

Priorizar História e Filosofia da Matemática¹

Ubiratan D'Ambrosio

UNIBAN – São Paulo

Brasil

ubi@usp.br

Resumo²

O objetivo do trabalho é tecer algumas considerações sobre História e Filosofia da Matemática na Educação Matemática, como suporte para se entender os conceitos fundamentais da Matemática. Favoreço a inclusão de História e Filosofia da Matemática com prioridade sobre conteúdos apresentados como um simples elenco de técnicas para lidar com problemas padronizados e descontextualizados. Dou especial atenção para a natureza da Matemática. Essencialmente, o trabalho gira em torno de uma questão ampla: Por que a História e a Filosofia da Matemática são importantes para o professor de Matemática? O que se espera de um curso de História da Matemática? Como questões filosóficas podem levar a uma discussão sobre o que é o fazer matemático? Essas questões nos levam a tecer considerações de natureza histórica no ensino da matemática. Há algumas sugestões para o professor e as referências são, na sua maioria, facilmente acessíveis.

Palavras chave

história da matemática, filosofia da matemática, educação matemática.

Abstract

The objective of this work is to weave together various considerations on the history and philosophy of math in math education as a support in understanding fundamental concepts of math. History and philosophy of math is advanced as a priority over contents presented as a simple list of techniques for dealing with standardized and decontextualized problems. Special attention is given to the nature of math. Essentially the work revolves around a broad question: Why are the history and philosophy of math important to math teachers? What should be expected from a course on the history of math? What philosophical questions lead to a discussion of what is meant by doing math? The questions lead us to weave together considerations of an historical nature in the teaching of math. A few suggestions for teachers and mostly easily accessible references are given.

Key words

History of math, philosophy of math, mathematics education.

¹ Este trabalho corresponde a uma conferencia plenaria dictada en la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011.

² El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

História é “a descoberta de que o passado presenteia o futuro”

Pedro Du Bois, *Temporalidade* (2010)

“Nenhuma coisa se pode prometer à natureza humana mais conforme a seu maior apetite, nem mais superior a toda sua capacidade, que a notícia dos tempos e sucessos futuros.... O homem, filho do tempo, reparte com o mesmo tempo ou o seu saber ou a sua ignorância; do presente sabe pouco, do passado menos e do futuro nada.”

Padre Antônio Vieira (1608-1697), *História do Futuro*.

Ao me apropriar das citações acima, como epígrafes para este trabalho, destaco o duplo sentido, uma ambigüidade provocadora. A frase do poeta Du Blois pode ser interceptada em dois sentidos. Uma é como o passado torna presente o futuro (uma acepção que não está nos dicionários) que sugere adivinhações e as artes divinatórias, que são as grandes propulsoras do desenvolvimento das ciências na evolução da humanidade. Outro sentido (que consta nos dicionários) é o passado nos oferece o futuro. Mas é justamente isto que o Padre Antonio Vieira nos diz que satisfaz o maior apetite da natureza humana. Ambos os sentidos evidenciam a importância da História.

Toda minha argumentação é baseada no encadeamento

passado ↔ presente ↔ futuro

Sem tentar qualquer definição do que sejam passado, presente e futuro, vida está identificada com o seu encadeamento.

No mundo acadêmico e escolar, que é o que discuto neste trabalho, mergulhamos no passado, presente e futuro com objetivos bem definidos:

- do **passado** recorremos a tudo que nos é acessível: códigos; escritos, acadêmicos ou não, inclusive ficcionais, fósseis, ruínas e monumentos, artefatos, decorações e danças, mitos e narrativas orais, e vestígios em geral, recorrendo à hermenêutica e à semiótica, inevitavelmente dando espaço à imaginação e à fantasia;
- no **presente** agimos, pois vida é ação, procurando entender as necessidades (sobrevivência) e as vontades (transcendência) dos agentes e os conflitos entre os agentes;
- com vistas no **futuro** buscamos os meios para satisfazer interesses e vontades, realizar desejos, ideais e utopias.

1 Por que a História e a Filosofia da Matemática são importantes para o professor de Matemática?

Felix Klein é considerado um pioneira da Educação Matemática. Seu livro *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt* [*Matemática Elementar de um Ponto de Vista Avançado*], publicado em 1908, tornou-se a obra fundamental para a renovação da Educação Matemática nas escolas secundárias. Em dois volumes, a obra é dividida em quatro partes: Aritmética, Álgebra, Análise e Geometria. O livro é destinado sobretudo à formação de professores. Logo no início do livro, Klein deixa bem claro que na formação de professores ele considera essencial melhorar a

cultura matemática geral: ao lado de conhecimento específico de detalhes, que faz parte das várias disciplinas, deve haver uma percepção do que é o objetivo de cada disciplina e das relações históricas entre elas.

O objetivo de cada disciplina é parte da filosofia da matemática, essencial para o entendimento de conceitos. Essa frase de Klein deixa bem claro que filosofia e história devem ter uma posição de prioridade, mesmo que isso acarrete menor aprofundamento em técnicas em benefício de compreender os conceitos e situar as disciplinas num contexto maior de conhecimento. Técnicas dependem de treinamento e são, hoje, muito bem realizadas pelos meios digitais. Conceitos, objetivos e inserção social só podem resultar de uma boa educação.

Ninguém poderá contestar que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina. Mas a transmissão desse conhecimento por meio do ensino, no **presente**, depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou e quais as principais motivações para o seu desenvolvimento, o que se aprende do **passado**, e quais as razões de sua presença nos currículos escolares, o que se justifica pela visão de **futuro**. Esse encadeamento é um dos principais objetivos da História e Filosofia da Matemática.

Uma primeira e enorme dificuldade é concordar sobre o que significa História, Filosofia e Matemática como áreas de conhecimento. Como se organizam as disciplinas ao longo da história é um dos temas mais difíceis quando se estuda conhecimento.³ Não vou me envolver com essa dificuldade.

Sugiro ao leitor um exercício muito interessante, que é ver como prestigiosos dicionários definem as palavras. A busca sobre as várias acepções de História, Filosofia e Matemática nos dicionários é um exercício interessante e significativo, da maior importância para a História Social da Matemática. Desde a antiguidade, dicionários têm sido importantes fontes para saber como o conhecimento é visto pelos contemporâneos, pelo homem comum, e não apenas no círculo restrito dos especialistas. A ciência dos dicionários e enciclopédias é área de pesquisa muito interessante.⁴

Em todas as conceituações, os estudos de História dependem fundamentalmente do reconhecimento de fatos, de datas e de nomes e de interpretação ligados ao objeto de nosso interesse, isto é, do corpo de conhecimentos em questão. Esse reconhecimento depende de uma definição do objeto de nosso interesse. No nosso caso específico, depende do que se entende por Matemática.

Uma vez identificados os objetos do estudo, a relação de fatos, datas e nomes depende de registros, que podem ser de natureza muito diversa: memórias, práticas, monumentos e artefatos, escritos e documentos. Essas são as chamadas fontes históricas.

A interpretação das fontes históricas depende muito de uma ideologia e de uma metodologia de análise dessas fontes, como tem sido abordado pela filosofia. O conjunto dessas metodologias, não só para a análise, mas também para a identificação das fon-

3. G.E.R. Lloyd, *Disciplines in the Making. Cross-cultural Perspectives on Elites, Learning and Innovation* Oxford: Oxford University Press, 2009.

4. Sergio Roberto Nobre. *Elementos Historiográficos da Matemática Presentes em Enciclopédias Universais*, Dissertação Acadêmica de Livre-Docência, IGCEX/UNESP, Rio Claro, 2000.

tes, é o que se chama historiografia. Obviamente, a historiografia reflete uma ideologia e depende de uma filosofia de suporte, no caso da filosofia da matemática.⁵

Não há como negar que a história tem servido, das mais diversas maneiras, a grupos sociais, desde família, tribos, comunidades até nações e civilizações. Mas tem servido, sobretudo, como afirmação de identidade. O historiador Bernard Lewis escreveu um livro cujo título é, em si, muito sugestivo e esclarecedor: *História. Relebrada, Recuperada, Inventada*.⁶

Em particular, a História da Matemática tem sido muito afetada por isso. O historiador soviético Konstantín Ribnikov diz no capítulo introdutório de seu livro, escrito no padrão filosófico da antiga União Soviética, que:

No estrangeiro se dedica grande atenção à história das matemáticas. A ela está dedicado um conjunto de livros e artigos. Nem tudo neles é, porém, fidedigno. Às vezes os autores de obras sobre história da ciência subordinam seu trabalho a fins distantes da objetividade e do caráter científico.

E depois de vários parágrafos de crítica à orientação idealista e reacionária desses livros, escritos no “estrangeiro”, e artigos, Ribnikov conclui:

A luta entre as forças progressistas e reacionárias na ciência matemática, que é uma das formas da luta de classes, se revela de forma mais intensa nas questões históricas e filosóficas das matemáticas...Ela [a história da ciência] deve estar bem organizada como parte da educação ideológica do estudantado e dos trabalhadores científicos.⁷

A última frase da citação reforça minha afirmação de não haver como escapar do caráter ideológico da História da Matemática, assim como de reconhecer que a ação educativa é uma ação política.

A Matemática tem, como qualquer outra forma de conhecimento, a sua dimensão política e não se pode negar que seu progresso tem tudo a ver com o contexto social, econômico, político e ideológico. Isso é muitas vezes ignorado e até mesmo negado.

A diferença de postura política na História da Matemática pode ser muito bem ilustrada na maneira como Isaac Newton, sem dúvida a figura maior na modernização da matemática a partir do século XVIII, é visto pelos historiadores.

Jean-Étienne Montucla (1725–1799), autor da primeira grande história da matemática, se refere a Newton como alienado. Órfão desde criança, Newton foi mandado para a escola em Grantham. Quando tinha 14 anos a mãe o chamou para cuidar dos assuntos da família, mas ele se mostra “tão distante deste tipo de ocupação e tão dedicado ao estudo que ele foi reenviado a Grantham, de onde passou ao *Trinity College* em Cambridge”⁸. Essencialmente, a mesma história é repetida em 1893, por Walter William Rouse Ball (1850–1925), ao dizer que Newton “tinha um mínimo interesse pela

5. Veja o interessante estudo de Angel Ruiz: Las Posibilidades de la Historia en la Educación Matemática. Una Visión Filosófica *Boletín Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática*, año 5, nº 2, Noviembre 1997; pp. 1-7.

6. Bernard Lewis: *History. Remembered, Recovered, Invented*, Princeton University Press, Princeton, 1975.

7. Konstantín Ribnikov: *História de las Matemáticas*, Editorial Mir, Moscou, 1987; p.19.

8. J.E. Montucla: *Histoire des Mathématiques, Tome Second*, Chez Henri Agasse libraire, Paris, An VII; p.360.

sociedade ou por qualquer empreendimento que não fosse ciência e matemática.”⁹ Interessante que mesmo Florian Cajori (1859-1930), um dos principais tradutores dos *Principia*, não faz qualquer referência ao momento político e econômico da época de Newton no seu excelente livro de História da Matemática.¹⁰

Porém, no Segundo Congresso Internacional de História da Ciência e da Tecnologia, realizado em Londres em 1931, compareceu uma delegação soviética de oito membros, chefiada pelo diretor do Instituto de Física de Moscou, Boris Mikhailovich Hessen (1893-1936) que apresentou um trabalho sobre “As Raízes Sócio-Econômicas da Mecânica de Newton”.¹¹ Esse trabalho é considerado um marco na historiografia da ciência. Já na introdução, Hessen abre novas perspectivas para a pesquisa em História da Ciência:

O que colocou Newton como uma figura de redirecionamento do desenvolvimento e permitiu a ele indicar novas direções para seu avanço? Onde estão as fontes da sua criatividade? Que fatores determinaram o conteúdo e a direção de seus trabalhos? ... A aparição de Newton se considera, [de acordo com a historiografia corrente], como um dom da divina providência, e o poderoso impulso que suas obras deram ao desenvolvimento da ciência e da técnica se interpreta como uma consequência de seus geniais dotes pessoais. ... Neste trabalho opomos a essas opiniões um ponto de vista radicalmente diferente quanto a Newton e sua obra. Nossa tarefa consistirá em utilizar o método do materialismo dialético e a concepção de processo histórico criada por Marx para analisar a gênese e o desenvolvimento da obra de Newton, em relação com a época na qual ele viveu e trabalhou.

A simples referência a Marx fez com que essa proposta, por muitos então chamada de história externalista, fosse rejeitada em muitos círculos acadêmicos. A História da Matemática foi particularmente afetada por isso.

Os reflexos dessa reação na Educação Matemática são evidentes e dificultam a contextualização. Com isso, muitos orientam o ensino destacando o fazer matemático como um ato de gênio, reservado a poucos que, como Newton, são vistos como privilegiados pelo toque divino. Essa imagem de matemática como um atributo dos mais dotados, daqueles que se aproximam do infalível, prevaleceu. A observação de Paulo Freire, numa entrevista de 1997, é atual:

na minha geração de brasileiros do Nordeste, quando se falava em matemática, nós estávamos falando algo sobre deuses¹²

Uma consequência disso é uma educação de reprodução, formando indivíduos subordinados, passivos e acríticos.

A alternativa que proponho é orientar o currículo matemático para a criatividade, para a curiosidade e para crítica e questionamento permanentes, contribuindo para a formação de um cidadão na sua plenitude e não para ser um instrumento do interesse, da vontade e das necessidades das classes dominantes. A invenção matemática é acessível a todo indivíduo e a importância dessa invenção depende do contexto social, político, econômico e ideológico.

9. WW. Rouse Ball: *A Short Account of the History of Mathematics*, Dover Publications, Inc, New York, 1960 (reimpressão da ed. De 1908); p.320.

10. Florian Cajori: *A History of Mathematics*, Chelsea Publishing Company, New York, 1985 (1ª ed. 1893).

11. Boris Hessen: *Las Raíces Socioeconómicas de la Mecánica de Newton*, (trad. prólogo y notas de P.M. Pruna), Editorial Academia, La Habana, 1985.

12. A conversation with Paulo Freire. *For the Learning of Mathematics*, v. 17, n.3, November 1997, p.7-10.

É ilusório pensar que Matemática em si é um instrumento de acesso social e econômico. Os fatores de iniquidade e injustiça social são tantos que se sair bem em Matemática pouco tem a ver com a participação de cada indivíduo nas transformações sociais. Não se nega que Matemática é um poderoso instrumento de crítica e acesso social, mas esse instrumento só será efetivo se for devidamente contextualizado. De outro modo, poderá ser apassivador e levar indivíduos a perderem sua capacidade de crítica, algumas vezes tornando-os alienados. Dou como exemplo os "métodos mágicos" de se ensinar matemática, que são, na verdade, treinamento para repetir o que é ensinado, levando o aluno a dominar uma quantidade de práticas e regras, cobradas em exames e testes, mas que nada tem a ver com situações realmente reais e muito menos com a visão crítica da sociedade e do ambiente que o instrumental matemático oferece, particularmente modelagem e etnomatemática.

É interessante notar que a abertura educacional proposta por Paulo Freire, Michael Apple, Henry Giroux e outros levou algum tempo para ter repercussão na Educação Matemática. Marilyn Frankenstein foi uma das primeiras educadoras matemáticas a destacar a importância das idéias de Paulo Freire para a Educação Matemática.¹³ O convite para Paulo Freire fazer uma conferência plenária no 8º Congresso Internacional de Educação Matemática/ICME 8, com título "Aspectos sócio-filosóficos da Educação Matemática", revelaram uma mudança radical de atitude.¹⁴

A partir da década de setenta ganham impulso as pesquisas sobre as raízes sócio-culturais do conhecimento matemático, recorrendo à investigação holística da geração [cognição], organização intelectual [epistemologia] e social [história] e difusão [educação] do conhecimento matemático, com especial atenção a culturas consideradas marginais e uma grande preocupação com a dimensão política. O Programa Etnomatemática é um programa de pesquisa sobre história e filosofia da matemática e suas implicações pedagógicas.¹⁵

2 O que se espera de um curso de História da Matemática?

Começo apresentando os argumentos de Hans Freudenthal (1905–1990) para orientar um programa de História da Matemática voltado à educação dados num trabalho da maior importância.¹⁶ Ele propõe essencialmente quatro questões norteadoras:

1. Por que isso não foi descoberto antes?
2. A partir de que problemas esse tema se desenvolveu?
3. Quais eram as forças que o impulsionavam?
4. Por que foi essa descoberta tão importante?

13. Ver Marilyn Frankenstein "Educação matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire" publicado em *Educação Matemática*, Maria Aparecida V. Bicudo (org.), Editora Moraes, São Paulo, s/d; pp.101–137.

14. Para a conferência de Paulo Freire, ver referência na nota 10.

15. Ubiratan D'Ambrosio: Ethnomathematics: A Research Program on the History and Pedagogy of Mathematics with Pedagogical Implications, *Notices of the American Mathematical Society*, Dec.1992, v.39, n°10, pp.1183–1185.

16. Ver Hans Freudenthal: Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? *For the Learning of Mathematics*, vol. 2, n°1, July 1981.

É claro que ao responder a essas perguntas estaremos examinando a essência dos tópicos que estão no currículo. Estaremos examinando as razões da geração desse conhecimento, o que na sociedade motivou seu aparecimento e o por que de sua inclusão nos sistemas escolares.

É importante destacar que Hans Freudenthal foi um dos mais importantes matemáticos do século XX, responsável por avanços fundamentais sobre Topologia. Num certo momento de sua vida, já passados seus sessenta anos, dedicou-se intensamente à Educação Matemática, tendo criado na Universidade de Utrecht, Holanda, em 1971, o famoso IOWO/Instituto de Pesquisas em Didática da Matemática, hoje chamado "Instituto Freudenthal".

Na opinião de Freudenthal, o programa formulado a partir das questões acima implica que:

a história da matemática deveria ser conhecimento integrado, mais guiado pela história que pela matemática, analisando mais os processos que os produtos¹⁷

Confesso que o título deste trabalho, que é **Priorizar História e Filosofia da Matemática na Educação**, é motivado pela proposta de Freudenthal, pois história e filosofia falam dos processos, enquanto os conteúdos se referem ao produto.

Freudenthal também alerta para o perigo de se fazer uma história destacando fatos isolados, alguns anedotários, quando diz que:

notas históricas em livros escolares muitas vezes são pequenas histórias, isoladas, muitas vezes enganadoras e mais entretenimentos que verdades¹⁸

Porém é possível fazer uma história da matemática interessante e atrativa, evitando todas essas distorções. Claro, contextualizar não quer dizer fazer um texto menos rigoroso, impreciso e "aliviado" de uma matemática correta.¹⁹

Estamos passando na Etnomatemática por um perigo semelhante ao apontado por Freudenthal. Muitas vezes as matemáticas de outras culturas, melhor dizendo as etnomatemáticas, são apresentadas como mera curiosidade, como jogos e folclore, e completamente descontextualizadas de sua inserção cultural. Um fato isolado, apresentado apenas como um produto, uma mera curiosidade, descontextualizado, dá uma impressão falsa. Como diz Freudenthal, é fundamental, como se vê em muitos trabalhos de etnomatemática, priorizar o processo, que analisa a contextualização natural, mitológica e histórica, social e econômica, de se desenvolvimento.

Um aspecto importante da História da Matemática contextualizada é a atenção dada ao momento social, político e econômico, como foi feito por Boris Hessen.

Uma pergunta inevitável é para quem e **para que serve a História da Matemática?**

Minha resposta é que ela serve não somente para alunos e professores, mas também para os pais e para o público em geral, porque a matemática, de uma forma ou outra, é praticada, desde os tempos pré-históricos, por todos os seres humanos, muitas vezes

17. Ver nota anterior.

18. Ver nota anterior.

19. Um exemplo é o livro de Gilberto G. Garbi: *O Romance das Equações Algébricas. Genialidade, Trama, Glória e Tragédia no fascinante mundo da Álgebra*, Makron Books, São Paulo, 1997.

sem ser reconhecida.²⁰ Não é reconhecido pois geralmente não é formalizada, como no atual modelo acadêmico.

A inclusão da História da Matemática deve ter como objetivos:

1. situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos, em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos e, como tal, é diversificada nas suas origens e na sua evolução;
2. mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
3. destacar que essa Matemática, isto é, a Matemática Escolar, teve sua origem nas culturas da Antigüidade Mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média em toda a Europa e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
4. saber que desde então essa Matemática, isto é, a Matemática Escolar, tornou-se indispensável como base para a ciência, a tecnologia e a economia, e que, devido a isso, foi introduzida nas colônias e espalhou-se por todo o mundo, tendo sido incorporada aos sistemas escolares de todas as nações.

Os pontos 1. 2. 3. e 4. são muito bem ilustrados se dermos uma volta histórica pelo mundo.²¹ Eles constituem a essência de um curso de História da Matemática que deve ser parte dos currículos de formação de professores.

Como questões filosóficas podem levar a uma discussão sobre o que é o fazer matemático?

A história da matemática sem ser guiada pela filosofia, tornou-se cega, enquanto a filosofia da matemática ao voltar suas costas para a história da matemática tornou-se vazia. Imre Lakatos²²

História e filosofia da matemática não se separam e para entender a História da Matemática devemos refletir sobre a filosofia da matemática e a natureza do conhecimento matemático. Comentando sobre as grandes vertentes filosóficas sobre a natureza da Matemática, o sociólogo Jim Holt comenta:

Enquanto a discórdia no sacerdócio matemático não é nova -- na década de 1920 os proponentes de várias alternativas de platonismo estavam se perseguindo mutuamente com toda a fúria dos primitivos líderes heréticos Cristãos -- o debate sobre o que é realmente a matemática nunca foi tão confuso [como nos dias de hoje].²³

O tema é vasto e escapa ao objetivo deste trabalho. Há todo um leque de propostas teóricas, como platonismo, realismo, formalismo, intuicionismo, construtivismo, empiricismo, ficcionismo e muitas outras, algumas com diferenças tênues. A minha proposta

20. Para a matemática na pré-história, ver o excelente livro, em dois volumes de Manoel de Campos Almeida: *Origens da Matemática. A Pré-História da Matemática, vol.1: A Matemática Paleolítica; vol.2: A Matemática Neolítica*, Editora Progressiva, Curitiba, 2009;2011.

21. Ubiratan D'Ambrosio: Volta ao mundo em 80 matemáticas, *Scientific American Brasil*, Edição Especial nº11 sobre ETNOMATEMÁTICA, 2005; pp.6-9.

22. Imre Lakatos. *Proofs and Refutations*, Cambridge: Cambridge University Press, 1976.

23. Jim Holt: Hypothesis: The Monster and other mathematical beasts, *Lingua Franca*, v.7, n.9, November 1997; p. 76.

tem por objetivo apenas familiarizar o professor de matemática com a história e a filosofia de sua disciplina. Para o professor que deseja se aprofundar nessas áreas há inúmeros livros disponíveis.

Dou uma versão simplificada das grandes correntes sobre essas áreas. Embora muitos historiadores da matemática protestem quando se fala em “história internalista” e “história externalista”, não há como negar que essas continuam sendo as duas grandes vertentes que identificamos em todas as discussões sobre a História da Matemática. Os críticos dessa versão consideram-na de demasiada simplicidade e ingenuidade.

Sintetizando essa simplificação, uma vertente vê o desenvolvimento da Matemática Ocidental como a culminância de um racionalismo que se originou nas civilizações da Antigüidade Mediterrânea e cujo produto mais nobre é fruto da genialidade de certos indivíduos privilegiados. Outra vertente vê a matemática como o resultado da busca de explicações e de maneiras de lidar com uma realidade natural, planetária e cósmica, e com os mitos e as estruturas sócio-econômicas e culturais que daí resultam. Essas duas vertentes têm como consequência posições que muitas vezes se radicalizam na explicação do fazer matemático. Isso leva a reconhecer, como duas grandes correntes sobre a filosofia da matemática, a formalista (o conhecimento resulta do encadeamento de proposições formais) e a empirista (o conhecimento resulta de experiências do mundo exterior ou de fenômenos mentais e emocionais). E igualmente, as teorias de conhecimento podem ser agrupadas em duas grandes correntes, o idealismo (a verdade plena está no mundo das idéias) e o materialismo (o conhecimento da realidade resulta das interações do homem com a realidade material, de que é parte). É uma simplificação exagerada, alguns diriam ingênuas, mas todas as grandes correntes se situam nessas vertentes, muitas parcialmente em uma e em outra.

Coerente com a opção sugerida por Freudenthal de priorizar processo sobre produto, também na história e na filosofia da matemática, que são disciplinas estabelecidas, respondo à confusão mencionada por Holt reconhecendo uma correspondência entre as grandes linhas do CONHECIMENTO [idealismo vs materialismo], da HISTÓRIA [internalismo vs externalismo] e da FILOSOFIA [formalismo vs empiricismo], conforme o gráfico abaixo:

CONHECIMENTO	↔	HISTÓRIA	↔	FILOSOFIA
idealismo	↔	internalismo	↔	formalismo
materialismo	↔	externalismo	↔	empirismo

Como preliminar, abordemos uma questão básica: “o que é matemática?”, que deve ser preliminar a todas as argumentações sobre história, filosofia e pedagogia da matemática. Há um resposta famosa, que é uma redundância, em tom jocoso: “Matemática é o que os matemáticos fazem”, o que provoca uma outra pergunta: “Mas o que os matemáticos fazem”. E vem a resposta “Os matemáticos fazem matemática”.

Vou substituir a pergunta acima por uma outra: “o que significa fazer, criar em matemática?”.

É muito interessante o livro de William Byers, que tem um título sugestivo: *Como os Matemáticos Pensam: Usando Ambigüidade, Contradição, e Paradoxos para Criar Matemática*.²⁴

Destaco também um projeto de pesquisa intitulado *"How Mathematicians Work"* ["Como os matemáticos trabalham?"], que foi conduzido pelo *IMA: Institute of Mathematics and its Applications*, da Inglaterra, há alguns anos.

A pesquisa foi baseada em algumas questões que são, basicamente, as seguintes:

1. É possível medir criatividade matemática?
2. Criatividade em matemática é diferente de criatividade em outras áreas?
3. Quais são os critérios de acerto e erro nas práticas matemáticas?
4. A Matemática é vista, pelo que as praticam, como uma técnica, uma arte ou algo *sui generis*? E pelos que não a praticam?
5. Aspectos cognitivos e afetivos da matemática devem ser ensinados ou simplesmente aprendidos? E o que são esses aspectos?
6. Que ajuda pode-se esperar na criação, aprendizado e aplicações da matemática?
7. Por que alguém decide ser matemático?
8. Matemática é produzida individualmente ou socialmente?
9. A avaliação dessa produção difere de avaliação de produção em outras áreas? Como?
10. É possível aquilatar a qualidade dessa produção? Como?

Cada uma dessas dez perguntas constitui, em si, um projeto de pesquisa, que pode ser conduzido em diversos ambientes. A análise dos resultados nos dá importantes indicadores da percepção de Matemática pelos que a praticam.

Sobretudo a **criatividade** matemática é algo um tanto misterioso quando comparado, por exemplo, com a música e a arte em geral, conforme já mencionei acima.

Uma das melhores conceituações que conheço sobre o que é Matemática e sobre criatividade está na entrevista que Ennio De Giorgi, um dos grandes matemáticos do século XX, concedeu a Michelle Emmer, poucos meses antes de sua morte, em 1996. Nessa entrevista De Giorgi diz:

Matemática é a única ciência com a capacidade de passar da observação de coisas visíveis à imaginação de coisas não visíveis. Este é, talvez, o segredo da força da matemática.

e mais adiante diz:

Eu penso que a origem da criatividade em todos os campos é aquilo que eu chamo a capacidade ou disposição de sonhar: imaginar mundos diferentes, coisas diferentes, e procurar combiná-los de várias maneiras.²⁵

Faço um parêntesis para comentar uma entrevista de Dorival Caymmi que assisti na televisão, da qual registrei o conteúdo, mas não registrei os dados de acesso. Ao comentar sobre um convite que lhe foi feito para escrever um manual sobre a arte de compor, ele disse que sua resposta havia sido

24. William Byers: *How Mathematicians Think: Using Ambiguity, Contradiction, and Paradox to Create Mathematics*, Princeton University Press, Princeton NJ, 2007.

25. Michele Emmer: Interview with Ennio De Giorgi, *Notices of the MAS*, vol. 44, n° 9, October 1997, pp.1097-1101.

Não sei música, não aprendi música e, terceiro, não me deixaram aprender música. E talvez um quarto. Fui proibido de aprender música. Aí achei graça e achei que estavam certo. Fui proibido porque diziam 'Se você aprender música perde esse espontâneo do que você cria.

Vejo uma identidade de posições de Ennio De Giorgi e de Dorival Caymi sobre criatividade, Ambos enfatizam que a criatividade brota não a partir do formalismo, mas de muita espontaneidade, imaginação, de fato de fantasia.

Mas o produto da criatividade em si pode se esvaziar no próprio criador se não for compartilhado. E só pode ser compartilhado se comunicado. Surge então a **comunicação** como complemento essencial para a criatividade. Em todas as áreas, matemática, música, artes, literatura, a criação se completa com sua comunicação, e para ser comunicada ela deve ser convertida em códigos, que é a linguagem no sentido amplo. O primeiro estágio, que é a criação pura, produz **mentefatos**, só acessíveis a quem os produziu. Para serem comunicados e compartilhados devem produzir um **artefato** (sons, uma pintura ou escultura, um texto), que podem ser captados por outros. No ato de criar, a resposta é a passagem de mentefatos (produto do indivíduo) para artefatos (socializável). Esse é o tema abordado pelo filósofo John R. Searle no seu livro mais recente, discutindo como uma ontologia social depende do que ele chama uma ontologia psicológica.²⁶

De Giorgi, dando prosseguimento à frase citada acima, completa:

A essa habilidade – muito semelhante em todas as disciplinas – você deve acrescentar a habilidade de comunicar esses sonhos sem ambigüidade, o que requer conhecimento da linguagem e das regras internas a cada disciplina.

Assim se reconhece a necessidade de matemática formalizada num sistema de códigos, o que permite sua comunicação e compartilhamento, o que justifica que a Matemática compareça, como disciplina, nos currículos. A Matemática que se ensina nas escolas, uma listagem de conteúdos, que é um produto acabado é, portanto, justificável como instrumento comunicativo. Mas não com o sacrifício do processo, que só pode ser apreciado com História e Filosofia da Matemática.

Em um trabalho publicado há quase vinte anos examino as relações entre história e filosofia da matemática na educação.²⁷ Pode ser interessante conferir minhas idéias de então. Muito do que foi exposto neste trabalho é tratado, com mais detalhes, inclusive com algumas sugestões sobre como fazer história da matemática nas salas de aula, num capítulo do livro *Facetas do Diamante*.²⁸

26. John R. Searle: *Making the Social World: The Structure of Human Civilization*, Oxford University Press, New York, 2010.

27. Ubiratan D'Ambrosio. Reflexões sobre História, Filosofia e Matemática, *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, Número Especial, nº2, 1992; pp.42-60.

28. Ubiratan D'Ambrosio: A interface entre história e matemática: Uma visão histórico-pedagógica, *Facetas do Diamante*, John A. Fossa, org., Editora da SBHMat, Rio Claro, 2000; pp.241-271.

3 Como conclusão

A conclusão é priorizar um ensino sobre matemática sobre o ensino de matemática. Ensinar sobre Matemática focaliza processo e criatividade, isto é, o fazer, o que inclui história e filosofia. O ensino de Matemática, focaliza produto, isto é, conteúdos terminados e congelados, orientados para memorização de técnicas, fórmulas e resultados. O grande desafio da Educação Matemática é harmonizar conceitos, isto é, os processos, e conteúdos, isto é, os produtos, inegavelmente necessários para uma atuação plena na sociedade.

Aprendi muito de Imre Lakatos (1922-1974) e fui particularmente influenciado pela sua frase antológica, usada como epígrafe. Ao longo de minha carreira percebi que as reflexões sobre educação devem ser sempre atreladas à história. Concluo dizendo que:

**“Educação sem ser ancorada na História é uma pregação sem fundamentos,
enquanto a História sem ser inserida na Educação é inconclusa.”**

Referências Bibliográficas

- Almeida, M. C. (2009; 2011). *Origens da Matemática. A Pré-História da Matemática, vol.1: A Matemática Paleolítica; vol.2: A Matemática Neolítica*. Curitiba, PR: Editora Progressiva.
- Byers, W. (2007). *How Mathematicians Think: Using Ambiguity, Contradiction, and Paradox to Create Mathematics*, Princeton University Press, Princeton NJ.
- Cajori, F. (1985). *A History of Mathematics*. Primeira edição 1893. New York, NY: Chelsea Publishing Company.
- D'Ambrosio, U. (December, 1992). Ethnomathematics: A research program on the history and pedagogy of mathematics with pedagogical implications. *Notices of the American Mathematical Society*, 39 (10), p.1183-1185.
- D'Ambrosio, U. (1992). Reflexões sobre história, filosofia e matemática. *BOLEMA*, 2, p. 42-60.
- D'Ambrosio, U. (2000). A interface entre história e matemática: Uma visão histórico-pedagógica. In John A. Fossa (Org.). *Facetas do Diamante*. Rio Claro, SP: Editora da SBHMat, pp. 241-271.
- D'Ambrosio, U. (2005). Volta ao mundo em 80 matemáticas. Especial Etnomatemática. *Scientific American Brasil*, 11, p.6-9.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Uma História Concisa da Matemática no Brasil*. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.
- D'Ambrosio, U. (2011). *Educação para uma Sociedade em Transição*. 2ª edição revista e ampliada. Natal, RN: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte-EDUFRN.
- Emmer, M. (October, 1997). Interview with Ennio De Giorgi, *Notices of the MAS*, 44(9), p.1097-1101.
- Frankenstein, M. (s/d). Educação matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. In Maria Aparecida V. Bicudo (Org.). *Educação Matemática*. São Paulo, SP: Editora Moraes, pp.101-137.

- Freire, P. (November, 1997). A conversation with Paulo Freire. *For the Learning of Mathematics*, 17(3), p. 7-10.
- Freudenthal, H. (July, 1981). Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? *For the Learning of Mathematics*, 2(1), p. 30-33.
- Garbi, G. G. (1997). *O Romance das Equações Algébricas. Genialidade, Trama, Glória e Tragédia no fascinante mundo da Álgebra*. São Paulo, SP: Makron Books.
- Hessen, B. (1985). *Las raíces socioeconómicas de la mecánica de Newton*. Trad. prólogo y notas de P.M. Pruna. Trad. Original 1931. La Habana, Cuba.; Editorial Academia.
- Holt, J. (November, 1997). Hypothesis: The monster and other mathematical beasts. *Lingua Franca*, 7(9), p. 76.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Lewis, B. (1975). *Lewis: History. Remembered, Recovered, Invented*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Lloyd, G. E. R. (2009). *Disciplines in the making: Cross-cultural perspectives on elites, learning and innovation*. Oxford, England: Oxford University Press.
- MONTUCLA, J. E. (s/d). *Histoire des mathématiques. Tome second. An VII*. Paris, France: Chez Henri Agasse Libraire.
- Nobre, S. R. (2000). *Elementos Historiográficos da Matemática Presentes em Enciclopédias Universais*. Dissertação Acadêmica de Livre-Docência. Rio Claro, SP: IGCEX/UNESP.
- Ribnikov, K. (1987). *História de las Matemáticas*. Moscou, Rússia: Editorial Mir.
- Rouse Ball, W. W. (1960). *A short account of the history of mathematics*. Reimpressão da edição de 1908. New York, NY: Dover Publications, Inc.
- Ruiz, A. (Noviembre, 1997). Las posibilidades de la historia en la educación matemática: Una visión filosófica. *Boletín Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática*, 5(2), p. 1-7.
- Searle, J. R. (2010). *Making the social world: The structure of human civilization*. New York, NY: Oxford University Press.