

# Propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia desde un abordaje novedoso de los Programas de Estudio

Yorleny Rojas Jiménez

## Resumen

Se describe el contexto para clarificar el ambiente de trabajo en el que nace la propuesta desde el marco del curso lectivo 2020, Ministerio de Educación Pública de Costa Rica y su continuidad, en relación con el avance de la crisis pandémica COVID-19 y las decisiones ministeriales para enfrentarla a través del tele trabajo de funcionarios y la educación a distancia.

Posteriormente se detalla parte de la labor cotidiana de la asesoría pedagógica de Matemática de la Dirección Regional de Educación de San Carlos, respecto al avance del curso lectivo, que permite el planteamiento de premisas y reformulaciones sobre el trabajo realizado en educación a distancia. De esta forma, nace la propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia, que toma como base principal un abordaje adecuado de los programas de estudios de matemática (MEP, 2012), empleando técnicas y estrategias que favorezcan la labor docente en los ámbitos de planificación didáctica, metodología y evaluación para los aprendizajes, con proyección a uso posterior.

Finalmente se presentan las conclusiones, que contrastan la problemática que surge a raíz de la pandemia COVID-19 respecto a la educación a distancia, con las premisas que alimentan la propuesta y el modelo que permite su justificación.

*Palabras Clave:* Didáctica de la matemática, enseñanza a distancia, asesoría educativa, planeamiento educativo, evaluación formativa, implementación curricular, COVID-19, San Carlos, Dirección Regional de Educación, Ministerio de Educación Pública, Costa Rica.

## Abstract

The context is described to clarify the work environment in which the proposal was born from Costa Rica's Ministry of Public Education's framework for the 2020 school year, Ministry of Public Education of Costa Rica and its continuity, in relation to the progress of the COVID-19 pandemic crisis and ministerial decisions to face it through the telework of civil servants and distance education.

Subsequently, part of the daily work of the Mathematics pedagogical consultancy of the Regional Directorate of Education of San Carlos is detailed, regarding the progress of the

---

Y. Rojas Jiménez

Asesora Pedagógica de la Región Educativa de San Carlos, Costa Rica

[yorleny.rojas.jimenez@mep.go.cr](mailto:yorleny.rojas.jimenez@mep.go.cr)

Recibido por los editores el 5 de octubre de 2020 y aceptado el 7 de noviembre de 2020.

*Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.* 2020. Año 15. Número 19. pp 147–163. Costa Rica

school year, which allows the proposal of premises and reformulations on the work carried out in distance education. In this way, the proposal to teach and learn mathematics at a distance was born, which takes as its main basis a sufficient approach to mathematics study programs (MEP, 2012), using techniques and strategies that favor teaching that takes into account instructional planning, methodology and evaluation for learning, with projection for later use.

Finally, the conclusions are presented, which contrast the problems that arise as a result of the COVID-19 pandemic with respect to distance education, with the premises that feed the proposal and the model that allows its justification.

*Keywords:* Didactics of mathematics, teachings to distance, educational advice, educational planning, formative evaluation, curriculum implementation, COVID-19, San Carlos, Regional direction of education, Ministry of Public Education, Costa Rica.

## 1. Contexto

La Dirección Regional de Educación de San Carlos está ubicada en una zona rural, en la región Norte de Costa Rica, provincia de Alajuela. Se caracteriza por su amplia extensión geográfica que incluye puntos fronterizos con Nicaragua. Su división educativa comprende catorce circuitos escolares con un promedio de veintiocho instituciones educativas por circuito. Estos centros educativos están ubicados en su mayoría, en el cantón de San Carlos, sin embargo, algunas de ellas pertenecen a los cantones aledaños, lo que hace la jurisdicción educativa de la región, tan amplia, como su geografía.

Según diagnóstico regional, la situación socio-educativa y económica, especialmente relacionada con el uso de recursos tecnológicos, es difícil para muchas familias. De las 363 instituciones educativas, el 74% de ellas, ubicó a su población estudiantil entre los escenarios donde se cuenta con dispositivos tecnológicos pero sin conectividad o con carencia de ambos recursos. Por tanto, la educación a distancia se debió realizar principalmente mediante material impreso (Dirección Regional de Educación de San Carlos, 2020).

## 2. Acompañamiento a docentes por parte de la Asesoría Regional de Matemática

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), inició en el 2019 un proceso de inclusión de la fundamentación pedagógica de la transformación curricular para el desarrollo de habilidades en las plantillas del planeamiento didáctico que los docentes debían empezar a utilizar a partir de febrero del 2020.

El departamento de asesorías pedagógicas, según calendario escolar, tenía la función de dar continuidad al trabajo iniciado en los últimos meses del año 2019, sobre inducción y acompañamiento a docentes y directores, en relación con la mediación pedagógica transformadora y el uso de las nuevas plantillas de planeamiento didáctico. Sin embargo, este trabajo no se pudo concluir debido a la emergencia nacional producto de la pandemia, porque se priorizó

el acompañamiento para realizar educación a distancia y dar continuidad a los procesos educativos sin presencialidad, mediante la estrategia “Aprendo en casa”.

Sin posibilidad evidente de volver a la presencialidad, los docentes fueron informados paulatinamente a través de reuniones virtuales y Webinarios, de los lineamientos por seguir y de las oportunidades de capacitación que el MEP ofrecería para lograr que los estudiantes siguieran aprendiendo desde el hogar.

Pero de manera simultánea se incluían otras actividades que el docente debía realizar como: monitorear los escenarios de conectividad de la población estudiantil, hacer la recolección y retroalimentación de las Guías de Trabajo Autónomo (GTA) por medio de clases virtuales o documentos impresos, según las posibilidades de contexto y escenarios en que ubicaron a sus estudiantes; presentar informes, hacer ajustes a las GTA de acuerdo con las Plantillas de Aprendizajes Base (PAB), entre muchos otros asuntos administrativos.

Sin embargo, la problemática que implicaba utilizar las plantillas para el planeamiento didáctico y las rúbricas de niveles de desempeño presentadas en la Caja de Herramientas<sup>1</sup> del MEP en febrero del 2020, comenzaba a surgir, debido a la inconsistencia entre la estructura propuesta para la inclusión de la política curricular en el plan de lección y los programas de matemáticas (MEP, 2012).

Los docentes comenzaron a realizar consultas puntuales a la asesoría, como las siguientes: ¿cómo se asimilan los indicadores?, ¿cómo se usan?, ¿qué relación tienen con el proceso de enseñanza que se plantean en los programas de estudio?

Por tanto, el trabajo desde la asesoría regional para mitigar estas dificultades consistió en el apoyo a la labor docente, siguiendo los mismos lineamientos y utilizando los mismos formatos establecidos por el MEP, con tal de proporcionar a los docentes materiales de apoyo como: modelos de planeamientos, GTA, PAB, con reuniones y asesoramientos por medio de la plataforma Teams, para clarificar dudas y explicar el propósito de los materiales. Los documentos se hacen llegar a los docentes por medio de grupos conformados en el correo oficial del MEP y a través del blog de la asesoría <https://asesoriamatematicasancarlos.blogspot.com/>.

Esto permite caracterizar las actividades y reflexionar sobre ellas, por lo que, con conocimiento amplio de la causa, surge la propuesta que se presentará más adelante. Anterior a ello, se puntualizarán algunas problemáticas asociadas a la educación a distancia, en relación con la crisis provocada por la pandemia.

### 3. Problemática asociada a la educación a distancia: Covid-19 en Costa Rica

Dicho acercamiento a la labor docente permitió detectar problemáticas puntuales en educación a distancia, mismas que se manifiestan desde la labor misma de asesoría y del conocimiento de la Región:

- Cada docente maneja un grupo diverso representado por escenarios igualmente diversos con estudiantes que requieren apoyos educativos particulares.

<sup>1</sup> Sitio web oficial, donde las autoridades colocan material preelaborado (<https://cajadeherramientas.mep.go.cr/app/>).

- Se acelera la transformación curricular con el uso de plantillas para la elaboración del planeamiento didáctico, sin la suficiente inducción previa sobre los indicadores incorporados en ellas para la evaluación de los niveles de logro de aprendizajes, dificultando su operacionalización. Dichos indicadores fueron propuestos antes de planificar la mediación docente y para el trabajo docente, no para ser incorporados en rúbricas de autorregulación de aprendizajes dirigidas a estudiantes.
- La convivencia humana y social, que es fundamental, se ha visto reducida y cambiada por más horas de trabajo y mayor esfuerzo por emprender en el mundo digitalizado, lo cual provoca problemas personales y familiares; emocionales y psicológicos complejos.
- La pandemia trae consigo sus propias dificultades, pero además la carga de una labor docente, rigurosa en cuanto a la asimilación de indicadores redactados a priori, para planificar y evaluar el currículo en educación a distancia, dentro de un marco de transformación curricular, las acelera, en vez de contenerlas.

Por lo tanto, el panorama descrito que permite visualizar a un docente cargado de labores de planificación y evaluación, paralelo al requerimiento de análisis e interpretación continuos de lineamientos escalonados que demandan, a su vez, asimilación de materiales de trabajo que no fueron aprehendidos lo suficiente en la práctica diaria, no parecen ser la respuesta adecuada para el aprendizaje a distancia.

A raíz de la problemática anterior es que surge, de una reflexión retrospectiva, una propuesta para lograr “enseñar y aprender matemática a distancia”, de manera coherente con los fundamentos teóricos y la organización de lecciones propuesta en los programas de estudios (MEP, 2012).

#### 4. Premisas y corolarios para la propuesta

Enfrentar la situación de emergencia y la realidad nacional implica un proceso de aprendizaje y el enfrentamiento de asuntos nuevos para todos, incluso para las autoridades educativas.

Desde esta perspectiva, se plantearán las siguientes cuatro premisas y dos corolarios, que darán lugar a la “propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia” desde dos fases, la primera, con referencia al trabajo de apoyo a docentes desde la asesoría de matemática mostrando un modelo práctico para planear las lecciones a distancia; la segunda, con visión a futuro para que sea empleada en educación matemática, ya sea a distancia o en forma presencial:

1. El docente podrá desarrollar en los estudiantes habilidades del nivel de pensamiento plasmadas en la transformación curricular, si ha adquirido, a través de su experiencia, dichas habilidades, logrando emplearlas a través de su planificación y la gestión adecuada de los programas de estudios y su fundamentación, como principales insumos para su labor cotidiana.
2. El abordaje adecuado de los programas de estudio desde su enfoque de resolución de problemas en contextos reales, procesos matemáticos y ejes disciplinares transversales,

permite el logro de la competencia matemática que se entiende en relación con la comprensión y uso apropiado de las matemáticas y las capacidades superiores que ella implica para la aplicación de conocimientos y habilidades específicas en situaciones de la vida en sus diversos contextos (MEP, 2012, p. 14).

3. La organización de la lección para educación matemática a distancia se desarrolla a través de la metodología basada en resolución de problemas en contextos reales, que potencializa la autonomía del estudiante y una intervención independiente del docente para integrar habilidades matemáticas, lo que permite a los estudiantes la adquisición de destrezas porque se favorecen los procesos matemáticos.
4. El docente propicia la metodología de resolución de problemas en el trabajo estudiantil a distancia, y de ahí provienen las estrategias evaluativas que darán lugar a la retroalimentación y reevaluación de aprendizajes por medio de indicadores que evidencian la presencia de los procesos matemáticos para obtener como producto, nuevos aprendizajes.

Dos corolarios a estas cuatro premisas, indispensables de señalar y verificar son los siguientes:

- Un abordaje adecuado de los programas de estudio de matemáticas oficiales en educación a distancia permite asimismo, la implementación de la política educativa curricular vigente desde su propio concepto de habilidad, de manera inmediata.
- La evaluación de aprendizajes de los estudiantes se logra a través de los indicadores que surgen de la metodología empleada. Se redactan posterior a una revaloración de la planificación didáctica y se revisan de manera paralela a los resultados obtenidos del trabajo estudiantil, de las estrategias de enseñanza cotidiana y la valoración del grado en que los procesos matemáticos se evidenciaron en la acción estudiantil.

Con el siguiente modelo se espera que cada apartado y componente quede descrito de manera tal, que los docentes puedan realizar sus adaptaciones cambiando los grupos de habilidades integradas y diseñando la lección para el trabajo estudiantil a distancia de manera ágil y flexible. Los apartados de la propuesta son los siguientes:

- I. Gestión de los Programas de Estudio de matemática (MEP, 2012).
- II. Planificación didáctica del docente para enseñar matemática a distancia.
- III. Diseño de la lección para aprender matemática a distancia.
- IV. Redacción de indicadores para la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a distancia.

A continuación se presenta una descripción detallada del modelo. En la mayoría de los apartados su presentación será mediante ejemplos concretos, pues, un esquema que describe de manera general cada uno de estos apartados, se puntualiza en el anexo de este documento.

## 5. Propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia: el modelo

### I. Gestión de los Programas de Estudios de matemática (MEP, 2012)

Este primer apartado pretende ilustrar gráficamente mediante cinco pasos las reflexiones que un docente debe realizar en torno a los Programas de Estudio antes de realizar el planeamiento didáctico, debido a que de ahí se extrae la ruta de aprendizaje, que debe ser seleccionada con base al nivel educativo y desde una perspectiva que permita integrar las habilidades específicas como aprendizajes por lograr mediante la resolución de problemas de manera remota, que se verá plasmada en la plan de clase de donde posteriormente, se desprenderán los elementos evaluables.

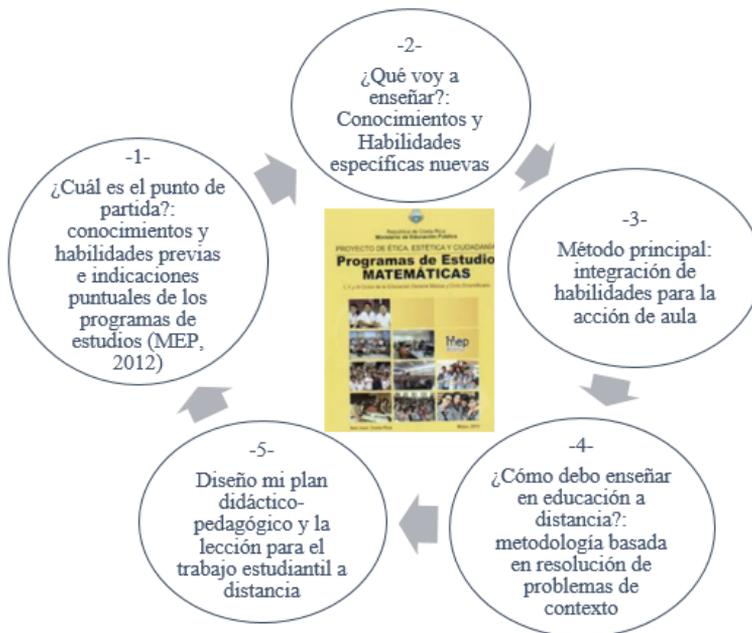


Figura 1: Esquema de los pasos para la reflexión docente sobre los programas de matemáticas.

### II. Planificación didáctica del docente para enseñar matemática a distancia

El segundo apartado responde a la pregunta ¿cómo se debe realizar el proceso de planeamiento didáctico con los insumos recolectados en el primer apartado? Con el propósito de mostrar esas acciones se presenta el material elaborado para V año, en el área de Relaciones y álgebra, mediante una matriz de cuatro columnas, donde se visualizan los conocimientos previos y por propiciar, la integración de habilidades y la descripción de la metodología.

### III. Diseño de la lección para aprender matemática a distancia

Este apartado pretende mostrar la forma de propiciar el aprendizaje del conjunto de habilidades seleccionadas de manera que se evidencia la estrategia metodológica de resolución de problemas y se consideran los elementos pedagógicos para conseguir una mediación pedagógica a distancia.

Tabla 1. Ejemplo concreto de la planificación didáctica del docente.

Conocimientos y habilidades específicas previas	Conocimientos y habilidades específicas nuevas	Método principal: Integración de habilidades en la acción de aula	
		Técnicas de integración de habilidades	Método principal: Integración de habilidades en la acción de aula
<p><b>IV año:</b> Representaciones</p> <p>–Representar una expresión matemática dada en forma verbal, utilizando números y letras.</p> <p>–Construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal.</p> <p>–Plantear y resolver problemas formulados verbalmente.</p> <p>–Identificar el número que falta en una expresión matemática, una figura o en una tabla.</p> <p><b>V año:</b> calcula utilizando fórmulas, el perímetro y el área de triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios.</p>	<p>Cantidades constantes – cantidades variables – dependencia–independencia</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distinguir entre cantidades variables y constantes.</li> <li>2. Identificar y aplicar relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática.</li> <li>3. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades.</li> </ol>	<p>–Resolución de problemas</p> <p>–Preguntas generadoras</p> <p>–Actividad inicial activa conocimientos previos y enlaza con las nuevas habilidades</p> <p>–Mini-cierres</p> <p>–Propuesta de retos</p> <p>–Mini-cierre de retos</p> <p>–Propuesta para el planteamiento de situaciones y construcciones estudiantiles (formulación).</p>	<p>Diseño de la lección para el trabajo estudiantil a distancia</p> <p>Etapa 1: el aprendizaje de conocimientos</p> <p>Etapa 2: la movilización y aplicación de los conocimientos</p>

Fuente: Elaboración propia con base en MEP (2012, pp. 205; 233; 234-236).

Contiene una actividad introductoria en la que se procura la conexión entre las áreas geometría y relaciones y álgebra, de manera que los conocimientos previos funcionen como enlace para el logro de conocimientos nuevos.

Luego la Etapa 1: el aprendizaje de conocimientos con sus cuatro momentos, así como acciones que propicien y evidencien los procesos matemáticos.

Respecto a la Etapa 2, la movilización y aplicación de los conocimientos, se incluyen problemas de diversos niveles de complejidad en relación directa con el trabajo realizado en la Etapa 1.

#### ACTIVIDAD INICIAL: ¿QUÉ ES VARIABLE E INVARIABLE EN MI MUNDO GEOMÉTRICO?

Busco en el hogar cuadriláteros de diferentes tamaños: cuadrados, rectángulos, rombos, romboides. Calculo el perímetro de cada cuadrilátero que hallé. Uso una estrategia propia, para registrar los datos en mi cuaderno. Según lo realizado, respondo: ¿qué es variable o invariable?

*Razono y argumento:*

- ¿A qué conclusión llegué?, ¿qué longitudes cambian y por qué cambian?, ¿utilicé alguna fórmula aprendida anteriormente?, ¿qué parte de la fórmula no cambia?
- ¿Qué conocimientos estamos descubriendo?, ¿puedo pensar en ejemplos diversos en mi entorno?

**Mini-cierre de la actividad inicial:**

Según lo aprendido en años anteriores, puedo comparar mi estrategia con alguna o algunas de las siguientes opciones:



*Perímetro de una baldosa cuadrada* =  $l + l + l + l = 4 \times l = 4 \times 12 = 48 \text{ cm}$

*Perímetro de la tapa de un libro* =  $2 \times l + 2 \times a = 2 \times 15 + 2 \times 7 = 30 + 14 = 44 \text{ cm}$

Las longitudes varían o cambian, según la forma y tamaño del cuadrilátero del modelo. La cantidad de lados se mantiene invariable.

**Reto-conecto:** Averiguo en mi hogar a través de la factura de pago mensual del agua o electricidad si corresponde a un monto fijo o cambia cada mes. Si cambia, ¿de qué depende que cambie?

**ETAPA 1: EL APRENDIZAJE DE CONOCIMIENTOS**

**PLANTEO UNA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN Y RESUELVO EL SIGUIENTE PROBLEMA**

*Propuesta del problema “El negocio de comprar y vender”*

Analice la información de la siguiente tabla y responda las interrogantes

Cantidad de camisetas	1	3	5	7	9
Precio (₡)	8500			39 500	

- a– Si una camiseta tiene un valor de ₡8500, ¿es correcto que siete camisetas de las mismas cuesten ₡59 500?
- b– Complete la tabla con el costo de 3, 5 y 9 camisetas respectivamente.

*Trabajo estudiantil independiente:*

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Qué estrategias puedo emplear para resolver el problema?
- ¿Qué pasa si cometo errores?
- ¿Debo hacer distintos cálculos?
- ¿Cómo uso la tabla?

*Discusión interactiva y comunicativa: razono y argumento*

- ¿Qué miembro de mi familia o compañero puede ayudarme para discutir mi trabajo? ¿Estoy seguro que la estrategia empleada esta correcta, es la mejor o la más apropiada? ¿Cómo puedo saberlo?
- ¿Qué operaciones se podrían emplear para llegar al resultado?, ¿cuáles cantidades completan la tabla?, ¿cómo organizo los resultados?

**Analizo y contrasto:**

*Solución de (a–):* el multiplicar efectivamente el valor dado en la tabla es correcto ₡59 500, corresponde al valor de 7 camisetas.

*Solución de (b–):* la tabla se completa de la siguiente manera:

Cantidad de camisetas	1	3	5	7	9
Precio (₡)	8500	25 500	42 500	39 500	76 500

**CLAUSURA O CIERRE: ELABORO UNA “FICHA DE CONOCIMIENTOS” EMPLEANDO MI CREATIVIDAD**

*1. Respondo: razono y argumento*

¿Qué conocimientos matemáticos estoy adquiriendo? ¿Cómo los puedo utilizar? ¿Qué errores cometí al aplicar mi propia estrategia? ¿Qué ejemplos nuevos puedo aportar?

*2. Asimilo conocimientos matemáticos: planteo*

- Obsérvese que las cantidades de dinero **varían** de acuerdo con el número de camisetas, es por eso que se les llama cantidades variables. El número de camisetas y las cantidades de dinero que se obtiene, son **cantidades variables**.
- La cantidad de camisetas se multiplica por el precio de una, ese precio no cambia, es una **cantidad constante**. En el problema,  $\$8500$  es una cantidad constante.

*3. Ya lo aprendí en la actividad inicial: ¿qué es variable e invariable en mi mundo geométrico?*

¿Qué cantidades se mantienen constantes al usar la fórmula para calcular el perímetro de una baldosa cuadrada o de una tapa de un libro? \_\_\_\_\_

¿Cuáles cantidades son variables al usar la fórmula para calcular el perímetro de una baldosa cuadrada o de una tapa de un libro? \_\_\_\_\_

*4. Reto-conecto:*

En la fórmula  $P = 4 \times l$  tanto  $P$  como  $l$ , son longitudes o cantidades variables, ¿de qué depende que varíe?, ¿cómo podemos llamar una variable que depende del valor de otra? Averiguo qué conocimiento matemático está involucrado aquí.

**ETAPA 2: LA MOVILIZACIÓN Y APLICACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS**

**1. Resuelvo los siguientes problemas (reproducción):** Debo aplicar conocimientos que ya asimilé y practicarlos.

*1.1 Analizo la siguiente información:*

El costo de  $\frac{1}{2}$  kg de queso es de  $\$1000$ , el de 1 kg  $\$2000$ , el de  $1\frac{1}{2}$  kg  $\$3000$ . ¿Qué relación existe entre los kilogramos de queso y su costo? ¿Cuáles cantidades son variables y cuáles son constantes?

Construyo una tabla para organizar los datos.

Cantidad de queso					
Precio (€)					

**Reto:** ¿De qué depende obtener mayores ganancias? ¿Qué cantidad variable es dependiente de otra?

*1.2 Analizo y completo la tabla adjunta con las cantidades variables o constantes según corresponda*

	Fórmula	Variables	Constantes
Área de un trapecio	$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$		
Conversión de grados Celsius a grados Fahrenheit	$^{\circ}C = (^{\circ}F - 32) \times 5 \div 9$		

**Reto:** En la fórmula  $^{\circ}C$  y  $^{\circ}F$  son cantidades variables. Puedo obtener la temperatura en grados Celsius si tengo la temperatura en grados Fahrenheit. ¿Cuál temperatura corresponde a una variable dependiente?, ¿Por qué?

**Mini-cierre de retos:** cuando una cantidad variable depende del valor de otra, se llama **variable dependiente**. Si el valor de una variable no depende de otra se denomina **variable independiente**.

En la fórmula:  $(^{\circ}F - 32) \times 5 \div 9 = ^{\circ}C$ , la temperatura en grados Celsius depende de la temperatura en grados Fahrenheit, por lo tanto  $^{\circ}C$  es variable dependiente y  $^{\circ}F$  es variable independiente.

En la fórmula:  $^{\circ}F = \left(\frac{^{\circ}C \times 9}{5}\right) + 32$ , la temperatura en grados Fahrenheit depende de la temperatura en grados Celsius, por lo tanto  $^{\circ}F$  es variable dependiente y  $^{\circ}C$  es variable independiente.

**2. Resuelvo el siguiente problema (conexión):** El problema no es rutinario pero su contexto es familiar. Debo usar representaciones y recursos diferentes.

Analizo la siguiente información y la representación tabular correspondiente:

“Una compañía de tarjetas TTJ, para ocasiones especiales decide que donará \$150 a una organización de beneficencia por la compra de cada tarjeta de la temporada navideña. El precio de cada tarjeta es de \$950”. Realizando algunos cálculos, se obtiene:

Tarjetas vendidas	1	2	3	4
Ganancia para la organización benéfica	\$ 150	\$ 300	\$ 450	\$ 600
Ganancia para la compañía TTJ	\$ 800	\$ 1 600	\$ 2 400	\$ 3 200

Respondo las interrogantes:

- a) ¿Cuánto dinero recibirá la compañía de tarjetas TTJ por la venta de 22 tarjetas? \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuánto dinero recibirá la organización benéfica por la venta de 26 tarjetas? \_\_\_\_\_
- c) ¿Qué cantidad es constante y qué cantidades son variables para el caso de la organización de beneficencia? \_\_\_\_\_
- d) ¿Qué cantidad es constante y qué cantidades son variables para el caso de la compañía TTJ? \_\_\_\_\_

**3. Resuelvo el siguiente problema (reflexión):** El problema es novedoso y requiere la aplicación de más procesos y elementos que debo inventar o buscar.

En la situación anterior, si asignamos una letra  $G$  para las ganancias y la letra  $t$  para la cantidad de tarjetas vendidas, hago lo siguiente:

- a. Planteo una fórmula para las ganancias de la organización benéfica y la aplico, suponiendo una cierta cantidad de ventas. Indico cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente.
- b. Planteo una fórmula para las ganancias de la compañía TTJ y la aplico, suponiendo una cierta cantidad de ventas. Indico cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente. (Ver anexo con solucionario de problemas de la etapa 2)

De esta forma se ha ejemplificado la lección para aprender matemática a distancia que permite la integración de tres habilidades específicas de los Programas de estudios de matemáticas. El docente podrá decidir, dependiendo de los recursos, si agrega un solucionario de los problemas o una breve práctica adicional.

#### IV. Redacción de indicadores para la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a distancia

Finalizada las actividades para los estudiantes, se procederá a la IV parte de la propuesta que se está analizando.

En este punto, dado el trabajo docente, existe una idea clara y general de los indicadores que serán sus aliados para la revaloración de su trabajo de mediación y la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes. Podrá hacer una revisión final del diseño de su lección, y redactar una propuesta de indicadores.

Para la construcción de indicadores como verdaderos criterios para el logro de aprendizajes y su evaluación, el docente tomará conciencia de los resultados de su planificación y revalorará el proceso de enseñanza que se requirió para el logro de las habilidades específicas integradas a través de la lección para el aprendizaje de las matemáticas a distancia.

En palabras más simples, tales indicadores se definirán como expresiones de los comportamientos que manifiestan los alumnos al desarrollar las tareas asignadas durante la lección a distancia, ligadas al aprendizaje de habilidades específicas integradas. Como parte de esta tarea, el docente valora la presencia de ejes disciplinares transversales y las siguientes dos acciones:

- Valoración del grado en que se activaron los procesos matemáticos en los estudiantes.
- Redacción de indicadores

**Tabla 2. Indicadores que se desprenden del planeamiento didáctico de acuerdo con la fundamentación teórica de los Programas de matemáticas.**

<b>Indicadores para la evaluación de logro del proceso de enseñanza y aprendizaje</b>	Comprende el concepto de variabilidad numérica al conectar sus conocimientos previos con situaciones del entorno.	Distingue cantidades variables y constantes involucradas en situaciones de contexto real empleando representaciones simbólicas y tabulares.	Identifica relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática involucrada en un problema de contexto real que incluye representación simbólica y tabular.	Aplica relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática al resolver y plantear problemas de contexto real.	Determina la variable independiente y dependiente en una expresión matemática involucrada en un problema de contexto real.
<b>Procesos matemáticos que se activaron</b>	Conectar- razonar y argumentar -comunicar.	Representar- razonar y argumentar -comunicar.	Plantear y resolver problemas- representar- comunicar.	Plantear y resolver problemas- conectar- comunicar.	Razonar y argumentar- conectar- comunicar.

Por tanto, existe certeza en la redacción de los indicadores para la evaluación de los aprendizajes o el nivel de logro del proceso de enseñanza-aprendizaje, porque se desprende de las acciones que se espera realicen los estudiantes debido a la planificación y práctica docente. Esto permite su uso para la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa y para el diseño de instrumentos y estrategias de evaluación acorde con la metodología de enseñanza empleada.

Cada lección diseñada para aprender matemática a distancia según la propuesta, propicia sus propios y exclusivos indicadores para la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

## 6. Conclusiones

Se apoya la verificación de las cuatro premisas y los dos corolarios, con las siguientes conclusiones:

1. Los Programas de estudio de Matemática (MEP, 2012), tiene los insumos suficientes y necesarios para la elaboración de estrategias didácticas a distancia que promueven la autonomía de enseñanza del docente y la autonomía de aprendizaje estudiantil a través de la gestión del primero, que implica una planificación y diseño sus tareas, en estrecha relación con la fundamentación teórica de los Programas, generando a su vez los insumos, para la evaluación de procesos de enseñanza y de aprendizaje.
2. Las actividades empleadas en la lección organizada para el trabajo estudiantil a distancia, permite que el estudiante controle su tiempo, espacio y ritmo de aprendizaje logrando la adquisición de capacidades necesarias para enfrentar situaciones problemáticas de la vida diaria, originando una visión integral de las personas al apropiarse del conocimiento sistematizado, esto le permite a la persona estudiante crear su propio aprendizaje, concepto de la habilidad presentada en la política curricular actual (MEP, 2015) y que comulga íntimamente con los Programas de estudio de matemática al promover la competencia matemática que se entiende en relación con la comprensión y uso apropiados de las matemáticas y las capacidades superiores que ella implica para la aplicación de conocimientos y habilidades específicas en situaciones de la vida en sus diversos contextos (Ruiz, 2018). De esta forma, la visión de los Programas de estudio de matemática (MEP, 2012) queda claramente identificada.
3. Los procesos matemáticos se visualizan durante en el trabajo estudiantil a distancia, como acciones que los estudiantes realizan, provocadas por las estrategias propuestas por la persona docente, que generan capacidades cognitivas superiores y se relacionan estrechamente con todas las áreas matemáticas (Ruiz, 2018). Las respuestas estudiantiles a cada una de esas acciones, corresponden a las evidencias de construcción mental que brota de manera natural en los estudiantes, habilidades de pensamiento sistémico y crítico, de creatividad, de resolución de problemas, de construcciones propias del saber que corresponden a las dimensiones de la política curricular vigente (MEP, 2015).
4. El análisis del grado en que se producen, presentan, potencian y fortalecen los procesos matemáticos en los estudiantes, es un trabajo que el docente puede elaborar de manera espontánea, flexible y servirá como complemento de los resultados de la mediación que él mismo ha diseñado para el logro de las habilidades matemáticas integradas en los

estudiantes, y es, posterior a dicho análisis, que se redactan los indicadores de logro los aprendizajes que funcionan para la evaluación de aprendizajes en sus distintos componentes y funciones. La claridad con que dichos indicadores quedan plasmados, así como su facilidad en la redacción, generan una visión de logro del abordaje adecuado de los Programas de estudio a corto plazo que permite al docente fortalecer su dominio sobre ellos.

5. Las técnicas integradoras empleadas en la lección del trabajo estudiantil a distancia se caracterizan por su redacción de acompañamiento al estudiante; parten del contexto, intereses y recursos cercanos al hogar, así como de sus saberes previos; cada parte y problema empleado en la lección tienen un propósito acorde con las habilidades específicas y conocimientos matemáticos; las secuencias de actividades para el estudiante implica retos, preguntas generadoras y propuestas para el desarrollo del pensamiento al mismo tiempo que emplea metacognición y reflexión continua de su proceso de aprendizaje.
6. El análisis de la presencia de los ejes disciplinares transversales como componentes influyentes en la lección del trabajo estudiantil a distancia, permite al docente clarificar asimismo, la presencia o ausencia del progreso estudiantil en cuanto a la adquisición de espacios actitudinales y socio-afectivos, como autoestima, perseverancia, componentes esenciales en el logro de aprendizajes para la vida; manejo de información y contextos diversos a través de los problemas propuestos; fortalecimiento de habilidades de colaboración y estima ante el aprendizaje; apertura y visión acertada ante la tecnología e historia entre otros. Todos y cada uno de estos elementos subraya la cercanía en el tratamiento de las dimensiones y habilidades de la política curricular vigente de manera contundente, nunca artificial (MEP, 2015). En el anexo 1 se ilustra dicho análisis a través de la valoración de los ejes disciplinares transversales con respecto a la lección para aprender matemática a distancia expuesta en este trabajo.
7. La propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia ha sido presentada a través de un modelo con el fin de que los docentes puedan visualizar sus componentes y fácilmente pueda ser implementada variando la habilidad matemática específica o grupos de ellas para ser integradas, el cual es el método principal para educación matemática a distancia.
8. La propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia puede ser adaptada a las demás asignaturas del currículo, siendo que el diseño de la lección del trabajo estudiantil a distancia será acorde con la metodología propuesta por el fundamento de cada programa de estudios, así como los componentes propios que constituyen cada asignatura.
9. La propuesta de educación matemática a distancia tiene la fortaleza de estar constituida por los componentes variados de los Programas de estudio de matemática (MEP, 2012), por lo que su utilización se puede lograr dependiendo de la situación pandémica, sin embargo, al llegar a la presencialidad, esta máxima permitirá asimismo, su adaptación inmediata en lecciones cotidianas en las aulas.

## Agradecimiento

Se agradece a Marianela Zumbado Castro por la asesoría y apoyo brindados durante la elaboración de este documento.

## Referencias

- Dirección Regional de Educación San Carlos, Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2020). Diagnóstico de identificación de escenarios de acceso a tecnología y los recursos físicos disponibles. San Carlos, Alajuela, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2020). *Orientaciones para el apoyo del proceso educativo a distancia*. Costa Rica. Autor: Despacho del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica. Autor: Proyecto Reforma de la educación Matemática en Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2015). *Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular*. San José, Costa Rica.
- Ruiz, A. (2018). *Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. México: Comité Interamericano de Educación Matemática.

## Anexo: Descripción general de los apartados de la propuesta para aprender y enseñar matemática a distancia

A continuación se describe, de manera general, los componentes correspondientes a cada apartado de la propuesta:

### *I. Gestión de los Programas de Estudio de matemática (MEP, 2012)*

Proceso indispensable para el dominio, profundización y abordaje adecuado de los programas de estudio, a través de la mediación pedagógica docente. Se constituye de cinco pasos mostrados en un esquema, que se relacionan e integran en espiral y son tomados en cuenta para el diseño de tareas para la acción estudiantil.

*II. Planificación didáctica del docente para enseñar matemática a distancia.* Aspectos administrativos: (asignatura, área, nivel, periodo lectivo)

Descripción de componentes

Conocimientos y habilidades específicas previas	Conocimientos y habilidades específicas nuevas	Método principal: Integración de habilidades en la acción de aula	
		Técnicas de integración de habilidades	Metodología basada en resolución de problemas
Los conocimientos son la base de los Programas de estudio por lo que organizan el planeamiento didáctico. Constituyen los conceptos matemáticos asociados a las habilidades específicas (ya abordadas)	Se refieren a capacidades asociadas a los conocimientos y a las áreas matemáticas cuyo abordaje debe ser integrado a partir de tareas matemáticas y estrategias diseñadas por el docente dentro de la mediación pedagógica.	Se realiza un análisis detallado de las indicaciones puntuales y de metodología relacionadas con las habilidades específicas de los Programas de estudio. Se especifican las técnicas empleadas para la integración de habilidades. ¿Se logró la integración? Verificación de la integración de la habilidad o grupo de habilidades.	Organización de la lección en dos etapas Número de lecciones aproximadas que se destina a cada una Recursos a emplear Estrategias según escenarios estudiantiles: *Entrega de trabajo en físico o digital, revisión y retroalimentación *Atención en plataforma virtual

### *III. Diseño de la lección para aprender matemática a distancia.*

Corresponde al material que se hace llegar a los estudiantes, en físico o en digital, para su desempeño.

Se caracteriza por promover el aprendizaje autónomo y el razonamiento lógico matemático a través de resolución de problemas de contexto real. Parte de los conocimientos previos y

emplea el contexto cercano al estudiante; se redacta de manera que provoque en los estudiantes actitudes de responsabilidad, autonomía, perseverancia y gusto por la matemática y su utilidad; permite la reflexión y autoevaluación en las tareas por medio del ensayo y el error; enlaza las distintas partes de manera que los estudiantes logren realizar conexiones y puedan establecer estrategias propias, conclusiones y argumentaciones; la integración permite que el estudiante adquiera distintas habilidades realizando los retos, analizando cierres y mini-cierres y respondiendo preguntas generadoras de discusión y aprendizajes.

#### *IV. Redacción de indicadores para la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a distancia.*

Este apartado se ejemplifica a través de la reflexión docente sobre la lección que se ha modelizado. El docente podrá llegar a adquirir la habilidad sobre esta reflexión, de manera que no necesariamente debe realizar una sistematización formal. En este caso se presenta para ilustrar.

*Valoración de la presencia de ejes disciplinares transversales* (Reflexión por parte del docente sobre la presencia de ejes disciplinares transversales en la lección para el trabajo a distancia de los estudiantes).

<b><i>Resolución de problemas como estrategia metodológica principal</i></b>	<b><i>Contextualización activa como componente pedagógico especial.</i></b>	<b><i>Uso inteligente y visionario de tecnologías digitales</i></b>	<b><i>Actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas</i></b>	<b><i>Uso de la historia de las matemáticas</i></b>
Si. Funcionó como eje que articula e integra las distintas actividades propuestas para los estudiantes en educación a distancia. Articula las habilidades específicas y los conocimientos respetando el proceso de aprendizaje de lo simple a lo complejo de manera natural, permitiendo el ejercicio de pensamiento en distintos niveles de complejidad.	Si. Fortalece el papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje destacando la identificación, uso y construcción de modelos matemáticos adecuados al nivel	Depende del contexto y escenario, el docente puede trabajar la lección por medio de una plataforma digital o diseñar algunos videos para complementar. Se subraya la utilización clara y adecuada de información, datos y resultados posibles haciendo uso del entorno real del estudiante y de problemas ficticios.	La lección permitió la apertura de espacios actitudinales y socio-afectivos indispensables para el aprendizaje: confianza en la utilidad de la matemática, perseverancia, participación activa y colaborativa, autoestima en relación con el dominio de la matemática.	No hubo presencia

*Valoración general del grado en que se activaron los procesos matemáticos en los estudiantes.* Reflejan el grado con que se presentan los procesos en los resultados de la actividad estudiantil (Ruiz, 2018). Se redactan posterior al desarrollo de la lección para el trabajo estudiantil a distancia.

<i>Plantear y resolver problemas</i>	<i>Razonar y argumentar</i>	<i>Representar</i>	<i>Conectar</i>	<i>Comunicar</i>
<p>Resuelve problemas que involucran la utilización de fórmulas conocidas a partir de su entorno</p> <p>Resuelve problemas con datos sencillos y enunciados de manera explícita que admiten solución única</p> <p>-Plantea una estrategia correcta para resolver problemas que no han sido estudiados donde se identifiquen con claridad los procedimientos a utilizar.</p> <p>-Plantea problemas a partir de una situación de contexto</p>	<p>-Identifica información matemática que no está dada de manera explícita en una situación de contexto.</p> <p>-Responde a preguntas donde la respuesta no es directa y amerita mayor argumentación.</p> <p>-Realiza argumentos matemáticos para resolver problemas de contexto real, no estudiados y complejos.</p>	<p>-Usa representación gráfica para resolver o para modelar situaciones de un contexto real que han sido estudiadas.</p> <p>-Identifica representaciones simbólicas y tabulares de objetos matemáticos en una situación dada.</p> <p>-Usa dos representaciones matemáticas en la resolución de problemas estudiados.</p>	<p>-Usa la conexión entre conceptos o procedimientos matemáticos y una situación de contexto real para resolver problemas similares a los ya estudiados. -Relaciona conceptos o procedimientos matemáticos de dos o más áreas matemáticas diferentes en la resolución de problemas (no estudiados y relativamente complejos)</p>	<p>-Comunica mediante representaciones matemáticas (verbales, numéricas, gráficas) resultados de procedimientos rutinarios (por aplicación fórmulas o un modelo que ya ha sido estudiado) que se desarrollan en la resolución de un problema ya estudiado.</p> <p>-Interpreta o sigue una secuencia de razonamientos matemáticos, que usan conceptos o procedimientos matemáticos estudiados (expresados de manera oral o escrita) en la resolución de un problema.</p>

Fuente: Elaboración propia con base en MEP (2012, pp.17-18)

Cabe destacar que la propuesta de indicadores que se redactaron, son exclusivos de la lección a distancia que se diseñó y se ejemplificó en este trabajo, para aprender matemática a distancia. En general, cada lección a distancia que se diseñe al implementar esta propuesta, provocará sus propios indicadores para la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas a distancia, como producto de valoraciones similares a estas.