Conflitos entre matemáticos profissionais e amadores: tentando resolver a quadratura do círculo e o último teorema de Fermat[1]

Gert Schubring

Resumo

A solução da quadratura do círculo constituiu, durante muitos séculos, um tema de pesquisa para os matemáticos. Quando não houve mais progressos significativos pelos profissionais, um outro grupo entrou no campo - os amadores. Como esses não prestavam atenção na definição matemática do problema e recusavam explicações sobre sua natureza, os matemáticos profissionais recusaram analisar tais propostas e encerraram o diálogo. O cenário da Prússia, no século XIX, é apresentado, com suas várias fases e formas de lidar com os amadores. Para a quadratura, os amadores foram instigados pela ideia de um prêmio para quem resolvesse o problema e ocuparam um novo espaço quando um prêmio foi de fato anunciado, em 1908. O prêmio Wolfskehl, cujo valor era uma fortuna, era destinado para quem encontrasse a prova do último teorema de Fermat. Os inúmeros textos submetidos excederam qualquer limite. Então, estabeleceu-se a chamada "clínica Fermat", concebida por uma pessoa excepcional, um matemático que era também médico. A prática da clínica será apresentada.

Palavras chave

Quadratura do círculo, Crelle, Teorema de Fermat, Prêmio Wolfskehl, Albert Fleck.

Abstract[2]

The solution of the quadrature (squaring) of the circle problem constituted for many centuries a research theme for mathematicians. When no more significant progress was made by the professionals, another group entered the field - amateurs. Since they paid no attention to the mathematical definition of the problem and refused explanations about its nature, professional mathematicians refused to examine such proposals and ended the dialogue. The Prussian scenario in the 19th century is presented, with its various phases and ways of dealing with amateurs. For the squaring of the circle, the amateurs were instigated by the idea of a prize for whoever solved the problem and occupied a new space when a prize was actually announced in 1908. The Wolfskehl prize, whose value was a fortune, was destined for those who found a proof of Fermats last theorem. The numerous submitted texts have exceeded any limit. Then the so-called "Fermat clinic" was established, conceived by an exceptional person, a mathematician who was also a physician. The practice of the clinic will be presented.

Keywords

Quadrature of the circle, Crelle, Fermat's Last Fermat, Wolfskehl Prize, Albert Fleck.

G. Schubring
Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil
gert.schubring@uni-bielefeld.de

[1] Este trabajo corresponde a la conferencia paralela dictada por el autor en el II CEMACYC, celebrado en Cali, Colombia, del 29 de octubre al 1 de noviembre de 2017.

[2] El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Recibido por los editores el 12 de febrero de 2018 y aceptado el 19 de marzo de 2018.

1. Introdução

Para entender a problemática, começamos com uma visão geral da história das práticas. Desde a Antiguidade, sabe-se de muitas culturas onde se tentou determinar a área incluída por um círculo. Alguns exemplos desse lado prático do problema:

- na Babilônia antiga, 3 foi usado como um valor aproximado;
- no Egito, um dos problemas no papiro Rhind é calcular esta área: exigindo subtrair um nono do diâmetro e elevando ao quadrado o restante,

$$A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 = \frac{256}{81}r^2,$$

  produzindo 3.1605 como aproximação (Roero 1994, pp. 30-45);
- na Grécia, o valor aproximado de Arquimedes $\frac{22}{7} \approx 3,1428$ é bem conhecido;
- na China, o livro-texto padrão *Nine Chapters of Mathematical Practice* (cerca de -250) dá como valor aproximado 3, mas o comentarista Liu Hui (fl. +3º século) alcançou uma aproximação entre os dois valores 3,141024 e 3,142704 (Wußing 2008, p. 59).

O método de cálculo das aproximações foi, desde Euclides e, em particular, desde Arquimedes, inscrever polígonos no círculo e circunscrevê-los. Arquimedes conseguiu realizar esse cálculo até os polígonos com 96 vértices. Esta técnica foi constantemente aperfeiçoada; o alemão Ludolph von Ceulen (1540-1610) conseguiu executá-la com um polígono de 2^{62} vértices, produzindo como aproximação um número com 35 decimais, entre

- 3,14159265358979323846264338327950288 e
- 3.14159265358979323846264338327950289.

Este resultado, obtido na década de 1590, foi publicado em 1621. Desde então, e antes de atribuir Euler o nome π o número era chamado de número Ludolph.

A partir do resultado de Ludolph, chegou-se à questão de saber se o número de decimais acabaria ou não em um número finito. Um resultado decisivo foi alcançado pelo matemático alemão Heinrich Lambert (1718-1778) em 1767: π não é um número racional. E o matemático francês Adrien-Marie Legendre (1752-1833) conjeturou, na nota VI das edições suas dos *Éléments de géométrie*, desde 1794, que π também não seria um número irracional algébrico, quer dizer, raiz de uma equação algébrica com um numero finito de termos e com coeficientes racionais (Legendre 1794, pp. 303-304)[3].

Existe uma relação profundamente fundamental entre geometria e álgebra: qualquer problema geométrico capaz de ser resolvido pelo método grego da régua e de compasso pode ser expresso por uma equação algébrica – mesmo que bastante complexa. O primeiro passo nessa direção, para resolver o problema grego clássico, foi dado por Joseph Liouville (1809-1882) em 1844: ele provou que existem números não algébricos,

[3] Nesta época, o termo "transcendental", para números, ainda não havia sido introduzido.

quer dizer, ele provou a hipótese de Legendre. Esses números agora eram chamados de números transcendentais. Foi Charles Hermite (1822-1901) que mostrou em 1873 que e é um número transcendental. Com base nessa metodologia e procedimentos, Ferdinand Lindemann (1852-1939) provou em 1882 que π é um número transcendental.

1.1. Os Problemas de Construção, excluindo os amadores

Existiam, entretanto, problemas dentro da matemática teórica, conforme definidos na matemática grega: os três famosos problemas de construção clássica:

- a duplicação do cubo (o chamado problema Delphiano),
- a quadratura do círculo,
- a trissecção do ângulo.

Nosso foco é o problema da quadratura do círculo. Para os gregos, a quadratura destinava-se a transformar áreas curvilíneas em áreas retangulares (que então podiam ser facilmente transformadas em quadrados). E este procedimento teve que ser realizado exclusivamente por operações geométricas, sem qualquer medição. Mais exatamente, era necessário realizar a construção por régua e compasso (a régua não era graduada). O requerimento era de que se tratava de um problema de geometria plana; assim, as seções cônicas não podiam ser usadas.

Ao longo de séculos, os matemáticos profissionais em vão tentaram resolver este problema grego. Quando não houve mais um progresso significativo pelos profissionais, outro grupo entrou em campo, com novas tentativas de soluções - os amadores. Como eles não prestaram atenção à definição matemática do problema e se recusaram a ouvir explicações sobre a natureza desse problema, matemáticos profissionais - especialmente em instituições como Academias - não mais aceitaram examinar essas proposições e encerraram o diálogo.

Foi a *Académie des Sciences* em Paris que decidiu, em 1775, deixar de aceitar as propostas de soluções pretendidas do problema de quadratura e, portanto, deixar de analisar essas submissões. A razão mais profunda era que a Academia, por meio de seus estatutos, devia avaliar os projetos submetidos pelo seu valor científico e, assim, não podia rejeitar projetos sem dar alguma justificação. Esta decisão tornou-se emblemática para o tratamento dos amadores pelos profissionais. Portanto, será citada a justificativa dada:

> Este ano, a Academia decidiu não considerar mais nenhuma solução para os problemas de duplicação de cubos, trissecção do ângulo ou quadratura do círculo, nem qualquer máquina anunciada como movimento perpétuo. [...]
>
> O problema da quadratura do círculo é de uma ordem diferente [de duplicação e trissecção]: a quadratura da parábola encontrada por Arquimedes, a das Lúnulas de Hipócrates de Chio, deu esperanças de quadrar o círculo, ou seja, para conhecer a medida de sua superfície: Arquimedes mostrou que esse problema, e o da retificação do círculo, dependiam um do outro, e, assim, foram posteriormente confundidos.
>
> Conhecemos apenas métodos de aproximação para quadrar o círculo, sendo o primeiro devido a Arquimedes; um grande número de geômetras famosos propuseram

> novos, muito engenhosos, muito simples, muito convenientes na prática. Fica ainda possível melhorar esses métodos e a Academia não exclui esse tipo de pesquisa. Mas não são métodos de aproximação, que pretendem dar aqueles que se ocupam com a quadratura do círculo; eles aspiram à solução rigorosa do problema. [...] uma experiência de mais de setenta anos tem mostrado à Academia que nenhum daqueles que lhe enviaram soluções desses problemas conhecia nem a natureza nem as dificuldades envolvidas, que nenhum dos métodos que eles empregavam poderia levá-los a solução de uma maneira que seria possível. Esta longa experiência foi suficiente para convencer a Academia da pouca utilidade que faria para as ciências examinar todas essas chamadas soluções. (Delahaye 1997, 36; trad. G. S.)

A Academia acrescentou que era mesmo do interesse público deixar de aceitar essas afirmações: existiam rumores que persistiam obstinadamente sobre um enorme prêmio para quem resolvesse o problema – com o efeito de amadores dedicarem-se tão intensamente à pesquisa fútil a ponto de não só perderem a consciência de sua própria capacidade, mas de ser desastroso para suas famílias. A Academia caracterizou bem a persistência e agressividade desses amadores quando suas soluções não eram aceitas:

> Muitos [...] recusaram as razões pelos quais os geômetras criticaram suas soluções, muitas vezes não conseguiram entendê-las e acabaram acusando-os de inveja e má fé. Às vezes, sua teimosia em uma opinião comprovadamente falsa, aliada a uma ocupação perpétua do mesmo assunto e uma violenta impaciência de contradição, é sem dúvida uma verdadeira loucura. (ibid., 37; trad. G. S.).

A Academia declarou, portanto, ser um ato de humanidade destruir as crenças demais disseminadas através uma declaração oficial. Por outro lado, a Academia admitiu abertamente que rejeitou submissões por amadores, mas que estaria satisfeita se um cientista apresentasse uma solução, uma vez que a quadratura do círculo era, então, o único entre os problemas rejeitados que ainda estava aberto a uma solução:

> A quadratura definitiva do círculo é o único dos problemas rejeitados pela Academia que pode dar origem a pesquisas úteis, e se um Geômetra chegasse a encontrá-la, a deliberação da Academia só aumentaria sua glória, mostrando qual opinião os geômetras têm da dificuldade, para não mencionar a insolubilidade, do problema. (ibid., 38; trad. G. S.)

2. Lidar com amadores na Prússia

A fase construtiva e o papel de Crelle, 1820 a 1858

No entanto, havia um matemático na Prússia, August Leopold Crelle (1780–1855), que, no período entre 1820 e 1850, insistiu que o problema ainda não estava resolvido matematicamente e se dedicou a se comunicar construtivamente com os amadores. Ele adotou, portanto, um comportamento com os amadores contrário ao da Academia de Paris.

Crelle é o fundador do famoso *Journal für reine und angewandte Mathematik*, em 1826, o primeiro periódico matemático permanente. Serviu, a partir de 1815, como oficial de construção sênior (Oberbaurat) no departamento do Ministério do Interior da Prússia. Em 1828, mudou-se para o Ministério da Educação da Prússia como consultor de ensino de matemática (DZA I, fol. 52). Desde o primeiro dia de seu serviço, o Ministério pediu-lhe que comentasse as supostas soluções da quadratura. Dois arquivos volumosos do Ministério são preservados sobre a quadratura do círculo, de 1820 a 1916.

Em primeiro lugar, o Ministério enviou tal submissão à Academia de Ciências de Berlim. A Academia respondeu que sua classe matemática havia decidido já há muito tempo não mais analisar essas submissões; no entanto, deu um breve relatório dizendo que o texto estava errado e contraditório (DZA II, fol. 10). Posteriormente, o Ministério não desistiu de procurar avaliações por profissionais para responder aos remetentes e pediu a professores universitários que dessem pareceres. Um caso revelador foi um moleiro, em 1823. Seu texto foi enviado aos dois professores de matemática da Universidade de Bonn, Karl D. von Münchow e Wilhelm Adolf Diesterweg: eles o convidaram para uma apresentação pessoal de suas descobertas. Como eles relataram, seu erro revelou-se rapidamente e o autor entendeu seu erro. Mas ele enrubesceu de lágrimas: demais dedicado a essa pesquisa, ele havia negligenciado sua profissão nos últimos cinco anos e havia contraído dívidas para alimentar a família. Os dois professores ficaram tão impressionados que eles propuseram que ele devesse receber algum auxilio. O Ministério, aparentemente disposto a apoiar os esforços científicos dos cidadãos, tentou intensamente encontrar uma maneira de tal auxilioπ . No final, o Ministério das Finanças obstruiu esta nobre tentativa (ibid., fol.s 16-17, 23-33).

Crelle continuou com essa política de não condenar os amadores, mas sim de tentar argumentar com eles e - mostrando seus erros - fazer um "tratamento", para levá-los a uma compreensão das exigências matemáticas. Crelle comprometeu-se a estudar cuidadosamente as submissões e a detalhar os problemas e erros revelados ao autor. Como ele enfatizou, nenhuma "prova" pode ser rejeitada *a priori*, uma vez que a demonstração que π não é um número algébrico ou não é geometricamente construível ainda estava faltando (em 5 de abril de 1841, ibid., fol.s 121-124).

Crelle teve que aceitar, também, que alguns autores não eram receptivos aos argumentos e continuavam a enviar versões novas, igualmente erradas. Sendo um consultor para o ensino de matemática, ele recomendou em 1833 ao Ministério que o que os gregos queriam dizer e quais eram os requisitos básicos para enfrentar tais problemas fosse um assunto nas escolas (ibid., fol. 86-89.).

Como já vimos na França, também os autores na Prússia estavam convencidos de que ganhariam um prêmio por uma solução. No começo, os apresentadores eram cidadãos prussianos, mas de alguma forma deve ter se disseminado internacionalmente o rumor de que na Prússia se ganharia esse prêmio. A primeira submissão estrangeira ocorreu em 1846, dos Estados Unidos. Em 1858, uma submissão volumosa chegou de Malta.

Crelle se aposentou em 1850 e o Ministério continuou com sua política de levar em consideração as propostas. Agora, enviava as submissões ao professor da Universidade de Berlim, Ernst Eduard Kummer (1810-1893), especialista em teoria dos números. Kummer continuou a ler os textos e a responder, mas de uma maneira breve, apenas se livrando deles e não construtivo como tinha sido Crelle. Uma mudança significativa tornou-se visível no final de 1850: instigado por Kummer, o Ministério pediu ao governo provincial em Magdeburg para investigar a qualificação e atuação de um professor de uma escola secundária que apresentou uma dissertação sobre a quadratura do círculo, visto que - de acordo com todas as autoridades competentes matemáticas – o problema nunca seria suficientemente solúvel. Essa avaliação não foi ruim e, uma vez que o funcionário provincial mencionou que o professor poderia estar esperando um presente de graça, devido às suas calamidades financeiras, o Ministério concedeu um subsídio (ibid., fol. 255, 259-260, 265). A partir de 1854, o Ministério - aparentemente não satisfeito com a atitude de Kummer - enviou as submissões a Jacob Steiner (1796-1863), professor universitário de geometria.

A segunda fase, 1858 a 1886: neutralidade crítica

Uma segunda fase no manuseio das submissões começou em 1858, depois da aposentadoria de Johannes Schulze, o subsecretário poderoso do *Kultusministerium* prussiano desde 1818. Os funcionários agora não prestaram mais muita atenção às submissões sobre a quadratura. O padrão tornou-se não pedir mais um parecer a um matemático - a petição era simplesmente colocada "ad acta" ou enviada de volta. Um peticionário particularmente assustador era um oficial militar aposentado do ducado de Nassau que muitas vezes renovou seu pedido de avaliação de sua elaboração. Em uma dessas afirmações, de 1861, ele comentou seu resultado desta maneira: segundo ele, uma diferença permanece entre a circunferência e o polígono - mas a humanidade, de qualquer forma, costuma se dar por satisfeita "com cálculos errôneos, se o erro encontra-se aceito geralmente". Na verdade, seu resultado foi ter como diferença: $3,14 - 2,97 = 0,17$ (DZA III, fol. 34-43; citação em fol. 42).

Neste segundo período, mais submissões chegaram de países estrangeiros - aparentemente, haviam rumores de que a Prússia e, em particular, o Ministério da Educação, havia anunciado um prêmio pela quadratura do círculo. Foram enviadas dissertações da Argentina, Estados Unidos, Itália, Bélgica, Polônia, Portugal. Nem todas as autoridades prussianas provaram ter uma educação geral suficiente: em 1869, o Ministério das Relações Exteriores da Prússia enviou uma dissertação sobre a quadratura por um cidadão de Nova Orleans ao Ministério da Educação pedindo um "gefällige Prüfung" - um exame compatível - e para informar o autor sobre a avaliação. O funcionário que lidou com o assunto tinha sublinhado as palavras *gefällige Prüfung* para expressar sua perplexidade. Como ele teve que responder ao outro Ministério, ele apenas observou que seu Ministério desde há muitos anos colocava tais petições apenas "ad acta", de acordo com a Academia de Ciências (ibid., fol. 103-104).

Um autor da Polônia, em 1879, defendeu na sua dissertação: "O verdadeiro π é 3,25 !!!". Seu texto recebeu, como o primeiro, anotações críticas, uma vez que o Ministério havia contratado - pela primeira vez - um funcionário que estudou matemática.

A terceira fase, a partir de 1882: Anormalidade

Em 1883, (logo, após a prova de Lindemann da transcendência de π em 1882), emergiu um novo padrão. Friedrich Althoff, agora subsecretário e um dos sucessores de Schulze, anotou nos documentos sobre uma apresentação enviada por um conde italiano: "o Sr. professor Kronecker a quem eu exibi os anexos os caracteriza como "completamente sem sentido" e seu autor como "matematicamente irresponsável" (ibid., fol. 159).

O termo de Leopold Kronecker: "alienado mentalmente", que também pode ser entendido como "insano", deu o tom para se lidar com novas submissões. Seus autores estavam agora suspeitos de estarem mentalmente doentes. Isso aconteceu em 1887, quando um texto de uma pessoa residente em Berlim foi submetido: o Ministério solicitou informações policiais sobre essa pessoa. A resposta disse que nada de prejudicial era conhecido sobre o autor, um pedreiro, agora aposentado, e em particular que ele não poderia estar louco (ibid., fol. 180-182). Houve mais tais inquéritos nos próximos anos. Em 1896, por exemplo, a polícia de Berlim informou sobre outro autor: ele deu a impressão de ser uma pessoa mentalmente doente (ibid., fol. 235).

A primeira vez que uma mulher apresentou uma suposta solução foi em 1893. Ela disse que em noites sem sono, foi lembrada de um prêmio anunciado pela Academia de Paris. Entre as submissões mais numerosas de trissecções do ângulo, o remetente - um pedreiro de Berlim - anexou um corte de um jornal original que dizia que o governo prussiano havia anunciado um prêmio pela trissecção do ângulo. O corte não mostrou o nome desse jornal.

Uma Avaliação das Submissões

Em primeiro lugar, quais eram os tipos diferentes de "soluções"? Os tipos mais comuns foram:

- foi alegado que a relação entre o raio e o perímetro é racional;
- um procedimento mecânico ou gráfico de medição foi realizado;
- foi "mostrado" que o valor de π é outro daquele afirmado pela ciência; tais valores foram, entre outros: $\sqrt{3} + \sqrt{2}$; 3,125; 3,25.

E agora, uma maneira mais estatística de avaliar:

- entre 1820 e 1890, havia 40 autores de comunicações - alguns submetidos várias vezes; o máximo foi cinco vezes;
- destes 40, 28 eram da Prússia, dois eram de outros países alemães e 10 de países não alemães;
- a classe social ou profissão foi visível em 29 casos - entre parênteses o número de estrangeiros:
  - 5 (0) artesãos;
  - 9 (3) técnicos ou oficiais militares;
  - 9 (5) classe média (funcionários ou trabalhando em educação);
    - 6 (1) empresários etc.

Repara-se então a repartição social bem ampla dos amadores.

3. O último Teorema de Fermat: O Prêmio Wolfskehl

Como é bem conhecido, o chamado último teorema de Fermat afirma: não existe um triplo de inteiros positivos x, y, z e um número n, com n maior que 2, que satisfariam a equação:

$$x^n + y^n = z^n$$

A nota, que Fermat escreveu na margem, também é conhecida:

> "*Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet*":

A margem era muito pequena para permitir a escrita da maravilhosa demonstração que ele afirmou ter encontrado. O problema para encontrar a alegada prova de Fermat foi abordado por muito tempo por matemáticos profissionais e não atraiu a atenção dos amadores. Os casos para n sendo 3 e 4 foram resolvidos no século XVIII e o caso n = 5 foi resolvido em 1825 por Dirichlet e Legendre. Um matemático particularmente ativo para generalizar esses resultados foi, em meados do século XIX, Kummer, um dos professores de matemática da Universidade de Berlim.

Esta situação mudou completamente quando foi anunciado, em 1908, – desta vez de verdade! – um prêmio para encontrar a prova perdida: o Prêmio Wolfskehl. O prêmio foi lançado por Paul Wolfskehl em seu testamento. Wolfskehl (1856-1906), filho de um rico banqueiro, estudou medicina e tornou-se um oftalmologista. No entanto, em 1880, ele observou os primeiros sintomas de esclerose múltipla e teve que abandonar essa profissão. Ele decidiu estudar matemática, a partir de 1880, e passou a ser um estudante de Kummer em 1881. Wolfskehl aprendeu com ele sobre o último teorema e as tentativas de Kummer para prová-lo. De 1887 a 1890, quando ele estava definitivamente ligado à cadeira de rodas, ele deu lições sobre a teoria dos números na *Technische Hochschule* Darmstadt. Em seu último desejo expresso no testamento, Wolfskehl determinou um prêmio de valor quase incrível de 100.000 Reichsmark para quem provasse o Teorema de Fermat, nos próximos 100 anos. O prêmio teve um imenso valor; traduzido no valor de hoje em dia, foram 1 600 000 Euros! A avaliação das apresentações, bem como a administração do aspecto financeiro, foram confiadas à Academia de Ciências em Göttingen. A doação entrou em vigor em 27 de Junho de 1908. O Prêmio e suas condições foram publicados nas revistas matemáticas alemãs e estrangeiras. Klaus Barner publicou uma excelente análise da vida de Wolfskehl, do prêmio e dos eventos desde 1908 (Barner, 1997).

O efeito do anúncio do prêmio veio como uma completa surpresa para a comunidade matemática. A Academia foi inundada por submissões com supostas provas. Já no primeiro ano, chegaram 621 envios a Göttingen (AAdW I). No entanto, este número deve ser detalhado: ele contém submissões efetivas e inquéritos. Infelizmente, a Academia de Göttingen não estabeleceu um inventário das submissões; o número total de envios é estimado em 5000 (Barner 1997, p. 6). O número de textos recebidos ficou registrado apenas nos primeiros três anos:

- 1907-1908: 621 "soluções" e "inquéritos"; as soluções para este ano são armazenadas em duas pastas. Uma vez que o primeiro contém 48 envios, pode-se estimar o número do primeiro ano como cerca de 100;[4]

[4] Eu agradeço muito Martin Bläckner, arquivo da Academia de Göttingen, por essas informações e seu apoio para minhas pesquisas.

- – 1908–1909: 70 soluções;
- – 1910: 63 submissões.

Além desses três anos, uma contagem foi feita novamente apenas para 1939; então, o número era 35 (AAdW I). A última pasta de soluções preservadas no arquivo é de 1943. O número de soluções formalmente aceitáveis nos 35 anos entre 1908 e 1943 é estimado em cerca de 1.400. Na verdade, esses números devem ser comentados: eles se referem apenas a um dos dois tipos de soluções recebidas. Qual é o segundo tipo, com cerca de 3.600 envios? (ver a Fig. 1[5]).

Figura 1: Armário na Academia de Ciências de Göttingen, com as submissões.

O primeiro tipo foi aquilo considerado pela Academia como "legalmente válido" (*rechtsgültig*); o segundo tipo eram aquelas submissões que não eram legalmente válidas. O que isso significou? A Academia tinha a intenção de evitar ser inundada por submissões de amadores; o anúncio do prêmio publicado estipulou, portanto:[A Academia] "se recusa a aceitar qualquer submissão de manuscrito relativo ao pedido do prêmio para o teorema de Fermat; para as decisões sobre o prêmio, considera apenas as dissertações matemáticas, que foram publicadas em revistas periódicas, ou como monografias em forma de livro e adquiríveis no comércio de livros" (Preisstiftung 1909, p. 181; trad. G.S.).

Os autores deste anúncio estavam convencidos de ter excluído todas as aplicações por amadores. No entanto, os não profissionais desenvolveram uma real habilidade para evitar qualquer revisão e apresentar, apesar disso, trabalhos impressos. Como? Tais autores submeteram livretos de monografias que eles mesmos tinham publicado, privadamente – sem editora e sem pareceres profissionais. Alguns desses folhetos não têm

[5] O armário na Academia de Göttingen com as submissões; foto: G. Schubring.

mais de 7 páginas. Em relação aos periódicos, eles ignoraram o significado da restrição – revista científica – e escolheram revistas não especializadas, como *Allgemeine Versicherungs-Presse*, *Deutsche Versicherungs-Zeitung*, *Mitteilungen des Vereins der Ingenieure der k.k. österreichischen Staatsbahn*, ou *Natur und Kultur*, ou mesmo jornais de informação: *Beilage der Münchner Neuesten Nachrichten*. Havia também o caso particular de um membro de uma Academia que leu uma suposta prova em sua classe, que então teve que ser impressa nos *mémoires* da Academia: este foi o caso de Ferdinand Lindemann, membro da Academia de Munique (veja abaixo).

Pode-se admirar porque a Academia não restringiu, depois destas experiências, as submissões às monografias publicadas com grandes editoras e às revistas explicitamente científicas, excluindo em particular publicações impressas privadamente. A condição citada foi determinada no estatuto de gestão do Prêmio, decidido pela Academia em 21/12/1907; mas o estatuto estipulou também que ele seria válido para cinco anos e que podia ser alterado depois (AAdW II, III § 9). Entretanto, a Academia não revisou o estatuto.

Wolfskehl determinou que os rendimentos do capital do Prêmio deveriam servir para os gastos administrativos e o restante para "o bem da ciência matemática". De fato, Felix Klein e David Hilbert, membros da classe matemática da Academia, utilizaram os rendimentos por exemplo para financiar a estadia de Poincaré em Göttingen, em 1909.

Albert Fleck e a sua "clinica Fermat"

Como avaliar esse número enorme e inesperado de submissões? Aparentemente, os matemáticos de Göttingen – embora alguns deles fossem membros da Academia – não estavam prontos para servir como revisores. A Academia decidiu pedir assistência fora e, acima de tudo, em Berlim. Os 70 artigos do segundo ano foram enviados para "Dr. Fränkel, Berlim" para avaliação. E no ano seguinte, 1910, as 63 propostas foram enviadas para "Dr. Fleck em Berlim". Assim, uma pessoa altamente interessante e reveladora entrou na cena para lidar com os "Fermatisten", como os alemães agora chamavam esse novo tipo de amadores.

Meu primeiro contato com a *Fermat-Klinik* do Dr. Fleck foi através da leitura de um artigo de Wilhelm Lorey (1873-1955), que pesquisou muito sobre a história da matemática, sobre a vida matemática em Berlim, onde ele mencionou esta clínica entre parênteses, como geralmente conhecido (Lorey, 1951). Não sabendo o contexto, demorei bastante tempo para compreender seu significado. Graças à pesquisa de Manfred Stürzbecher (1997), um historiador da medicina, revelou-se que se tratava do médico Albert Fleck e sua clínica, de fato apenas sua escrivaninha, onde ele analisou as supostas provas do teorema de Fermat. Por que um médico era tão competente em matemática para detectar erros, mesmo de um matemático como Lindemann? Fleck configura um dos raros casos, de forma análoga a Wolfskehl, de talento para estudar matemática e medicina – mas em uma ordem inversa!

Albert Fleck nasceu em 6 de dezembro de 1861 em Berlim; seu pai era um comerciante. Ele frequentou o renomado *Gymnasium Graues Kloster* e passou no exame final *Abitur* em 1881. Ele continuou a estudar na Universidade de Berlim e escolheu a matemática. Nenhum detalhe é conhecido até agora, mas ele pode ter estudado com

Kummer também, e pode ter conhecido Wolfskehl. Não se sabe por que ele - depois de oito semestres de matemática - comprometeu-se a estudar outro assunto, a medicina, novamente por oito semestres. Passou o *Staatsexamen*, o exame estadual em medicina, o passo necessário para ser admitido como médico. Curiosamente, ele não obteve o doutorado - como de costume para os médicos - em um contexto imediato, mas apenas doze anos depois, em 1915, na Universidade de Leipzig. O tema da tese de doutorado foi a doença profissional de pintores, lixadores e envernizadores. Ele foi muito ativo na publicação de literatura de diagnósticos para médicos e envolvido na prevenção de acidentes para crianças (Stürzbecher, 1997).

Fleck nasceu membro da religião judaica, mas deixou a comunidade em 1897. No entanto, os racistas nazistas o classificaram como judeu e proibiram-no de continuar a praticar sua profissão: declararam-lo "Heilbehandler", - curandeiro –com permissão para lidar apenas com pacientes judeus. Como eles não consideravam sua esposa como judia, ele era considerado em um "Mischehe" - casamento misto - e não foi deportado - pelo menos até 1943 quando morreu ainda em Berlim (ibid., P.334).

Quase ao mesmo tempo em que preparava sua tese, ele estava profundamente imerso na análise das supostas provas de Fermat. E ele estava participando das reuniões da Sociedade de Matemática de Berlim, fundada por estudantes de matemática. Em 1909, ele apresentou aí um artigo sobre o problema Fermat (Fleck 1909). Os esforços para analisar e comentar as provas apresentadas foram homenageados em 1914 com a medalha de Leibniz em prata pela Academia de Ciências de Berlim. O elogio enfatizou os altos méritos de ter detectado os erros em inúmeras tentativas de encontrar a prova. No entanto, a homenagem não teria satisfeito a própria visão de Fleck:

> Pelo alto domínio [mastership] que este médico adquiriu ao diagnosticar essas obras infelizmente e definitivamente insanas, seu nome tornou-se bem conhecido de todos os aritméticos (Biermann, 1986).

A Academia aceitou aqui o tipo de "avaliação" dos esforços dos amadores, que já se tornou evidente na última, terceira etapa da avaliação das tentativas sobre a quadratura (ver em cima).

Parece que Fleck se ativou para a "terapia" de Fermatistas devido à sua atividade na Sociedade de Matemática de Berlim. Provavelmente, aí foi falado que o *Archiv für Mathematik und Physik*, uma das principais revistas matemáticas alemãs, havia recebido submissões e estava procurando por pareceristas. Fleck se ofereceu e tornou-se profundamente dedicado a este tipo de "terapia". Em sua revisão da solução de Lind (veja abaixo), Fleck mencionou um artigo que havia lido na reunião da Sociedade de Matemática de Berlim, em 23 de junho de 1909. Ele comentou brevemente sobre o enorme número de submissões para o prêmio Wolfskehl e mencionou um prêmio anterior que até agora não havia sido levado em consideração: Fleck disse não só que Kronecker continuara, após a aposentadoria de Kummer, a discutir o Teorema de Fermat em suas palestras, mas que Kronecker ainda havia anunciado um prêmio por sua prova, em 1888. E Fleck relatou que - enquanto a quantidade de submissões era muito menor do que a quantidade agora - a qualidade delas era consideravelmente maior que a atual. O objetivo de Fleck com seu artigo não era dar uma prova, mas apresentar algumas sugestões possivelmente úteis, para reduzir o problema a um outro, ao utilizar a fórmula de Girard (Fleck 1909). Na verdade, ele transformou a equação de Fermat em outra equação, expressando a esperança de que fosse mais fácil prová-la.

A revista *Archiv für Mathematik und Physik* aparentemente tinha entendido o desafio constituído pela enorme onda de submissões para a cultura matemática. Como os pareceres de supostas provas publicados na revista mostram, nem todas as submissões foram enviadas diretamente para a Academia - sendo "legais" ou não - também foram enviadas para revistas para publicá-las e obter o status de uma submissão legal. Nenhum relatório é conhecido sobre como outras revistas matemáticas lidaram com essas submissões, mas o *Archiv* decidiu examiná-las e pediu a Fleck que fizesse esse trabalho. É evidente, a partir das avaliações publicadas, que Fleck trabalhou com dois tipos de submissões: com tais textos enviados diretamente para a revista, a fim de serem publicado aí, e com outros "legais" enviados pela Academia Göttingen e encaminhado a Fleck para uma avaliação. Aqueles submetidos diretamente são indicados como "manuscritos" e aqueles de Göttingen indicam o lugar de publicação e o número de páginas.

Na verdade, houve mais dois pareceristas que analisaram também as submissões: Oskar Perron (1880-1975), professor de matemática da Universidade de Heidelberg e Philipp Maennchen (1869-1945), professor de matemática em Alzey, em uma escola secundária. Do total de 111 avaliações publicadas, 11 foram feitas por Perron e 3 por Maennchen. Como já se entende pelo número de 63 textos enviados à Fleck em 1910, o número de submissões analisados por Fleck é muito maior, mas desconhecido. De alguma forma, a revista parece ter decidido que havia cumprido sua tarefa autodefinida de iluminar o público sobre as exigências matemáticas necessárias para uma prova para o último teorema de Fermat: no primeiro ano, em 1909, o *Archiv* publicou 42 críticas. Em 1910, eram 34 e em 1911 o número era 35. A partir de 1912, não foram publicadas mais críticas, sem indicação de um motivo para esta parada.

A composição social dos apresentadores foi mais mista do que no caso da quadratura. Os apresentadores costumavam indicar sua profissão e isso também foi informado nas revisões publicadas. Quando um remetente não havia indicado sua profissão, a avaliação colocou "profissão desconhecida". Aqui, nenhum artesão apareceu. A profissão relativamente menor era de comerciante. As profissões com educação mais elevada estavam bem representadas: muitos engenheiros, professores de matemática, funcionários públicos, matemáticos de seguros, oficiais militares, juízes, pastores, farmacêuticos e mais. Havia até professores universitários.

Algumas das avaliações de Fleck devem ser mencionadas como exemplos aqui. Uma das primeiras tentativas analisadas por ele é, de fato, uma que foi submetida à Academia como um texto impresso: por um *Reallehrer*, ou seja, professor em uma escola secundária moderna. Fleck está analisando em um estilo neutro, puramente matemático: o autor, Johann Kleiber de Munique, havia feito substituições inadmissíveis. O texto foi publicado em uma revista de divulgação científica: *Natur und Kultur,* ocupando apenas 3 páginas. Ali, o autor fez afirmações que lançaram fortes dúvidas quanto ao seu nível intelectual e matemático:

> O teorema a ser provado [...] é tão simples que todos os alunos de um grau superior de *Realschule*, e todos os estudantes de uma *Sekunda* de um *Gymnasium* podem participar da competição, sendo capazes de algum sucesso.[6]

O autor finalizava sua alegada prova satisfeito consigo mesmo: "Assim, o teorema de Fermat é definitivamente resolvido em toda a linha".[7]

Outro exemplo que nada contribuiu para o problema real foi o de Friedrich Pietzker, professor de Matemática bem conhecido; ele publicou sua solução simplesmente na revista para professores de matemática e ciências co-editada por ele mesmo: *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften*, em 1908. Fleck mostrou considerações básicas que foram omitidas (n. ° 23, como nota 20, pág. 372).

Mas houve muito poucas submissões mais exigentes. Por exemplo, havia um de Benno Lind, com 45 páginas, publicado na renomada e pertinente revista histórica *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen*, número XXVI, 1910. A avaliação precisava de duas páginas e meia. Em uma primeira parte, o autor deu uma valiosa história do problema e das suas tentativas elementares de prova. Fleck colocou como um erro ter tentado dar logo resultados adequados sem a necessária diligência máxima e autocrítica. Enquanto as 26 primeiras equações do seu texto estão corretas, mas já conhecidas; a partir da equação 27, houve erros repetitivos, devido a operar incorretamente com variáveis módulo alguns números. Aqui, Fleck não podia se abster de comentar que muita tinta de impressão foi desperdiçada e que o autor parecia não ter adquirido as forças e a autodisciplina necessária para superar as grandes dificuldades teóricas (n. 51, 1910, pp. 107 -109).

O caso mais proeminente das análises de Fleck foram as tentativas de Lindemann, que estava confiante na sua capacidade para resolver também o problema de Fermat, após conseguir sua prova da transcendência de π . O primeiro artigo analisado por Fleck foi o mencionado acima nas publicações da Academia de Munique, de 1907, com 66 páginas. Nele, o autor declarou uma tentativa anterior de 1901 como errada. Mas não foi difícil para Fleck encontrar no novo texto inúmeros erros na aplicação da teoria dos números (n. 25, 1909, pp. 108-110). A terceira tentativa de Lindemann foi um livro de 82 páginas, impresso por uma editora em Leipzig. Fleck não teve dificuldades em detectar erros em operações com congruências (n. 33, 1909, p. 370).

Devido a "palavras de boca cheia" nas reações de um autor a uma avaliação feita por Fleck, ele enfatizou sua persistência em continuar com essa tarefa:

> O tratamento que nos sucedeu não nos impedirá de continuar nossos esforços para limpar a literatura matemática dos detritos impostos a ela por pessoas inoportunas concupiscentes, não qualificadas para um prêmio. Vamos atacar a questão em si! Mesmo que isso exija bastante esforço. (n. 108, 1911, pág. 204).

[6] A turma da *Sekunda* no antigo *Gymnasium* alemão era três ou quatro anos antes de terminar a escola.

[7] Agradeço Martin Blänkner por ter me fornecido estas citações.

Epílogo

Havia o rumor geral de que o prêmio Wolfskehl havia perdido completamente o seu enorme valor após a Primeira Guerra Mundial, devido à inflação dos anos 1922-23. Claramente, a Academia de Göttingen tinha sido discreta sobre isso. Quando a nova moeda *Reichsmark* foi introduzida após a inflação, em 1924, o valor do prêmio foi determinado em 20.000 *Reichsmark*. Esse valor se acumulou em 75.000 *Reichsmark* até 1948[8] – e foi novamente diminuído pela introdução da *Deutsche Mark* na Alemanha Ocidental, para apenas 7.500 DM. Nos quarenta anos desde então, entretanto, ele se valorizou novamente para 75.000 DM – daí o valor não negligenciável do Prêmio Wolfskehl que Andrew Wiles recebeu em 1997 (Barner 1997, p. 7), quando a Academia Göttingen lhe conferiu – onze anos antes do seu vencimento – o Prêmio Wolfskehl cobiçado por tanto tempo.

Referências

Arquivos

Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz Berlin, formerly Deutsches Zentralarchiv Merseburg (GDR) [DZA]:

- Rep. 93 D, Lit. B1, Nr. 40: Acta wegen Anstellung des Ober-Bau-Rath Crelle als Mitarbeiter bei der Oberbau-Deputation [DZA I]
- Files of the former Prussian Kultusministerium: Rep. 76 Vc, Sect. 1, Tit. 11, Teil V D, no. 9 [DZA], vol. I. Die Quadratur des Zirkels, 1820-1858, fol. 10. [DZA II]
- idem, DZA, vol. II, 1858-1916. [DZA III]

Archiv der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen [AAdW]:

- Scient 212, „Listen über eingesandte Arbeiten zum Fermatschen Problem" [AAdW I]
- Scient 209, Wolfskehlsche Preisstiftung. Bestimmungen über Verwaltung und Verwendung des Vermächtnisses, amtliche Korrespondenz hierüber und allgemein über das Vermächtnis [AAdW II]
- Anfragen unnd Mitteilungen betr. des Fermat Preiausschreibens [AAdW III].

Publicações

Barner, Klaus (1997). Paul Wolfskehl und der Wolfskehl-Preis. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, *5*(3), 4-11.

Biermann, Kurt-R. (1986). Für die Fermat-Klinik eine Leibniz-Medaille. *Spektrum*, *18*, 26.

Delahaye, Jean-Paul (1997). *Le fascinant nombre π* . Paris: Belin.

Fleck, Albert (1909). Miszellen zum großen Fermatschen Problem. *Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft*, *8*, 133-148.

[8] Em 1941, Helmut Hasse, matemático em Göttingen e membro da Academia, achou oportuno conceder um auxilio ao seu assistente Freund destes rendimentos [AAdW III].

Lorey, Wilhelm (1951). Aus der mathematischen Vergangenheit Berlins. *Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft*, 1950/51, 15-23.

[Preisstiftung 1909] Die Wolfskehlsche Preisiftung. *Archiv für Mathematik und Physik*. Dritte Reihe, *14*, 180-182.

Roero, Claudia Silvia (1994). Egyptian Mathematics. In Ivor Grattan-Guinness, *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Vol. 1 (pp. 30-45). London: Routledge.

Schubring, Gert (1985). Gegensätze in den Mathematikauffassungen von Amateuren und Professionellen: eine Fallstudie zu Kreisquadrierern im 19. Jahrhundert. In H. G. Steiner et al. (Eds.), *Mathematikdidaktik Bildungsgeschichte Wissenschaftsgeschichte* (pp. 6569). Köln: Aulis.

Stürzbecher, Manfred (1997). Dr. med. Albert Fleck und die Suche nach seiner Fermat-Klinik. *Acta historica Leopoldina*. *27*, 339-346.

Wußing, Hans (2008). *6000 Jahre Mathematik. Band I: Von den Anfängen bis Leibniz und Newton*. Berlin: Springer.