Capacidades superiores matemáticas en la enseñanza de la Probabilidad[1]

Edwin Chaves Esquivel

Resumen

El currículo de Matemáticas de Costa Rica aprobado en 2012 plantea importantes retos a las autoridades del Ministerio de Educación Pública del país. Los docentes han enfrentado complicaciones para diseñar situaciones de aprendizaje congruentes con los fundamentos curriculares. Acá se ejemplifica un problema matemático para ser desarrollado en los salones de clase, cuya solución articula diferentes elementos curriculares. Se describe el momento y la intensidad en que cada uno de estos elementos participa. Entre otros aspectos se ejemplifica un modelo desarrollado por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica que relaciona una serie de indicadores con tres niveles de complejidad, para evaluar el nivel de participación de los procesos y capacidades matemáticas en la solución del problema. Se espera que este ejemplo sea ilustrativo para favorecer una mejor comprensión de la puesta en práctica de este currículo y apoye una planificación educativa coherente con él.

Palabras clave: educación matemática, didáctica de la matemática, currículo matemático, planificación de tareas matemática.

Abstract[2]

The Mathematics curriculum of Costa Rica approved in 2012 poses significant challenges to the authorities of the Ministry of Public Education of the country. Teachers have faced complications in designing learning situations consistent with the curricular fundamentals. Here a mathematical problem is exemplified to be developed in classrooms, and the solution articulates different curricular elements. The interaction of the moment and intensity in which each of these elements is described. Among other aspects, a model developed by the Mathematics Education Reform Project in Costa Rica is exemplified, which relates a series of indicators with three levels of complexity, to assess the level of participation of mathematical processes and capacities in solving problems. This example is expected to be illustrative in promoting a better understanding of the implementation of this curriculum and in supporting coherent educational planning.

E. Chaves
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
echavese@gmail.com

[1] Este trabajo corresponde a la participación del autor en una mesa redonda plenaria realizada en la XV CIAEM, celebrada en Medellín, Colombia, del 5 al 10 de mayo de 2019.

[2] El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Recibido por los editores el 8 de junio de 2019 y aceptado el 23 de julio de 2019.
Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2019. Año 14. Número 18. pp 179–190. Costa Rica

Keywords: Mathematics Education, Mathematics teaching, Mathematics curriculum, Mathematics task planning.

1. Introducción

Desde el 2013 en Costa Rica se inició la implementación de un nuevo currículo matemático para la educación preuniversitaria. A pesar de que han transcurrido ya más de seis años desde que se inició este proceso, todavía quedan importantes retos para plasmar en los salones de clase lo establecido en el currículo. Una de las labores más importantes para este trabajo de aula consiste en la planificación de tareas o problemas dirigidos a los estudiantes que vengan a articular apropiadamente los diferentes elementos curriculares. En el presente documento se ejemplifica la interacción de los procesos matemáticos descritos en los programas en la solución de un problema que ha sido propuesto para trabajar con estudiantes de décimo año en concordancia con el currículo de matemática de Costa Rica.

2. Síntesis de la propuesta curricular

Los fundamentos teóricos que sustentan el currículo matemático de Costa Rica promueven la generación de capacidades cognoscitivas superiores en procura de lograr una competencia en el uso de las Matemáticas para la vida, consiste en promover la capacidad para utilizar la disciplina para un mejor entendimiento del entorno y favorecer la toma de decisiones (MEP, 2012).

Los conocimientos matemáticos incluidos en el currículo pertenecen a cinco áreas: *Geometría, Números, Relaciones y Álgebra, Medidas y Probabilidad y Estadística*. Para cada una de ellas se definen dos tipos de habilidades: específicas y generales. Las primeras son capacidades para desarrollar en el corto plazo e interactúan con los conocimientos matemáticos del área. Las segundas se plantearon para ser logradas a lo largo de un ciclo educativo[3], normalmente están constituidas por un grupo de habilidades específicas donde se establecen diversas formas de integración (Ruiz, 2018). La cantidad y calidad de los conceptos o conocimientos matemáticos ha sido formulada en función del progreso de las capacidades que se desean desarrollar.

Para una adecuada puesta en práctica del currículo se estableció como estrategia didáctica la resolución de problemas a partir de cuatro momentos: presentación del problema, trabajo independiente de los estudiantes, contrastación y comunicación de estrategias, y cierre o clausura (MEP, 2012. p.13). En los problemas de aula, se consideran dos etapas: en la primera se plantea uno o más problemas organizados para la generación de nuevos conocimientos o habilidades, en donde el estudiante pueda construir el aprendizaje y lograr habilidades en la búsqueda de soluciones a los problemas. En la segunda etapa se promueven problemas encaminados a la movilización de los conocimientos o habilidades

[3] La educación primaria está constituida de dos ciclos de tres años cada uno y la secundaria académica incluye un ciclo de tres años y el último de dos años.

adquiridas previamente, con el propósito de consolidar lo aprendido y su implementación (MEP, 2012).

Para lograr una adecuada transición entre interacción de los conocimientos matemáticos y habilidades específicas con las habilidades generales en camino a la competencia matemática, los estudiantes deben adquirir ciertas capacidades superiores transversales que permitan avanzar progresivamente. Estas capacidades se asocian a lo que el currículo consigna como *procesos matemáticos* (colecciones de acciones que fomentan las capacidades) y se activan al momento en que los estudiantes adquieren habilidades específicas en la implementación de conocimientos matemáticos mediante la resolución de problemas. En resumen, los procesos matemáticos constituyen actividades cognitivas que realizan los individuos dentro de las distintas áreas matemáticas. Se consideren cinco procesos

- *Razonar y argumentar*: incluye actividades mentales que desencadenan formas del pensamiento matemático para desarrollar capacidades en la comprensión de una justificación, además desarrollar argumentaciones y conjeturas, entre otras.

- *Plantear y resolver problemas*: Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en contextos reales. Se trata de capacidades para determinar las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema.

- *Comunicar*: es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos. Busca generar la capacidad para expresar ideas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático de manera escrita y oral a otras personas.

- *Conectar*: pretende el entrenamiento estudiantil para la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas. De igual manera, persigue motivar conexiones con otras asignaturas y con los distintos contextos.

- *Representar*: Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). También pretende desarrollar capacidades para traducir una representación en términos de otras, comprendiendo las ventajas o desventajas. (Chaves, 2017. p.4)

La participación de los procesos matemáticos en forma sistemática permite generar las capacidades superiores (que llevan los mismos nombres de los procesos). Sin embargo, para alcanzar estas capacidades es necesario que en las tareas o problemas matemáticos que se utilizan en la acción educativa posean diferentes niveles de complejidad que, a su vez, son producto de la activación de estos procesos en diferentes grados. Los niveles considerados en el currículo se resumen en:

- *Reproducción*: se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados.

- *Conexión*: remite a la resolución de problemas que no son rutinarios, pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.

- *Reflexión*: incluye la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. (MEP, 2012).

3. Propuesta para la valoración de problemas

Debido a la importancia que co NR leva el diseño de tareas o problemas matemáticos que sean consistentes con los fundamentos curriculares en cada una de las etapas, ya sea en el trabajo de aula o para la evaluación misma, a lo interno del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica se ha diseñado un modelo que permite evaluar los problemas en consonancia con los diferentes elementos curriculares. Para ello se incluyen indicadores que valoraran la intervención de cada uno de los procesos matemáticos de acuerdo con el nivel de complejidad con que se activa en la solución del problema. Entonces, el modelo está constituido por dos elementos:

- 61 indicadores que consignan la intervención de los procesos matemáticos en un problema organizados en tres grados distintos.

- 5 criterios para que a partir de los indicadores y de la estructura de su intervención se pueda realizar valoración (Ruiz, 2018. p. 103).

La siguiente figura ilustra que se pueden establecer tres grados de complejidad creciente de la intervención de los procesos o capacidades.

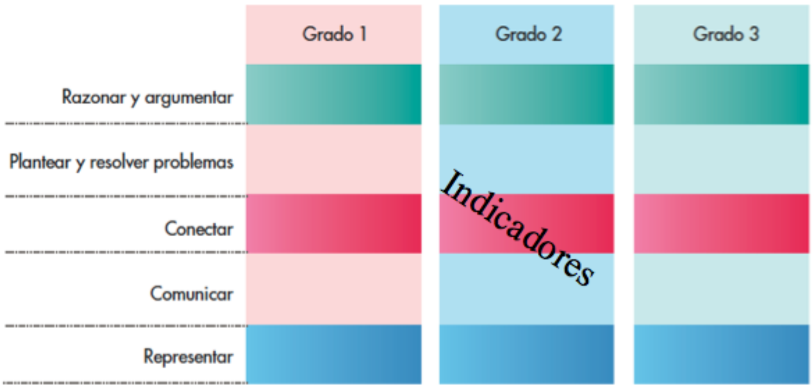


Figura 1: Grados de procesos / capacidades superiores. (Ruiz, 2018. p.118)

Para el diseño de estos indicadores se ha tomado en cuenta los principios establecidos en el currículo, donde se incluyen ciertas pautas generales relacionadas con los niveles de complejidad de un problema. El siguiente cuadro resume estas pautas:

Tabla 9. Niveles de complejidad de un problema: indicadores en el currículo

Nivel A: Reproducción	Nivel B: Conexión	Nivel C: Reflexión
Reconocer objetos o métodos matemáticos equivalentes. Identificar objetos matemáticos o propiedades matemáticas sencillas dentro de una situación familiar dada. Realizar procedimientos rutinarios y aplicar algoritmos estándar, en ambientes familiares al estudiante. Identificar y escribir de manera sencilla aunque coherente matemáticamente, expresiones que poseen símbolos, fórmulas y cómputos no complicados.	Interpretar una situación matemática con exigencia mayor que en el nivel de reproducción. Resolver problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante. Conectar distintas representaciones de una situación (algebraicas, numéricas, gráficas, etc.). Conectar elementos matemáticos dentro de un área o que relacionan dos o más áreas matemáticas.	Plantear y resolver problemas complejos. Argumentar, justificar, y generalizar la resolución de problemas complejos. Comprobar si los resultados obtenidos corresponden a las condiciones de partida del problema. Comunicar los resultados de la aplicación de estrategias con lenguaje matemático y precisión matemática. Conectar elementos matemáticos de dos o más asignaturas.

Figura 2: Niveles de complejidad. (Ruiz, 2018. p.137)

Una vez que la participación de cada proceso ha sido valorada, para evaluar el problema completo se realiza una ponderación según el grado que presentó en cada proceso, donde se consideran los criterios:

- NC1: cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.
- NC2: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.
- NC3: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión. (Ruiz, 2018, p. 124-125)

Si no se satisfacen estas condiciones, se definen nuevos criterios para clasificarlo, se toma en consideración los indicadores del mayor grado y valoraciones particulares en cada problema;

los procesos "Razonar y argumentar" y "Plantear y resolver problemas" ocupan un lugar preponderante en esta etapa.

4. Ejemplo de implementación de la propuesta en Probabilidades

Las Probabilidades fueron incluidas dentro del área denominada Estadística y Probabilidad, con el propósito de estudiar la incertidumbre y el azar en diferentes contextos. No se plantea llevar a cabo un estudio profundo y abstracto de este tema. Se inicia con análisis intuitivos en los primeros años de la primaria y paulatinamente se van construyendo diferentes conocimientos que permitan concluir, a finales de la secundaria, con ideas claras de conceptos como: diferencias entre azar y determinismo, el papel del azar en fenómenos aleatorios, definiciones: clásica y frecuencia de probabilidad, Axiomas de Kolmogorov, teoremas básicos sobre probabilidades, ley de los grandes números, entre otros. Con el logro de las habilidades planteadas en el currículo se espera que los estudiantes sean capaces de utilizar las probabilidades para modelar situaciones aleatorias simples y valorar su papel en la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

Seguidamente se muestra un problema que está estructurado para ser aplicado a estudiantes de décimo año (jóvenes entre 16 y 17 años) en el área de Estadística y Probabilidad. Concretamente este problema se ha ubicado dentro del estudio de las probabilidades; sin embargo, como se verá más adelante intervienen también otras áreas.

Problema: lanzamiento de un dardo

Considere que usted, junto a un grupo de amigos, generan un juego que consiste en lanzar un dardo a una figura que se encuentra sobre el piso a una distancia de 10 metros. La figura está constituida por un rectángulo de 50 centímetros de ancho y 150 centímetros de largo. Las figuras internas son un hexágono regular, un círculo y un cuadrado, tal como muestra la figura 3.

Participan cuatro jugadores, cada uno escoge una región, cada vez que el dardo caiga en dicha región, independientemente de quién lance, el jugador obtiene un punto; gana el jugador con mayor puntaje después de varios lanzamientos. Si el dardo cae fuera de la figura o justo sobre una línea divisoria entre regiones se repite el lanzamiento tantas veces como sea necesario y, además, suponga que es igualmente probable que el dardo caiga en cualquier punto del rectángulo original.

Si usted fuera invitado a participar en este juego y solamente quedaran libres las regiones amarilla y gris ¿cuál es la probabilidad de ganar en cada lanzamiento en cada una de ellas y cuál seleccionaría usted?

Solución

Tomando en cuenta los supuestos del problema y de acuerdo con las dimensiones dadas para las regiones, para resolverlo, primeramente, se requiere determinar el área de cada una de las regiones.

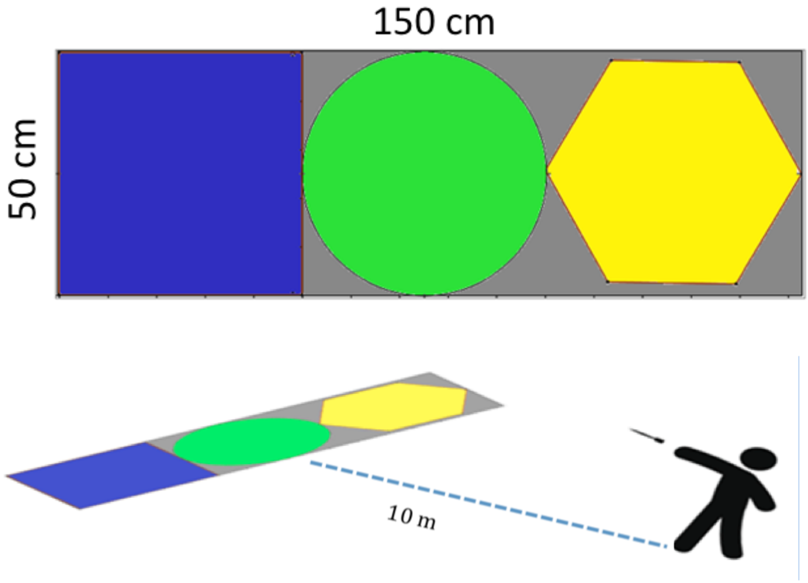


Figura 3: Lanzamiento de un dardo.

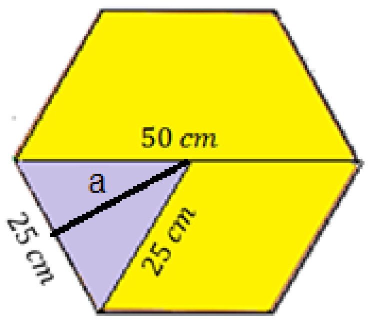
Las dimensiones del rectángulo son 50 cm de ancho y 150 cm de largo. Por esta razón, la figura de color azul corresponde a un cuadrado de 50 cm de lado, por lo que su área viene dada por:

$$50\,\mathrm{cm} \cdot 50\,\mathrm{cm} = 2500\,\mathrm{cm}^2.$$

Por otro lado, la figura de color verde es un círculo de 50 cm de diámetro, por ello su área viene dada por:

$$\pi \cdot 25^2\,\mathrm{cm}^2 \approx 1963,49\,\mathrm{cm}^2.$$

Para el hexágono se sabe que las diagonales miden 50 cm, al tratarse de un hexágono regular, el lado mide 25 cm.



La medida de la apotema del hexágono viene dada por:

$$a = \sqrt{25^2 - 12,5^2}\,\mathrm{cm} \approx 21,65\,\mathrm{cm}.$$

El área del hexágono aproximadamente sería:

$$\frac{6 \cdot 25\,\mathrm{cm} \cdot 21,65\,\mathrm{cm}}{2} \approx 1623,75\,\mathrm{cm}^2$$

Finalmente, el área de la región gris corresponde al complemento de la suma de las áreas de las tres figuras con respecto al área de la región rectangular que las incluye.

El área de las tres figuras (cuadrado, círculo y hexágono) mide aproximadamente:

$$2500\,\text{cm}^2 + 1963,49\,\text{cm}^2 + 1623,75\,\text{cm}^2 = 6087,24\,\text{cm}^2$$

El área total del rectángulo en donde se incluyeron las figuras es:

$$150\,\text{cm} \cdot 50\,\text{cm} = 7500\,\text{cm}^2$$

El área de la región gris sería aproximadamente:

$$7500\,\text{cm}^2 - 6087,24\,\text{cm}^2 \approx 1412,76\,\text{cm}^2$$

De acuerdo con lo anterior y según establece la definición clásica de probabilidad, se tendría:

Región	***Área en cm^2***	***Probabilidad de ocurrencia*** $\left(\frac{\text{área de región}}{\text{Area total}}\right)$
Azul (cuadrado)	*2500,00*	*0,333*
Verde (círculo)	*1963,49*	*0,262*
Amarilla (hexágono)	*1623,75*	*0,217*
Gris	*1412,76*	*0,188*
Total	***7500,00***	***1,000***

De acuerdo con lo anterior, debería seleccionar la región amarilla (hexágono regular) debido a que le proporciona mayor probabilidad de ganar que la región gris en cada lanzamiento, aunque se debe tener presente que las regiones azul y verde tienen mayor probabilidad de ganar.

Análisis didáctico del problema

Conocimientos y áreas incluidas

Primeramente se van a considerar las áreas matemática que intervienen en la solución del problema. Este problema resulta ilustrativo para observar esta integración de conocimientos y habilidades en diferentes áreas matemáticas. Además de Probabilidad y Estadística la solución integra las áreas de Geometría y Relaciones y Álgebra. Los conocimientos correspondientes a cada una de ellas son:

Estadística y Probabilidad

- Reglas básicas de probabilidad y otras propiedades (MEP, 2012. p. 436).

Geometría

- Polígonos: área (MEP, 2012. p. 389).

En concordancia con lo anterior, aparecen en los programas de estudios habilidades relacionadas con las tres áreas, tanto específicas como generales.

Participación de los procesos

Seguidamente se describe la forma en que se activa cada uno de los procesos matemáticos y su nivel de complejidad. Para ello se consideran los indicadores que se elaboraron dentro del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Los códigos que aparecen son los que se utilizan en dicha propuesta tal como se puede observar en Ruiz[4] (2018). Hay que tener presente que para la clasificación se consideran los indicadores de mayor grado; es decir, puede ocurrir que haya dos indicadores de grado 1 que corresponde a un proceso, pero si hay un indicador de grado 2 que se satisface también, entonces solamente se incluye aquel o aquellos correspondientes al mayor de los grados.

Razonar y argumentar

La información ofrecida en el contexto del problema no está en forma explícita, esto obliga a los estudiantes a plantear e implementar argumentos vinculados con el cálculo de áreas para la determinación de las probabilidades (RA2.1). La respuesta no es directa y amerita la argumentación correspondiente para fundamentar la decisión de escoger la región amarilla (RA2.2). Grado 2

Plantear y resolver problemas

El problema planteado resulta novedoso para los estudiantes y deben identificar los procedimientos a utilizar (PRP2.1) , en este sentido los estudiantes requiere n realizar secuencialmente los procedimientos matemáticos para determinar las probabilidades solicitadas (PRP2.2). Finalmente, la solución del problema implica establecer conexiones entre Geometría y Probabilidad (PRP2.3). Grado 2

Conectar

Se debe realizar la conexión entre lo planteado en el contexto del problema con los conceptos matemáticos para determinar probabilidades, mediante el peso relativo del área de las regiones particulares sobre el área total (procedimiento conocido) (C2.1). Se conectan conceptos matemáticos de Geometría y Probabilidad para encontrar la solución (C 2. 2). Grado 2

Comunicar

Se ponen en juego diferentes conceptos que tienen gran trascendencia dentro de los análisis matemáticos. En primer lugar, hay que tener presente el supuesto de equiprobabilidad para los puntos dentro del rectángulo (uniformidad probabilística) , luego el cálculo de las áreas para determinar posteriormente la probabilidad que el dardo caiga en cada región. Por ello, se requiere interpretar y seguir una secuencia de razonamientos matemáticos ya estudiados (COM 2.2), además d e describir mediante lenguaje matemático los resultados del cálculo de áreas y de las probabilidades determinadas (COM 2.3), finalmente se debe comunicar la decisión tomada con base en los cálculos realizados (COM 2.4). Grado 2.

[4] Si el lector desea conocer con mayor detalle la propuesta para la valoración de las tareas matemáticas, la descripción detallada de los indicadores con los respectivos niveles de complejidad, la nomenclatura y otros detalles asociados, se le invita consultar Ruiz (2018)

Representar

En el desarrollo del proyecto se debe hacer una adecuada lectura de la información textual y visual para la determinación de áreas de cada región, pasar luego a las probabilidades o las proporciones correspondientes del área de cada región en relación al rectángulo que las incluye (R 2.2 y R 2.3) Grado 2.

Con el propósito de simplificar la redacción, en la descripción anterior los indicadores del apéndice han sido parafraseados y resumidos. Sin embargo, en ella se muestra el aporte de este problema a la consecución de las capacidades superiores en cada caso.

1. Nivel de complejidad del problema

Tal como se observa en la descripción previa, todos los procesos se activan en grado dos, esto es una muestra de que el problema se puede ubicar con un nivel de complejidad intermedio, es decir es un problema de Conexión.

2. Acción de aula y momentos de la lección

El análisis de este problema permite que los estudiantes alcancen un nivel intermedio de razonamiento. Este es un claro ejemplo por medio del cual se relacionan conceptos geométricos y probabilísticos para resolver un problema que, aunque hipotético, ejemplifica una situación lúdica que requiere de cierta destreza matemática y del dominio de diferentes habilidades para encontrar la solución.

Aunque los cálculos no son complejos, el mayor reto se enfoca en la identificación y planificación de la estrategia matemática que se debe implementar para encontrar la solución. Por esta razón, es necesario otorgar el tiempo necesario para que los estudiantes puedan debatir en la interpretación del problema y en la búsquela de una estrategia de solución. Es posible que inicien con estrategia de ensayo y error que les ayude a identificar la ruta correcta. El docente debe estar atento para apoyar este proceso.

Dada la estructura del problema analizado, no es adecuado utilizarlo para la generación de conocimiento nuevo sino para una etapa posterior que permita la movilización y aplicación de las habilidades adquiridas en las dos áreas matemáticas. Con esto se demuestra que los problemas de movilización no siempre son problemas de reproducción de conocimientos, sino que es conveniente retar al estudiante para utilice los conocimientos y habilidades adquiridas en situaciones de mayor complejidad que le permitan alcanzar capacidades mayores de razonamiento.

Otra virtud que tiene este tipo de problemas es que el contexto se convierte en una base para la generación de otras tareas de mayor o menor nivel de complejidad, que permite fomentar el desarrollar en mayor medida las capacidades cognitivas de los estudiantes. Por ejemplo, el problema puede ser modificado para generar una tarea matemática de mayor nivel de complejidad tal como se muestra:

Participan cuatro jugadores, a cada uno se le asigna aleatoriamente una región, cada vez que el dardo caiga en dicha región se asigna un puntaje al jugador correspondiente independientemente de quién lance, gana el jugador con mayor puntaje después de varios lanzamientos. Si el dardo cae fuera de la figura o justo sobre una línea divisoria entre *regiones se repite el lanzamiento tantas veces como sea necesario y además suponga que es igualmente probable que el dardo caiga en cualquier punto del rectángulo original.*

Si usted tuviera que establecer este puntaje (entre cero y cien) a cada color o región dentro del rectángulo, para que el juego sea equitativo (probabilísticamente honesto) para quienes lo practiquen ¿cuáles serían los valores correspondientes a cada color?

Se podría encontrar la solución correspondiente y verificar que, bajo la modificación planteada, la valoración de la participación de los procesos matemáticos correspondería en la mayoría de los casos al nivel tres, por lo que sería un problema de reflexión (Ruiz, 2018).

Conclusión

En el marco de un currículo enfocado a la generación de capacidades superiores como el de Costa Rica, la posibilidad de realizar una descripción y clasificación en las diferentes tareas matemáticas que se proponen, ya sea para la acción de aula o para las evaluaciones, se convierte en un instrumento de vital importancia para apoyar la acción docente y su puesta en práctica de dicho currículo.

En particular, para el caso Costa Rica, estas u otras valoraciones semejantes permiten realizar un planeamiento educativo acorde con los fundamentos teóricos del dicho currículo. Estas acciones permitirían al docente dosificar el trabajo de aula de manera que exista un adecuado equilibrio entre tareas o problemas de diferentes niveles de complejidad, un equilibrio en la participación de los procesos matemáticos y de los ejes disciplinares. Al mismo tiempo, ofrece la oportunidad de evaluar la adquisición de los aspectos más tangibles como es la relación entre conocimientos matemáticos y habilidades específicas, pero más importante aún permite visibilizar el tránsito entre esta relación que ocurre en el corto plazo hacia la adquisición de las habilidades generales y de la competencia matemática en el mediano y largo plazo. Esto se consigue gracias la interacción de los procesos matemáticos y sus niveles de complejidad en los diferentes problemas, y por ende, la consolidación de las capacidades de orden superior. Todo esto privilegiando la acción estudiantil quienes son partícipes directos de todo el proceso.

Por otro lado, un planeamiento equilibrado como el que se indicó en el párrafo anterior, permite al docente valorar la pertinencia de cada tarea planteada, ya sea para la acción de aula o para las evaluaciones, en un marco mucho más amplio como es un planeamiento educativo en congruencia con los fundamentos del currículo. La capacidad de precisar el grado de participación de cada proceso matemático permite mapear las acciones que se estarían estableciendo para avanzar de acuerdo con las posibilidades de los estudiantes hacia el logro de capacidades matemáticas. Desde el punto de vista de una sana planificación educativa, la realización de esta práctica permite ir haciendo los ajustes necesarios para consolidar la intervención de los procesos en el corto, mediano y largo plazo, por lo que apunta sólidamente al fortalecimiento de la competencia matemática. Al mismo tiempo, en el caso de la evaluación, los resultados que se puedan obtener mediante la puesta en práctica de este proceso de planificación en las acciones de aula suministran información sobre el avance de los estudiantes y su rendimiento, de modo que se puedan establecer las acciones correctivas correspondientes.

La propuesta para la valoración de las problemas es un importante insumo que se espera venga a contribuir en la articulación de una estrategia evaluativa que sea congruente con el potencial de los principios curriculares que se han plasmado en los programas de estudio.

Referencias y bibliografía

Chaves, E. (2017). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica: 2010-2017. *Memorias del II CEMACYC*. Cali, Colombia, 2017. Recuperado de **http://ciaem-redumate.org/cemacyc/index.php/ii_cemacyc/ii-cemacyc/paper/viewFile/494/154**

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor. Recuperado de **http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf**

Ruiz, A. (2018). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. México, Ciudad de México: Comité Interamericano de Educación Matemática. Recuperado de **https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf**