Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática
e-ISSN en línea: 2215-5627
Impresa: ISSN 1659-2573
Vol: 17 · N°. 1 · 2024
09-33
Recibido: 28/06/2023
Aprobado: 20/08/2023

Artículos de investigación

DOCENCIA EN MATEMÁTICAS BAJO LA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA: DISEÑOS BASADOS EN PRÁCTICAS Y USOS

TEACHING IN MATHEMATICS FROM A SOCIOEPISTEMOLOGICAL PERSPECTIVE: DESIGNS BASED ON PRACTICES AND USES

Javier Lezama[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-3574-6406

Gabriela Buendía[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-9456-4469

Rebeca Flores-García[3]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-7700-0979

RESUMEN

El escrito busca que el profesor de matemáticas reconozca el papel que juega su actividad, establezca su pertenencia a un campo académico, además de apropiarse de una posible ruta que guíe el tratamiento de un objeto matemático escolar explicitando las consideraciones teóricas de la teoría socioepistemológica, desde la cual se busca la resignificación del conocimiento matemático. La actividad de profesor suele ser estudiada desde marcos muy específicos; partimos de considerar las distintas funciones que desarrolla, su formación inicial, lo que hace y reconoce en los espacios donde interactúa y se desenvuelve. Proponemos entender al profesor como parte de un campo disciplinar como lo es la Matemática Educativa y desde ahí reconocer el inmenso campo de acción que ésta le ofrece: acceder a una diversidad de propuestas y diseños que permiten la construcción de conocimiento matemático escolar con fundamentos teóricos. En particular, la perspectiva socioepistemológica busca poner a discusión la pertinencia de generar situaciones de aprendizaje basadas en una anidación de prácticas y la resignificación sistemática del conocimiento matemático. Mostramos un ejemplo de situación de aprendizaje en un escenario de medición; consta de tres fases: la factual es de carácter exploratorio y permite trabajar con el dato; la segunda, procedimental, en la que se construye lenguaje y argumentos requeridos con los datos y en la tercera fase (resignificación) el dato se resignifica; se explicita la intencionalidad de las prácticas y de la problematización que dio lugar al diseño.

Palabras clave: Socioepistemología, epistemología de prácticas, usos, situación de aprendizaje, profesor de matemáticas.

1 Facultad de Matemáticas, Posgrado en Docencia de las Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, Zumpango, Guerrero, México. C. P. 40180. Correo electrónico: jlezamaipn@gmail.com

2 Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa. Sección Editorial. México. Correo electrónico: buendiag@hotmail.com

3 Especialidad en Matemática Educativa, Subdirección de la Unidad de Estudios de Posgrado, Benemérita Escuela Normal Veracruzana, Xalapa, Veracruz. México, C. P. 91017. Correo electrónico: rebefg@gmail.com

ABSTRACT

This paper seeks that the mathematics teacher recognizes the role that his activity plays, establishes his belonging to an academic field, in addition to appropriating a possible route that guides the treatment of a school mathematical object, explained with the theoretical considerations of the socioepistemological theory, which seeks the resignification of the mathematical knowledge. The teacher's activity is usually studied from very specific frameworks; we start by considering the different functions that he develops, his initial training, what he does and learns in the spaces where he interacts and develops. We propose to understand the teacher as part of a disciplinary field such as Educational Mathematics and from there recognize the immense field of action that it offers: access to a diversity of proposals and designs that allow the construction of school mathematical knowledge with theoretical foundations. In particular, the socioepistemological perspective seeks to discuss the relevance of generating learning situations based on a nesting of practices and the systematic redefinition of mathematical knowledge. We show an example of a learning situation in a measurement scenario; it consists of three phases: the factual one is of an exploratory nature and allows working with the data; the second, procedural, in which language and required arguments are built with the data and in the third phase (resignification) the data is resignified; the intentionality of the practices and the problematization that gave rise to the design are made explicit.

Keywords: Socioepistemology, practice epistemologies, uses, learning situations, mathematics teacher.

1. INTRODUCCIÓN

En este escrito de carácter teórico reflexionamos sobre el profesor de matemáticas y su actividad a partir de unas situaciones de aprendizaje diseñadas por el equipo del Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas (PIDPDM) en el Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV (Reyes, 2019, a-k). Se caracterizan por haberse diseñado con base en el enfoque teórico socioepistemológico y constituyen una propuesta dirigida al profesor para ser usadas en la construcción de conocimiento de matemáticas en el aula, es decir, en escenarios institucionales.

El discurso socioepistemológico construye situaciones de aprendizaje problematizando los objetos matemáticos del discurso habitual, denominado discurso Matemático Escolar (dME) y los aborda a través de un proceso vivencial de prácticas anidadas, proceso que la teoría reconoce como una categoría fundamental: la resignificación del conocimiento matemático particular. Esa es la propuesta que desarrollamos en el escrito: una docencia en matemática basada en prácticas y fundamentada en la perspectiva socioepistemológica.

A partir de una reflexión sobre el oficio docente, caracterizamos la función docente, la voz del profesor y la Matemática Educativa como campo de referencia. Esto nos lleva a enmarcar la propuesta de discusión en el marco de la Socioepistemología y en las prácticas como normativas del conocimiento matemático. Nos desmarcamos de los aspectos utilitarios del conocimiento matemático para centrarnos en la funcionalidad del saber matemático.

Si reconocemos los diferentes papeles que puede tener un docente en su aula, por ejemplo, como creador de contenidos (materiales), el diseño de sus clases, etc., ¿qué le aporta o en qué lo apoya la propuesta socioepistemológica? Nuestro objetivo es evidenciar la importancia de un tránsito en el tratamiento del objeto matemático en el que el foco no es el objeto en sí, sino el desarrollo intencional de prácticas y usos de lo matemático para ir de lo factual, hacia lo procedimental y luego hacia la resignificación.

Se presenta e ilustra la propuesta, por medio del diseño sobre *medir* (Reyes, 2019b). En él se reconoce lo factual a partir del reconocimiento de la magnitud y el ejercicio intencional de comparar. Eso da pie a la medida en un momento procedimental (¿cuánto más grande es?)

para darle significado a la unidad de medida y a medir algo (perímetro). El foco está en reconocer los usos situados de una unidad de medida y su resignificación.

El escrito concluye en términos de establecer una ruta de autonomía para el docente y el establecimiento de una nueva relación con el conocimiento matemático; esto es, la necesidad de un proceso reflexivo docente que reconozca una racionalidad diferente para aquel conocimiento matemático que enseña.

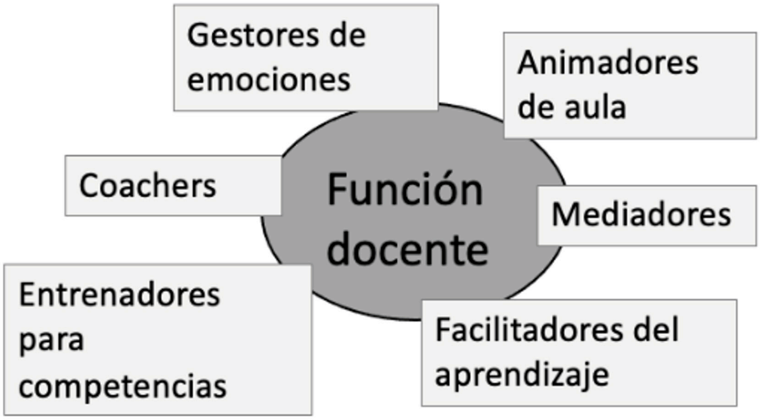
2. EL PROFESOR: LA FUNCIÓN DOCENTE

En una ya lejana reflexión sobre el oficio y la forma docente, Arendt (2016) comenta que bajo la influencia de la psicología moderna y de los dogmas del pragmatismo, la pedagogía se había desarrollado en general como una ciencia de la enseñanza, de tal manera que llegó a emanciparse por completo de la materia concreta que se va a transmitir. Un maestro, así se pensaba, es una persona que, sin más, puede enseñarlo todo; está preparado para ello y no especializado en una asignatura específica (p. 232-233). Esto implica a su vez que los alumnos están literalmente abandonados a sus propias posibilidades y también que no existe fuente más legítima que la autoridad del profesor: es una persona que, se mire por donde se mire, sabe más y puede hacer más que sus discípulos (p. 233).

Hablar de la actividad docente del profesor de matemáticas demanda adoptar una posición teórica desde la cual hacerlo. No pensamos al profesor de matemáticas desde un punto de vista prescriptivo sobre lo que debería ser sino sobre lo que puede ser a partir de lo que conoce, de su formación inicial, de los espacios socioculturales de los que proviene y en los que se desarrolla; además, de lo que pueda y decida ser. Como señalan Larrosa, et al. (2020), “no pensamos en el profesor desde un modelo general o un tipo ideal, sino como un profesor encarnado” (p.13); esto es, un profesor que hace uso de múltiples herramientas a través de las cuales construye su artesanía y los gestos que lo denotan.

Para provocar una reflexión sobre el oficio y la forma docente de Arendt, los cuales se refieren a la trasmisión y la renovación del mundo, Larrosa, et al. (2020) señalan cómo las nuevas formas de definir la función docente están destruyendo el oficio de profesor. Apuntan que ante el chantaje empresarial de la calidad y de la innovación, ese oficio se ve afectado ante el riesgo de que el docente se convierta en mediador, coach, animador de aula, entrenador en competencias, gestor de emociones o facilitador del aprendizaje (figura 1).

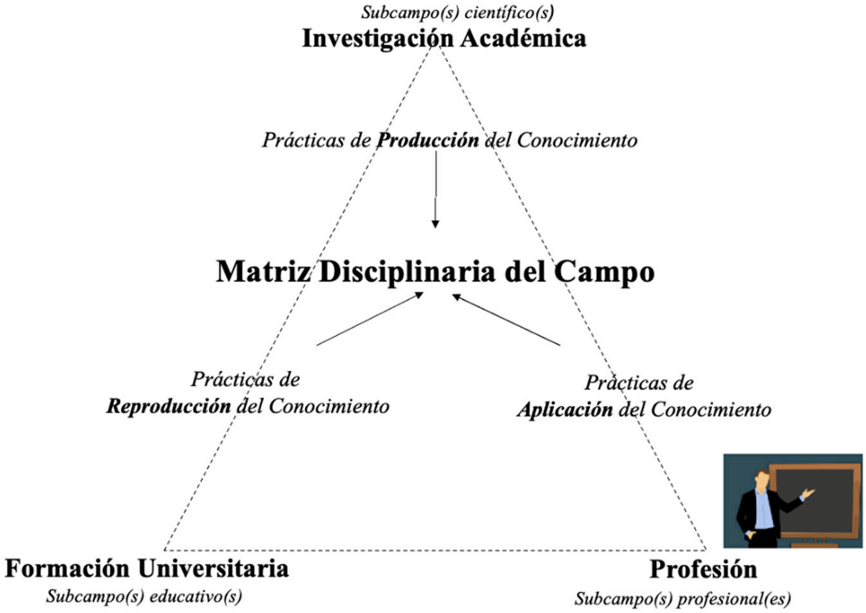
Figura 1 – La función docente.



Fuente: Elaboración propia con base en Larrosa, et al. (2020), p. 14).

No queda si no deslindarse de dicha función y actuar en resistencia a ella. La visión que proponemos es entender al profesor de matemáticas como poseedor de un cuerpo de conocimientos de referencia; se trata de un campo científico de saberes denominado Matemática Educativa y es el campo científico propio del profesor de matemáticas. Recurriendo al modelo planteado por Fuentes (1998) como modelo heurístico del campo académico, la figura 2 muestra una adaptación propia:

Figura 2 – Modelo heurístico del campo académico.



Fuente: Adaptación propia de Fuentes Navarro (1998, p. 69).

Este modelo está constituido por los siguientes polos: de la profesión, la práctica profesional donde ubicamos a los docentes; el de la formación que son los espacios institucionales, reproductores del saber; y el de la investigación conformado por investigadores, formadores y docentes que la realiza. En dicho campo, el docente no es un sujeto pasivo sino agente usuario y generador de saberes pues el profesor dando clase hace referencia al campo, busca en él elementos que impactan en su quehacer. Entonces el profesor ya no es un ente pragmático y, por consiguiente, elementos como los de la figura 1 ya no son suficientes; es éste (figura 2) el, campo profesional en el que entendemos la conservación del oficio y la forma docente guiada por el saber.

En ese sentido, Larrosa, et al. (2020) realizan una serie de planteamientos sobre *hacer la escuela* en la que el profesor recobra la autoridad como profesor pues organiza y da cuerpo "a un encuentro entre los seres humanos y un mundo a partir de condiciones de libertad" (p. 24). Así mismo en la escuela, de acuerdo a los autores, los mundos (convertidos en materias de estudio) empiezan a hablar, a decir alguna cosa y, por tanto, a formarnos (p. 31). Esto, consideramos, pone de relieve la voz del profesor "la cual deja entender un mundo, pero como enigma que intriga" (p. 33).

Al reconocer a la Matemática Educativa como campo de referencia para el docente, reconocemos el amplio espectro de propuestas de construcción de conocimiento matemático escolar a partir de fundamentos teóricos. Por nombrar algunas, señalamos las situaciones didácticas (Brousseau, 1983) centradas en la noción de obstáculo epistemológico; ingenierías didáctica como una forma de trabajo didáctico apoyado en conocimiento científico de su dominio (Artigue, 1988); actividades de aprendizaje fundamentadas en la Teoría de la Objetivación (Radford, 2020) en la que el aprendizaje es el resultado de una actividad; recorridos de estudio e investigación para la construcción o reconstrucción de una obra matemática propuestos por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Parra y Otero, 2018); la teoría APOE (Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas) con descomposiciones genéticas de objetos matemáticos (Asiala, et al., 1996); experimentos de diseño en investigación educativa (Cobb, et al., 2003) que implican tanto la ingeniería de formas particulares de aprendizaje como el estudio sistemático de esas formas de aprendizaje dentro del contexto definido; la resolución de problemas (Schoenfeld, 2013); los procesos de estudio basados en la compleja noción de idoneidad (Godino, 2013); los diseños de tareas en Educación Matemática (Watson & Ohtani, 2015) que desde una perspectiva práctica son la base de la vida en el aula y las "cosas por hacer" (p.4).

Es en este contexto en el que la visión socioepistemológica busca explicar y debatir sobre la pertinencia de construir situaciones de aprendizaje basadas en una anidación de prácticas y la resignificación continua del conocimiento matemático. Es en el aula donde el quehacer docente construye sus escenarios, pero desde la didáctica que propone la visión socioepistemológica se incluyen prácticas no sólo del ámbito escolar sino también del no escolar: "la vida cotidiana, la esfera profesional altamente especializada o la enseñanza de artes y oficios" (Cantoral, 2013, p. 146). Se trata de un aula extendida, noción propia de una sociedad del conocimiento; de acuerdo al autor, esta ampliación modifica la noción de aula, de sociedad y de saber matemático. Eso es lo que nos ocupa en este trabajo.

2.1 Situaciones de aprendizaje: hacia la problematización de lo matemático

Cuando se reconoce al docente como sujeto de estudio en nuestro campo (su formación, su ejercicio docente, los procesos de profesionalización, la construcción de su identidad)

(Tenti Fanfani, 2006) importa reconocer su bagaje cultural, de experiencias y de conocimientos. Reconocemos, parafraseando a Saavedra (2005, pp. 40-42) que la acción del docente demanda no solo saber contenidos y poder explicarlos, sino repensarlos para potenciar su capacidad de inconformarse y romper inercias impuestas por ese conjunto de discursos que validan la introducción del saber matemático al sistema didáctico y que legitiman un nuevo sistema de razón, el llamado discurso Matemático Escolar (dME) (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014).

Este dME es visto como medio para lograr una participación consensuada en el ámbito didáctico. Si bien el discurso epistemológico del profesor (o de relación con el conocimiento), le provee conceptos que de alguna manera potencian su razonamiento, es necesario reconocer que no necesariamente considera la complejidad del docente y su circunstancia en lo personal y de vida. En relación a la práctica docente, incluyendo el diseño de situaciones de aprendizaje, siempre deberá asumirse dicha complejidad porque siempre trabaja con sujetos concretos en un contexto histórico-social determinado.

Reflexionar desde una postura socioepistemológica busca entonces traducir las exigencias del discurso epistemológico en un discurso docente viable y en construir formas operativas para concretarlo. En particular Báez y Farfán (2022) proponen un modelo reflexivo para el docente en el que se hace necesario una confrontación con el dME problematizándolo, permitiendo con ello establecer la nueva relación con su conocimiento matemático, no solo trastocando el cómo enseñar, sino también el qué enseñar.

Cuestionar aquello que el docente enseña, desde diferentes fuentes incluyéndose a sí mismo, abre entonces, el camino hacia la problematización de la matemática escolar: porqué es así, porqué de esa manera. Vivenciando este proceso, habría una relación reconstruida entre el docente y su conocimiento matemático y, en consecuencia, un nuevo compromiso con la sociedad (Reyes, 2016; Báez y Farfán, 2022).

3. SOCIOEPISTEMOLOGÍA: PRÁCTICAS Y USOS

Proponemos situar la discusión en un paradigma sociocultural en el que se reconoce que el conocimiento matemático no ha emergido por una intencionalidad didáctica explícita; en realidad se traspone hacia lo escolar. Chevallard (1985, citado en Astolfi, 2001) reconoce que hay un trabajo que convierte un objeto de saber (saber sabio) que ha de enseñarse en objeto de enseñanza. Ese trabajo está compuesto tanto trasposiciones externas regidas por la noosfera, esfera de los que piensan los contenidos de la enseñanza (asociaciones de especialistas, grupos de innovadores, el currículo, …) como otras internas en las que hay factores asociados a cada profesor.

En ese proceso de transposición didáctica, además de que se enmascara el funcionamiento de la matemática, se aíslan ideas y propiedades del conjunto de actividades en el que esa matemática tuvo su origen, su sentido, su motivación y su empleo. La sucesión de dificultades, las cuestiones que provocan la aparición de los conceptos fundamentales, entre otras cuestiones, quedan también enmascaradas (Brousseau, 1986; citado en Astolfi, 2001).

Así, importa reconocer que ese objeto matemático de enseñanza es construido en contextos sociales diversos para dar respuesta a problemáticas particulares. Buscamos, pues, reconocer también acciones, actividades y prácticas propias de la actividad humana que en conjunto permitirían hablar de que toda forma de saber ya sea popular, culto o técnico, conforman la sabiduría humana (Cantoral, 2013). Esto habla de una relación social con el saber matemático, la cual modelará la construcción social del conocimiento matemático.

La Socioepistemología, como marco teórico, nos permite reconocer una racionalidad contextualizada, basada en prácticas y usos, para el conocimiento matemático en la que se reconocen los contextos como fuentes de significación para la matemática escolar. Ello permite desarrollar procesos de resignificación continua en los que el saber matemático que nos interesa proponer en la escuela es el conocimiento en uso.

En ese sentido, Cantoral (2013) enfatiza que este enfoque suple la idea aprendizaje como adquisición para dar lugar al uso del mismo –y hablar entonces de conocimiento en uso- y a la noción de práctica, pues son las prácticas y usos las que modifican "al individuo en colectividad antes tareas y situaciones concretas de su entorno vivencial" (p. 142). Esa es la noción de aula extendida sobre la cual nos paramos para proponer un desarrollo intencional de prácticas y usos a través de tareas y situaciones concretas que signifiquen al saber matemático; es la base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento matemático. Un modelo que nos permite entender este papel de las prácticas es el modelo de anidación de prácticas (Figura 3) en el que la tríada acción-actividad-prácticas se percibe como un referente en la explicación hacia el quehacer docente que queremos proponer.

Figura 3 – Modelo de anidación de prácticas.

Fuente: Cantoral (2013, p. 334).

La acción, como noción de partida, es la intervención activa del sujeto sobre el objeto; en una situación de aprendizaje es donde comienza a desencadenarse el proceso de resignificación que se busca. Las actividades tienen un matiz de practicidad, de articulación de las acciones y también se reconocen en ellas las herramientas matemáticas; hay un paso de actos naturalistas y casi individuales hacia lo social y cultural. En la articulación con las acciones, se puede evidenciar que el valor está en el uso del conocimiento y de las herramientas matemáticas en juego pues se trata de un valor funcional, útil: aquello que me sirve –de alguna manera- para responder lo que una situación de aprendizaje me pide (lo que me sirve para calcular, para medir, etc.).

El siguiente nivel se refiere a las prácticas -o prácticas socialmente compartidas- las cuales además de poder evidenciar la naturaleza intencional de las acciones y actividades que, por ejemplo, en una situación de aprendizaje se proponen, son una reiteración eficaz, intencional y controlada de la articulación acción-actividad. En este momento, una situación pudiera revelar procesos de resignificación respecto al conocimiento matemático particular en juego pues pueden evidenciarse las diferentes formas y funcionamientos (Buendía, 2012) que está tomando el objeto matemático y con ello, su uso situado. Visto de otra manera, en este momento de articulación acción-actividad, la racionalidad contextualizada de la matemática en juego permite analizar los usos situados que toman sentido identificando las diferentes formas y funcionamientos con los que un sujeto utiliza lo matemático. Así, al poner en uso lo matemático y reconocer el contexto, entonces tendrá significados situados.

Retomando el modelo de anidación de prácticas, en un nivel de análisis más teórico, las prácticas de referencia evidencian el principio de racionalidad contextualizada pues aluden a que la relación sujeto-saber es función del contexto (Cantoral, 2013). Este nivel en la explicación epistemológica evidencia que una idea científica puede presentarse de diferentes maneras (Astolfi, 2001) y ello pone de relieve al referente. Así, la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y un lugar determinados convirtiéndose en contextos de significación. Podemos reconocer que la noción de uso del conocimiento matemático exige de esos contextos de significación que le son propios y así, de acuerdo a Cantoral (2013), el uso y su práctica de referencia son los que acompañan el proceso de formación del concepto: localizarlos es fundamental para la intervención educativa, para el rediseño del discurso Matemático Escolar.

El siguiente diagrama (figura 4)) sintetiza la relación uso-práctica como base de los procesos de resignificación para la matemática escolar y permite reconocer que no existe un uso sin usuario y sin contexto. Pero, además, esa triada uso-usuario-contexto es una expresión objetivada de una práctica de referencia.

Figura 4 – Uso-Práctica.

Fuente: Cantoral (2013, p. 98).

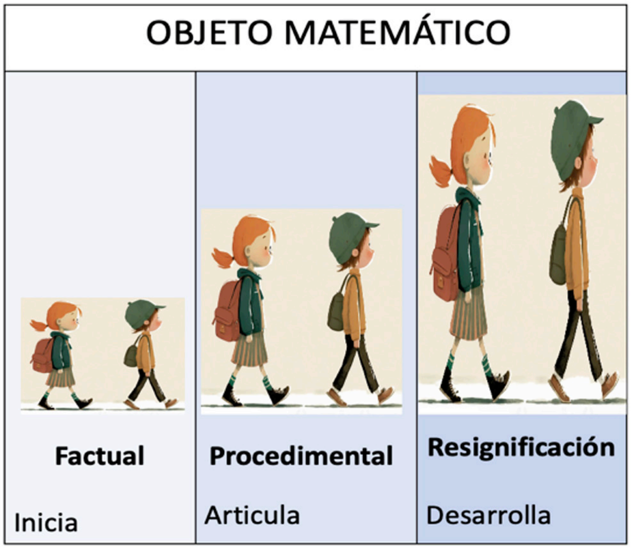
Finalmente, el último nivel del modelo de anidación de prácticas refiere a otro de los principios socioepistemológicos: la práctica social como normativa. Se presenta como normativa entendida como la que guía el conjunto que comenzó con las acciones; orienta esta anidación. De ahí que las prácticas se reconocen, pues, como generadoras del conocimiento matemático.

4. EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS: QUEHACER DOCENTE EN EL MARCO DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

Es momento de utilizar los referentes teóricos descritos para reconocer la práctica del profesor. El currículo escolar da los temas, objetivos y el establecimiento de objetos matemáticos a estudiar; sin embargo, y con base en la investigación, el objetivo es desarrollar situaciones de aprendizaje que cuestionen la matemática escolar y que favorezcan un contexto de significación basándonos en una evolución pragmática de prácticas.

Con base en la propuesta de los materiales del PIDPDM (Reyes, 2019, a-k), desarrollamos nuestra interpretación de dicha evolución sobre la que descansa el diseño de las situaciones de aprendizaje para el aula. En la figura 5, proponemos tres franjas verticales con diferentes tamaños que representarán un proceso de resignificación de un objeto matemático particular: tres fases por las que debiera transitar el alumnado en el tratamiento de objetos matemáticos.

Figura 5 – Evolución pragmática en el tratamiento del objeto matemático.



Fuente: Elaboración propia.

Con base en Reyes (2019a-k) interpretamos estas fases de la siguiente manera:

- Factual. Se trata de una fase exploratoria en la que se brinda un momento para entender la información presentada; es un trabajo con el dato observado y de familiarización con aquello que trabaja. Es todo un conjunto de acciones de los estudiantes sobre su entorno concreto.

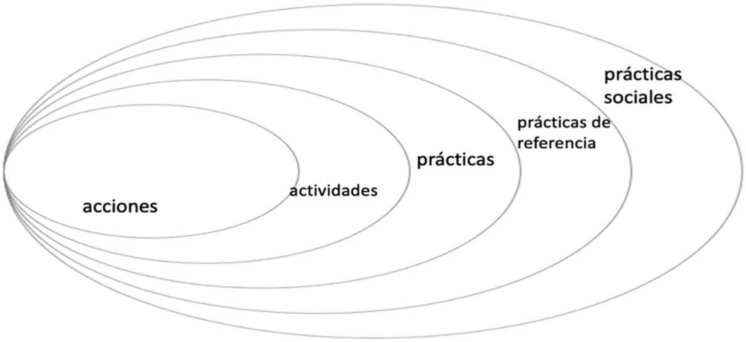
- Procedimental. Es una fase de construcción de procedimientos, así como también del lenguaje y argumentos necesarios; es un momento intermedio entre lo concreto y significación buscada.
- Resignificación. En esta fase, la intencionalidad de las prácticas y la problematización el saber en juego es evidente; el dato es resignificado y es posible reconocer los usos del conocimiento en juego. Se crea el espacio de significado que abre, amplía y desarrolla lo que será un proceso de significación permanente pues es un espacio en el que nuevamente vivirán fases factuales y procedimentales no en términos de retroceso, sino en términos de procesos continuos de resignificación. Es, por tanto, un proceso no lineal.

Se trata de una evolución pragmática en la que se trabaja con el objeto matemático. En particular, cuando por ejemplo Radford (2010) habla del desarrollo del pensamiento algebraico, el autor señala tres niveles de generalidad: factual, contextual y simbólico; afirma que nuestro conocimiento de un objeto conceptual es concurrente con estos estratos de generalidad en los que podemos tratar con el objeto (p. 55). En la generalidad factual, lo indeterminado permanece sin nombre y se realizan acciones (palabras, gestos, actividad perceptiva) sobre números. En la generalidad contextual y simbólica, lo indeterminado se hace lingüísticamente explícito, primero a través de una descripción corporeizada situada y posteriormente, en la simbólica, se hace uso del sistema semiótico alfanumérico propio del álgebra.

Este tránsito -un proceso semiótico de objetivación- es propio del álgebra en la que el uso significativo de símbolos resulta fundamental; en este proceso semiótico cabría preguntarnos cómo se va significando y resignificado el uso de las literales a la luz de la diada uso-práctica comentada en la sección anterior. Importa pues reconocer que el símbolo en el álgebra es reificado pero consideramos que no podría ser la meta final. Por ello, hablar de la fase de resignificación en la figura 5 refiere al uso del conocimiento no como una aplicación o una única reificación, sino como una conexión significativa del objeto matemático con otros saberes para que sea funcional al ser humano; y se reconoce que es, también, culturalmente situado (Báez y Farfán, 2022). Estas autoras enfatizan que el rol de la resignificación en la problematización de la matemática escolar es "desarrollar una razón de hacer de las futuras acciones que dan lugar a una nueva práctica" (p. 44); se trata, por tanto, de un proceso que se desarrolla de manera permanente.

Cabe entonces retomar el esquema de la figura 5 sobre la evolución del tratamiento del objeto matemático para entenderlo en un proceso de resignificación. Para ello, retomamos el esquema de anidación de prácticas (figura 3) y proponemos una visualización horizontal (figura 6):

Figura 6 – Reinterpretación horizontal del modelo de anidación de prácticas.

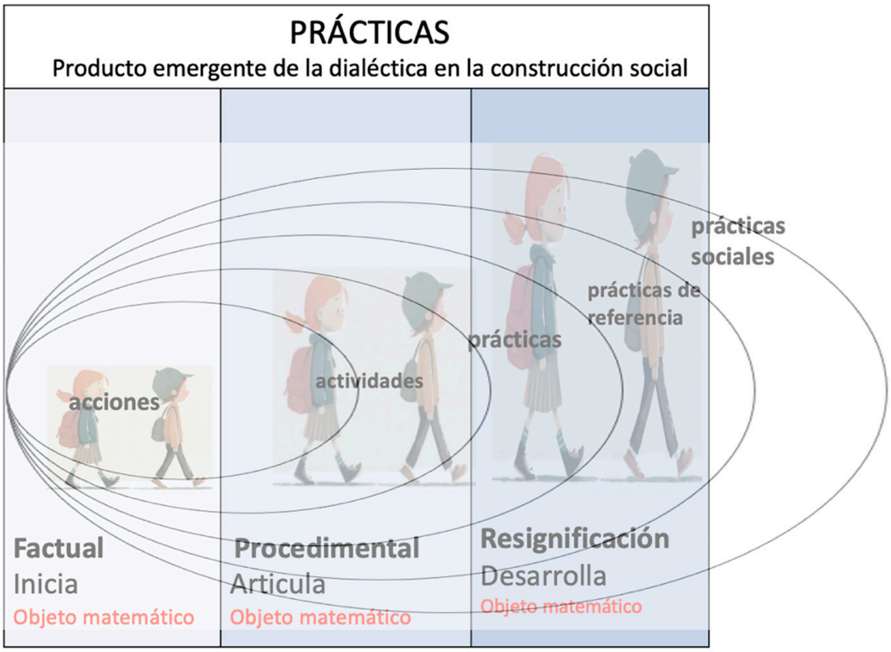


Fuente: Elaboración propia.

La intención es entender y reconocer dónde iniciar, cómo articular y cómo desarrollar un proceso de resignificación de un objeto matemático a través del desarrollo intencional de prácticas, de esas prácticas que subyacen al objeto matemático y que le son específicas porque dependen del objeto. Dado que el modelo socioepistemológico pone a las prácticas como protagonistas, es importante enfatizar que no desaparece el objeto matemático; siempre va a estar presente para poder definir qué prácticas son las que están ahí en funcionamiento. Pero, contrario a poner la reificación al centro de la explicación didáctica, reconocemos que la práctica social, con una función no reificadora sino resignificadora, es la que norma; la gran pregunta socioepistemológica es, entonces, cómo norma, cuáles son los mecanismos que se ponen en funcionamiento y porqué.

Si reconocemos que siempre es el sujeto frente al mundo resolviendo o, como mencionan Buendía y Cordero (2005), reconocer al ser humano haciendo matemáticas y no sólo su producción final, entonces importan las prácticas en las que se involucra la persona; eso será reconocer la construcción social del conocimiento matemático. El aprendizaje (figura 7) se presenta como el producto emergente de un proceso dialéctico que parte de lo factual, se articula en lo procedimental y se consolida en una resignificación que, enfatizamos, es un proceso progresivo y permanente. Es una dialéctica no lineal que no niega la existencia e importancia del objeto matemático, pero sí enfatiza su significación a partir de las prácticas en las que el alumno, en tanto ser humano, se involucra intencionalmente.

Figura 7 – Aprendizaje del estudiante.



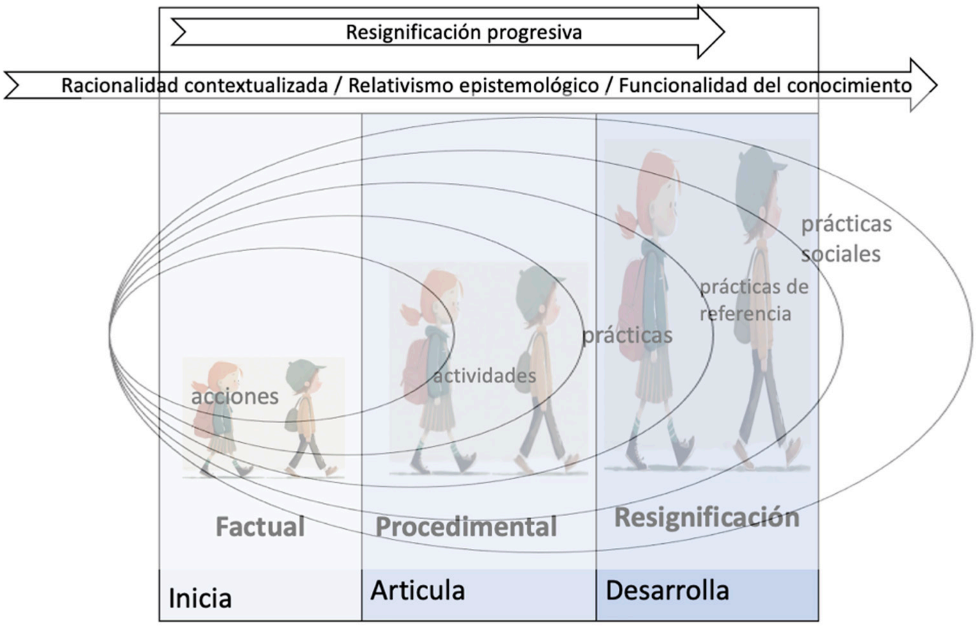
Fuente: Elaboración propia.

Entonces, ¿cómo se pasa de las acciones y actividades hacia las prácticas socialmente a las compartidas? ¿Cómo reconocer las prácticas de referencias y la normatividad de las prácticas sociales? Mientras que en la fase factual se desarrollan acciones y actividades, es en la procedimental cuando su articulación es intencionada y así, significan los datos con los que se trabaja; de ahí, que la práctica socialmente compartida empieza a tomar sentido. En la última fase, dicha práctica permite reconocer usos intencionales para toma de decisiones, validación de conjeturas, etc.

En este momento se reconoce la *resignificación progresiva* como un principio socio-pistemológico en el que la acción es la base del desarrollo del conocimiento y de la acción del sujeto sobre el objeto derivan los significados construidos. A partir de este principio –que deviene de la epistemología genética de acuerdo a Cantoral (2013)- es fundamental reconocer la dependencia con el escenario contextual en donde se produce la acción o con la personalización del tipo de símbolos y herramientas usadas (*principio de racionalidad contextualizada*) (ver figura 8).

Así, estos primeros significados se pondrán en funcionamiento en situaciones nuevas y, bajo ese esquema constructivo, se continuarán resignificando. Ya que esta dinámica es la resignificación progresiva que importa favorecer en los escenarios escolar, reconocer la práctica de referencia es imprescindible para la acción didáctica pues habrá que favorecen otros referentes: nuevas etapas de significación para construir más argumentaciones, espacios de uso, procedimientos y todo aquello que debería rodear al saber matemático. Quien va pasando de manera progresiva por estas resignificaciones, se va adueñando de más ideas; es una ampliación de los significados. Para que estos funcionen como tal, no se obvia el carácter situado: hay maneras particulares, cada sujeto va a hacerlo de manera distinta.

Figura 8 – Los principios de la Socioepistemología.



Fuente: Elaboración propia.

Posteriormente, también podemos reconocer el papel de las prácticas de referencia y el contexto: cuando se empieza un recorrido puedes estar en un contexto y pasas a otro y al hacerlo, hay nuevamente una ampliación de prácticas. En ese sentido, el principio de relativismo epistemológico (Cantoral, 2013) enfatiza que el valor de verdad está en relación con quién experimente y dónde; no hay una verdad única y en ese sentido se acepta el saber popular, el técnico y el culto todos como parte de la sabiduría humana.

El construir situaciones de aprendizaje, el hacer docencia desde la perspectiva socioepistemológica es hacer transitar al estudiante por este pequeño universo; visto entonces a un nivel macro (ilustrado metafóricamente hacia afuera del cuadro en la figura 8) hay prácticas sociales que ponen en movimiento la resignificación porque son las que dicen cómo se estructura la acción-actividad, cómo se desarrolla el uso para poder irse adueñando del conocimiento matemático.

4.1 Los cuadernillos

En particular, para analizar los tránsitos propuestos en la sección anterior, analizamos uno de los materiales propuestos por el PIDPDM. En general, se trata de situaciones de aprendizaje (Reyes, 2019, a-k) que consideran contextos situacionales apoyados en prácticas y usos. La colección completa consta de 9 cuadernillos, 4 para el nivel primario y 5 para el nivel secundario; sus títulos refieren a las prácticas socialmente compartidas que movilizan.

Para el nivel primario se propusieron los siguientes:

Cuadernillo 1: *Inferir ¿Qué aspectos son importantes en la representación de sucesos?* (Reyes, 2019a). Esta situación de aprendizaje promueve la lectura del gráfico circular mediante la identificación de los elementos de un gráfico estadístico;

el tránsito entre gráficos estadísticos (esencialmente entre el gráfico circular y el gráfico de barras) así como la argumentación de los gráficos estadísticos. Se propicia un escenario que moviliza la argumentación en los estudiantes de tal manera que el conocimiento matemático se tome como herramienta y se va desarrollando para sostener dicha argumentación a través del uso de los gráficos.

Cuadernillo 2: *Medir ¿Cuántas veces cabe?* Construyendo unidades de medida. En este cuadernillo se plantean dos situaciones de aprendizaje para significar la medición del perímetro y del área a través del desarrollo de actividades construyendo unidades de medidas y sus equivalencias; se identifica la relación entre la magnitud a medir y la unidad de medida para diferenciar las nociones de perímetro y área. En otras palabras, se busca fomentar el estudio del perímetro de polígonos como medida de magnitudes lineales (Reyes, 2019b, p. 9).

Cuadernillo 3: *Aproximar y optimizar ¿Qué hacés con lo que sobra?* Para este cuadernillo se construyeron dos situaciones de aprendizaje cuyas directrices buscan propiciar el análisis del resto mediante el reconocimiento de estrategias provenientes de los estudiantes para identificar las acciones que siguen en el desarrollo de prácticas; ello permite dar cuenta del uso del conocimiento matemático. Se proponen prácticas intencionales de comparación, agrupación, aproximación y optimización. Se explicitan los componentes que intervienen en una división a través de preguntas como ¿qué es lo que se divide?, ¿cuántas veces se divide?, ¿con qué divide? Y ¿cuánto sobra? (Reyes, 2019c, p. 9).

Cuadernillo 4: *Comparar y equivaler ¿Cuánto me toca? ¿Es justo?* Este cuarto cuadernillo propone dos situaciones de aprendizaje. La primera aborda la equivalencia a través de los repartos equitativos y su agrupación mediante la suma de fracciones; la segunda situación, plantea la organización y comparación de actividades que da lugar a la transición de la equivalencia desde una relación de magnitud a una relación de orden utilizando el día (en horas) como la unidad de referencia (Reyes, 2019d).

En el nivel secundario, se propusieron 5 cuadernillos:

Cuadernillo 5: *Predecir ¿Qué cambia? y ¿Cómo cambia?* Para saber que pasó o pasará. Se plantean dos situaciones de aprendizaje para hacer evolucionar el lenguaje común del que los estudiantes ya se han apropiado para enfocarlo hacia un lenguaje más especializado en la lectura e interpretación de gráficos. Particularmente, se plantea un reconocimiento de momentos donde los estudiantes localicen, comparen, equilibren y midan cantidades en gráficos (Reyes, 2019f).

Cuadernillo 6: *Equivaler ¿Qué se mantiene? ¿Qué cambia?* Analizando patrones. El cuadernillo contiene dos situaciones de aprendizaje para analizar la solución de la ecuación lineal. En particular se busca que las situaciones promuevan una interpretación de la solución de la ecuación y no limitarla a un número final que surge de un procedimiento; se busca evidenciar que el valor numérico tiene un significado (Reyes, 2019g).

Cuadernillo 7: *Inferir. Entre las posibilidades y su cuantificación*. Este cuadernillo plantea dos situaciones de aprendizaje mediante para significar el cálculo de la probabilidad. Se pone en juego la relación parte-todo a través del análisis de resultados posibles y resultados favorables (Reyes, 2019h).

Cuadernillo 8: *Visualizar. Representando la realidad en perspectiva*. Se plantea el uso de herramientas que permitan la construcción de la noción de semejanza. Mediante la interpretación de y la resolución de situaciones geométricas, se formalizan características ligadas a la igualdad de ángulos y a la proporcionalidad de sus lados (Reyes,2019i).

Cuadernillo 9: *Comparar y medir. ¿Cómo sabes si una cantidad es igual a otra?* Se plantea el uso de número decimal desde un escenario cotidiano en el que se establecen relaciones entre los decimales y las fracciones. Las prácticas que se movilizan son: medición, comparación, aproximación y equivalencia (Reyes,2019j).

5. ANÁLISIS DE UN DISEÑO

Presentamos a continuación el análisis del cuadernillo Medir: *¿Cuántas veces cabe?* Construyendo unidades de medida (Reyes, 2019b). Cuando los libros de textos de nivel primario abordan el perímetro y el área, se privilegia la operatividad por medio de fórmulas, se prioriza el uso de unidades convencionales, así como el uso de la misma unidad para medir diferentes magnitudes; prevalece un énfasis en la medida exacta dejando de lado la medida aproximada.

Al respecto, Chamorro (2003) señala que conceptualizar un sistema de medida requiere comprender, previamente, los procesos de medición y la idea de unidad de medida. Clements y Sarama (2009) recomiendan comenzar con unidades de medida no convencionales, lo cual requiere conocer las cualidades y las características de la unidad de medida. En ese sentido, Guendj (2000, p. 173) menciona que:

> El cuerpo del hombre, su trabajo, y también otras cosas usuales se toman como unidades de medida. Particularmente los granos de cereales usados como patrón de longitud o de peso. En Inglaterra, por ejemplo, la pulgada valía tres granos de cebada alineados...
>
> Las medidas antiguas no son en absoluto arbitrarias como frecuentemente se les reprocha. Más bien es todo lo contrario. En la mayor parte de los casos no son los señores los que las definieron, sino los artesanos, campesinos, comerciantes, viajeros que las han sacado de su práctica diaria.

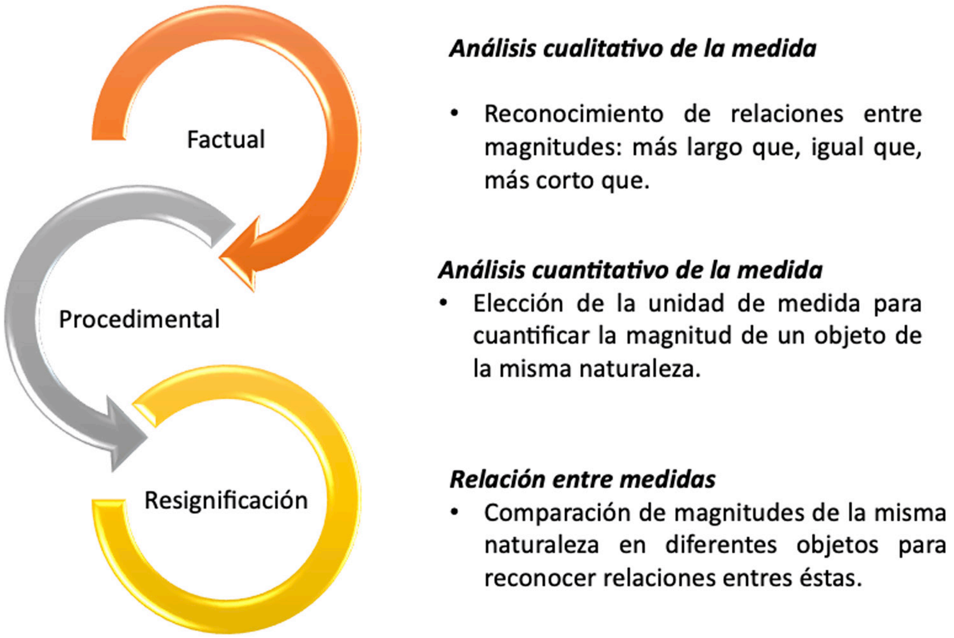
Esto es un ejemplo del tránsito desde lo natural o biológico, hacia lo culturalmente situado, una evolución vigente en la triada acciones-actividades-prácticas socialmente compartidas que se presentó en la tercera sección de este escrito.

Estos elementos orientan el diseño de la situación de aprendizaje, el cual emula el tránsito señalado en la figura 7 ya que el estudiante enfrentará planteamientos que demandarán acciones para que vaya desde lo intuitivo hasta su formalización. El propósito de este diseño es significar el perímetro y el área a través de la medición, de la comparación de magnitudes, de la aproximación, la estimación y el conteo. Se busca enfatizar el uso de medidas no convencionales en el proceso de medición, así como el reconocimiento de cualidades y características de la unidad de la medida. Además, se reconoce la naturaleza de aquello que se mide y aquello con lo que se mide, haciendo una distinción entre las unidades de longitud y las unidades de superficie.

5.1 Las etapas

El cuadernillo se encuentra estructurado en dos partes. La primera parte corresponde con el fundamento teórico y las explicaciones didácticas que dan lugar a las situaciones que ahí se plantean. La segunda parte contiene dos situaciones de aprendizaje organizadas en tres etapas: factual, procedimental y simbólica, la cual evidencia la resignificación asociada. Para el caso que nos ocupa, centraremos la atención en la primera situación denominada *Comparar y medir*. La figura 9 presenta un resumen de las etapas.

Figura 9 – Etapas e intencionalidades de diseño "medir".

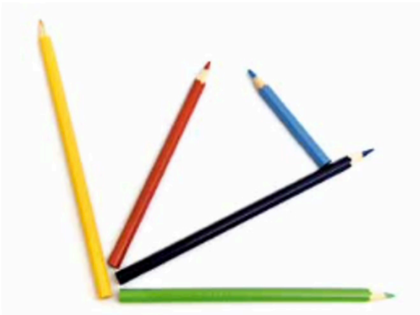


Fuente: Elaboración basada en Reyes (2019b).

La etapa factual, *¿Cuánto más largo es?*, promueve acciones relacionadas con la comparación y aproximación de objetos. Se parte de comparaciones entre objetos considerando cualidades susceptibles de ser medidas, como la longitud; se establecen relaciones cuantitativas entre magnitudes. El objetivo es que el estudiante realice comparaciones entre los objetos (lápices de colores) tomando como referencia una de las magnitudes con la finalidad de identificar el objeto de mayor o menor longitud (ver figura 10).

Figura 10 – Acciones de comparación (Reyes, 2019b, p. 33).

1. Observá este conjunto de lápices de diferentes tamaños y colores y respondé.



a) Copiá y completá la tabla con las similitudes y diferencias entre los objetos mostrados. Anotá todo lo que veas.

SIMILITUDES	DIFERENCIAS

b) Entre el lápiz de color rojo y el lápiz de color azul, ¿cuál es más largo? Explicá cómo te das cuenta.

Fuente: Reyes (2019b, p. 33.).

El planteamiento del inciso (a) busca que el estudiante reconozca cualidades que permiten realizar la comparación de objetos; en particular interesan aquellas que son susceptibles de ser medidas como el grosor y el largo de los lápices de colores. En la pregunta propuesta en (b) se plantea una comparación entre dos lápices, muy específicos, donde se esbocen los elementos que permiten realizar dicha comparación.

Se continúa la etapa factual con el establecimiento de una relación cuantitativa entre la longitud de dos lápices de color para finalmente realizar aproximaciones cada vez más precisas tomando en cuenta una unidad de medida. Importa notar que la unidad de medida puede dividirse para acercarse a la medida real.

La etapa procedimental, *¿Cuántas veces cabe?,* orienta las preguntas hacia las acciones de comparar y medir, comenzando con el tratamiento de la medición de longitudes y superficies. De manera enfática se promueve la elección de una unidad de medida que convenga para medir una magnitud, además de consolidar las relaciones entre la unidad de medida y la magnitud a medir.

Esta etapa, las actividades y su matiz de practicidad y de articulación con las primeras acciones, acercan a los estudiantes al establecimiento de una cuantificación entre una unidad de medida (la cual se elige) y un espacio físico (figura 11).

Figura 11 - ¿Cuánto mide?

1. ¿Sabés cuánto mide el largo de tu aula? Proponé una medida; luego, la comprobarás.

2. En grupos de 4 o 5 integrantes, midan el largo del aula.

a) ¿Qué utilizaron para medir el largo del aula?

b) ¿Cuántas veces cupo el largo de ese objeto en el largo del aula?

Fuente: Reyes (2019b, p. 35).

En la pregunta 1, se solicita la estimación de la longitud del salón de clases, es decir; requiere que los estudiantes propongan una unidad de medida que se acerque o aproxime al largo del salón. Seguramente recurrirán a elementos que reconozcan, como por ejemplo el metro. Para la pregunta 2 se propone medir la longitud del salón de clases; trabajando en equipos, se habrá de elegir una unidad de medida, lo cual los pondrá a discutir sobre el elemento a considerar para medir: podrían recurrir a sus pasos, zancadas, sus manos, codos, cuadernos, entre otros. Lo planteado en la pregunta 2a) permite hacer una distinción entre las longitudes de los objetos seleccionados; el objeto posee ya una medida que los estudiantes reconocen con posibilidad de ser utilizada. El planteamiento propuesto en la pregunta 2b) alude a la cuantificación de las veces que cabe el objeto seleccionado para medir y determinar, así, una estimación del total de la longitud del salón.

Para esta etapa procedimental era fundamental reconocer la pertinencia de algunas unidades de medida sobre otras y convenir cuál sería una unidad adecuada; de ahí que hay una coordinación de acciones para hablar de actividades. Esta etapa también permite que el estudiante cuantifique la relación entre la superficie de un espacio físico (el salón) y la unidad de medida elegida. Se favorecen diferentes usos de la unidad de medida: desde seleccionar aquella susceptible de ser usada hasta elegir –conviniendo- la más adecuada, que le funcione para llevar a cabo la tarea en cuestión. Habrá momentos en que una unidad entera se ponga en uso, pero también tendrá sentido particionarla y ello también influirá en la unidad de medida más adecuada.

En la última etapa relativa a la resignificación, *Acordar unidades de medida*, prevalecen acciones y actividades ligadas a medir y equivaler. Se busca que los estudiantes reflexionen acerca de la relación entre la unidad de medida con la magnitud a medir ya que medir una misma superficie con unidades de medida diferentes dará lugar a resultados diferentes, lo cual contribuye a identificar una relación entre aquellas unidades de medida utilizadas y a establecer la equivalencia entre las unidades de medida.

Inicialmente se busca establecer la relación entre unidades de medida dada la medición de una misma magnitud, así como la generación de acuerdos tomando en cuenta las argumentaciones que se construyan sobre una unidad de medida sobre otra. Por ejemplo, en el siguiente planteamiento (figura 12), se busca que contrasten las diferencias entre usar la longitud su cuaderno o el grosor del mismo para medir la distancia que hay entre su casa y la escuela.

Figura 12 – Qué unidad de medida.

5. Si tuvieran que medir la distancia de la escuela a su casa o el grosor de un cuaderno, ¿usarían la misma unidad de medida que usaron para medir el salón? Comenten sus reflexiones entre todos/as.

6. Con una regla, medí la longitud de una hoja de papel.
a) ¿Qué unidad de medida elegirías: cm, dm o mm? ¿Por qué?
b) Si se mide con la unidad de medida "metro", ¿cuántos metros mide? ¿Te parece conveniente?

Fuente: Reyes (2019, p.37).

La reflexión colectiva permite que los estudiantes confronten lo que hasta el momento han identificado en relación con los objetos que les permiten cuantificar longitudes. En particular también podrán descartar aquellos objetos que complicarán la medición de la distancia de su casa a la escuela e incorporar otros con los que se abarque mayor longitud.

En la tarea 6 de la situación (figura 12), se plantea una medición de longitud con instrumentos más convencionales como la regla. Esto permite acercar a los estudiantes a la selección de unidades más convenientes para medir la hoja y justificar su elección. Si bien las tres unidades que se sugieren son elegibles, el centímetro parece ser la unidad de medida más adecuada. En la tarea 6b, se busca que los estudiantes se percaten de qué ocurre al tomar una unidad de medida cuya longitud es mayor a la que se está requiriendo medir (longitud de la hoja). Se espera que el estudiante se dé cuenta de que el metro no es una unidad de medida que convenga utilizar para medir la longitud de la hoja y que otro instrumento –como la regla- podría ser utilizado para una cuantificación más aproximada.

En esta etapa de resignificación importa evidenciar, además de las diferentes formas que ha tomado la unidad de medida y los diferentes funcionamientos que ha tenido, que la elección de la unidad de medida no es arbitraria: el orden de magnitud refiere a considerar el tamaño habitual o usual de la magnitud de algún objeto para elegir una unidad de medida conveniente. Se usará una u otra unidad de medida, dependiendo cuán cercana sea a la magnitud que se mide.

5.2 Recorrido: La magnitud

La trayectoria comienza reconociendo que vivimos en un mundo de magnitudes, es decir de cosas que tienen tamaños (grande, chico, largo, ancho). La magnitud se puede medir;

en principio la medición está entre comillas porque lo primero es utilizar un lenguaje que no es el de la medición formal (centímetros, metros); es un lenguaje en una etapa factual: cuál de todo ese bonche de lápices es más grande, cuál sobresale, cuál es el más grande; esto último no es hablar de que mide más que los demás, sino es decir *estoy viendo y estoy comparando*. El recorrido es pues sobre la magnitud y hay una práctica de comparar que permite comenzar con lenguaje natural para establecer -más grande, más chico-

Luego, hay que lograr pasar a la medida: dos lápices, uno más grande que el otro, *pero ¿cuánto más grande o cuánto más chico?* En este momento aparece otro elemento que podría ser, por ejemplo, *un tercio más grande*; todavía no es en sí una unidad de medida, pero es una forma de usar la unidad de medida que le funciona para lograr una mejor respuesta a cuánto más grande (o chico) es un objeto en comparación con otro.

Una pregunta sobre el conocimiento en uso está en la base de las tareas: ¿habrá y servirá -de alguna manera- un segmento que se construya como referencia? Eso está en la base de la construcción de unidad de medida funcional que permita pasar de actos más individuales a lo social y cultural: podrán medirse longitudes diversas.

El cambio de contextos a lo largo de la Situación permite que al hablar de longitudes se pueda asociar a perímetros que, finalmente, son contornos. Este mismo cuadernillo continúa con una Actividad en la que se aborda también el área por lo que se hace evidente una confrontación: si con lo que se puede hacer con los casos lineales, se puede hacer algo para las superficies.

En la tabla 1, presentamos una síntesis del recorrido a través de las etapas factual, procedimental y de resignificación junto con las prácticas (acciones-actividades, prácticas socialmente compartidas), tránsito en el que importa enfatizar la relación de la figura 13.

Figura 13- Hacia la práctica de medir.

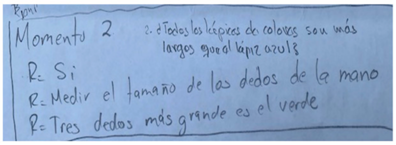
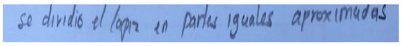
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1 – Síntesis del recorrido.

F	**Factual**	Privilegio de las prácticas comparar y aproximar	• Identificación de cualidades de los objetos susceptibles a ser medidos. • Establecimiento de relaciones cuantitativas entre magnitudes.
A S	**Procedimental**	Privilegio de las prácticas comparar y medir	• Elección de una unidad de medida conveniente para medir una magnitud. • Establecimiento de relaciones entre una unidad de medida y una magnitud a medir.
E	**Resignificación**	Privilegio de las prácticas medir y equivaler	• Reconocimiento de la cantidad de veces que mide la unidad a la medida a la magnitud que se mide. • Establecimiento de equivalencias entre unidades de medida.

Fuente: Elaboración basada en Reyes (2019b).

A manera de ilustración, en la tabla 2 se presenta dos respuestas recopiladas al trabajar la Actividad en diversos colectivos de profesores. Estas ilustraciones pretenden mostrar qué tipos de respuestas puntuales se podrían encontrar al respecto del contenido de la tabla.

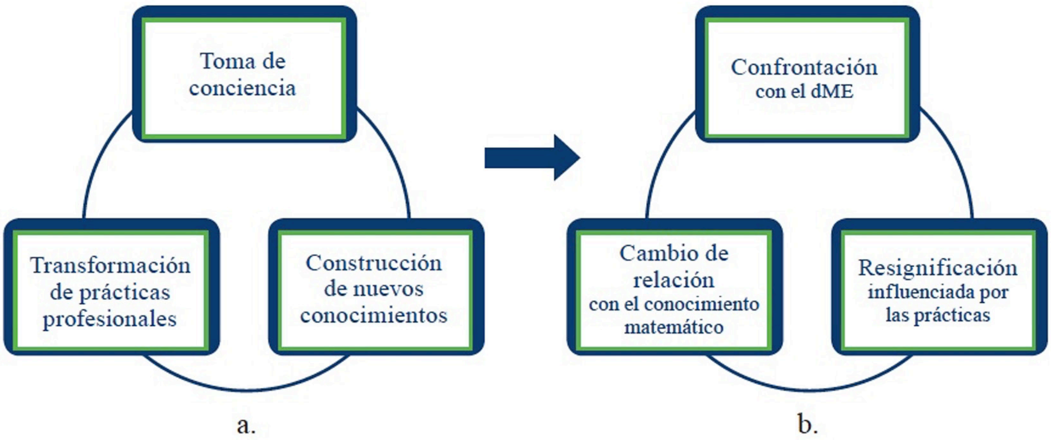
Tarea a realizar. (Reyes, 2019b, p. 34)	Ilustración
2. ¿Todos los lápices de colores son más largos que el lápiz azul? Describí una estrategia para saber cuánto más largo es el lápiz de color amarillo que el lápiz de color azul. **3.** ¿Qué tanto más largo es el lápiz de color verde que el lápiz de color azul?	
6. Como pudiste ver, comparaste el largo de los lápices sin usar la regla. Las relaciones entre el largo de los lápices, ¿fueron aproximadas o exactas? ¿Qué utilizaste para establecer las relaciones?	

Fuente: ???

6. DISCUSIÓN FINAL Y CIERRE

Báez y Farfán (2022), basadas en la amplia bibliografía sobre el acto de reflexionar del profesor, desarrollaron un estudio que busca caracterizar una ruta para un proceso de reflexión de la matemática escolar desde la mirada socioepistemológica.

Figura 14 – Componentes para estudiar la reflexión, del modelo general (a) al modelo socioepistemológico (b).



Fuente: (Báez y Farfán, 2022, p. 45).

Se trata de una ruta de construcción de autonomía y el establecimiento de una nueva relación con el conocimiento matemático. Las autoras identifican dos elementos claves para caracterizar dicho proceso: la confrontación y la resignificación (Figura 14, b) en donde es posible reconocer un énfasis en romper la hegemonía de significados preexistentes en el discurso escolar para dar acceso a la diversidad de razonamientos y, por tanto, a un proceso continuo de resignificación progresiva.

En estos procesos de confrontación y resignificación, la intención es que el profesor reflexione sobre tres tipos de relaciones: con su conocimiento matemático, con las prácticas que subyacen a dichos conocimientos y con sus estudiantes. De hecho, el profesor es animado a transformar su actividad hacia una matemática en uso como se ha planteado en la sección 3 de este escrito. Entonces a partir de la producción del campo disciplinar (recordar la figura 2), que le provee de teoría y resultados sólidos de investigación, puede construir situaciones de aprendizaje en las que el foco no es el objeto matemático, sino que, deslizándolo, la propuesta es dar paso a una epistemología basada en prácticas y usos del conocimiento; ello da entonces cabida a un constante proceso de resignificación.

En la situación planteada en el Cuadernillo analizado, la práctica escolar de usar una regla graduada para introducir a los estudiantes a las mediciones rectilíneas se inicia, como se ha mostrado en la sección 5 del escrito, con un recorrido de acciones basadas en comparación de magnitudes, la aproximación, la estimación y el conteo. Es en la interacción con sus compañeros que el estudiante se adentra en actividades que le permiten coordinar los elementos surgidos en sus acciones para después poder responder de manera precisa y consensuada sobre la necesidad de construir una unidad común de medida. El escenario geométrico de medición que se le provee al estudiante para llevarlo de la construcción de una unidad lineal de medida para pasar a la construcción a la construcción de una unidad de superficie para la medición de superficies rectangulares seguirá poniendo en evidencia los procesos de resignificación de los primeros pasos de medición geométrica.

6.1 Comentarios finales

Con este escrito buscamos abrir una discusión sobre la pertinencia de plantear una modalidad de construcción de actividades de aprendizaje desde una perspectiva socioepistemológica. Las actividades construidas por la comunidad del PIDPDM tienen una riqueza y profundidad indiscutibles y debe continuarse investigando con y sobre ellas: repitiéndolas en distintos escenarios, reportando con detalle sus alcances a fin de que puedan constituirse en un modelo de construcción de actividades de aprendizaje escolar con mayor amplitud temática y distintos niveles educativos.

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LAS PERSONAS AUTORAS

Declaramos que los tres autores, JL, GB y RFG, participaron en la concepción de las ideas presentadas, recopilación de datos y bibliografía, análisis y discusión de resultados, redacción, revisión y aprobación del trabajo.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio estarán disponibles por las personas JL, GB y RFG, previa solicitud razonable.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arendt, H. (2016). *Entre el pasado y el futuro. Ocho ejercicios sobre la reflexión política*. Ediciones Península.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques,* 9(3), 281–308. https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., y Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In *Research in Collegiate mathematics education II*. CBMS issues in mathematics education (Vol. 6, pp. 1–32). Providence, RI: American Mathematical Society.

Astolfi, J. P. (2001). *Conceptos clave en la didáctica de las disciplinas*. Serie Fundamentos No. 17, Colección Investigación y Enseñanza. Grupo de Didáctica e Investigación Escolar de la Universidad de Sevilla.

Báez, M. y Farfán, R. M (2022). Sistematización y análisis de un proceso de reflexión sobre la matemática escolar: aspectos para la profesionalización docente. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (2022) 25 (1): 35 - 62. DOI: 10.12802/relime.22.2512

Brousseau, G. (1983) Les obstacles épistémologiques et les problemes en mathematiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165–198.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. En *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer publisher, 58(3), 299-333.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Editorial Gedisa.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemática s y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116. https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid, Pearson Education.

Clements, D. H., y Samara, J. (2009). *Early childhood mathematics education research*. New York: Routledge.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). *Desing Experiments in Educational Research*, 32(1), 9-13. http://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Fuentes Navarro, R. (1998) *La emergencia de un campo académico: continuidad utópica y estructuración científica de la investigación de la comunicación en México*. Universidad de Guadalajara-ITESO.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* 8(11), 111-132. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2013_idoneidad_didactica.pdf

Guedj, D. (2000). “*El metro del mundo*” (Tr. Consuelo Serra). España: Anagrama.

Larrosa, J., Rechia, K. y Cubas, C. J. (Eds.) (2020). *Elogio del profesor*. Miño y Dávila Editores.

Mercado Maldonado, R. (2014). *Los saberes docentes como construcción social*. La enseñanza centrada en los niños. Fondo de Cultura Económica.

Parra, V. y Otero, M. R. (2018). Antecedentes de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI): características y génesis. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias* 8(13), 1-18. http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v13n2/v13n2a01.pdf

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62.

Radford, L. (2020). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. *Revista Colombiana de Matemática Educativa, RECME*, *Número especial de la Teoría de la Objetivación*, 5(2), 15-31. https://shorturl.at/gnIV5

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemática*. Gedisa Editorial.

Reyes, D. (Coord.) (2019a). *Inferir: ¿qué aspectos son importantes en la representación de sucesos? Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-002-5. https://www.researchgate.net/publication/332380316_INFERIR_Primaria

Reyes, D. (Coord.) (2019b). *Medir: ¿Cuántas veces cabe? Construyendo unidades de medida. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-003-2. https://www.researchgate.net/publication/334638675_MEDIR_Primaria

Reyes, D. (Coord.) (2019c). *Aproximar y optimizar: ¿Qué hacés con lo que sobra? Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978- 987-784-004-9.https://www.researchgate.net/publication/334638728_APROXIMAR_Y_OPTIMIZAR_Primaria

Reyes, D. (Coord.) (2019d). *Comparar y equivaler: ¿Cuánto me toca? ¿Es justo? Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978- 987-784-005-6. https://www.researchgate.net/publication/332380326_COMPARAR_y_EQUIVALER_Primaria

Reyes, D. (Coord.) (2019e). *Matemática para aprender más: estudiantes. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978- 987-784-007-0.https://www.researchgate.net/publication/334638682_Cuaderno_para_estudiantes_Primaria

Reyes, D. (Coord.) (2019f). *Predecir: ¿Qué cambia? y ¿cómo cambia? Para saber qué pasó o pasará. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-006-3. https://www.researchgate.net/publication/332380146_PREDECIR_Secundaria

Reyes, D. (Coord.) (2019g). *Equivaler: ¿Qué se mantiene? ¿Qué cambia? Analizando patrones. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-008-7 https://www.researchgate.net/publication/334638734_EQUIVALER_Secundaria

Reyes, D. (Coord.) (2019h). *Inferir: entre las posibilidades y su cuantificación. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987- 784-012-4. https://www.researchgate.net/publication/332380102_INFERIR_Secundaria

Reyes, D. (Coord.) (2019i). *Visualizar: representando la realidad en perspectiva. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978- 987-784-009-4. https://www.researchgate.net/publication/334638481_VISUALIZAR_Secundaria

Reyes, D. (Coord.) (2019j). *Comparar y medir: ¿Cómo sabés si una cantidad es igual a otra? Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-010-0. https://www.researchgate.net/publication/334638601_COMPARAR_Y_MEDIR_Secundaria

Reyes, D. (Coord.) (2019k). *Matemática para aprender más: estudiantes nivel secundario. Plan Nacional Aprender Matemática*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. ISBN 978-987-784-011-7. https://www.researchgate.net/publication/334638488_Cuaderno_para_estudiantes_Secundaria

Saavedra, M. (2005) Exigencias epistemológicas y discurso pedagógico en la formación de docentes para la educación básica, en M. Gómez Sollano y H Zemelman (cords.) *Discurso pedagógico: Horizonte epistémico de la formación docente*. Editorial Pax México.

Schoenfeld, A. (2013). Reflections on Problem Solving Theory and Practice. *The Mathematics Enthusiast* 10(1&2), 9-34. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1258

Tenti Fanfani, E. (Comp.) (2006). *El oficio de docente: vocación, trabajo y profesión en el siglo XXI*. Siglo XXI editores.

Watson, A. & Ohtani, M. (Eds.) (2015). *Task Design inMathematicsEducation: an ICMI study 22. Springer*. https://www.researchgate.net/publication/300337804_Some_Reflections_on_ICMI_Study_22