión y manipulación

apropiada de los conceptos matemáticos. Como consecuencia, si bien los exámenes nacionales pueden ser aprobados (y no lo hace el 100%), no sucede lo mismo con la comprensión y aprendizaje efectivos de los conceptos y procedimientos matemáticos. (Ruiz et al, 2003, p. 194).

Se busca en las pruebas: "promover el dominio del conocimiento conceptual y las destrezas de pensamiento abstracto en las matemáticas, y no los aspectos procedimentales o algorítmicos." (Ruiz et al, 2003, p.195).

Un *Reglamento de Evaluación de los aprendizajes* regula la evaluación cotidiana:

Tabla 8
Componentes de la evaluación cotidiana

Componente de la calificación	Reglamento actual					Ciclo Diversificado
	I Ciclo		II Ciclo	III Ciclo		
	1°	2° y 3°		7°	8° y 9°	
Trabajo cotidiano	50%	40%	30%	25%	15%	10%
Pruebas parciales	30%	40%	50%	55%	65%	70%
Trabajo extraclase	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Concepto	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Asistencia	5%	5%	5%	5%	5%	5%

Fuente: Ministerio de Educación Pública, Departamento de Evaluación (2009).

El proyecto ha propuesto cambios en la evaluación de aula que permitan potenciar el uso de ítems de desarrollo (para evaluar integradamente diversas habilidades y apuntalar el desarrollo de los procesos matemáticos), así como el uso de instrumentos que fomenten una acción constante de los estudiantes: trabajos extraclase apropiados (tareas con valor sumativo, proyectos a realizar en grupos), pruebas cortas constantes ("quices") que apoyen el trabajo cotidiano, y ajustar el porcentaje de las pruebas parciales (se hacen dos por trimestre escolar). Aunque la acción de aula se potencia con este enfoque, no se propone que se brinde un valor mayor al componente que existe actualmente en "trabajo cotidiano".

La aplicación de instrumentos apropiados (portafolios, cuadernos, observaciones) para medir el trabajo cotidiano se ve distorsionada en la realidad costarricense: un docente de Secundaria en promedio puede tener a su cargo alrededor de 300 estudiantes, y en la Primaria aunque atienda un solo grupo debe impartir todas las asignaturas. En ambas situaciones resulta un proceso demandante. A eso debe sumarse que los padres de familia siempre encuentran alguna razón para apelar estas evaluaciones que juzgan "subjetivas". En un contexto social donde además existe un estatus debilitado del docente, ha sido una costumbre otorgar este puntaje y "evitarse problemas". Dar un 25% para un trabajo cotidiano en séptimo año, por ejemplo, en estas condiciones no resulta una evaluación que potencie los aprendizajes.

En el 2013, el CSE prepara un nuevo reglamento de evaluación, que los reformadores esperan sintonice con el enfoque de los nuevos programas de Matemáticas. Costa Rica espera por una estrategia evaluativa de calidad, pero no podrá darse sin una visión global que integre todas las condiciones nacionales involucradas.

Proyecto, reforma y comisión

La reforma de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Costa Rica no es responsabilidad exclusiva de este proyecto, que se desarrollará en un plazo relativamente breve. Las diferentes instancias del MEP tienen un papel significativo que jugar: el Instituto de Desarrollo Profesional, los Viceministerios, el Departamento de Evaluación de los Aprendizajes, el Departamento de Desarrollo Curricular, el Departamento de Gestión de la Calidad Educativa, asesorías pedagógicas regionales, entre otras. Sin embargo, las acciones de este proyecto han demostrado ser fundamentales para la implementación curricular.

Debe señalarse, por otra parte, que el proyecto, por más relevante que sea, es sólo una parte de las acciones que despliega el grupo humano que lo ejecuta. Este grupo, que posee como referencia en los años recientes el *Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática*, tiene un compromiso con el progreso de la Educación Matemática, que visualiza como un instrumento relevante para el desarrollo del país. Antes de que se diera la coyuntura en la que el MEP solicitó un diseño curricular, este grupo había desplegado ya innumerables acciones para beneficiar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Y esto seguirá siendo parte de su quehacer exista o no el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*, y se cuente o no con el apoyo de un ministro de Educación. El apoyo del ministro Garnier desde luego ha potenciado significativamente el impacto de todos estos trabajos. Este proyecto ha demostrado ser una alianza estratégica formidable.

Es este compromiso y esta perspectiva vital que explica las características del trabajo desplegado en estos últimos años. Por ejemplo, los ritmos para el diseño de la primera versión del currículo fueron absolutamente perentorios: 9 meses de trabajo intenso con sacrificios de tiempo personales y familiares. La decisión intelectual de incorporar múltiples indicaciones para los docentes y documentos de apoyo adicionales, siendo un compromiso con la realidad nacional, representó un incremento sustancial de las labores del equipo. La elaboración constante de respuestas razonadas y rigurosas a los cuestionamientos de diversas universidades, gremios o personas, lo que nunca estuvo contemplado dentro de las fronteras del proyecto, obedecía a la búsqueda por abrir espacio a la nueva propuesta, convencidos de su calidad, pertinencia y beneficio social. Este grupo humano ha ofrecido asesorías adicionales a diversos departamentos del MEP (incluidos los encargados de confeccionar las pruebas nacionales), ha brindado capacitaciones extras a docentes en diversas zonas, construido múltiples espacios virtuales de apoyo, aportado un rediseño de los programas para mostrar cómo se puede realizar una integración de habilidades en la acción de aula, etc.

Este grupo organiza eventos internacionales, simposios, congresos, edita artículos, revistas y libros que convergen plenamente y refuerzan las actividades formalmente estipuladas del proyecto. Por ejemplo, en agosto del 2012 se organizó en Costa Rica una *Escuela Seminario Internacional para la Construcción de Capacidades en Matemáticas y Educación Matemática*, con el patrocinio de la International Commission on Mathematical Instruction, la International Mathematical Union, el Comité Interamericano de Educación Matemática y el International Council for Science. Este evento fue una capacitación vigorosa ofrecida por expertos internacionales y donde una colección importante de asesores nacionales y regionales del MEP fueron incorporados,

beneficiando su preparación dentro de esa perspectiva del proyecto y favoreciendo el objetivo del *Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática* de construir un liderazgo pedagógico. El Ministro Garnier respaldó plenamente este evento. Otro ejemplo: el *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*, que se celebrará en República Dominicana en noviembre del 2013, se ha convertido en un evento que servirá también a los propósitos de esa reforma en Costa Rica. Las acciones de miembros de esta comisión han atraído la atención de la comunidad internacional de Educación Matemática, lo que se ha reflejado en solidaridad y apoyos directos a la reforma en Costa Rica.

Por todo esto podemos decir que hay una convergencia de todas las múltiples acciones del grupo y los fines de la reforma.

Sexta parte

Perspectiva de la praxis

El proceso de reforma que se ha desarrollado en Costa Rica puede verse como un objeto de estudio, sobre el cual se pueden señalar algunas propiedades. Uno de los principales elementos que muestra este proceso de reforma es una vocación: la *Perspectiva de la praxis*. Esto se manifiesta en varias dimensiones.

18. Sentido pragmático del diseño curricular

El diseño del currículo se realizó como parte de una estrategia global en donde la instalación era un elemento central orientador.

La implementación ilumina el diseño curricular

No se trató de diseñar un programa “in vitro” que luego se buscaría implantar de alguna manera. El diseño curricular estuvo determinado desde un principio por lo que se deseaba en la práctica, para la acción de aula. Por eso el enfoque principal (que unifica dos ejes curriculares) es una estrategia pedagógica, un cambio de paradigma en la enseñanza. Se ofrecen indicaciones puntuales, metodológicas y de evaluación que llegan casi a 1700 en la malla curricular, se ajusta la cantidad de contenidos que se han introducido para –mediante una estrategia pedagógica adecuada– desarrollarlos dentro de las limitaciones del número de lecciones efectivamente disponibles o las dificultades que los docentes enfrentan en el país. En otro contexto habría bastado con dar orientaciones curriculares generales a dimensionar y plasmar de manera totalmente autónoma (como en Finlandia, Japón, Holanda y otros países con sistemas educativos muy efectivos).

La propuesta de un esquema con cuatro momentos para la construcción de aprendizajes en la lección podría interpretarse como una restricción o un elemento de inflexibilidad. En efecto es algo que no se habría planteado en un contexto de una preparación docente más rigurosa o en un contexto de menor exigencia de cambio en la acción de aula. Sin embargo, en el escenario costarricense se valoró como esencial aportar un estilo esquemático preciso, una guía para la acción. Con el correr de los años, este patrón deberá ajustarse a las condiciones de cada aula.

El texto curricular es una acción dentro de una perspectiva general de reforma que apela a procesos de capacitación, formación y múltiples recursos de apoyo al docente.

Una visión pragmática de la formación matemática escolar

El propósito final para la preparación matemática escolar es robustecer su sentido pragmático: no plantea meramente la ampliación de contenidos o el dominio de las típicas destrezas del matemático. Esta nueva visión se expresa en la adopción de la noción de “competencia matemática” desarrollada en el marco teórico de PISA. Los ejes curriculares muestran no sólo los ajustes o énfasis que se desean desarrollar en

el escenario específico que vive Costa Rica sino la vocación práctica que pretende un fortalecimiento de mayores capacidades cognitivas para una mejor actuación en la vida.

Utilización pragmática de los hallazgos de investigación y prácticas exitosas internacionales

Hay una utilización autóctona y funcional de los elementos que se identifican en la investigación y la experiencia de la Educación Matemática internacional. Por ejemplo, la incorporación de las capacidades de corto plazo (habilidades específicas), mediano y largo plazo (competencias), el significado de los "procesos", el lugar de la resolución de problemas, los enfoques y énfasis para cada área, la selección de las áreas, la estructura integrada verticalmente, el lugar de las indicaciones diversas, el papel de la resolución de problemas, la modelización, entre otras.

Lo mismo sucede con las estrategias para realizar las capacitaciones y otras acciones de reforma (bimodales, virtuales, MOOCs, etc.).

19. Una teoría fundamentadora

En un plano aún más general, hay una valoración de las Matemáticas como construcciones históricas y culturales con un peso fuerte del mundo empírico, físico y social, que sostiene la visión sobre las Matemáticas escolares y la actitud teórica hacia el diseño curricular. Ésta no es una visión formulada recientemente. En el año 2000 se señalaba una crítica de las ideas sobre las Matemáticas:

Las ideas dominantes hasta nuestros días sobre las matemáticas siempre pusieron énfasis en sus aspectos más abstractos, deductivos, incluso axiomáticos y formales, debilitando los intuitivos, vitales, heurísticos, concretos. Esto fue un importante punto de partida para las reformas de las llamadas "matemáticas modernas" que buscaban transformar el carácter anticuado, *calculístico*, *memorístico* y "poco general" de las matemáticas enseñadas en primaria y secundaria. Sus énfasis fueron la teoría de conjuntos, las estructuras *algebraicoformales*, y las generalizaciones abstractas. En América Latina, las matemáticas se cargaron de esa ideología y de una manía por un "purismo" matemático que apuntaló un distanciamiento de las matemáticas con relación a las ciencias, la tecnología y la economía. La reforma contribuyó a uno de los principales defectos de la ciencia latinoamericana: el *academicismo*. (Ruiz, 2000, p. 9).

Y se planteaba una orientación:

En respuesta frente al formalismo vacío, el simbolismo innecesario, el abuso con los conjuntos, la subestimación de la geometría, el exceso de estructuras algebraicas, ahora se promueve una contestación importante: se apunta a la heurística, a la *interactividad* dentro de la experiencia de aprendizaje, a los recursos de la vida cotidiana y la *contextualización* de las matemáticas. Pero ojo: no a la ausencia de abstracción, que a veces se promueve

equivocadamente, sino a la mejor asimilación y progreso de ésta en los conocimientos más generales y abstractos de la realidad.

Internacionalmente, estos planteamientos y sus consecuencias para la acción educativa matemática constituyen la principal influencia en la comunidad de educadores de las matemáticas. Con base en un enjuiciamiento lúcido, creativo, original y apropiado, este contexto teórico debe ser tomado en cuenta a la hora de definir los planes de posible progreso de la educación matemática en el país. (Ruiz, 2000, pp. 40-41).

Mucho antes incluso, Ruiz (1987) proponía:

A través de una adecuada lectura de la evolución de las Matemáticas es posible sugerir cómo (de manera general) abordar la nueva enseñanza de las Matemáticas. En primer lugar, está claro que es importante enfatizar siempre los aspectos concretos e intuitivos, y su relación con el mundo físico y social. La dialéctica entre lo concreto y lo abstracto debe transmitirse tomando como dirección vectorial el primer elemento de esa relación. Lo abstracto puede llegar a ocupar papeles muy decisivos en la construcción matemática, pero de manera general, sumergidos en un marco teórico vinculado al devenir físico y social (a la naturaleza y a la sociedad). La axiomática y lo formal si bien útiles en la expresión, son completamente secundarios en la construcción matemática. Los énfasis y sobrevaloraciones que se les han dado sólo han conducido a desvirtuar la naturaleza y el sentido de las matemáticas. Por otra parte, consecuencia de lo anterior, es necesario introducir énfasis en la utilidad de las Matemáticas. También en su relación con las demás ciencias. (P. 250).

Esta visión intelectual constituye el sustrato filosófico principal de la reforma que se realiza en Costa Rica.

No sólo no se ha adoptado un modelo externo (aunque fuera "tropicalizado"): se ha re-creado una construcción intelectual propia, avanzando ideas sobre el diseño curricular y su implementación, una contribución a la investigación y experiencia internacional. Estos resultados se dirigen a condiciones en un país periférico, en vías de desarrollo, lo que no ha sido foco de la investigación internacional en la Educación Matemática.

20. Una acción social crucial

El papel de lo político-social

En esta reforma educativa ha habido “política social” en varios sentidos. Se pueden consignar al menos los siguientes aspectos:

- La existencia de una voluntad política local que ha permitido asegurar apoyo en las distintas etapas del proceso: el apoyo del ministro Garnier fue vital. Sin su voluntad no habría sido posible esta reforma.
- La aprobación del currículo nuevo obligó a la realización de acciones: elaborar documentos, participar en foros e incluso realizar ajustes curriculares para lograr la aceptación por parte de la mayoría de los integrantes del organismo nacional que debía aprobar la propuesta.
- La inclusión apropiada de varias de las recomendaciones de grupos sociales generó una propuesta capaz de despertar un mayor consenso y debilitar así las acciones de rechazo que desencadenaban algunos individuos y grupos.
- Para la construcción del liderazgo pedagógico que requiere la implementación curricular ha sido imprescindible poner en práctica estrategias sociales para formar a los grupos e individuos que puedan avanzar en el proceso de reforma en todas las regiones.
- Finalmente: como en todo país periférico con desarrollos desiguales y combinados no habría sido suficiente para la implementación seguir solamente la estructura formal del sistema educativo (que suele ser muy burocrática), se identifica como instrumental el desarrollo de una relación de personas con una perspectiva más amplia que la formal.

Estas dimensiones políticas han sido determinantes: un error en el tiempo, los plazos o la forma de las acciones realizadas podría haber supuesto la no aprobación de los programas. De igual manera, el tejido social orquestado por la comisión central del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* y alimentado por asesores y docentes en todo el territorio nacional, ha sido decisivo para lograr avances en la implementación curricular.

Una expresión de este contexto es la voluntad de los reformadores de lograr obtener con sus acciones un punto de “no retorno”, de tal manera que para las nuevas administraciones políticas (independientemente de su lucidez) resulte mejor seguir adelante con la reforma que retroceder. Lo que esto implica es la necesidad de intensificar las acciones hasta donde sea factible para llegar a ese punto.

En esto se debe coincidir con la opinión del historiador y epistemólogo de las Matemáticas colombiano, Luis Carlos Arboleda: “en esta reforma han convergido diversos elementos teóricos y de oportunidad, e incluso ha sido relevante la experiencia política acumulada por muchos años del director del diseño curricular y del proyecto; es como si sus diversas etapas de desarrollo intelectual individual fueron etapas de preparación para asumir este desafío reformador”. (Arboleda, 2013).

Construcción de un liderazgo docente y una alianza social estratégica

El progreso de la reforma en todo el territorio nacional requiere un cuerpo social. Ha sido esencial construir una relación con personas comprometidas con la reforma que ocupan distintas posiciones en la estructura formal. Globalmente se ha buscado construir una alianza social estratégica: un entramado positivo de relaciones entre investigadores de las universidades, docentes líderes, asesores nacionales y regionales, autoridades y la misma estructura interna del MEP. El avance realizado era algo insospechable hace algunos años.

Un equipo humano con experticia y compromiso de acción

Se debe reconocer como elemento central que esta reforma ha contado con un equipo de personas con amplio conocimiento de la Educación Matemática internacional y de la realidad local. Los planteamientos fueron construidos en una búsqueda de armonía entre lo que arroja la investigación y lo que moldea la experiencia de aula. Debe subrayarse la existencia del equipo, pues en teoría podía haber habido individuos aislados con la experticia necesaria; pero para realizar este diseño con los plazos terminantes que se definieron, con un escenario social y político complejo, se requería la existencia de un grupo con homogeneidad de ideas, cohesión social y un gran compromiso.

También fue elemental la incorporación a tiempo completo de docentes en servicio aportados por el MEP para reforzar las acciones del equipo inicial, y de la misma manera ha resultado de enorme provecho la participación comprometida de especialistas en informática y educación en entornos virtuales.

21. Una reforma inconclusa, desigual, no lineal y combinada

Los ritmos y las estrategias para realizar una reforma en la Educación Matemática en un país en desarrollo son especiales. En primer lugar la profundidad y la intensidad de la reforma no son similares a las de otros países, en tanto las macro condiciones sociales y educativas han impuesto retos y limitaciones. Como ha sido en el caso de Costa Rica, las acciones reformadoras han debido de ser cuantiosas y realizarse en tiempos apremiantes.

En otras latitudes los tiempos para diseñar un currículo son establecidos con protocolos específicos (composición de equipos, desarrollo de planes pilotos, validaciones, etc.); en este caso se debía adaptar el proceso a las demandas políticas para poder hacerlo dentro de la viabilidad del actual periodo gubernamental. Por estas razones, se han quedado dimensiones aún sin transformar, por ejemplo, una evaluación nacional (de aula y de todo el sistema) en acuerdo con el enfoque planteado. En el 2013 esto no se ha realizado, pero existen planes para su elaboración, en los cuales la comisión central de la reforma espera participar. Acciones de cambio en algunos niveles educativos tampoco se han desarrollado: por ejemplo en la Educación Preescolar que debe conectar naturalmente con la escolar, o en el Ciclo Diversificado técnico-profesional que debería sufrir modificaciones relevantes. También la Educación “abierta” (no colocada en el sistema formal) debería cambiar. Hay en esto un sentido de incompletitud o de no conclusión inherente a las condiciones del contexto.

Antes de lograr su aprobación oficial en el CSE se iniciaron las acciones de socialización-capacitación en el nuevo enfoque y se elaboró el proyecto de instalación. Las acciones realizadas no siguieron un patrón lineal.

Las características de la reforma en las diferentes regiones no son idénticas, más bien son muy desiguales. Esto es producto no solo de las condiciones desiguales que posee el país en todas sus dimensiones (por ejemplo entre las localidades urbanas y rurales, entre zonas prósperas económicamente y regiones que no lo son), sino también a la existencia de varios factores específicos: hay diferencias relevantes en las calidades y condiciones de los docentes, y además existen regiones educativas con mayores o menores deseos para realizar las acciones de reforma (por ejemplo mucho depende de si hay asesores regionales proactivos o no, o si las direcciones regionales que posee el MEP apoyan el proceso o no).

En la reforma, de manera simultánea y combinada: se elabora y reelabora el currículo, se dan capacitaciones, se trabaja con tecnologías en diversos grados en escenarios distintos, se generan documentos y actividades de persuasión político-social, se enfrentan cuellos de botella institucionales, se organizan seminarios y eventos académicos nacionales e internacionales.

Hay una dimensión más general del carácter combinado de la reforma: las acciones deben tomar en cuenta a la vez lo mejor que se hace internacionalmente, en sistemas educativos muy eficaces, en otros de menor calidad y en la misma realidad local.

Sétima parte

Dificultades, desafíos y perspectivas

Una de las primeras dificultades que tuvo que enfrentar esta reforma fue la actitud negativa inicial de algunas dependencias de universidades públicas, algunos gremios de docentes y algunos sectores de la estructura del MEP. Ésta se dio en parte como reacción a que la propuesta fue elaborada por un equipo *independiente* de investigadores y docentes en servicio y no por un conjunto de funcionarios ministeriales; no se dio participación directa de gremios, ni se trató de una comisión oficial seleccionada por las universidades. Esto despertó un “recelo” tanto en el MEP y en sindicatos docentes como en las universidades.

La actitud negativa inicial se ha transformado con la aprobación de los programas. En cuanto a los gremios docentes, simplemente no volvieron a considerar el asunto. Funcionarios ministeriales que expresaron su reticencia al principio se han ido sumando a las acciones de implementación.

22. En las universidades formadoras

En cuanto a las universidades públicas, al menos el ITCR, la UCR y la UNED comprometen esfuerzos sintonizados con los nuevos programas (con cursos de capacitación o ajustes en programas de formación); la Universidad Americana (UAM, privada) también busca realizar estas adaptaciones. El desafío es lograr que estas instituciones puedan identificar y comprender correctamente el significado de los cambios e ideas curriculares, realizar sus acciones de capacitación y orientar sus programas de formación inicial en convergencia con las necesidades que tiene la reforma.

La Escuela de Matemática de la UCR que estuvo a favor de los programas desde un principio aún no ha podido escapar de un conflicto político académico con la Facultad de Educación de esa institución, precisamente a propósito de los fines y del cómo y quién administra la carrera de enseñanza de las Matemáticas para la Secundaria. Si bien realiza acciones para ajustar su programa de formación inicial (o incluso crear uno nuevo), no se prevé cuánto tiempo le tomará generar profesionales sintonizados con la reforma. Una de las causas de su debilidad radica en que durante muchas décadas esta escuela (la más importante de la región) no favoreció la creación de cuadros de alto nivel en Educación Matemática, gracias a un énfasis en el “purismo matemático” que obstaculizó hasta hace muy poco tiempo todos los esfuerzos en esa dirección.¹⁴

¹⁴ Ruiz, Chavarría y Mora (2003) resumen ese proceso:

(...) el énfasis en el purismo matemático en la Escuela de Matemática de la UCR debilitó la formación en las matemáticas aplicadas y en particular debilitó la comprensión de la íntima relación, por ejemplo, entre matemáticas puras, computación y matemáticas aplicadas. Salvo por el análisis de datos, no es sino hasta recientes fechas que se ha buscado introducir con mayor amplitud matemáticas aplicadas (aunque sí hubo intentos de hacerlo, en los años ochenta, pero no fueron respaldados por esa Escuela).

(...) En relación con la Educación Matemática, todo esto tuvo implicaciones muy serias: el énfasis en los aspectos más abstractos y formales de las matemáticas creaba una mayor

Otra causa radica en la jubilación de muchos de sus académicos, debilitando significativamente las acciones que esa escuela puede asumir como un todo.

El desafío general de las universidades lo recogen Alfaro et al (2013):

Una de las carencias centrales de todos los programas iniciales de formación es la casi inexistente pedagogía específica de las matemáticas. Estos programas en mayor o menor grado son yuxtaposiciones de pedagogía general y matemáticas (en el caso del TEC solamente se añaden contenidos de computación).

En las universidades públicas se ha dado una combinación de ausencia de perspectivas renovadoras y una inercia institucional pertinaz que ha impedido hasta ahora realizar reformas profundas de sus planes de estudio para incorporar tendencias internacionales exitosas en la Educación Matemática, como lo son la resolución de problemas, la modelización, tecnologías adecuadas o las perspectivas de las competencias. Si bien las instituciones privadas tendrían más flexibilidad y menos limitaciones para efectuar cambios, simplemente han copiado en sus programas lo que hacen las estatales, y además se ven fuertemente limitadas por la ausencia de recurso humano preparado y de regímenes laborales que ofrezcan perspectivas de progreso académico, y por el predominio de intereses pecuniarios de corto plazo. (p. 27).

Para Ruiz, Barrantes y Gamboa (2009):

(...) en las instituciones estatales, los cursos de matemáticas no corresponden a las necesidades del educador matemático, están asociadas al tipo de matemáticas que debe recibir más bien el matemático puro (el investigador matemático). Esto se aprecia en los contenidos escogidos (en general son muchos y su lógica es la de las Matemáticas), en la ausencia de contextualizaciones, vínculos con la pedagogía, en la forma de evaluar, etc. En las instituciones privadas: no solo no se aprecia una visión distinta de las Matemáticas a la que existe en las estatales, sino que, además, la cantidad de matemáticas y sus métodos es más reducida.

distancia de la matemática para los estudiantes, en una disciplina que ha despertado por su naturaleza siempre temores y percepciones no positivas. Los mismos profesores tenían dificultades con este tipo de aproximaciones. La subvaloración de los aspectos pedagógicos y didácticos contribuía en esa misma dirección de mayor distanciamiento y de impedir construir los andamios necesarios para la comprensión y manipulación de los conceptos matemáticos. De la misma manera, la sobrestimación del matemático puro afirmaba una subvaloración del profesor de secundaria, éste era visto como un profesional de segundo orden y devaluado frente al matemático; un asunto que también se convertía en instrumento para debilitar la Educación Matemática (véase Ruiz, A. y Barrantes, H. 1994). La relación con la Facultad de Educación nunca fue buena. La influencia de la Universidad de Costa Rica en las Matemáticas, al igual como sucede en otras disciplinas, se extendió a las otras instituciones de formación de educadores. (p. 185).

Si bien en ambos tipos de institución el conocimiento pedagógico de las Matemáticas ocupa un lugar débil, éste es más débil en las universidades privadas estudiadas. (p. 222).

La preparación inicial de los docentes de Primaria es muy débil. Esto corresponde al modelo de enseñanza por un docente de casi todas las materias, lo que ha supuesto una formación inicial generalista. Esto es común en varias latitudes. En algunos países se ha buscado especializar la acción de aula y la preparación de los educadores de Primaria (por ejemplo, asociando Matemáticas y Ciencias, y potenciándolas) para mejorar su enseñanza; y también usar una preparación especializada en estas áreas para nutrir la docencia de toda una institución escolar (procurar que siempre haya algunos especialistas que apoyen al resto de docentes de una escuela). Una de las lecciones internacionales muestra que al ofrecerse una formación de calidad en la Secundaria y una preparación universitaria “buena”, el docente de Primaria –aunque sea formado de manera generalista– estará en condiciones de realizar una práctica de aula más eficaz. De nuevo, se vuelven centrales la pertinencia y calidad de los programas de formación inicial en las universidades. Lo que esto resalta es el carácter holístico de las acciones que se deben considerar. Por ende, será un desafío poderoso transformar la acción escolar y mejorar la preparación inicial de los docentes en Matemáticas de todos los niveles educativos.

Para los ritmos de esta reforma educativa será relevante que las universidades formadoras de docentes logren en el plazo más rápido generar profesionales de las mayores calidades y sintonizados con los cambios que esta reforma ha introducido en las Matemáticas escolares. No dependerá solamente de las universidades que en la legión de docentes en servicio estén cada día mejores profesionales, pero éstas tienen una primordial cuota de responsabilidad. Las limitaciones que hayan tenido debido a ideas o actitudes erróneas deberán dejar lugar a compromisos rigurosos con la calidad y la pertinencia de los docentes para las nuevas generaciones.

También está en manos de las universidades realizar una selección apropiada de los postulantes a docentes, lo que la experiencia internacional señala como el mecanismo más eficaz para potenciar la calidad de la docencia: mejor que la selección a *posteriori* (Barber y Mourshed, 2007, p. 19). Una combinación de ambas orientaciones está en la agenda, lo que sólo se podrá dar si se establece una alianza estratégica entre las universidades formadoras y el MEP.

Tanto para responder a las debilidades de la preparación inicial en las universidades públicas como en las privadas, será relevante que el Estado condicione el ingreso a su fuerza laboral (es el principal empleador) a la superación de pruebas de incorporación.

23. En los paradigmas educativos y culturales

Uno de los desafíos mayores es cambiar el anterior paradigma de acción pedagógica, un estilo de enseñanza de las Matemáticas dominado por esquemas mecánicos, conductistas, al que han contribuido los currículos anteriores, la preparación ofrecida por las universidades y simplemente la inercia del pasado. Éste no es un problema

exclusivo de Costa Rica, afecta a muchos países. El cambio de paradigma que proponen los nuevos programas requerirá no sólo de voluntad o una buena actitud, sino también de recursos didácticos y diversas acciones que deberán involucrar a varias entidades del país. No es posible pensar un mejor decurso de esta reforma si los instrumentos oficiales para administrar el planeamiento y la evaluación no convergen con la misma.

Otro desafío es potenciar una cultura del uso de las tecnologías de comunicación en las acciones de coordinación y capacitación docente. No solamente se trata de introducir en el aula las tecnologías (lo que ya es en sí un reto) y conectarse con las nuevas generaciones y con un escenario que incrementará su presencia, sino que estos medios sean incorporados en la preparación docente y en la discusión edificante de opciones para la acción de aula. Esto será difícil no sólo porque no ha existido la cobertura informática necesaria (aunque en Costa Rica se ha fortalecido notablemente en los últimos años), sino porque los docentes no han estado preparados para el uso de plataformas tecnológicas y un manejo tan intenso de la red y la tecnología. Es un verdadero reto para esta reforma que ha adoptado un uso tan vigoroso de la tecnología en la capacitación docente.

La sensibilización de madres y padres de familia no está fuera del juego. Los cambios de enfoques pedagógicos podrán ser incomprendidos y generar un rechazo social. Por ejemplo, si un padre de familia no llega a comprender que el número de problemas que un estudiante trabajará en el aula ahora será menor, pues éstos se trabajarán con mayor profundidad.

24. Condiciones docentes

Un desafío que trasciende la enseñanza de las Matemáticas será mejorar las condiciones generales para la docencia de aula. Aquí está el tema del estatus del docente, que no es únicamente un asunto salarial. Está por ejemplo el tiempo de la jornada laboral que el o la docente pueda destinar a la formación continua, planeamiento, estudio de las lecciones, tiempo para atender a madres y padres de familia. En Costa Rica hay un número inadecuado de horas contacto en el aula que no deja espacios a la superación profesional. Ruiz (2006) resumía este desafío:

(...) en los países con mejores sistemas educativos del mundo existe una importante fracción de la jornada del educador que es destinada a actividades fuera del aula, ya sea en la institución o fuera de ella. Muchas de estas horas de trabajo se dedican a la planificación meticulosa de las clases, a la preparación, a la capacitación regular, a la investigación, etc. Esto nos parece fundamental. Con jornadas tantas veces extenuantes directamente en el aula, con clases repletas de alumnos, debilidades en los recursos disponibles, no existen tiempos para la preparación escrupulosa, la capacitación, generación de innovaciones y la investigación. No existe mucho tiempo tampoco para realizar una educación centrada en el alumno y más individualizada. Constructivismo, aprendizaje activo y colaborativo, ¿cómo abordarlos en esa situación? Esta desequilibrada estructura de la jornada laboral del educador no favorece el mejor desempeño profesional.

El país debe explorar la forma de transformar esa estructura con base en definiciones precisas en cuanto a lo que se espera debe hacerse en cada fracción de la jornada del educador. Esto, por supuesto, involucra muchas dimensiones, entre ellas mayores recursos e infraestructura (se requiere, para empezar, de más educadores para atender la misma población). También un sistema de supervisión educativo relacionado íntimamente con el desempeño profesional. Es una de las principales acciones que debe asumir la educación nacional. (p. 182).

Si una profesión no es vista como competitiva: salario, estatus y condiciones laborales, será muy difícil atraer hacia ella a los mejores estudiantes. Un proceso de selección cuidadosa de postulantes a docentes es necesario, pero debe corresponder a esa competitividad profesional. No podrá generarse ésta si el país permite que muchas universidades saquen al mercado laboral “docentes exprés” de baja preparación que pueden integrarse a la acción profesional sin dificultad alguna. La contratación de docentes debe ser rigurosa y exigente. Y debe haber sistemas de certificación de la calidad profesional y un sistema de inspección apropiado. Lo ideal es que estos sistemas de inspección en el futuro no existan y que la acción individual de los docentes sea muy libre, pero para llegar a ese momento (como lo han hecho sistemas educativos de alto rendimiento en el mundo) se requiere pasar por otras etapas. Este es un desafío poderoso para el Estado y el país.

25. El Ministerio de Educación Pública y las políticas de largo plazo

La estructura piramidal y la persistencia de feudos administrativos en el MEP conspiran contra una reforma curricular. Por un lado, acciones e iniciativas descentralizadas son difíciles de desarrollar por los ritmos y tiempos que una estructura burocrática vertical debe invertir: todo se vuelve lento y engorroso. Y por el otro se da lo contrario: aún con la voluntad positiva de autoridades superiores ministeriales, se frenan las acciones en niveles nacionales y locales debido al accionar de funcionarios medios. En ocasiones por desconocimiento, en otras por rivalidad y celo “territorial”, por desacuerdo con las ideas de los programas o incluso para no invertir demasiado tiempo en las labores que demanda un nuevo currículo. Y es difícil cambiar la situación. En Costa Rica existe un sistema de servicio civil que asegura su puesto a los funcionarios estatales una vez obtenida su plaza en propiedad, sin mediar una comprobación de su calidad o eficiencia laboral. Lo que fue una condición positiva para impedir abusos que se producían luego de los cambios gubernamentales (hace varias décadas), se ha convertido en una limitación para generar un trabajo apropiado en muchas dependencias del Estado. El asunto va más allá de permanecer o no en un puesto, pues funcionarios que ocupan posiciones de poder en las decisiones podrían al igual que potenciar positivamente un proceso debilitarlo sustancialmente.

Es por lo anterior que se debe subrayar la necesidad de la independencia en el accionar del proyecto en relación con la estructura formal del MEP. Su preservación constituirá un desafío mientras se realice el proyecto.

Una dificultad a veces asociada a la anterior ha sido la incomprensión de la complejidad del trabajo realizado: programas ambiciosos con múltiples indicaciones detalladas, planes piloto, documentos de apoyo docente especializados, cursos bimodales y virtuales de alta calidad con los mejores estándares internacionales, que de forma general trascienden en mucho lo que se ha hecho en otros procesos de cambio educativo en este país. Funcionarios o docentes no familiarizados con el trabajo de investigación, producción intelectual y una acción académica tan demandante, es posible tengan dificultad para entender la naturaleza de este tipo de trabajo, y eso podría motivar decisiones que lesionen el decurso adecuado del proyecto y la reforma. Potenciar esta comprensión en los medios educativos constituye otro desafío.

Un reto importante será lograr una comprensión nacional de los ritmos de una reforma tan profunda como ésta. La implementación supone dificultades debidas a la inercia, temor al cambio, ajuste de expectativas de estudiantes, docentes y administradores, falta de recursos apropiados. Durante un periodo de años se tendrá más bien una caída en las metas del proceso de cambio, para luego superar el nivel de partida con fuerza. Es lo que a veces se ha llamado "Implementation Dip" como se muestra en la siguiente figura:

The Implementation Dip



Figura 16: fuente Fullan (2008).

Pese a que se pueden obtener localmente algunos importantes resultados en cuanto a motivación entre estudiantes y docentes, no se puede anticipar que mejoren en el corto plazo las promociones estudiantiles (por ejemplo en las pruebas de Bachillerato). La experiencia internacional indica más bien lo contrario: un debilitamiento de las mismas en los primeros años.

Una amenaza que gira sobre la cabeza de esta reforma como espada de Damocles es la que puede emerger de un cambio de gobierno nacional, que coloque en la silla ministerial a personas que deseen retroceder en los cambios realizados, ya sea por criterios políticos o por ausencia de una comprensión del significado progresista de esta reforma curricular. Esto sucede porque en Costa Rica no se han dado políticas de Estado de mediano y largo plazo, ni en la Educación ni en otras dimensiones del quehacer nacional. Y ésta es una situación que afecta la reforma desde antes de que ocurra el cambio de ministro, pues la expectativa inminente del mismo ya ha provocado una modificación de actitudes y acciones de individuos y grupos de la estructura ministerial, potenciando sus deseos (y desafortunadamente sus posibilidades)

de afirmación “territorial” y control, aumentando el peso de la inercia burocrática inherente a este tipo de organizaciones estatales centralizadas. No obstante, también puede ocurrir que una nueva administración gubernamental no solo brinde continuidad a la reforma realizada sino que además, con lucidez y entusiasmo, la fortalezca aun más. El momento decisivo, sin embargo, se dará en mayo del 2014, cuando asuma un nuevo gobierno en Costa Rica; superado ese momento el futuro se podrá entrever con mayor claridad.

La visión más acertada a cultivar sería que ante una reforma estratégica y profunda como ésta, el país debería invertir durante un periodo largo en su implementación y en la continuidad de las acciones que se desarrollan. No se debería vislumbrar simplemente como un cambio en Matemáticas, una asignatura más del currículo escolar, sino como una palanca apropiada para jalonar hacia delante toda la Educación del país.

26. Perspectivas

Entre los años 2010 y 2015, se habrá realizado en Costa Rica un conjunto de acciones de reforma de la Educación Matemática que inevitablemente dejará una huella profunda. Se aprobó una reforma curricular radical, se desencadenaron procesos de formación continua y la construcción de recursos y medios de comunicación y proyección nunca antes vistos en la Educación de este país. Las características específicas de estos cambios curriculares no pueden dejar de generar un gran impacto, pues se refieren no sólo a un ajuste de contenidos sino a la acción directa en las aulas, a la práctica educativa. Al ser una reforma integral para toda la Educación Primaria y Secundaria, y especialmente en la Primaria, impactará directamente los quehaceres en las otras asignaturas del currículo escolar. La presencia de tantos recursos de apoyo dentro de los mismos programas se vuelve un instrumento del cual alimentarse en la acción escolar, aunque no haya un proyecto o una comisión formal que inspire la reforma. La experiencia que se habrá sostenido por varios años con el uso de plataformas tecnológicas y de la Internet en las capacitaciones docentes ha empezado a crear una cultura nueva, que si bien una política equivocada o mezquina podría debilitar, ya no se podrá abandonar en el país (todo apunta en el mundo a potenciar acciones educativas por medio de la tecnología). Y la alianza social estratégica que se habrá desarrollado entre los reformadores es una base fuerte para impactar el futuro.

La Educación Matemática en Costa Rica ya no es ni podrá ser la que existía hasta el 2010, se quiera o no. Esta reforma de las matemáticas escolares, que asume un currículo de vanguardia con estándares internacionales, junto a los avances en capacitación e implementación ya realizados, ha trastocado para siempre la realidad de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en este país.

Agradecimientos

Al proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con el apoyo de la *Fundación de Cooperación Costa Rica - Estados Unidos de Norteamérica* CRUSA, y la administración financiera de la *Fundación Omar Dengo* de Costa Rica.

<http://www.reformamatematica.net>

A Julián Ruiz Blais, por la edición filológica del texto.

Abreviaciones y acrónimos

AIEM-UNA: proyecto Apoyo a la Investigación en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, Costa Rica.

BID: Banco Interamericano de Desarrollo.

CCSSM: *Common Core State Standards for Mathematics* en los Estados Unidos.

CIAEM: Comité Interamericano de Educación Matemática.

CIFEMAT: Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática.

CIMM: Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas de la Universidad de Costa Rica.

CONARE: Consejo Nacional de Rectores, Costa Rica.

CRUSA: *Fundación para la cooperación Costa Rica Estados Unidos*.

CSE: Consejo Superior de Educación de Costa Rica.

CVEM: *Comunidad Virtual de Educación Matemática* en Costa Rica.

DiMa: Examen de Diagnóstico en Matemáticas, Universidad de Costa Rica.

EMR: Educación Matemática Realista.

FOD: Fundación Omar Dengo, Costa Rica.

ICMI: International Commission on Mathematical Instruction.

IDP: Instituto de Desarrollo Profesional *Uladislao Gámez*, del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

ITCR o TEC: Instituto Tecnológico de Costa Rica.

IMU: International Mathematical Union.

MEP: Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

MOOCs: *Massive Open Online Courses*.

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics, de los Estados Unidos.

OECD: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, siglas en inglés.

PI-IFEM: Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática de la Universidad Nacional.

PIFEM: Programa de Investigación y Formación en Educación Matemática de la Universidad Nacional.

PIMM: Programa de Investigaciones Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica.

PISA: Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la *OCDE*.

PROMOFIS: Programa Modelos Matemáticos para las Ciencias Físicas, Universidad de Costa Rica.

SERCE: *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*, 2004.

TSD: Teoría de las situaciones didácticas.

UAM: Universidad Americana.

UCR: Universidad de Costa Rica.

UNA: Universidad Nacional Autónoma, Costa Rica.

UNED: Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica.

Bibliografía y referencias

- Alfaro, A.L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez O., & Salas, O. (2013). *La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica*. Manuscrito sin publicar. Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe.
- Arboleda, L.C. (2013). Entrevista personal, en abril.
- Artigue, M. (2011). La Educación Matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, Desafíos. Conferencia presentada en la *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, junio 2011, Recife, Brasil. Recuperado el 9 de marzo del 2012 de http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/?info_type=home&lang_user=br
- Artigue, M. & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM Mathematics Education* 39: 365–382. DOI 10.1007/s11858-007-0048-x
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (Eds.)(1995). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Australian Council for Educational Research (2011). *PISA 2009: Plus Results*. Recuperado de https://mypisa.acer.edu.au/images/mypisadoc/acer_pisa_2009+_international_1.pdf
- Ball, D., Hill, H. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough for teach third grade, and how can we decide? *American Educator*. 29 (3), 14-17, 20-22, 23-46.
- Banco Mundial. (2009, junio). Competitividad en Costa Rica. Recuperado de [http://site resources.worldbank.org/INTCOSTARICA/SPANISH/Resources/CostaRicaCompetitiveness.pdf](http://site.resources.worldbank.org/INTCOSTARICA/SPANISH/Resources/CostaRicaCompetitiveness.pdf)
- Barber, M. & Mourshed, M. (2007). How the Worlds Best-Performing School Systems Come Out On Top, McKinsey & Company, Social Sector Office. http://www.mckinsey.com/client-service/social_sector/our_practices/education/knowledge_highlights/best_performing_school.aspx
- Bauersfeld, H. (1994). "Language games" in the mathematics classroom: their function and their effects, en P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Brousseau, G. (1998). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Brousseau, G. (2006). Mathematics, didactical engineering and observation. Conferencia presentada en el PME 30, Praga, Julio 2006. Descargado de <http://www.math.washington.edu/~warfield/Didactique.html>.
- Cai, J. & Lester, F. (2010). Why is Teaching With Problem Solving Important to Student Learning? NCTM: Reston. A Research Brief enviado el 8 de abril del 2010.
- Chaves Esquivel, E. (2007). Inconsistencia entre los programas de estudio y la realidad en el aula en la enseñanza de la estadística de secundaria. *Actualidades Educativas en Educación*, 7 (3), Recuperado de <http://revista.inie.ucr.ac.cr/>.

- Chaves Esquivel, E., Castillo, M., Chaves Barboza, E., Fonseca, J. & Loría R. (2010). *La enseñanza de las Matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía*. Ponencia preparada para el Tercer Informe Estado de la Educación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E. & Mok, I. (Eds.). (2006). *Making connection: Comparing mathematics classrooms around the world*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Clarke, D., Keitel, C. & Shimizu, Y. (Eds.). (2006). *Mathematics classrooms in twelve countries: the insider's perspective*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Cobb, P., Gravemeijer, K., & Yackel, E. (2011). Chapter 6. Introduction. En E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard, A. Eds.). *A Journey in Mathematics Education Research. Insights from the Work of Paul Cobb*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Cobb, P. (1983). The Constructivist Researcher as Teacher and Model Builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, (83-94).
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Cobb, P. (2011). Chapter 2. Introduction. En E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard. (Eds.). *A Journey in Mathematics Education Research. Insights from the Work of Paul Cobb*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (1994). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Confrey, J. & Kazak, S. (2006). A thirty-year reflection on constructivism in mathematics education in PME. En A. Gutiérrez & P. Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, (pp. 305-345).
- D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its address in the history and pedagogy of mathematics. En Powell, A. B. & Frankenstein, M. (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*, pp.13-24. Albany NY: State University of New York Press.
- D'Ambrosio, U. (2007). Peace, social justice and ethnomathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1:25-34.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México : Limusa.
- Downes, S. (2012). Connectivism and Connective Knowledge: essays on meaning and learning networks. *National Research Council Canada*, http://www.downes.ca/files/books/Connective_Knowledge-19May2012.pdf. Citado por Ramírez Vega (2013b).
- Dubinsky, E. (1992). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95-124). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- English, L., Lesh, R., & Fennewald, T. (2008). *Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development*. Presentado al 11th International Congress on Mathematical Education, Julio 6-13 de 2008 en Monterrey, México.
- Ernest, P. (2011). *The psychology of learning mathematics: The cognitive, affective and contextual domains of mathematics education*. Saarbrücken, Alemania: Lambert Academic Publishing.
- Even, R. & Ball, D. (2008). *The professional education and development of teachers of mathematics: The 15th ICMI Study*. New York: Springer. Citado por Artigue (2011).

- Figueroa, N. (2013, 18 de abril). [Carta enviada a Ruth de la Asunción Romero, Vicerrectora de Vida Estudiantil de la Universidad de Costa Rica]. Copia en la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. Costa Rica.
- Figueroa, N. & Jiménez, K. (2010). *Primer informe de resultados. Examen de Diagnóstico en Matemática, DiMa*. Recuperado de <http://www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr/sites/diagnostico.emate.ucr.ac.cr/files/PrimerInformeDiMa2010.pdf>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publ.
- Fullan, M. (2008). The six secrets of change. Descargado de <http://www.michaelfullan.ca/images/handouts/2008SixSecretsofChangeKeynoteA4.pdf>
- Gravemeijer, K. (2010). Preamble: from models to modeling. En Gravemeijer, K., Lehrer, R., van Oers, B. & Verschaffel, L. (Eds.). *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academy Press. (pp.7-22).
- Herman, R. L. (2012). The MOOCs Are Coming. *The Journal of Effective Teaching*, 12(2), 1-3. Citado por Ramírez Vega (2013b).
- Hernández, L. (2013). UVA: Unidades Virtuales de Aprendizaje. Manuscrito sin publicar.
- Hiebert, J.; Gallimore, R.; Garnier, H.; Givvin, K.; Hollingsworth, H.; Jacobs, J.; Chui, A.; Wearne, D.; Smith, M.; Kersting, N.; Manaster, A.; Tseng, E.; Etterbeek, W.; Manaster, C.; Gonzales, P. & Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results From the TIMSS 1999 Video Study*. EUA: US Department of Education, National Center for Education Statistics.
- Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education*, 39:503-514.
- Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y. & Miyakawa, T. (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics. Its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific. Citado por Artigue (2011).
- Jablonka, E. & Bergsten, C. (2010). Theorising in mathematics education research: differences in modes and quality. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15 (1), 25-52.
- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. En J. C. Bergeron, N. Herscovics & C. Kieran (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 2-27). Montreal: University of Montreal.
- Lesh, R. & Doerr, H. (2008). En What Ways Does a Models and Modeling Perspective More Beyond Constructivism? En R. Lesh y D. Doerr (Eds.): *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving. Learning and Teaching*. Mahwah, NJ, EUA: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1995a). *Programa de estudios. Primer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1995b). *Programa de estudios. Segundo ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1995c). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1996). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2001a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2001b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemática*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2013a). Página web oficial.
<http://www.mep.go.cr/CSE/informacion.aspx>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Departamento de Evaluación (2009). *Reglamento de Evaluación de los aprendizajes*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013b). *René Descartes y la Geometría Analítica*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013c). *Unidad Virtual de Aprendizaje: El uso de software de geometría dinámica en la educación secundaria*. Costa Rica: autor.
- Ministry of Education of Singapore (2006a). *Mathematics syllabus primary: Singapore*. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences>.
- Ministry of Education of Singapore (2006b). *Mathematics syllabus secondary: Singapore*. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences>
- Mourshed, M., Chijioke, C. & Barber, M. (2010). *How the world's most improved school systems keep getting better*, McKinsey & Company. Descargado del http://www.mckinsey.com/client-service/social-sector/resources/pdf/Worlds_School_Systems_Final.pdf
- Nagasaki, E. (1990). Problem solving. En Sin Sansu Kyoiku Kenkyukai (Ed.). *Sansu kyoiku no kiso riron (Basic theory of elementary mathematics education)*, pp. 134-146. Tokyo: Toyokan. Citado por Hino (2007).
- National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics in the 1980s*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2010a). *Making it happen*. Reston, VA, Estados Unidos: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: autor.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática* [Traducción de Manuel Fernández Reyes]. Sevilla: Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006a). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Perspectives on the design and development of school mathematics curricula*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2010b). *Mathematics curriculum: Issues, trends, and future directions*. Reston, VA: autor.
- National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2012). *Common Core State Standards*. Washington D.C: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. Sitio web <http://www.corestandards.org/the-standards> Recuperado el 2 de marzo del 2012.
- National Research Council of the United States. NRC (2003). *How students learn: History, math and science in the classroom*. Washington, DC: National Academy Press.
- Neubrand, J. (2006). The TIMSS 1995 and 1999 Video Studies. En Leung, F.K.S.; Graf, K.D. & Lopez-Real, F. (2006) *Mathematics Education in Different Cultural Traditions. A comparative Study of East Asia and the West. The 13th ICMI Study*. USA: Springer.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OECD. (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. España: Santillana Educación S.L.
- OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy a framework for PISA 2006*. París: autor.
- OECD. (2010a). *PISA 2012 Mathematics framework*. Descargado de <http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf> el 6 de marzo del 2012.
- OECD. (2010b). *Pisa 2009 results: What Students Know and Can Do – student performance in reading, mathematics and science* [Vol. I]. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/48852548.pdf>
- Pehkonen, E. (2008). Some background factors for the Finnish PISA results in mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 7 (1).
- Pehkonen, E., Hannula, M. & Björkqvist, O. (2007). Problem solving as a teaching method in mathematics education En Pehkonen, E., Ahtee, M. & Lavonen, J. (eds). *How Finns Learn Mathematics and Science*. Sense Publishers: Rotterdam/Taipei.
- Piaget, J. (1950). *The Psychology of Intelligence*. New York: Routledge.
- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Piaget, J. (1973). *To understand is to invent*. New York: Grossman.
- Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Programa Estado de la Nación. (2008). *Estado de la región en desarrollo sostenible, un informe desde Centroamérica y para Centroamérica*. San José, Costa Rica: autor.
- Programa Estado de la Nación. (2011). *Estado de la Educación 3*. San José, Costa Rica: Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación.
- Radford, L. (2008). Theories in Mathematics Education. A Brief Inquiry into their Conceptual Differences. Working Paper. Junio 2008. Preparado para el *ICMI Survey Team 7. The notion and role of theory in mathematics education research*. Recuperado de <http://www.laurentian.ca/NR/rdonlyres/77731A60-1A3E-4168-9D3EF65ADB37BAD/0/radfordicmist7.pdf>
- Ramírez Vega, A. (2013a). *Diseño, desarrollo e implementación del curso MA-1404 Cálculo para estudiantes del TEC mediante estrategias de e-learning* (Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora). Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.
- Ramírez Vega, A. (2013b). MOOCs para la capacitación de docentes en los nuevos Programas de Matemática. Manuscrito sin publicar.
- Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche, *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*. 2 (4), 505-
- Rolf, W.M. & Radford, L. (2011). *A Cultural-Historical Perspective on Mathematics Teaching and Learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Ruiz, A. (1985a). Implicaciones teórico-filosóficas del Teorema de Gödel en el paradigma racionalista de la reflexión sobre las Matemáticas. *Revista de Filosofía* de la Universidad de Costa Rica. Vol. XXIII, N. 58, Diciembre 1985, San José, Costa Rica.
- Ruiz, A. (1985b). El factor <paradojas> y el factor <Gödel> en los Fundamentos de la Matemática. *Revista de ciencia y tecnología* de la Universidad de Costa Rica, Vol. IX (1-2) , 97-108 (1985). San José, Costa Rica.
- Ruiz, A. (1987). Fundamentos para una nueva actitud en la enseñanza moderna de las Matemáticas Elementales. *Boletín de la Sociedade paranaense de matemática*. Vol. VIII (1), Junio, Curitiba, Brasil.
- Ruiz, A. (1988). El papel de la Filosofía y la Historia en la Enseñanza de las Matemáticas. *Memoorias* de la Segunda Reunión Centroamericana sobre formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa, Marzo de 1988, Ciudad de Guatemala, Guatemala
- Ruiz, A. (1990a). *Matemáticas y filosofía. Estudios logicistas*. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.

- Ruiz, A. (1990b). Matemáticas: una reconstrucción histórico-filosófica para una nueva enseñanza. Publicado en UNESCO. *Educación Matemática en las Américas VII (Actas de la VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, celebrada en República Dominicana, 12-16 julio 1987). Republicado en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. N. 7. Julio 2011. Costa Rica.
- Ruiz, A. (1992). Las matemáticas modernas en las Américas, Filosofía de una Reforma, *Educación matemática (Revista Iberoamericana de Educación Matemática)*: Vol. 4, No. 1, abril 1992, México.
- Ruiz, A. (1995a). (Editor). *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, UNA.
- Ruiz, A. (1995b). Fundamentos teóricos e históricos de la reforma de los programas de matemáticas en la primaria y secundaria costarricenses en 1995. En *Memoria Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa*. La Habana, Cuba: agosto de 1995.
- Ruiz, A. (1995c). Constructivismo empírico y filosofía de las matemáticas comentario sobre ideas de Kitcher y Ernest. En *Memoria Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa*. La Habana, Cuba: agosto.
- Ruiz, A. (1997). La Educación Matemática en Costa Rica. Un plan de emergencia. Manuscrito en archivo personal.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA. Versión digital descargada de <http://angelruizz.com/>
- Ruiz, A. (2001). Asuntos de método en la educación matemática. Revista Virtual *Matemática, Educación e Internet*, Volumen 2, Número 1, Abril, Instituto Tecnológico de Costa Rica (2001). Cartago, Costa Rica. Descargado de: <http://http://www.itcr.ac.cr/revistamate>
- Ruiz, A. (2006). *Universalización de la Educación Secundaria y Reforma Educativa*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE.
- Ruiz, A. (2010). Conocimientos y currículo en la Educación Matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6, Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6925/6611>
- Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6950/6636>
- Ruiz, A. & Barrantes, H. (1991a). La reforma matemática de la década de los sesenta en Costa Rica: aspectos ideológicos. San José, Costa Rica. En Ruiz, A. (editor): *Ciencia y tecnología. Cuadernos del pasado y el futuro*, San José: Asociación Costarricense de Historia y Filosofía de la Ciencia, Diciembre.
- Ruiz, A. & Barrantes, H. (1991b). Historia de la implantación de las matemáticas modernas en la educación costarricense. En Ruiz, A. (editor): *Ciencia y tecnología. Cuadernos del pasado y el futuro*, San José: Asociación Costarricense de Historia y Filosofía de la Ciencia, Diciembre.

- Ruiz, A. & Barrantes, H. (1998). *The History of the Inter American Committee of Mathematics Education*. Edición bilingüe español e inglés. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Bogotá, Colombia, 1998 [Con el apoyo de Barry University de los EUA y la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI).
- Ruiz, A.; Chavarría, J. y Mora, F. (2003). Tendencias y retos de la Educación Matemática en Costa Rica. *Revista Uniciencia*, Vol. 20, Número 1 (2003). Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Ruiz, A. & Tsijli, T. (1995). Los programas de matemáticas de 1995 en el tercer ciclo de la educación general básica en Costa Rica: *contenidos e instalación. Memoria* Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa. La Habana, Cuba: agosto de 1995.
- Ruiz, A., Alfaro, A. & Morales, Y. (2003). Un Cuarto de Siglo en la historia de la Historia de las Matemáticas en Costa Rica. *Revista Uniciencia*. Vol. 20, Número 2, 225-249. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Ruiz, A., Barrantes, H. & Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en la enseñanza de las Matemáticas: la formación de educadores*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (2011). *How we think*. New York: Routledge.
- Sensevy, G. & Mercier A. (2007). *Agir ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves*. Rennes: Presses Universitaires de Rennes. Citados por Artigue (2011).
- Shimizu, Y. (2006). How Do You Conclude Today's Lesson? The Form and Functions of "Matome" in Mathematics Lessons. En Clarke, D; Emanuelsson, J.; Jablonka, E. & Mok, I. A. C. (Eds.). *Making Connections. Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? En Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Shimizu, Y. (2009). Characterizing exemplary mathematics instruction in Japanese classrooms from the learner's perspective. *ZDM Mathematics Education* 41:311-318.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (Eds.). (1998). *Mathematics education as a research domain: a search for identity. An ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Soh, C. K. (2008). An Overview of Mathematics Education in Singapore. En Z. Usiskin & E. Willmore (Eds.). *Mathematics curriculum in Pacific Rim countries –China, Japan, Korea and Singapore*. USA: IAP Information Age Publishing Inc.
- Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. En R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership*, 6 (5), 12-17.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. New York: The Free Press.

- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction – The Wiskobas Project*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- UNESCO. (2008). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE): Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina el Caribe*. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001606/160660s.pdf>
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. En P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 5-23). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.
- Von Glaserfeld, E. (1984). An introduction to radical constructivism. En P. Walzlawick: *The invented reality* (pp.17-40). New York: Norton.
- Von Glaserfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. En C. Janvier (Ed.). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 3-189). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Von Glaserfeld, E. (1989). Constructivism in Education. En T. Huse & , T. N. Postlethwaite, *The International Encyclopedia of Education Supplementary Volume*, Oxford: Pergamon Press.
- Von Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind and society: the development of higher mental processes*. Cambridge, Boston: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA.: MIT, Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). *Collected works (vol. 1)*. New York: Plenum.

CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Consejo asesor internacional

Luis Carlos Arboleda

Expresidente, Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, Universidad del Valle, Colombia.

Michèle Artigue

Expresidenta, International Commission on Mathematical Instruction, Université Paris-Diderot, Francia.

Bill Barton

Expresidente, International Commission on Mathematical Instruction, University of Auckland, Nueva Zelanda.

Carmen Batanero

Expresidenta, International Association for Statistical Education, Universidad de Granada, España.

María Salett Biembengut

Expresidenta, Comité Interamericano de Educación Matemática, Brasil.

José María Chamoso

Universidad de Salamanca, España.

Ubiratan D'Ambrosio

Expresidente, Comité Interamericano de Educación Matemática, Brasil.

Juan Díaz Godino

Universidad de Granada, España.

Claudia Groenwald

Universidade Luterana do Brasil, Brasil.

Bernard Hodgson

Ex Secretario General, International Commission on Mathematical Instruction, Université Laval, Canadá

Eduardo Mancera

Vicepresidente Comité Interamericano de Educación Matemática, México.

Luis Moreno Armella

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Eliana Rojas

University of Connecticut, Estados Unidos.

Carlos Sánchez

Universidad de la Habana, Cuba.

Patrick Scott

Vicepresidente, Comité Interamericano de Educación Matemática, Estados Unidos.

Michael Shaughnessy

Expresidente, National Council of Teachers of Mathematics, University of Portland, Estados Unidos.

Carlos Vasco

Expresidente, Comité Interamericano de Educación Matemática, Colombia.

Consejo editorial

Hugo Barrantes

Universidad de Costa Rica, Universidad Estatal a Distancia (Costa Rica).

Víctor Buján

Olimpiada Costarricense para la Educación Primaria.

Edwin Chaves

Universidad Nacional, Universidad de Costa Rica.

Edison De Faria

Universidad de Costa Rica.

Ma. de los Ángeles Jiménez

Olimpiada Costarricense para la Educación Primaria.

Nelly León

Universidad Pedagógica Experimental Libertador Venezuela

Angel Ruiz

Universidad de Costa Rica.

Óscar Salas

Universidad Nacional, Universidad de Costa Rica.

Jhony Alexander Villa

Universidad de Antioquia Colombia

Director: Angel Ruiz

(ruizz.angel@gmail.com)

Dirección ejecutiva:

Hugo Barrantes (habarran@gmail.com)

Versión en línea:

<http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem>

Artes finales: Hugo Barrantes