# La historia y la educación matemática en el "horizonte" conceptual de la pedagogía <sup>1</sup>

#### Luis Carlos Arboleda

Universidad del Valle Colombia luis.carlos.arboleda@gmail.com

### Gloria Castrillón

Universidad del Valle Colombia glocastr@univalle.edu.co

### Resumen<sup>2</sup>

Se trata de contribuir a la reflexión metodológica sobre la consolidación del campo de la pedagogía desde el punto de vista de la historia y la educación matemática. Se comienza por examinar aquello que en la actividad del docente puede entenderse como "acontecimiento" pedagógico, según la idea de Badiou de que el acontecimiento es la ruptura en ontología, el lugar que le permite al sujeto reencontrarse con la verdad. En un acontecimiento se pone en juego la capacidad del docente de saber-analizar la heuristica de los procesos de constitución de los saberes de referencia en la enseñanza, en sus niveles de ontología, subjetividad y lenguaje. Otro aspecto importante es que en tanto expresión de autonomía intelectual, todo acontecimiento de este tipo comporta una ruptura con las tradiciones pedagógicas. En la charla se muestra que desde mediados de los años 1980 se empezaron a manifestar de manera sistemática en Colombia actos de esta naturaleza, asociados con la emergencia en nuestras universidades de algunos polos representativos de la Didáctica Francesa de las Matemáticas.

#### Palabras clave

educación matemática, historia matemática, pedagogía, didáctica francesa.

#### Abstract

This is a contribution to the reflection on the consolidation of the field of pedagogy from the point of view of history and of math education. It begins by examining the teacher activity that is known as a pedagogical ?event,? according to the idea from Badiou that the event is a rupture in ontology, a place that permits a reencounter with truth. In an event the capacity of the teacher to know-analyze the heuristics of the processes that constitute the reference knowledge of teaching, in its levels of ontology, subjectivity and language are put in play. Another important aspect is that with respect to the expression of intellectual autonomy, all events of this type suffer a break with pedagogical traditions. It will be shown that in the middle

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

1980s in Colombia these kinds of actions began to be manifested in a systematic way, associated with the emergence of our universities as representative axes of the French Didactics of Mathematics.

## Key words

math education, history of math, pedagogy, French didactics.

## 1 Introducción

En esta conferencia nos proponemos aportar a la reflexión metodológica sobre las condiciones en virtud de las cuales la historia y la educación matemática pueden contribuir a la delimitación conceptual y a la consolidación del campo de la pedagogía en Colombia. No es propiamente una contribución histórica, pues no parte de la descripción y caracterización de las interrelaciones que hayan podido tener las actividades teórico-prácticas adelantadas en el país en los últimos veinte años en historia y educación matemática con el campo conceptual de la pedagogía. Esta es una asignatura pendiente entre nosotros. Un insumo importante para llenar esta laguna son los estudios del proyecto "Paradigmas y Conceptos en Educación y Pedagogía" (*Paradigmas E&P*), Colciencias, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Las consideraciones de este trabajo sobre la doble relación CCP-HEM (Campo conceptual de la pedagogía—Historia y Educación Matemática), consultan de manera general las experiencias con *vocación pedagógica* de los grupos de historia de las matemáticas y de educación matemática de la Universidad del Valle, de los cuales los autores han sido miembros a lo largo de dos décadas.

Conviene hacer dos aclaraciones sobre el carácter de este trabajo. La primera es que su propósito coincide *grosso modo* con uno de los obetivos que desde el inicio se propuso adelantar el proyecto *Paradigmas E&P*:

Elaborar una metodología compleja para el análisis de la configuración de campos conceptuales y sus aplicaciones, en donde se combinen los abordajes analíticos de la historia de las ciencias, el análisis del discurso, la hermenéutica, la arqueología, la genealogía y el análisis comparado de transferencias culturales.

Las formulaciones que aquí se presentan esperan aportar a este *desiderátum*; en particular, desde la perspectiva de las aplicaciones de algunas de las disciplinas y campos mencionados a las actividades en matemáticas y educación matemáticas.

En segundo lugar, entre los enfoques sobre la investigación histórica del campo conceptual de la pedagogía, destacamos dos conceptos que se discutieron en sesiones del seminario interno del proyecto y que no dudamos en suscribir como parte de nuestras propias concepciones sobre las prácticas en historia y educación matemática (Martínez, 2009):

(...) historiar prácticas es diferente a historiar ideas o mentalidades. Las prácticas exigen relacionar lo discursivo con lo no discursivo, vale decir que colocan al investigador en la encrucijada de establecer múltiples relaciones. El discurso se asume como práctica. Por eso hablamos de *práctica discursiva* en el sentido de proceso objetivado que se convierte en objeto y es solo esto lo que se procede a historiar.

¿Cómo ha cambiado el concepto y la práctica de la educación en la sociedad actual y qué incidencia tienen esos cambios en la cultura, la política y la sociedad? ¿Qué subjetividades recrea y produce el proceso de escolarización según sus nuevos ordenamientos? ¿Qué piensan los agentes educativos y qué hace que acepten y se comprometan con el cambio?

Por último, hemos tenido en cuenta el documento metodológico que se propuso a los subproyectos para elaborar sus respectivos informes (Caruso, 2010). De las hipótesis centrales de la investigación sobre el Campo Conceptual de la Pedagogía en Colombia, se aprovechan el concepto de CCP como acontecimiento, y su correlación con el concepto de Horizonte Conceptual de la Pedagogía (HCP). Entre las características de la dinámica del CCP se tiene en cuenta la idea de apropiación con sus determinaciones en proliferación y reconceptualización del campo. Entre las características de los conceptos de campo, se tematizan el componente de acto ético pedagógico, la formación como concepto articulador y, de manera indirecta, las cadenas semánticas asociadas con diversos conceptos.

## 2 El CCP es un acontecimiento<sup>3</sup>

El acontecimiento constitutivo del CCP está asociado con el reconocimiento del papel central de la actividad del maestro. Una "hipótesis fuerte" es que los comienzos del CCP se relacionan con la conformación de una capacidad de reflexión del maestro sobre las condiciones históricas de anulación e invisibilización de su función por parte de las instituciones. En el caso de su relación con los saberes disciplinarios, esta autonomía es la decisión que cada vez concede más importancia al estudio de los fenómenos de constitución y transmisión de los objetos y teorías de referencia en la enseñanza. Pensar la constitución de objetos es un acto de resistencia a la institución de la enseñanza tradicional.

El maestro toma distancia frente a la costumbre de ver el saber de referencia como un objeto necesario que se le impone a él y a sus alumnos por la sola la fuerza de su presentación en el discurso formal. Reconoce que para la enseñanza tradicional el saber es más algo a descubrir que una invención o construcción histórica. Al situarse en el margen de esta tradición, el maestro piensa ahora en la heurística de los procesos de su constitución.

Cuando enfrentan la tarea como acto ético (la pulsión de comprender de manera satisfactoria para las necesidades de su enseñanza), algunos maestros pueden verse conducidos a preguntarse sobre el lugar de la subjetividad en ciertos *acontecimientos* de construcción de saberes, por ejemplo de aquellos que son fundamentales en las disciplinas de la escolaridad. Así pues, el estudio del acontecimiento de conformación del campo, al estar centrado en la actividad del maestro, remite a prácticas de comprensión de acontecimientos en el campo de los saberes de referencia.

<sup>3.</sup> La existencia de un CCP como acontecimiento implica que no es fatalidad, que es un producto de sujetos históricos con propósitos determinados. Caruso, M. (2010); p. 1.

Algunas ideas de Badiou en *El ser y el acontecimiento* (Badiou, 1999) y una interpretación histórico-matemática de ellas pueden ofrecer un marco adecuado para aclarar la anterior posición.

Para Badiou, el lugar del *ser* es la ontología como ciencia del ser en sí mismo. El *acontecimiento* es la ruptura en ontología, el lugar que le permite al sujeto reencontrarse con la verdad. El acontecimiento no se puede discernir (nombrar o contruir) en ontología. ¿Pero cómo puedo utilizar algo que escapa a mi discernimiento? Este es entonces un problema vital, porque si se construye el mundo solo con lo que se puede discernir y en consecuencia nombrar, nos vemos conducidos a dos situaciones: O eliminar la subjetividad y el contenido de la ontología, o adoptar la solución Panglosiana de Leibniz: que Dios es el lenguaje en su supuesta completitud. (Badiou, 1999) <sup>4</sup>

La historia y la educación matemática permiten ilustrar este punto de vista. Los maestros de la enseñanza básica saben bien que la comprensión del estatuto numérico del imaginario  $i=\sqrt{-1}$  plantea un verdadero reto a la enseñanza. La red de significados que le son familiares al alumno y con los cuales es razonable experimentar actividades de comprensión a ese nivel, se enfrentan a dificultades que son bien estudiadas en la didáctica de las matemáticas. Sin embargo, hay una cierta modalidad de explicación histórica del acontecimiento histórico de emergencia de  $\sqrt{-1}$  que tal vez puede contribuir a enriquecer su enseñanza. Se puede mostrar que este acontecimiento planteó, como dice Badiou, una ruptura en ontología; es decir, durante siglos los matemáticos tuvieron que "lidiar" con los irracionales antes que su estatuto conceptual se estableciera en el formalismo de las teorías de los irracionales y los polinomios.

Las dificultades antes mencionadas tienen mucho que ver con lo siguiente: Hasta tanto el alumno no pueda acceder a la enseñanza de las teorías fundadoras, habrá algo del número irracional que permanecerá indiscernible para él. Dicho en términos de Badiou, las teorías de los imaginarios y los polinomios son campos de ontología que delimitan el espacio en el cual funciona normalmente la actividad con el objeto matemático como tal. Pero como vamos a ver, en la pre-historia de la teoría de los polinomios se presentaron momentos en que el sujeto tuvo que nombrar este indiscernible e inclusive sintió la necesidad de tematizar el "acontecimiento" que significaba su emergencia.

Los algebristas italianos del siglo XVI (entre otros Bombelli al resolver cierta forma de la cúbica), utilizaron números imaginarios para expresar cantidades reales aún sin tener claridad de su estatuto de objeto. Era *natural* (o al menos no causaba mayor zozobra) que estos números imaginarios aparecieran corrientemente en sus cálculos de raíces de ecuaciones o de soluciones de sistemas de ecuaciones simultáneas. Leibniz se enfrentó a una situación parecida en el estudio de las raíces de ciertos sistemas de ecuaciones de segundo grado. En carta a Varignon de 1702 se refiere a esas "cantidades llamadas imaginarias en el análisis común, pero que por más que las llamemos imaginarias no dejan de ser útiles, e incluso necesarias para expresar analíticamente magnitudes reales". Leibniz cuenta a Varignon que cuando le comunicó a Huyggens esta situación, éste la consideró tan admirable que le respondió: "ahí hay algo oculto que nos resulta incomprensible" <sup>5</sup>.

<sup>4.</sup> Ver especialmente el capítulo Teoría del sujeto. Ver también la entrada biográfica de (Badiou, 2010).

<sup>5.</sup> Ver detalles y complementos sobre la historia de este acontecimiento en (Arboleda, 2007).

Lo que era admirable para Huygens era aquello que desbordaba los cánones de la intuición; es decir, lo que resultaba inaceptable según el criterio de certeza que se deriva de la aplicación de las reglas cartesianas del cálculo ordinario con cantidades "reales". Mientras que para Huygens la única actitud posible a este respecto era esperar a que se nos revelara ese algo cuya existencia no está garantizada por su designación escritural, en sí misma enigmática, para Leibniz era legítimo e incluso necesario operar con tales signos aparentemente sin objeto, de la misma forma como procedieron en su empleo los algebristas italianos. Es la teoría leibniziana de los "pensamientos ciegos", esa especie de prótesis filosófica que permite manejar una dificultad de naturaleza estrictamente matemática, de la única manera en que podía hacerlo el algebrista en las condiciones de su contexto histórico.

En distintos momentos del desarrollo del álgebra se puede reconocer esta libertad del matemático para inventar signos y operar con ellos combinando números reales e imaginarios en procedimientos operatorios empleados sin ningún prejuicio epistemológico (Euler, Argand, Gauss y Cauchy). Esta libertad se limita a medida que los matemáticos, se habitúan a tratar las entidades  $\sqrt{x+iy}$  como pares ordenados de números reales (x,y), y se reconocen en la tradición de Hamilton de formalizar las operaciones de adición y multiplicación entre los elementos del nuevo dominio, en términos de propiedades estrictamente lógicas de la estructura del cuerpo algebraico C de los complejos.

Si la autonomía intelectual del maestro es un (el) aspecto central del acontecimiento de constitución del campo CCP, esta autonomía se pone en juego —al menos para el caso de prácticas como la enseñanza de disciplinas—, en actos de reflexión del maestro sobre cuestiones significativas de su función de maestro, como, por ejemplo, la determinación de los acontecimientos constitutivos de saberes de referencia (ontología, subjetividad, lenguaje). Esta reflexión es demarcadora de campo, en la medida que desencadena actos que por sus fines y medios no solo se oponen a las tradiciones de enseñanza sino que las relegan al exterior del campo.

# 3 La existencia de un CCP es correlativa a la emergencia de un "horizonte conceptual de la pedagogía" (HCP) <sup>6</sup>

Actos de autonomía intelectual del maestro como el análisis del acontecimiento de emergencia de ciertos saberes fundamentales en su práctica, son claramente de naturaleza pedagógica: pertenecen al CCP y ayudan a delimitarlo. Al menos en el caso de las matemáticas, actos de esta naturaleza se han venido adelantando en el país, de manera sostenida, desde mediados de los años 1980. Estos actos no habrían sido posibles sin apelar a un horizonte conceptual, es decir, a un lugar desde donde ciertos conceptos y métodos de disciplinas como la historia, la filosofía, la epistemología y la didáctica de las matemáticas se *situan* en dirección de las problemáticas pedagógicas.

<sup>6.</sup> Las funciones centrales del HCP son límite y relación. El límite permite la creación del campo "propio" de la pedagogía y sus relaciones con los saberes macro o disciplinas de referencia. Sin este límite el saber sobre lo educativo y lo pedagógico queda subordinado a "otras" disciplinas. (Caruso, 2010).

No toda actividad en historia o epistemología de las matemáticas tiene impacto efectivo en la pedagogía de las matemáticas. Múltiples experiencias con el uso de los recursos de la historia epistemológica demuestran que esta historia puede acomodarse bien a la tradición transmisionista, y *situarse* mal con respecto al ideal pedagógico del docente de saber-analizar su práctica<sup>7</sup>. También hay una cierta didáctica de las matemáticas que en nada favorece la reflexión pedagógica, como la tendencia arraigada a reducir los problemas del aprendizaje a la psicología, dejando de lado los aportes de otras disciplinas como la antropología y la fisiología <sup>8</sup>. Entonces, la operación de *situación* con respecto al campo es fundamental para que se pueda hablar propiamente de una función en el horizonte.

En este comentario al documento metodológico del CCP no es necesario describir las distintas iniciativas que en varias instituciones del país han cumplido funciones de HCP, ni considerar las discusiones que se han planteado sobre las configuraciones disciplinarias de este lugar o las etiquetas más conveniente para designarlo. El informe final del proyecto Paradigmas nos informará si los subproyectos comenzaron a abordar esta cuestión, o si prefieron plantear su estudio en la cartografía de la segunda parte de la investigación sobre CCP.

Más interesante es reconocer *polos* en el *lugar* del HCP. Es decir, referirse a los esquemas de trabajo de *polos* que, actuando como HCP (límite y relaciones), han jalonado el CCP en el país. En el caso del polo de la Universidad del Valle<sup>9</sup>, que los autores conocemos mejor, el trabajo de delimitación de campo se ha inspirado desde 1980 en el esquema de la llamada "Didáctica francesa de las matemáticas" o "Didáctica francesa" *tout court*. Uno de los rasgos distintivos de este enfoque ha sido la fuerza con que se reclama del concepto de didáctica "científica":

La didáctica de una disciplina es la ciencia que estudia, para un dominio particular (en nuestro caso las ciencias y las matemáticas), los fenómenos de las enseñanzas, las condiciones de la transmisión de la cultura propia a una institución (especificamente, las instituciones científicas) y las condiciones de la adquisición de conocimientos por parte del alumno.

- 7. Esta cuestión es examinada en las notas (Arboleda, 2010) del seminario del proyecto.
- 8. Ver (Vasco, 1990). Sobre esta problemática ver iqualmente (Vasco, 1998) y (Vasco, 1994).
- 9. La recepción (via traducciones) de los primeros trabajos de la Didáctica francesa comenzó hace veinte años en la Universidad del Valle. Quizas la primera experiencia de apropiación y uso de orientaciones de esta escuela se hicieron en un proyecto nacional para el mejoramiento de la Enseñanza de la Geometría apoyado por Colciencias y dirigido conjuntamente por Gloria Castrillón (quien acababa de obtener un DEA en Didáctica de las matemáticas en la Universidad Paris 6), Jorce Arce y Carlos Soto. Este grupo Trabajaba por la época con otros colegas de la Facultad de Educación y del Departamento de Matemáticas en el Centro de Estudios para la Enseñanza de las Matemáticas, CEEM, Univalle. A lo largo de la década se adelantarían otras modalidades de recepción, apropiación y uso de la Didáctica francesa a través de cursos de pregrado y posgrado para la formación de docentes, adquicisión de un fondo importante de publicaciones en el Centro de Documentación y Publicaciones, CENDOPU-Univalle (tal vez el fondo bibliográfico más completo para la enseñanza de posgrado y la investigación en educación matemática), traducción sistemática de trabajos fundamentales, profesores visitantes, proyectos de investigación, redes de docentes de secundaria, organización de eventos y participación en congresos internacionales. Momentos significativos de estas actividades a nivel institucional fueron la creación de la Maestría de educación matemática en 1991 y del énfasis en EM del Doctorado Interinstitucional de Educación en 1997, que han permitido la consolidación de varios grupos de investigación, la movilidad nacional e internacional de investigadores, la organización de eventos y las publicaciones.

En el desarrollo del propósito central de la Didáctica francesa (al menos como creemos que ha sido apropiado en el polo de Univalle) es posible observar la doble relación de demarcación y de re-interpretación con lo pedagógico. Esta pedagogía, en tanto meta teoría de lo didáctico, acompaña muchas de las reflexiones didácticas sobre la construcción o reconstrucción de saberes como actividad del sujeto. Un ejemplo son las reflexiones que apelan cada vez con mayor frecuencia a

una antropología de los saberes cuya función es reconocer la dinámica sociohistórica y la variación de los estados del saber matemático con el fin de aclarar el acto didáctico de intervención con el saber enseñado en clase. De otra parte, un problema como el éxito o el fracaso escolar involucra otras dimensiones de lo educativo además de los aspectos didácticos propiamente dichos: lo sociopolítico, lo histórico y lo económico, como condiciones del contexto externo (Joshua y Dupin, 1993).

En conclusión, la llamada "Didáctica francesa" es un concepto del HCP, como programa de investigación y de intervención en educación y didáctica de las ciencias, como orientaciones para la formación y profesionalización de la comunidad de docentes y como iniciativas en la comunicación y proyección social del conocimiento. En todos estos niveles la nueva "disciplina" del conocimiento ha generado teorías y métodos originales en ingeniería didáctica (Brousseau, Artigue, Douady, Perrin, Robinet), teoría de situaciones didácticas (Brousseau), transposición didáctica (Chevallard), teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard) y en historia y didáctica de las matemáticas. Desde su inico en los años 1970 estos trabajos han sido adelantados conjuntamente por investigadores y docentes en el marco de espacios especialmente creados con este fin, los Institutos de investigación en enseñanza de las matemáticas, IREM 10.

Estos enfoques han impactado de manera incuestionable las culturas pedagógicas y la enseñanza de las matemáticas y las ciencias a lo largo de 30 años. Principalemente en Francia pero también en otros países de Europa, Africa del norte y América Latina, estas investigaciones han contribuido a delimitar y consolidar lo que en Colombia llamamos el campo conceptual de la pedagogía, especialmente en cuanto a la exclusión de las pedagogías tradicionales y la autonomización intelectual del docente. No existen estudios sobre el concepto "Didáctica francesa en Colombia" como los hay en México, Brasil, Argentina, Venezuela o Costa Rica. Pero, como veremos luego, es posible afirmar, al menos en relación con la experiencia del polo de la Universidad del Valle, que la recepción, apropiación y uso en Colombia de las orientaciones de la "Didáctica francesa" han sido y continúan siendo un componente constitutivo del CCP en el país.

# 4 El 'saber-analizar' la práctica del maestro como dispositivo de HCP

Hay una manera de entender el acontecimiento del CCP centrado en la autonomía intelectual del maestro. Consiste en ver tal autonomía como consecuencia de la voluntad del maestro de poner en juego una competencia idónea de 'saber-analizar' su propia

<sup>10.</sup> Actualmente se dispone de una literatura regional cuyo estudio podría dar cuenta de las formas de representación y de apropiación de la Didáctica Francesa en nuestros países. Ver en particular: (Valero, 1997) y (Ruiz, 2006).

práctica. Si se trata de la práctica de enseñanza científica, este saber-analizar correspondería a una interrogación del docente sobre los conocimientos que se movilizan en su experiencia (incluidos los de su propia formación), con el fin de establecer en qué medida él se reconoce en ellos o, en su defecto, debe producir un conocimiento personal, autónomo e interrogativo. Esta interrogación apuntará al 'mejoramiento' de su práctica, en la medida que el maestro tenga una 'mejor' comprensión de factores como los siguientes:

- Conocimientos académicos (sobre los fines y contenidos de las disciplinas, su formación histórica, la dimensión personal del alumno, la dimensión institucional de la escuela, los modos de enseñanza).
- Conocimientos profesionales (que definen su relación con el sistema escolar, sus pares, los padres de familia, otros actores sociales de la educación, su estatus laboral e intelectual).
- Argumentos informales que circulan en la comunicación.
- Acuerdos intersubjetivos que intervienen en la cooperación.
- Ideales y valores que movilizan pensamiento crítico (sobre los objetos de estudio, su relevancia social, el individuo y su relación con el otro, los valores humanos universales).
- Competencias especializadas y meta-competencias integradoras (v. gr. para la formación de individuos creativos que construyan conocimiento a través de aprendizaje cooperativo).

Al hacer la historia de la "proliferación" de todos estos actos de saber-analizar en la enseñanza de una disciplina, se rescata el papel protagónico del maestro y, al mismo tiempo, se reconoce la dinámica real de constitución del campo conceptual de la pedagogía en esta especialidad. Por ejemplo, se rescata el papel del maestro cuando se visibilizan sus acciones frente a los obstáculos que las tradiciones pedagógicas han interpuesto al nuevo concepto de práctica docente representado en cada uno de los componentes antes mencionados.

Ello conduce a pensar el saber-analizar como acciones de 'resistencia' del maestro a estas tradiciones. La actividad crítica del maestro involucra conceptos nuevos o usos alternativos de los ya existentes, los cuales pertenecen al horizonte del campo de la pedagogía, campo éste emergente y todavía inestable, pero suficientemente delimitado como para producir un efecto de distanciamiento frente al estado de cosas dominante. Caruso sugiere interpretar esta situación como el resultado de 'prácticas de resistencia' contra la tradición imperante que contribuyen a producir el "acontecimiento" de la separación conceptual fundante de campo <sup>12</sup>.

<sup>11.</sup> Además de estos factores sobre la dimensión objetual o disciplinaria, hay otros directamente relacionados con las nuevas 'realidades' del ejercicio de la profesión que se 'deslizan' naturalmente en la interrogación de los primeros y vuelven más complejo el ejercicio de 'saber-analizar'. Ver (Arboleda, 2010).

<sup>12. &</sup>quot;Cuando la categoría "currículo" deja de ser una mera herramienta de la tecnología educativa y pasa a ser una mirada (crítica) sobre los procesos de racionalización de las prácticas educativas, se genera en ese distanciamiento un HCP (un límite y una relación) y un CCP (un espacio propio, aunque no completamente estable, de significados). Esta operación no tiene nada de necesaria, sino que es el producto de prácticas de "resistencia" contra la tecnologización que producen el "acontecimiento" de la separación conceptual fundante." (Caruso, 2010); p. 2.

Futuras investigaciones confirmarán si una interpretación de este tipo es aplicable a las reflexiones sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas que comenzaron a reclamarse del enfoque de la Didáctica francesa a mediados de los años 1980. Pareciera que sí; así lo indican circunstancias enraizadas en la experiencia de aquellos años. Por ejemplo, la 'didáctica científica' venía acompañada en sus comienzos de un discurso modernista que favorecía su recepción, al delimitar campos con las tradiciones de pedagogías genéricas, extrañas a lo disciplinar y a la dimensión objetual de la enseñanza. Pronto los maestros se percatarían que este enfoque podía prestarse para generar cisuras en la pretendida *universalidad* de las modalidades tradicionales de enseñanza, lo cual alimentó la inconformidad con el estado de cosas dominante y se tradujo en "prácticas de resistencia" a la *obediencia* de uso ordinario. En particular en aquellos sectores que propugnaban por la modernización y desdogmatización de la enseñanza de las matemáticas, particularmente a nivel de la secundaria, en el espíritu de una reforma democrática de la educación y la cultura <sup>13</sup>.

La cuestión que habría entonces que documentar para investigaciones futuras y que en este trabajo solamente estamos en situación de tematizar, es la disposición intelectual del maestro de la época a enrutar la recepción y apropiación de estos nuevos discursos sobre la enseñanza científica en una dirección favorable a la crítica del establecimiento educativo y pedagógico. Favorable también a la comprensión del fenómeno de anulación e invisibilización de su función de maestro por parte de las instituciones. Favorable, en una palabra, a la creación de una subjetividad radicalmente nueva, representada en el saber-analizar, en y desde una de las dimensiones de práctica del maestro (la enseñanza), algunas de las condiciones de posibilidad de ese 'acontecimiento', deseado pero incierto todavía, que dará lugar al campo conceptual de la pedagogía.

Tal vez pueda ser útil para entender el proceso de formación de esta subjetividad echar una mirada de cerca a la crítica de las tradiciones pedagógicas que convertían en algo familiar a unos saberes no obstante venidos de afuera.

Una de las figuras emblemáticas de la Didáctica francesa de las matemáticas fue André Revuz <sup>14</sup>. Su nombre se asocia con la introducción en Francia de factores determinantes de la conformación de este campo como fueron la reforma de las matemáticas modernas en los años 1970, la investigación de nuevos enfoques en la formación de profesores, la creación de los IREM (Institutos de investigación sobre la enseñanza de las matemáticas), la introducción de postgrado en enseñanza de las matemáticas <sup>15</sup>, la formación de la primera cohorte de investigadores en didáctica de las matemáticas (Michèle; Douady;

<sup>13.</sup> Los términos de *universalidad* y de *obediencia de uso ordinario* son de Certeau, al explicar que en los juegos de lenguaje de Wittgenstein hay un cambio de *lugar* del análisis con respecto a la filosofía del lenguaje formal, para privilegiar el lenguaje ordinario y, en consecuencia, al sujeto ('héroe anónimo' o 'murmullo de las sociedades'). La noción de "prácticas de resistencia", al menos en el sentido que le damos en este documento, también es de Certeau: "Por lo general, una *manera de utilizar* los sistemas impuestos constituye la resistencia a la ley histórica de un estado de hecho y a sus legitimaciones dogmáticas. Una práctica del orden constituido por otros redistribuye su espacio; hace, al menos, que dentro de éste haya juego para maniobras entre fuerzas desiguales y para señales utópicas." (Certeau, 1996).

<sup>14.</sup> Recientemente apareció la memoria del homenaje que le hicieron sus anteriores colegas y alumnos con ocasión de su fallecimiento en 2008: (Colmez, 2010).

<sup>15.</sup> Se trata del Diploma de Estudios Avanzados (DEA) en Didáctica de las disciplinas de la Universidad de París 7. Gloria Castrillón y Cecilia Casasbuenas fueron las primeras profesoras colombianas que se

Perrin & Robert, entre otros) a quienes les dirigió tesis de 'doctorado de estado', la divulgación de las matemáticas para el gran público, las relaciones de las matemáticas y su enseñanza con otras disciplinas como la física, la música y la lengua francesa.

Como directivo del ICMI (Comisión internacional de instrucción matemática) y en otras posiciones que desempeñó, Revuz adelantó numerosas iniciativas académicas y profesionales de cara al fortalecimiento de comunidades en didáctica de las matemáticas. Este es un hecho fundamental en la construcción histórica de la autonomía intelectual, académica y profesional de los profesores. A partir de eventos como los congresos nacionales e internacionales de educación y didáctica, y de las publicaciones especializadas en esta disciplina, se traza un claro distanciamiento con las tradiciones de 'legitimación exógena', representadas, en particular, por las comisiones de instrucción matemática, organizadas en el seno de instituciones matemáticas y tuteladas por la comunidad de matemáticos. Nada extraño pues que su nombre se asocie actualmente con uno de los centros internacionales de excelencia en investigaciones y formación avanzada en didáctica de las matemáticas y ciencias: el 'Laboratorio de Didáctica André Revuz' de la Universidad Paris.

Revuz es autor de un texto de 1992 sobre los mitos en la enseñanza de las matemáticas (Revuz, 1992); ver en particular p. 41. Si hay mitos que apuntan a un ideal que puede ser lejano pero en todo caso dinamiza la acción, hay mitos que "desconociendo la opacidad y la complejidad de lo real, proponen un medio aparentemente simple y pretendidamente infalible de llegar a fines que a todos nos parecen deseables, pero frente a los cuales no todos están dispuestos a hacer los esfuerzos necesarios". La ilusión de que basta proponerse objetivos razonables para consequirlos fácilmente.

Como actividad fundamentalmente dirigida por propósitos, la enseñanza de las matemáticas es un terreno abonado para los mitos. Hay mitos peligrosos para la práctica del profesor. Una intuición innovadora puede convertirse en dogma paralizante <sup>16</sup>, por la influencia del mito de que hay métodos simples y generales para resolver todo tipo de problemas pedagógicos. Un innovador claudica ante la "ilusión pedagogicista" cuando cede a la pretensión de 'universalizar' la innovación sacándola de contexto, extrapolándola más allá del dominio restringido de su aparición. Este mito es paralizante porque es dogmático: a partir del momento en que el docente innovador se satisface con el método pedagógico único, frena su capacidad de indagación sobre las condiciones que permitirían extender la intuición innovadora a otros contextos.

formaron en este DEA bajo la orientación de Revuz y sus alumnos, en estrecho contacto con los profesores e investigadores del IREM de Paris.

<sup>16.</sup> La siguiente cita de Jules Ferry que los editores han escogido como epígrafe del libro de homenage a Revuz no parece casual. Por el contrario, permite reconocer el ideario social y político de la actitud en cierta medida antidogmática (aunque presa todavia de los excesos de la reforma de las matemáticas modernas), que inspiraba a Revuz y posiblemente a los promotores de la didáctica francesa de las matemáticas en los años inmediatamente siguientes a mayo de 1968. Para Revuz la actitud dogmática del método pedagógico único es catecismo y religión. Recordemos que como ministro de instrucción pública alrededor de 1880, Ferry instauró el sistema de educación pública, laica, obligatoria y gratuita de la Tercera República. Decía Ferry: "Los nuevos métodos que se están desarrollando tienden a propagarse y a triunfar. Estos métodos consisten, no en dictarle al niño la regla por decreto, sino en (ayudarle) a que la encuentre. Ante todo se propone excitar y despertar en el niño la espontaneidad y a cuidar y dirigir su desarrollo normal, en lugar de aprisionarla en reglas muy bien hechas pero que le son totalmente incomprensibles".

Nada en matemáticas autoriza tal actitud dogmática en la enseñanza. Una cosa son las estructuras internas que definen la identidad de las matemáticas, y otra es la diversidad de factores y situaciones que caracterizan (no *su* sino) *sus enseñanzas*. De manera que lo propio a las didácticas que sinceramente apuntan a mejorar las enseñanzas de las matemáticas, es tener en cuenta (y someter a la crítica) *todos* los factores que inciden en ellas. De acuerdo con Revuz, la disciplina entonces emergente de la 'didáctica de las matemáticas', apuntaba precisamente a formar en el docente la capacidad de saber-analizar su práctica de enseñanza de un objeto de referencia en particular, en las condiciones especificas de un contexto de enseñanza <sup>17</sup>:

Es lo que se esfuerza por hacer esta joven disciplina bautizada como didáctica de las matemáticas, que si trabaja en la dirección correcta es porque trata de estudiar prioritariamente los procesos complejos que intervienen en las enseñanzas de las matemáticas, pero que más allá de la dificultad intrínseca de la misión que se ha fijado (con respecto a la comprensión del saber matemático, LCA), se enfrenta a resistencias múltiples e injustificadas que le complican artificialmente la tarea".

Revuz se refiere al contexto (1992) como lugar de prácticas de resistencia a la nueva disciplina. En el contexto de la tradición del método único hay factores que sujetan y anulan la libertad innovadora del profesor, reduciéndola a una actitud dogmática. Esta actitud dogmática tiene una base social representada en tres tipos de reacciones a las que se enfrenta el innovador de parte de los actores sociales:

- La *hostilidad* de los tradicionalistas al representarse la innovación como una amenaza a los métodos de enseñanza ya consagrados sin que los nuevos garanticen resultados inmediatamente confiables.
- El *adaptacionismo* a la innovación de los partidarios del cambio *per se*, como una moda. Unos y otros rechazan los procesos lentos y complejos de validación y experimentación que requiere una innovación.
- La indiferencia y hasta hostilidad de ciertos actores, en particular de la comunidad matemática, con respecto a la exigencia de indagación sistemática en la enseñanza de las matemáticas. Esta actitud, que pesa fuertemente en la deslegitimación del campo de la didáctica, tiene que ver con la "ilusión de transparencia".

La 'ilusión de la transparencia' consiste, según Revuz, en creer que todo mundo tiene una disposición mental, un buen sentido (Descartes) para comprender las matemáticas siempre y cuando éstas sean expuestas con la debida claridad. A propósito de esta distinción entre 'presentación' y 'comprensión' de las matemáticas, podemos apelar al segundo Wittgenstein para hacer dos consideraciones que van en la línea de nuestra reflexión anterior sobre el 'saber-analizar'. Una y otra de estas consideraciones no están distantes de la crítica de Revuz a la 'ilusión de la transparencia'. Ambas tienen que ver con una pregunta inquietante que el propio Revuz acostumbraba a formular a los profesores y colegas de su entorno: "¿Comprendemos bien qué significa comprender?". Una manera de responder a esta pregunta es aprovechar la filosofia de Wittgenstein sobre la matemática como práctica, como lo hace Jeremy Avigad en un trabajo en el que ofrece una explicación causal de la comprensión matemática en términos de habilidades y conductas intencionales <sup>18</sup>.

<sup>17.</sup> Ver (Revuz, 1992); p. 42.

<sup>18.</sup> Ver (Avigad, 2008). Como su titulo lo sugiere, el propósito de estudiar el fenómeno de la comprensión matemática en la primera parte de este trabajo, se enfoca a explorar en la segunda parte el significado de

Wittgenstein afirma en *Investigaciones* (Wittgenstein, 1953) que la matemática no es un cuerpo de conocimientos sino un sistema complejo que guia nuestros pensamientos y acciones. Entonces más que frente a un objeto de conocimiento fijo y externo a nosotros (una proposición que afirma algo en un lenguaje matemático), y que de alguna manera debemos capturar por cierta habilidad de comprensión interna, estamos ante algo que modela nuestra conducta. Avigad llama la atención al respecto sobre dos ideas de Wittgenstein.

La primera se refiere al carácter dinámico (no simplemente lógico, discursivo) que asume una proposición matemática en el proceso de su comprensión por el sujeto: "(bajo *circunstancias particulares*) la proposición matemática me dice: ¡Procede de esta manera!" (§72 de *Investigationes*).

La segunda idea de Wittgenstein (Sobre la certeza) es que todo acto del sujeto al justificar la evidencia de una proposición, apunta a un fin. Pero este fin no se reduce a formular la proposición de manera que se nos presente inmediatamente como verdad: "Es decir, no es una clase de mirada de parte nuestra, sino un actuar que en el fondo remite al juego de lenguaje."

Tratemos de interpretar estas ideas, como sugiere Avigad al analizar la relación entre habilidad e intuición. Supongamos que alguien conoce la manera correcta de continuar desarrollando una sucesión a partir de un número inicial de términos. Podemos asociar esta habilidad con el hecho que ha capturado el patrón correcto. Pero reemplazar la frase 'capturar el patrón correcto' por 'comprender' no es más que un juego de palabras. Debemos entonces explicar qué es 'capturar'. Si por ello queremos decir que el patrón aceptable se expresa en una fórmula algebraica, entonces la habilidad de continuar la serie consistiría en el conocimiento de la fórmula.

Sin embargo, queda pendiente la tarea de explicar cómo el individuo es capaz de aplicar la fórmula correctamente. No basta decir que la "fórmula se le ocurre" cuando desea dar el paso siguiente. Podría ocurrir que aún teniendo presente la fórmula en su pensamiento en el paso siguiente procediera de manera inesperada. Este procedimiento reduce la explicación de una habilidad a otra habilidad: el problema de explicar lo que significa comprender cómo continúa la sucesión, se remplaza al problema de explicar qué significa comprender cómo se aplica la fórmula correctamente.

La cuestión no es pues encontrar la 'fuente' del acto mental de comprensión. Se trata, por el contrario, de clarificar las *circunstancias particulares* bajo las cuales un individuo reconoce que ha comprendido. "La tarea filosófica no consiste tanto en explicar qué es comprender como proceso mental, sino más bien en clarificar las circunstancias bajo las cuales un individuo reconoce que ha comprendido" <sup>19</sup>.

Este es, creemos nosotros, el sentido del argumento de Revuz contra la 'ilusión de transparencia' en cuanto a que la comprensión no se sustenta en ningún sentido común como disposición mental. Lo que realmente ocurre, continua Revuz, es que la sociedad

<sup>&#</sup>x27;comprender una demostración' para disponer de un modelo de comprensión que le permita al autor analizar las exigencias de la verificación formal y los automatismos en actos de razonamiento.

<sup>19.</sup> Ver §154 en (Wittgenstein, 1999).

se divide por lo menos en dos grupos (incluso rivales) en materia de comprensión en matemáticas:

- (a) Quienes saben que aun "las ideas más naturales no se capturan de un solo golpe" (Hadamard) y reconocen que la comprensión es el resultado de un trabajo laborioso y a veces desalentador, y
- (b) Quienes son reacios a comprender todo aquello que no les es familiar y que, enfrentados a un problema que exige un esfuerzo laborioso de comprensión, se contentan con reclamarle al primer grupo una receta, un medio "sencillo" de resolución.

La receta es un recurso de la "ilusión de transparencia": quien la posee supone que comprende. Pero no hay tal; si las matemáticas modernas generan retos a las prácticas de su enseñanza es porque la intuición es incapaz de darnos una imagen simple de sus objetos <sup>20</sup>.

Pero el estudio de las dificultades (resistencias) que le plantea un mito como el de la transparencia a la didáctica, no podría agotarse en las dimensiones filosóficas, epistemológicas o cognitivas de la comprensión. Resulta que las distintas interpretaciones sobre la comprensión matemática responden a una estructura social jerarquizada. En la base de la pirámide están quienes se representan la comprensión como actividad que dispensa recetas para la solución de cierto tipo de problemas. En lo alto quienes comprenden efectivamente. El grupo (b), mayoritario en la población, tiene poder de legitimación y reconoce la competencia del grupo (a), siempre y cuando este grupo cumpla el papel de dispensador de recetas.

La amplia base social que le da soporte a esta tradición permitiría explicar por qué el maestro frecuentemente no puede perseverar en sus desempeños de pedagogo innovador, por qué claudica a la ilusión del método unitario y refrena la reflexión continua sobre las aplicaciones de su innovación en otros campos. También permitiría entender un fenómeno frecuente en la enseñanza contra el cual se rebela Revuz y que parece haber estado en la base del cambio de enseñanza por el cual propugnaba la didáctica francesa. Transformar radicalmente el facilismo representado en la función transmisionista del saber y en el acompañamiento conductista y paternalista del alumno.

<sup>20.</sup> Esta idea y la expresión equivalente que se formula en la frase (a), son del matemático francés Hadamard, creador de la famosa escuela francesa de Análisis Funcional a comienzos del siglo XX y autor de un célebre ensayo de 1945 sobre la psicologia de la invención matemática. El carácter inaprensible por la intuición de objetos como el 'continuo funcional' condujo a Hadamard y a sus alumnos (Fréchet, Levy entre otros) a preceder el estudio del análisis funcional de una teoría de espacios abstractos dotada de la topología apropiada. Desde entonces los matemáticos se acostumbraron a definir ciertos objetos en domínios de elementos de naturaleza cualquiera. Este salto espectacular en la abstracción matemática se revelaria muy fecundo en distintos campos de investigación. Pero no por ello el problema de la naturaleza de la invención matemática que subyace a esta teoria matemática como actividad, dejaría de inquietar a muchos de ellos, especialmente a quienes tenían vocación, como Hadamard, por las problemáticas educativas. De modo que Revuz tiene razón de citar a Hadamard, pues está buscando en la actividad matemática un 'horizonte conceptual' (abstracción-invención-intuición) que le permita a la nueva idáctica Delimitar campos con la pedagogia de la 'ilusión de transparencia' (transmisionismo-claridad intrínseca de los discursos formales estáticos).

El facilismo era visto como renuncia a un rigor bien entendido de la enseñanza (v. gr. respuestas razonables al problema de la comprensión). También se explicaba por el fracaso de las 'tácticas de resistencia' del maestro frente a la presión social que ejercían las culturas dominantes en las instituciones educativas, las cuales reducían la complejidad del fenómeno de la educación a la aplicación de recetas para obtener resultados exitosos. Peor aún, vistas las cosas desde la perspectiva histórica de constitución de CCP, es decir teniendo como preocupación central las condiciones de posibilidad de formación de autonomía intelectual y de espíritu crítico del maestro, esta escuela tenía razón en oponerse a la actitud de facilismo, en cuanto su correlato de abandono venía a erosionar el carácter de 'acto ético-pedagógico' que debía mantener la práctica del maestro para garantizar una conveniente intervención de la subjetividad en el 'acontecimiento' CCP.

## 5 Comentario Final

Por último queremos dejar planteadas algunos comentarios puntuales sobre las modalidades de dinámicas del CCP <sup>21</sup>.

Aspectos del acontecimiento constitutivo de CCP, son las modalidades de recepción, apropiación y uso en Colombia de conceptos y teorías de la nueva "didáctica científica". Por ejemplo, la circulación de categorías como "transposición didáctica" permitirían visibilizar y re-significar saberes y técnicas pedagógicas que los docentes empleaban en sus "prácticas de resistencia" a la enseñanza dominante centrada en la transmisión de discursos formales (v. gr., flexibilización del currículo, recontextualización de saberes, ambientes participativos). El impacto de discursos y modelos de la "didáctica científica" en los años 1980 es un factor de "proliferación de conceptos" en el CCP, en la medida que abrió las puertas por primera vez en el país a una indagación sistemática sobre las condiciones teórico-prácticas de la educación en ciencias en contextos de crísis. Los conceptos que resulten de esta indagación especializada sobre la educación pertinente en ciencias enriquecerán la identidad de campo, particularmente en lo relacionado con la categoría de "apropiación".

Un comentario sobre la definición de la dinámica de reconceptualización. Se afirma que es una forma de elaboración conceptual de las irritaciones de efectos proliferantes que se derivan de las crisis. En cuanto a la crisis de la educación en ciencias y en matemáticas, puede decirse que ella expresa de manera contundente la crisis del modelo educativo exógeno transmisionista que ha prevalecido en la educación a lo largo de siglo y medio. El reconocimiento de la crisis se refuerza con el escepticismo generado por el fracaso de toda una parafernalia de "fórmulas de recambio" para consumo inmediato del desespero reformista. Ambas actitudes tienen, sin embargo, algo de positivo: que, bajo ciertas condiciones, estimulan actos intermitentes de reconceptualización en el CCP, en el sentido de dinamizar la investigación sobre modelos y estrategias endógenas de educación en ciencias. En la transición de la crisis del modelo exógeno a la emergencia

<sup>21.</sup> En lo que sigue nos referimos a las ideas sobre dinámicas del CCP que se han elaborado en el proyecto *Paradigmas E&P* (Caruso, 2010). Las nociones más representativas de estas dinámicas son las de proliferación, reconceptualización, apropiación e intersección.

del modelo exógeno se juega una reconceptualización del papel de la apropiación en el CCP en el país.

De las intersecciones se afirma que son los espacios de saber que se producen en las operaciones de apropiación. Es un espacio donde existen elementos comunes a dos conjuntos pero justamente el hecho de que sean comunes implica que desde la perspectiva de cada uno de los conjuntos esos objetos no sean idénticos.

Nos parece que toda estrategia de educación en ciencias que apunte a un efecto de pertinencia en el contexto, tiene que incorporar operaciones de apropiación en distintos niveles. Hay un tipo de apropiación que operando desde un esquema pedagógico innovador con respecto al o los esquemas ya consagrados (aunque en crísis), deberá ponderar el margen de intervención de ("intersecciones con") factores inerciales y de resistencia al cambio del segundo esquema. Así mismo en toda situación didáctica de nuestra escolaridad se pone en juego al menos otro tipo de modalidades de apropiación, relacionada de manera compleja con la anterior ("intersecciones múltiples"), cuyo propósito es dotar de contenido cultural propio a las categorias de uno o varios sistemas de referencia y garantizar que los conceptos y métodos educativos de tales sistemas recontextualizados operen *en acto* en la situación didáctica.

Esta metáfora de intersecciones puede interpretarse con ejemplos de la enseñanza y el aprendizaje de objeto complejos (como el continuo real en matemáticas) en donde los métodos de una nueva didáctica tienen que interactuar con remanentes de los tradicionales. La explicación de la intersección que resulta de la apropiación de este modelo didáctico es importante para el CCP en Colombia, en la medida que tal apropiación ha comportado, de hecho, la formación de habilidades de los docentes en el manejo de una red de conceptos relativos al acto de enseñanza y aprendizaje del objeto. Una categoría fundamental es la de "situación didáctica". Otra se refiere a las técnicas de diseño de "estrategias didácticas en acto". Un tipo de intersecciones: El docente ha aprendido a reconocer las condiciones del contexto que hacen posible la operación de tales categorías en la práctica. Otro tipo de intersecciones: El docente es capaz de reconocer e intervenir ciertas formas de pensamiento y estadíos de conciencia diversos, que son característicos del proceso de enseñanza y aprendizaje del objeto particular.

Un último comentario sobre la identificación de cadenas semánticas que se asocian a determinados conceptos. Nos parece necesario asociar "red semántica de conceptos" con "red de usos de conceptos". Convendría estudiar las implicaciones de esta correlación para el CCP. Parodiando a Avigad cuando interpreta la posición de Wittgenstein sobre la comprensión en la matemática como práctica, se podría decir que comprender un concepto en el campo CCP se reduce a describir y analizar la red intrincada de habilidades que subtienden las variaciones significativas del concepto en su red semántica.

Como dice Wittgenstein "el sentido de una palabra o frase queda determinado por la manera en que la palabra o frase funcionan en la práctica". La investigación histórica epistemológica de las prácticas en el campo permite fijar los criterios del comportamiento apropiado de habilidades. El estudio de la comprensión del sentido de un objeto en una teoría formal o en la solución de un problema, se hace a partir de la red de habilidades que despliega el sujeto. Este modelo puede servir para explicar el sentido

de un concepto en el HCP (de acuerdo con sus funciones de límite y relación), en relación con la caracterización histórica de la red de habilidades en su uso por parte del docente como sujeto genérico.

## Bibliografía

- Arboleda, L.; Castrillón, G. (2003). *Educación matemática, pedagogía y didáctica.* En: Zambrano (2003).
- Arboleda, L. (2007). Modalidades constructivas y objetivación del cuerpo de los reales. *Revista Brasileira de História da Matemática*. Especial nº 1-Festscrift Ubiratan D'Ambrosio- Dezembro 2007.
- Arboleda, L. (2010). Historia de las disciplinas y formación de docentes. Seminario sobre avances del proyecto Paradigmas. Medellín, 29-31 de marzo de 2010. Manuscrito.
- Avigad, J. (2008). *Understanding Proofs*. In: Mancosu, P. The Philosophy of Mathematical Practice. Oxford University Press, New York, pp. 317–354.
- Badiou, A. (1999). El ser y el acontecimiento. Manantial, Buenos Aires.
- Badiou, A. (2010). *Entrada biográfica de en Wikipedia*. Modificada el 28 de noviembre de 2010. http://en.wikipedia.org/wiki/Alain\_Badiou
- Caruso, M. (2010). Documento metodológico para la redacción de los informes finales de los subproyectos. Proyecto Paradigmas E&M. Medellín.
- Certeau, M. (1996). *La invención de lo cotidiano*. Artes de hacer. Universidad Iberoamericana. Departamento de Historia. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente. México. Vol. 1
- Colmez, F.; Hosson, C.; Pichaud, J.; Robert, A. (2010). *Hommage a André Revuz*. L'engagement universitaire. L'héritage didactique. Université Paris Diderot-Paris 7.
- Joshua, S.; Dupin, J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, PUF.
- Martínez, A. (2009). ¿Una historiografía de la educación contemporánea? Manuscrito. Ponencia en la mesa redonda: "Historiografía de la educación: desafíos contemporáneos". IX Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Latinoamericana. "Educación, autonomía e identidad en América Latina". Universidad del Estado de Río de Janeiro.
- Revuz, A. (1992). Enseignement des mathématiques et mythes. In: Colmez, F., et al (2010), pp. 41–56.
- Ruiz, A.; et al. (2006). La escuela francesa de didáctica de las matemáticas y la construcción de una nueva disciplina científica. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Costa Rica. 1 (2).
- Valero, X. (1997). Seminario de formación de profesores sobre la didáctica de las matemáticas francesa. Una Empresa Docente, Universidad de los Andes, Bogotá.
- Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. Pedagogía, Discurso y Poder. Bogotá, Corprodic, pp. 107–122.

- Vasco, C. (1998). Visión de conjunto de la pedagogia de las matemáticas. *Matemáticas, Enseñanza Universitaria*. Cali, Universidad del Valle. 7 (1), 75-78.
- Vasco, C. (1994). La Educación matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas, Enseñanza Universitaria*. Cali, Universidad del Valle. 3 (2), 59–75.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical Investigations*. Mac Millan, New York. Edición de Basil, Blackwell. Londres.
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigaciones Filosóficas*. Traducción al español por Alfonso García Suárez y Ulises Moulines. Ediciones Altaya, Madrid.
- Zambrano, A. (2003). Educación y Formación de Pensamiento Científico. Bogotá, ICFES-Universidad del Valle.