Cuadernos
de Investigación y Formación
en Educación Matemática

e-ISSN en línea: 2215-5627
Impresa: ISSN 1659-2573
Vol: 17 • N°. 1 • 2024
35-51
Recibido: 30/06/2023
Aprobado: 30/11/2023

Artículos de investigación

DESARROLLO PROFESIONAL PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SUPERIOR: UN ENCUADRE TEÓRICO Y UNA PROPUESTA

PROFFESIONAL DEVELOPMENT FOR HIGHER LEVEL MATHEMATICS TEACHERS: A THEORETICAL FRAMEWORK AND A PROPOSAL

Mabel Rodríguez[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-8425-8572

Marcel Pochulu[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-2292-4178

Fabián Espinoza[3]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-8921-6956

RESUMEN

En este trabajo compartimos un modelo teórico que nos permitió diseñar la estructura general de un Curso para docentes de matemática del nivel superior. Además, como complemento para su desarrollo, usamos como encuadre otras dos líneas teóricas ampliamente difundidas de la Educación Matemática. La propuesta de desarrollo profesional fue ofrecida en el ámbito de la Universidad Nacional del Nordeste, Argentina, a través de una convocatoria del Instituto Nacional de Formación Docente. El sustento teórico empleado para el diseño estructural del Curso es una ampliación de un modelo existente, elaborado para la formación docente. Presentamos tal ampliación y mostramos cómo esta permite estructurar el Curso. Asimismo, compartimos elementos centrales de la propuesta y de la implementación a la luz de los elementos del marco teórico. Finalmente cerramos con algunas reflexiones que nos surgen a partir de este trabajo.

Palabras clave: Desarrollo Profesional Docente, Modelo de Planos de Formación, Resolución de Problemas, Modelización Matemática.

1 Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento, Los Polvorines, Buenos Aires, República Argentina, C. P. 1613. Correo electrónico: mrodri@campus.ungs.edu.ar

2 Instituto de Ciencias Básicas y Aplicadas, Universidad Nacional de Villa María, Villa María, Córdoba, República Argentina, C. P. 5900. Correo electrónico: mpochulu@unvm.edu.ar

3 Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Universidad Nacional del Nordeste, Corrientes, Corrientes, República Argentina, C. P. 3400. Correo electrónico: rrfespinoza@exa.unne.edu.ar

ABSTRACT

In this paper we share a theoretical model that allowed us to design the general structure of a course for higher level mathematics teachers. In addition, as a complement for its development, we use as a framework two other widely spread theoretical lines of Mathematics Education. The professional development proposal was offered at the Universidad Nacional del Nordeste, Argentina, through a call from the Instituto Nacional de Formación Docente (National Institute of Teacher Training). The theoretical basis used for the structural design of the course is an extension of an existing model developed for teacher training. We present such extension and show how it allows structuring the course. We also share central elements of the proposal and its implementation in the light of the elements of the theoretical framework. Finally, we close with some reflections that arise from this work.

Keywords: Teacher Professional Development, Model Training Planes, Problem Solving, Mathematical Modeling.

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace tiempo, muchas instituciones de nivel superior en Argentina establecen requerimientos que las materias de matemática debieran atender. Esto surge en distintas instancias y responde a diferentes motivos. Por ejemplo, luego de revisiones de planes de estudio suelen generarse acuerdos al interior de los equipos sobre qué considerar o enfatizar en espacios curriculares de distintos años. Puede ocurrir que se espere de las materias iniciales de matemática que asuman la formación de quienes ingresan al nivel superior respecto de: formas de estudio esperadas, un cierto manejo autónomo de acceso a bibliografía, adquisición de técnicas de operatoria numérica y algebraica y formas de validar autónomas, la resolución de problemas, la modelización matemática, etc. En algunas ocasiones, estos requerimientos provienen de instituciones que nuclean expertos de todo el país de una misma especialidad.

Estos grupos de expertos buscan acordar pautas comunes que permitan, por ejemplo, acreditar las carreras de nivel superior utilizando parámetros compartidos y consensuados. Por dar a conocer un caso, se ha acordado que la formación matemática de los futuros ingenieros debe organizarse promoviendo el desarrollo de competencias profesionales de la especialidad (Pochulu et al., 2019). Este tipo de requerimiento debe ser asumido por los equipos docentes responsables del dictado de las materias de matemática y, en la mayoría de los casos, para atenderlos de un modo que se pueda fundamentar, se requiere conocimiento actualizado del campo de la Educación Matemática. Esta área presenta múltiples aportes, de naturaleza diferente: teóricos, metodológicos, prácticos que podrían resultar insumos claves para plantear diseños que respondan a distintos tipos de requerimientos. Pero, en contraposición, muchos docentes que se desempeñan en el nivel superior no tienen y/o no han tenido acercamiento a estudios didácticos. Es común encontrar profesionales de una especialidad (ingenieros, contadores, arquitectos, etc.) a cargo de materias de matemática en las carreras de las que se graduaron. En estos casos es usual advertir que los requerimientos no son tenidos en cuenta; o, creyendo que sí se están atendiendo, un análisis revelaría que no es así, situación aún más preocupante que la primera.

Esta tendencia suscita el interés del Estado y, según las posibilidades, se generan distintos programas o instancias que abren la posibilidad de ofrecer espacios de desarrollo profesional a docentes del nivel superior en temáticas del campo de la Educación Matemática. En particular, el Ministerio de Educación de la República Argentina, a través del Instituto Nacional de Formación Docente, realizó una convocatoria que involucra la presentación de propuestas de formación docente, en el marco del Programa Nacional de Formación Permanente "Nuestra Escuela", de acuerdo con lo estipulado en el artículo 5° de la resolución del Consejo Federal de Educación N° 407/21, con vistas a su ejecución en el año 2022.

En el ámbito del componente II del Programa señalado, la convocatoria se dirige a las Universidades Nacionales y/o Institutos de Formación Docente. Este componente contempla la formación específica de docentes y directivos en ejercicio, de todos los niveles del sistema educativo, noveles o con diferentes grados de antigüedad, según responsabilidades institucionales, puestos de trabajo y/o roles, áreas de conocimiento, modalidades, sobre prioridades formativas acordadas federal y jurisdiccionalmente.

Enmarcados en este contexto, en el ámbito de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), un grupo de colegas de esta y de otras instituciones del país, decidimos participar como formadores de docentes del nivel superior, ofreciendo el curso “Habilidades y competencias matemáticas en el nivel superior”, de modalidad virtual asincrónica, con aulas tutorizadas por equipos docentes especializados, de 10 semanas de duración.

El trabajo que reportamos aquí incluye: una presentación del encuadre teórico que nos permite diseñar, fundamentar y llevar a cabo la propuesta de desarrollo profesional, la propuesta en sí, la discusión de algunos elementos surgidos de la implementación y finalmente cerramos con una discusión respecto de perspectivas que nos abrió este trabajo.

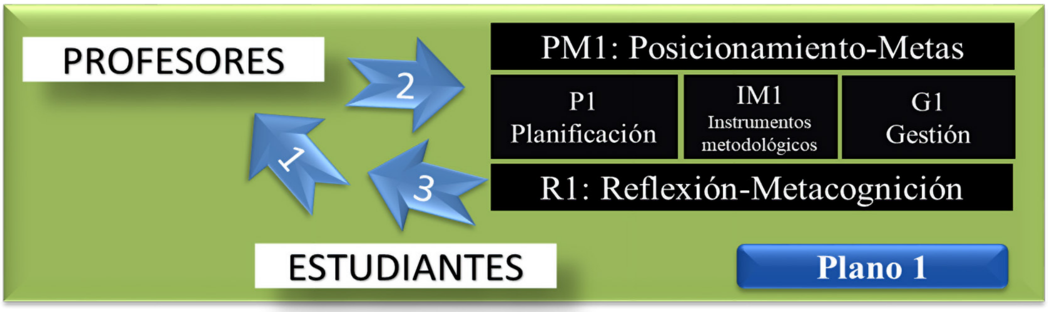
2. ELEMENTOS TEÓRICOS

Uno de los elementos que consideramos para el marco teórico, es lo que denominamos *el modelo de planos de formación*, extendiendo el alcance del *modelo de planos de la formación docente* (Rodríguez et al., 2019) a la de otros profesionales, no exclusivamente docentes de matemática. Este modelo será clave para fundamentar la propuesta de desarrollo profesional docente que presentamos en la siguiente sección. Por otra parte, sumamos al marco teórico las líneas de Educación Matemática que, como hemos mencionado en la introducción, son hoy en día necesario manejar para que las propuestas de enseñanza respondan a requerimientos que muchas instituciones de nivel superior imponen a los docentes a cargo de espacios disciplinares. Estas son, en esta propuesta: *Resolución de Problemas* y *Modelización Matemática*. Dado que entendemos que estos enfoques están largamente difundidos solo mencionamos algunas referencias, para quien necesite adentrarse en alguna de ellas (Niss, 2010; Pochulu, 2018; Pochulu y Rodríguez, 2012, Rodríguez et al., 2022).

El modelo de planos de la formación docente (Rodríguez et al., 2019) plantea una modelización de la tarea de enseñar, que identifica en planos diferentes a quien enseña, a quienes aprenden y su perfil de egreso. Sin embargo, cada plano presenta una estructura común, con los mismos componentes, pero la conformación de estos tendrá grandes diferencias en cada plano, a saber. En el Plano 1 ubicamos al docente de matemática en su trabajo profesional de enseñar en el nivel medio. En ese Plano, el docente, atendiendo a lo que los diseños curriculares establecen sobre la formación de estudiantes, y con sus *posicionamientos* sobre la matemática, la enseñanza, el aprendizaje, plantea *metas* de aprendizaje (notamos con las iniciales PM y el 1 que refiere a este plano: PM1). A partir de ellas *planifica* la enseñanza (notamos, análogamente, P1), diseña distintos tipos de *instrumentos metodológicos* (consignas, guías de actividades, evaluaciones, etc.) para llevar adelante la enseñanza (IM1), *gestiona* las clases (G1) para finalmente mantener una *reflexión, de tipo metacognitiva* (R1), retrospectiva sobre todo el proceso transitado que le permita evaluar y ajustar su propuesta.

Esquemáticamente esto lo explicamos en la figura 1. Las flechas indican el orden en el que el docente piensa y actúa.

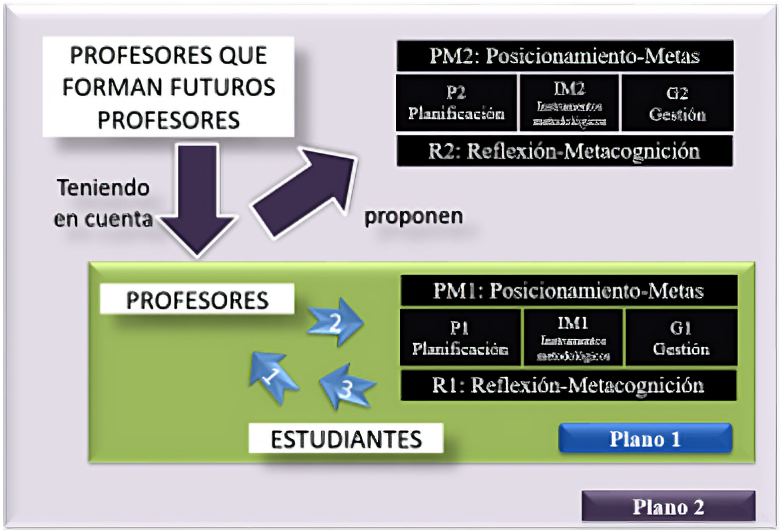
Figura 1 – Plano 1



Fuente: Autoría propia adaptada de Rodríguez et al. (2019, p. 88).

En el Plano 2 (figura 2) ubicamos a los docentes que forman futuros profesores. Los docentes del Plano 2, deberán tener en cuenta las tareas que sus estudiantes realizarán, del Plano 1, recién descritas. Sus decisiones sobre la enseñanza deberían contemplar formarlos en este sentido. Ahora bien, con esto presente el docente formador, con su posicionamiento, establece metas, planifica, diseña instrumentos, gestiona y reflexiona. Todo esto, en el Plano 2 es estructuralmente igual, pero de naturaleza muy diferente al Plano 1. Por eso notamos PM2, P2, IM2, G2 y R2, respectivamente. De este modo se visualiza el esquema siguiente, el que podría ampliarse a otros planos de manera análoga.

Figura 2 – Plano 2



Fuente: Autoría propia, adaptada de Rodríguez et al. (2019, p. 90).

Para extender el modelo de planos más allá de la formación de profesores de matemática, decidimos considerar en el Plano 1, el trabajo profesional que tendrá que realizar quien se forma, en particular en tareas en las que requiere poner en juego matemática.

Mostramos, primeramente, cómo cambia la concepción del Plano 1, del modelo de planos de la formación docente al modelo extendido, para luego presentar cómo se mantienen las mismas preguntas que dan lugar a planificar la enseñanza en los planos siguientes.

El Plano 1 propuesto para el modelo ampliado (figura 3), considera el tipo de tareas que un profesional realiza, teniendo en mente los sujetos o empresas que le encargan el trabajo. Es así como en el modelo original describimos la tarea docente identificando PM1, P1, IM1, G1 y R1 y en este modelo ampliado omitimos la especificidad de cada tipo de profesional, pero observamos que puede describirse de un modo similar. El profesional deberá tener en cuenta lo que los sujetos o empresas solicitan; a partir de allí, planifica su trabajo con actividades, acciones; gestiona en distintos ámbitos y evalúa resultados. En nuestro caso, nos interesa particularmente aquello en donde interviene la matemática. Esquemáticamente lo sintetizamos como sigue, a la espera de que se advierta la similitud con el anterior.

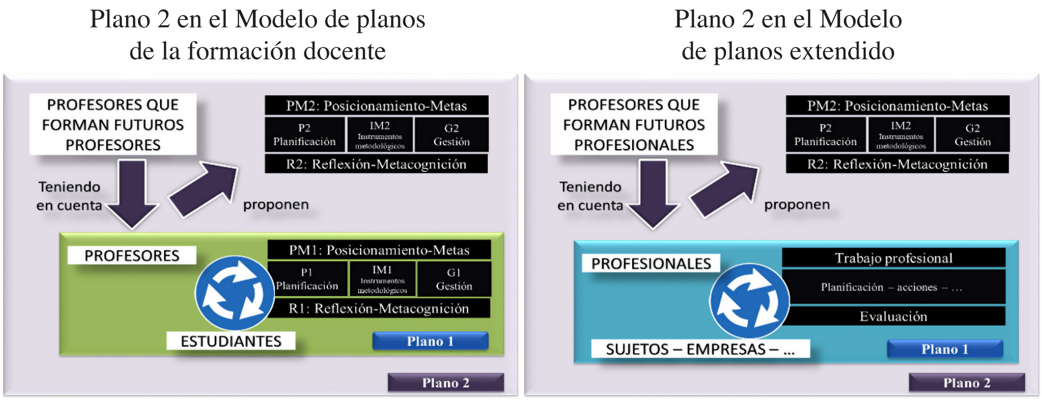
Figura 3 – Plano 1 ampliado

Fuente: Autoría propia.

Ahora bien, al momento de pensar en la formación de profesionales que sean capaces de realizar estas acciones, nos situamos en un segundo plano, análogamente a la formación de profesores de matemática. De este modo, se espera que un docente que enseña matemática a un futuro profesional, teniendo en cuenta el tipo de trabajo que deberá realizar, plantee una enseñanza de la matemática que contribuya al desarrollo de las competencias, habilidades y destrezas que deberá poner en juego.

La extensión del modelo sigue esta lógica. El Plano 2 ampliado se muestra en la figura 4.

Figura 4 – Plano 2 ampliado



Fuente: Autoría propia.

Del mismo modo, los siguientes planos se entienden conservando la estructura, teniendo en cuenta como punto de partida el tipo de trabajo profesional que deberá realizar, poniendo en juego matemática, el estudiante que estamos formando.

Utilizamos este marco para fundamentar la propuesta de desarrollo profesional que presentamos en la siguiente sección.

3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

3.1 Descripción

Presentamos a continuación el diseño y fundamentación de un Curso que se ofrece en el marco del Plan Nacional de Formación de Profesores. Resaltamos que nuestro interés es que solo sea considerado como un ejemplo de la puesta en juego del marco teórico adoptado, fundamentalmente del modelo ampliado de planos de formación.

El Curso se ofrece a docentes de matemática del nivel superior que forman distintos profesionales. Es decir que los asistentes enseñan matemática a estudiantes de diversas carreras como profesorados, ingenierías, economía, arquitectura, tecnicaturas, etc. Esto nos ubica, a los responsables del Curso, en el Plano 3 del modelo ampliado. Por lo tanto, nuestro posicionamiento, metas, planificación, instrumentos y gestión (PM3, P3, IM3, G3 y R3) tomará en cuenta promover mejoras en los docentes respecto de sus tareas (PM2, P2, IM2, G2 y R2 del Plano 2) para que sus estudiantes, futuros profesionales, puedan desenvolverse con solvencia, en lo que atañe a matemática en su ámbito de trabajo (Plano 1).

El Curso abre un espacio que toma como punto de partida el trabajo de los docentes que asisten, considerando que el desarrollo profesional se construye a través de prácticas que promueven la reflexión sobre los distintos tipos de tareas, el uso de teorías de Educación Matemática para analizar hechos y datos, dando lugar a que los propios asistentes reconozcan cuestiones a mejorar y hagan propuestas. Este posicionamiento (PM3) respecto a cómo concebir instancias de desarrollo profesional es un punto de partida que nos permite seleccionar como meta principal (PM3) que los docentes *utilicen adecuadamente elementos de Educación Matemática para la planificación de una enseñanza que promueva la resolución* *de problemas y la modelización matemática*. Hoy en día los profesionales de distintos campos que utilizan la matemática requieren un *saber-hacer* que les permita resolver problemas de su campo profesional, utilizar recursos tecnológicos, comunicarse con efectividad, etc., competencias que no se adquieren mediante una enseñanza de tipo tradicional centrada en la aplicación de procedimientos y algoritmos. En contraposición, este saber-hacer se enmarca en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas cognitivamente exigentes como lo son la resolución de problemas y la modelización matemática. Por este motivo, sería importante que los docentes que forman profesionales tomen decisiones (Plano 2) que promuevan su aprendizaje.

Para la planificación del Curso (P3) tuvimos en cuenta los siguientes aspectos generales. Los destinatarios ejercen la docencia en el nivel superior, con cargas laborales muy dispares, por lo que concebimos la propuesta con modalidad a distancia, es decir íntegramente asincrónica a través de un Aula Virtual de la UNNE. Un requerimiento ministerial es que el Curso tenga 40 horas y que sea posible replicarlo para distintos grupos de docentes.

El Curso problematiza y analiza aspectos del complejo proceso de la planificación de la enseñanza de modo que esta ofrezca posibilidades de construcción de conocimientos matemáticos en clases del nivel superior, especialmente respecto del desarrollo de habilidades y competencias, en el marco de la Resolución de Problemas y la Modelización Matemática. Se planifica con flexibilidad considerando las carreras en las que trabajan y el grado de conocimiento didáctico-matemático que poseen, permitiéndonos ajustar la propuesta a lo largo del Curso, en función de las respuestas y características de los participantes. Esto nos permite enriquecer la especificidad que podría abordarse. De este modo, un curso de Análisis Matemático en la formación de ingenieros, por ejemplo, podría ser muy diferente a una materia con los mismos contenidos que se dicte en la formación de una tecnicatura en informática. ¿En qué se diferencian?, ¿deben diferenciarse?, ¿cómo articular la enseñanza de contenidos con perspectivas actuales del campo de la Educación Matemática que sostienen la importancia de fortalecer el saber-hacer?, son algunas cuestiones sobre las que se reflexionará colectivamente. Esta instancia de trabajo es concebida como un espacio de desarrollo profesional que respeta las trayectorias individuales, valora los recorridos y, sin pretender ningún tipo de homogeneización de saberes, apunta a fortalecer a los participantes en tareas específicas de su labor (las componentes del modelo de planos, en el plano que corresponde) así como herramientas del trabajo académico (fundamentación, análisis, escritura y oralidad). Para ello se apela a una reflexión y análisis de las propias prácticas docentes ejercidas en el nivel superior, utilizando elementos teóricos y resultados de investigaciones realizadas bajo distintos enfoques teóricos de Educación Matemática. Debido a que desde hace largo tiempo hay disponibles publicaciones de trabajos de investigación en Educación Matemática de diversos países que aportan avances sobre problemáticas que en algunos casos son compartidas en Argentina, nuestro interés es brindar herramientas teóricas, prácticas y metodológicas para acceder a una lectura comprensiva de esas publicaciones para luego estudiar las problemáticas específicas de las asignaturas del nivel superior. Para ello se requiere conocer en qué enfoques de Educación Matemática se insertan dichos trabajos, manejando fluidamente algunos de sus elementos teóricos centrales. Focalizamos, también, en trabajar alrededor de formas de hacer búsquedas bibliográficas (confiabilidad, uso, etc.) y la escritura académica como saberes que dan autonomía a los docentes.

Hemos optado por enfatizar el trabajo alrededor de las habilidades y competencias matemáticas dado que son requerimientos actuales de distintas instituciones de nivel superior de todo el país. Particularmente consideramos el trabajo sobre la *resolución de problemas* y *modelización matemática* por estar presentes como requerimientos didáctico-matemáticos que reciben los docentes que forman distintos profesionales (Plano 2).

Esto, entendemos, nos permite hacer una propuesta que podrá ser capitalizada por docentes de matemática de las distintas asignaturas y carreras en las que se desempeñen.

En la planificación del Curso proponemos como *objetivos*, que los docentes asistentes:

- Busquen, seleccionen y utilicen de manera adecuada bibliografía de Educación Matemática pertinente para los contenidos que enseñan en el nivel superior.
- Diseñen y fundamenten propuestas de enseñanza encuadradas en el enfoque de Resolución de Problemas y Modelización Matemática.
- Utilicen adecuadamente elementos de la Educación Matemática para la planificación y fundamentación de la enseñanza de la matemática.

Los *contenidos* del Curso son los siguientes:

Cuestiones metodológicas para diseñar la enseñanza de la matemática en el nivel superior: consignas matemáticas, metacognitivas, tareas, coherencia de tareas, gestión de la clase e intervenciones docentes. La planificación de la enseñanza: foco en contenidos, en desarrollo de habilidades o competencias matemáticas, etc. Objetivos, propósitos, posicionamientos.

La resolución de problemas en clases de matemática del nivel superior: concepto de problema, uso de los problemas en clase, diseño de la enseñanza (rol del docente, estudiante, evaluación, etc.), heurísticas, metacognición.

La modelización matemática en clases de matemática del nivel superior: fases de la modelización matemática, uso de la modelización en clase, uso pertinente de las TIC.

Metodológicamente activamos semanalmente en el aula virtual de la UNNE la propuesta de trabajo, que se organiza estimando una dedicación de los asistentes de cuatro horas. Los cursantes acceden a materiales de estudio, referencias del tema y consignas de trabajo. Esto es ofrecido en diferentes soportes: textos, videos, presentaciones audiovisuales, foros, etc. Los intercambios y las interacciones entre estudiantes y con el docente se encauzan por foros, mensajería interna, mail o grupos de Telegram.

Los encuentros plantean trabajos individuales y/o grupales, de discusión, intercambios y reflexión sobre sus propias prácticas, a la luz de los materiales teóricos analizados.

La evaluación de los participantes es de tipo formativa, con entregas periódicas (grupales o individuales, escritas o en video) y se incluye un trabajo final que contempla una entrega con mejoras de los trabajos parciales y una reflexión individual. La entrega es escrita y la fundamentación de las mejoras, en video.

Mostramos en este artículo parte del diseño de las consignas (IM3) y gestión de las clases (G3) en la siguiente sección, en la que presentamos además algunas respuestas de los docentes asistentes. Allí se verá el trabajo alrededor de la Resolución de Problemas y Modelización Matemática desde su rol docente (Plano 2).

Con respecto a la bibliografía destinada a los cursantes, si bien promovemos su autonomía en la búsqueda y selección de materiales pertinentes, ofrecemos, para todos los contenidos abordados, referencias teóricas básicas y actualizadas.

Para la reflexión y evaluación de nuestra propuesta (R3) tanto a lo largo de la implementación como a posteriori, mantenemos reuniones periódicas para hacer un seguimiento de la propuesta en términos de: participación, cumplimiento de las tareas, calidad de las propuestas y respuestas de los asistentes. En función de lo observado ajustamos el trabajo planteado. Hacia el final, evaluamos ajustes para eventuales réplicas.

3.2 Sobre la implementación

El Curso está alojado en el Aula Virtual de la UNNE, en la plataforma Moodle. Hemos habilitado distintas secciones: presentación del equipo responsable, foro de presentación de los asistentes, avisos y consultas generales. Las propuestas de trabajo fueron habilitadas semanalmente en pestañas o solapas, como se muestra en la figura 5.

Figura 5 – Propuestas de trabajo

Fuente: Autoría propia.

La presentación de los docentes asistentes incluyó rasgos destacados de sus trayectos de formación profesional y desempeños laborales actuales, lo que nos aportó elementos para ajustar el diseño de la planificación de la propuesta. Se inscribieron 130 docentes de todo el país y el equipo responsable -cinco docentes- contempla el rol de tutor académico para acompañar a los asistentes no solo desde un punto de vista administrativo, sino también, y fundamentalmente, desde las cuestiones didáctico-matemáticas específicas que se abordan.

Hemos hecho una selección de tres consignas para presentar en este trabajo. Cada una corresponde a uno de los contenidos que mencionamos en el apartado anterior: cuestiones metodológicas, Resolución de Problemas y Modelización Matemática. Decidimos presentar la consigna, una breve fundamentación (en términos de su pertinencia como consigna de IM3 del Plano 3), alguna respuesta de los asistentes y formas de gestión (G3) que llevamos adelante.

3.3 Consignas, resoluciones y devoluciones

3.3.1 En relación con las tareas de contenido metodológico

La siguiente consigna aborda cuestiones de tipo metodológicas, de las primeras trabajadas en el Curso. Se pone el foco en el diseño de *consignas* y *tareas* (sugerimos la lectura del capítulo 2 de Rodríguez et al., 2022, para comprender el significado de estos conceptos, y disponer de ejemplos). Sobre las primeras, se ha trabajado una clasificación en *consignas matemáticas, consignas metacognitivas* y *criterios de redacción* para que aumenten el *potencial matemático*. Las *tareas* se entienden como una terna coherente entre contexto, objetivo y consigna y en el material se ofrece un modo para advertir la coherencia. El diseño de tareas y redacción apropiada de consignas matemáticas y metacognitivas, con alto potencial matemático, son tareas específicas que un docente debe saber realizar (IM2). Advertir la falta de coherencia, el bajo potencial matemático o la inadecuada redacción de las consignas no es tarea sencilla (R2). Por ese motivo, esta actividad se gestiona (G3) a través de un foro, que dará la posibilidad a colegas o al equipo responsable de intervenir para lograr ese fin, véase la figura 6.

Figura 6 – Foro de la actividad

Actividad 1 (obligatoria)

1. Seleccionar una consigna de matemática que utilicen en alguna clase de matemática de nivel superior. Preséntenla tal como está redactada. Hagan un análisis de la consigna en términos de los criterios para redactar consignas. Propongan una mejora del enunciado, si fuera necesario y fundamenten qué aspectos consideran que mejoraron.

2. Presentar una "tarea coherente" que tenga a la consigna mejorada como uno de sus componentes (es decir, determinar un posible contexto y objetivo). Argumentar sobre su coherencia.

Forma de trabajo: individual.

Para compartir lo realizado, se trabajará en un **foro grupal**. Para ello cada docente formará parte de un grupo y debatirá en el foro correspondiente al mismo, el cual estará disponible a partir del **martes 25/10**.

Fuente: Autoría propia.

A modo de ejemplo, presentamos la respuesta de uno de los asistentes al Curso mostrando las consignas que utilizan (IM2) y comentamos el tipo de devolución realizada por el equipo responsable (G3) intentando promover su reflexión (R2), véase a la figura 7.

La respuesta exhibe el caso de un docente que plantea una consigna típica de estudio de la derivabilidad en funciones partidas, pidiendo el análisis en el punto en que se parte. No advierte el bajo potencial matemático de la misma, la propuesta de mejora que realiza no es tal, no advierte que uno de los ítems está mal formulado (no hay consigna, de hecho) y en los objetivos que expresa de la tarea incluye una serie de cuestiones matemáticamente valiosas pero que están lejos de abordarse a partir de su propuesta mejorada.

Figura 7 – Actividad presentada a los alumnos

Tarea: Semana 3

Ramirez, Diego Armando

Actividad presentada a alumnos de la materia Analisis Matemático II

Ejercicio 3.15 *Analizar si las siguientes funciones son derivables en $x = 1$. Obtener conclusiones.*

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; / \; f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 2 & si \; x \neq 1 \\ 3 & si \; x = 1 \end{cases}$

b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; / \; f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & si \; x \leq 1 \\ x^2 & si \; x > 1 \end{cases}$

c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; / \; f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & si \; x \neq 1 \\ 0 & si \; x = 1 \end{cases}$

Desde el punto de vista de la potencialidad matemática de la consigna, la misma permite el abordaje de la misma a través de diferentes caminos, ya sea a partir de la utilización de la definición de una función derivable, o bien, desde el análisis de la continuidad de la misma, donde a partir de la no continuidad de la función en un punto, se puede deducir la no derivabilidad.

La característica particular de que sean funciones por partes y la variedad de las funciones involucradas también aportan y abren la posibilidad de enfrentar a los alumnos a interrogantes como: ¿Una función por partes puede ser continua? ¿Por qué posicionarse en el 1 para analizar la continuidad/derivabilidad de una función? ¿Si la función es derivable en x=1, entonces es derivable en todo su dominio? ¿Si es continua entonces puede ser derivable o lo es? ¿Cómo justificar?

Una mejora que yo propondría sería agregar dos ítems:

a) Si la función es derivable en x=1, entonces es derivable en todo su dominio
b) Para las funciones que no sean derivables en x=1, realizar modificaciones mínimas para que sí lo sean.

Los aportes de estas mejoras de la consigna apuntan a situar a los alumnos en dos cuestiones importantes:

- el ítem a) obliga a los alumnos a analizar el comportamiento de la función, poniendo el foco en un punto particular del dominio. Es fundamental el trabajo continuo con este tipo de situaciones, donde pone al alumno a analizar y diferenciar el concepto de derivada en un punto y derivada de una función.
- El ítem b) tiene la particularidad de situar al alumno en un trabajo que podría ser de creación de una nueva función atendiendo a condiciones establecidas, que podría considerarse "inverso" al proceso desarrollado.

La "Tarea Coherente":

La actividad es presentada luego de que los alumnos ya hayan trabajado con el concepto de derivabilidad de una función y el teorema que relaciona la derivabilidad y continuidad de una función "Si una función f es derivable en x0 entonces f es continua en x0.".

Los objetivos de la tarea propuesta

Que los alumnos puedan diferenciar derivada de una función y derivada en un punto-

Que los alumnos puedan analizar las condiciones que deben tener una función para ser derivable en un punto.

Que los alumnos puedan establecer las relaciones entre derivabilidad y continuidad en un punto.

Que los alumnos analicen el motivo de la no derivabilidad de una función en un punto, detecten los motivos por los cuales no es derivable y puedan a partir de eso, que ellos mismos creen funciones que sí lo sean.

Fuente: Docente participante del Curso.

La intención que perseguimos con la intervención es proponerle al docente revisar si efectivamente la consigna que presenta promueve la exploración y argumentación. También se lo invita a hacer un planteo más amplio, no circunscribiendo el análisis solo a un punto particular. Esto va en la línea de fortalecer su reflexión y metacognición.

Los puntos clave de la devolución focalizan en: retomar que el potencial matemático de una consigna requiere que esta favorezca la exploración y argumentación; entonces les proponemos preguntas como ¿podrías mostrarnos con posibles resoluciones de tus estudiantes cómo podrían explorar la situación?, en el caso que presentas, ¿se supone que ya trabajaron con el concepto de derivabilidad por definición, cierto? Si es así, seguramente esa sea una vía elegida, sobre todo si acaban de aprender que una técnica es poner en uso la definición y calcular un límite. Pensaste qué otro tipo de recurso tendrían para abordar esta resolución. ¿Consideraste qué será lo que tus alumnos piensen respecto de la derivabilidad en el resto de los elementos del dominio? ¿Cómo abordarían ese estudio?, ¿del mismo modo?

En muchas de las devoluciones que hemos realizado, simplemente dejamos comentarios y preguntas. Solo en casos donde la consigna no se responde o donde encontramos alguna cuestión que amerite ser mejorada, solicitamos una reelaboración del trabajo. La intención es dejar inquietudes, invitarlos a interactuar, preguntar, fundamentar, etc.

3.3.2 En relación con las tareas enmarcadas en la Resolución de Problemas

La siguiente actividad (figura 8) se ofreció a los docentes asistentes para trabajar el enfoque de Resolución de Problemas, luego de acercarles materiales escritos y en video con encuadres teóricos y ejemplos.

Figura 8 – Consignade Resolución de Problemas

Consigna 2

Diseñar una tarea que contenga un posible problema para sus estudiantes. Expresar: contexto, objetivo y la consigna (el problema).

Identificar posibles heurísticas, exhibiendo evidencias de ellas tanto en resoluciones en papel y lápiz como con uso de TIC.

Forma de trabajo: trabajo individual

Extensión máxima: 2 carillas

Fecha de entrega: desde el 08/11/22 hasta el 14/11/22

Fuente: Autoría propia.

En este caso, la propuesta invita a los docentes asistentes a identificar heurísticas que podrían poner en juego sus estudiantes ante la resolución de un problema diseñado por aquellos. La identificación de heurísticas es clave para el momento de la gestión de la clase (G2) y el diseño es relevante dado que, si la consigna no produce un bloqueo inicial en los resolutores, su elección no habrá sido apropiada y el docente deberá darse cuenta de esto (se focaliza en IM2 para el diseño y en R2 para el hecho de advertir tanto la presencia de heurísticas como la condición de ser problema).

A modo de ejemplo, incluimos a continuación la respuesta de uno de los docentes (IM2) y el modo de intervenir considerado (G3) de modo de promover su reflexión (R2), véase la figura 9.

Figura 9 – Respuesta de un docente de la tarea e intervención considerada

Tarea:
Contexto: Lo primero a mencionar es que esta propuesta se enmarca en el desarrollo del contenido: "Condiciones de posibilidad para realizar una construcción" para el eje "Geometría de la forma y el espacio" de la Unidad Curricular Matemática del 1er año del Profesorado de Educación Primaria. En particular los estudiantes consideraron situaciones que involucran la construcción, descripción y reproducción de figuras planas, en particular: triángulos, su clasificación y propiedades, y también han tratado algunos caso donde se pone e juego el análisis sobre la cantidad de soluciones, puntualmente, considerando los criterios de congruencia. Esto implica que ellos ya han representado figuras, entre ellas, triángulos, en papel y en medios electrónicos (GeoGebra) a partir de ciertos datos (considerando todas o algunas de las longitud de sus lados, o bien, algunas de las amplitudes de sus ángulos), ya han visto aspectos teóricos como son las condiciones para la existencia (desigualdad triangular y la suma de los ángulos interiores) debatiendo y argumentando sobre posibilidades de realización y propiedades, por ejemplo, por qué un triángulo no puede tener dos ángulos rectos, o, por qué un triángulo equilátero no puede ser rectángulo, entre otros.
Por otra parte, la actividad se presentará individualmente pero no se evitará, de hecho, se animará a a los estudiantes a debatir la cuestión en pequeños grupos autoconformados.
Objetivo: Que el estudiante justifique la posibilidad, o la imposibilidad, de construir un triángulo a partir de ciertos datos contemplando las propiedades de los mismos en sus argumentaciones.
Consigna: En un triángulo isósceles la diferencia entre el ángulo exterior a la base y el ángulo adyacente es de 30°. Construir, si es posible, un triángulo que cumpla esa condición.

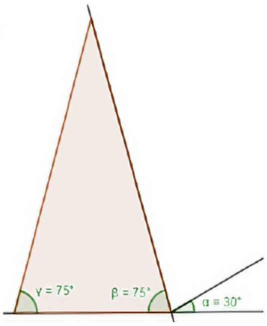
Fuente: Asistente al Curso.

Luego de proponer esta respuesta, el participante incluye distintas resoluciones posibles. Entre ellas, mostramos en la figura 10 un recorte en donde se ve un modo de abordar la resolución, proponiendo casos.

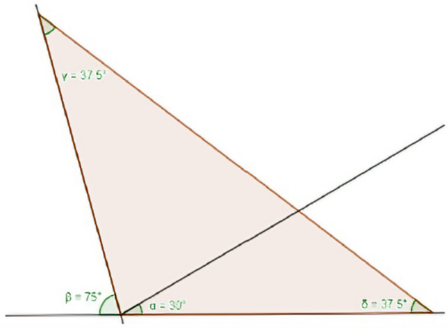
Figura 10 – Solución de un estudiante

También podría resolverse geométricamente tanto a lápiz y papel como en un software, sabiendo que si un ángulo es adyacente a otro y la diferencia entre ellos es de 30°, uno de los dos medirá la mitad del suplemento a 30° y el otro su suplemento, en GeoGebra serían:

Caso 1:



Caso 2:

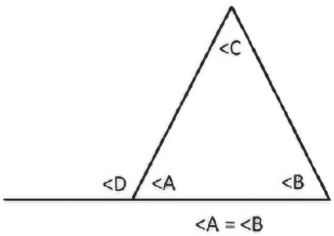


Fuente: Asistente al Curso.

Incluye, luego, una forma de encarar apelando a una formulación algebraica y por último anticipa posibles resoluciones en papel y lápiz y con software matemático, véase la figura 11.

Figura 11– Justificación de un estudiante

Un posible procedimiento de resolución consiste en representar mediante un esquema el caso propuesto, es decir, hacer un dibujo en papel hecho a lápiz sin datos precisos pero que permita "visualizar" la situación dada, y a partir de la misma buscar identificar alguna propiedad o relación para avanzar en la labor propuesta.
Este problema tiene dos soluciones posibles según si consideramos la base como el lado desigual del triángulo isósceles (representación típica), o, si la consideramos como uno de los lados congruentes, lo que nos llevan a diferentes soluciones; ahora bien, es el primer caso el observado como estrategia más presente, como se dijo, a partir de la representación típica.
Caso 1:



Fuente: Asistente al Curso.

El participante no advierte varias cuestiones. Señalamos a continuación las dos centrales: una respecto al encuadre teórico de la Resolución de Problemas y la segunda, respecto al trabajo solicitado. En relación con el encuadre teórico en el que debe enmarcarse su diseño (IM2) -la Resolución de Problemas- el participante no advierte que no debería priorizar el contenido, contrariamente a lo primero que expresa en su detalle del contexto. Sobre la consigna recibida por el docente participante, cabe señalar que su entrega no responde a lo solicitado. El planteo dado pide expresamente identificar posibles heurísticas puestas en juego en abordajes en papel y lápiz y con TIC. El participante resuelve de distintas formas, pero en ningún momento explicita dónde reconoce heurísticas, cuáles son, cómo se identifican, etc. Ante esta situación, la devolución del equipo coordinador intenta que el profesor asistente reflexione sobre estas cuestiones y pueda darse cuenta por sí mismo de cuáles son los problemas de su trabajo. Por lo tanto, el tipo de intervención (en sintonía con los criterios expresados en Rodríguez, 2022) indirecta, intenta invitarlo a pensar sobre estas cuestiones. Es así que la devolución (escrita o en audio, según el caso) incluye, luego de una valoración positiva por su trabajo y participación, comentarios del tipo: ¿podrías identificar cuál es el foco que se propone dentro de la Resolución de Problemas y encontrar en tu propuesta evidencias de que lo estás teniendo en cuenta?, ¿qué vínculo encontrás entre "identificar posibles heurísticas" y "exhibir distintos tipos de resoluciones de la consigna? Oralmente es más sencillo, a veces, intervenir, para ir dejando paso a que el estudiante responda. Si fuera el caso, por ejemplo, se podría pedir que *lea la consigna recibida*, que revise lo que entregó y que analice si considera que responde adecuadamente. Si asintiera, habría que indagar para entender por qué cree que responde. Lo más probable es que entienda que dentro del escrito con las resoluciones están las heurísticas, lo que es cierto, pero queda en manos del lector experto "verlas". Quien lee identificará aquellas estrategias que considere, conozca, vea, mientras que en el trabajo pedido, estas debían ser exhibidas. Incluso es esperable que utilicen la bibliografía específica para denominarlas. Con este tipo de intervención, o gestión en el Curso, entendemos que promovemos la reflexión del docente participante dándole lugar a reconocer qué falta, qué es correcto, qué ha malinterpretado, etc.

3.3.3 En relación con las tareas enmarcadas en la Modelización Matemática

La actividad que indicamos más abajo se propuso a los docentes cursantes para trabajar el enfoque de Modelización Matemática, luego de acceder a lecturas previas, videos y búsquedas personales.

Por medio de la actividad, ponemos énfasis en que los asistentes puedan identificar consignas pertinentes para promover la enseñanza de la modelización matemática, diferenciándolas de otras que no cumplen con este requerimiento, pudiendo argumentar por qué en cada caso. Esta es una tarea (IM2) propia de la labor docente, véase la figura 12.

Figura 12 – Consigna

Consigna 1

Para poner en práctica lo que han estudiado sobre Modelización Matemática, les proponemos la siguiente consigna:

Buscar dos ejemplos de actividades disponibles en libros de texto o internet con el siguiente criterio:

- **uno que plantee una actividad de modelización**
- **otro que aparente plantear una actividad de modelización pero que en realidad no lo sea.**

Argumentar, en cada caso, la elección.

Forma de trabajo: *Individual, se entrega por el sitio abierto para tal fin.*

Entregar: *el enunciado, el sitio o texto de donde fue extraído y la argumentación.*

Extensión máxima: *2 carillas (estimar no más de una carilla por actividad).*

Fecha de entrega: *desde el 22/11/22 hasta el 28/11/22*

Fuente: Autoría propia.

A modo de ejemplo, exhibimos la respuesta de un cursante (figura 13), dando también a conocer aspectos generales de la devolución realizada (G3) por el equipo responsable, intentando promover su reflexión (R2).

Figura 13 – Respuesta de un cursante

Ejemplo de actividad de modelización
El siguiente ejemplo es extraído de Blomhøj, M. (2008)
Enunciado ¿Cuánta agua empleo para mi ducha matinal?
En el texto del cual se extrajo el problema se menciona que el mismo tiene potencial para que en su resolución los estudiantes logren transitar distintas fases de un proceso de modelización. Consideramos que en efecto es así, en Rodríguez et al. (2022) se destacan ciclos de modelización compuestos de ciertas etapas que en general siguen los procesos de modelización, comenzando con un problema real, y recorriendo las fases: Simplificación/delimitación, construcción del modelo, validación del modelo y de los resultados.
En la primera fase, los estudiantes deberían determinar factores fundamentales que condicionan el uso de agua en la ducha como, por ejemplo, la temperatura del agua, el flujo del agua, la duración de la ducha. Con el objetivo de simplificar la cuestión, se podría considerar, al menos en una primera modelización, que el flujo del agua es constante. En cuanto a la construcción del modelo, se podría obtener una función lineal o de proporcionalidad directa, que permita obtener la cantidad de agua caliente usada en función del tiempo de ducha. Deberán buscarse datos reales, por ejemplo, se puede analizar cuanto tiempo tarda en llenarse un balde, cuanto tiempo tarda en ducharse, etc.
Por último, los resultados deben ser interpretados y validados con datos empíricos o con la experiencia. En esta etapa de validación de los resultados, se puede cuestionar que no se está considerado la necesidad de que el agua circule durante unos segundos antes de alcanzar una temperatura agradable para ducharse. De esta manera, el ciclo vuele a repetirse, ahora se podrá considerar un modelo lineal con dos parámetros estimados desde los datos empíricos, como medir cuánta agua tibia fluye antes de que sea confortable entrar a la ducha. Durante el proceso distintas maneras de representar objetos matemáticos, como fórmulas, tablas, gráficas serán provechosas en la construcción e interpretación del modelo.
Por último, destacamos que en el texto del cual el enunciado extraído forma parte, se mencionan cuestiones que van más allá del primer enunciado del problema y que forman parte de un trabajo de modelización según Rodríguez (2022), como por ejemplo, que el docente que guía este trabajo conozca los procesos involucrados en una modelización y que le permita a los estudiantes reflexionar sobre las distintas fases involucradas, obteniéndose como producto un aprendizaje por parte de los estudiantes sobre cuestiones matemáticas como pendiente de una función lineal o aspectos básicos de la modelización.

Fuente: Asistente al Curso.

Los comentarios que formaron parte de la devolución (G3) fueron los siguientes. Además de valorar su trabajo, la elección de las situaciones y la fundamentación, le señalamos cuestiones para que reflexione sobre su propuesta. Entre los aspectos mencionados incluimos aquí: contemplar en una instancia posterior si considera posible y/o relevante abarcar el proceso de modelización desde la apertura del grifo hasta el cierre. Habría que pensar qué condiciones cambiarían y si el tipo de modelo se mantendría, o no. Finamente le dejamos la inquietud de relacionar si las situaciones abiertas o cerradas son posibles indicadores que permiten caracterizar situaciones que podrían favorecer un proceso de modelización.

4. CONSIDERACIONES FINALES

Entendemos que el modelo de planos ampliado es una herramienta sumamente útil para planificar aspectos importantes de la enseñanza, en particular en instancias de desarrollo profesional. Mencionamos este uso porque es habitual encontrar propuestas en las que hay un solapamiento de planos y se pierde de foco el objetivo real de la capacitación. Pueden verse este tipo de situaciones en Mabel Rodríguez (2020). Por supuesto que, más allá de la estructura que el modelo ofrece, las decisiones que permiten poner contenido valioso están sustentadas, y así debe ser, por avances del campo de la Educación Matemática. Es decir, solo el modelo no es suficiente. De qué modo diseñar, gestionar, qué tipo de metas son valiosas, etc. son respuestas que deben asumirse teniendo en cuenta la producción didáctica. Lo aquí reportado pretende solo ser un ejemplo de cómo, teniendo en cuenta el modelo de planos, diseñar y gestionar en consonancia, en este caso un Curso de perfeccionamiento docente.

Antes de finalizar, queremos dejar sembrada la idea de la importancia que tiene la promoción de acciones formativas colaborativas de indagación, análisis, reflexión y mejoramiento de las prácticas en el seno de las instituciones, en concordancia con autores como González-Weil et al. (2014) y Oliveira de Azevedo (2013). En este sentido destacamos que, si bien la convocatoria en la que enmarcamos la actividad de formación de la que damos cuenta no contempla el trabajo con equipos institucionales, sugerimos a los cursantes involucrase con colegas de la misma institución para transitar nuevos procesos formativos.

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LAS PERSONAS AUTORAS

Mabel Rodríguez, Marcel Pochulu y Fabián Espinoza concibieron la idea presentada.

Mabel Rodríguez y Marcel Pochulu desarrollaron la teoría.

Todos los autores participaron activamente en el análisis, diseño y fundamentación de este trabajo.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio estarán disponibles por los autores Mabel Rodríguez y Fabián Espinoza, previa solicitud razonable.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Instituto Nacional de Formación Docente del Ministerio de Educación de la Nación Argentina y a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, instituciones en las que se enmarca el desarrollo de la actividad de capacitación docente de la que damos cuenta.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

González-Weil, C., Gómez Waring, M., Ahumada Albayay, G., Bravo González, P., Salinas Tapia, E., Avilés Cisternas, D., Pérez, J. L., & Santana Valenzuela, J. (2014). Principios de Desarrollo Profesional Docente construidos por y para Profesores de Ciencia: una propuesta sustentable que emerge desde la indagación de las propias prácticas. *Estudios pedagógicos*, 40(Especial), 105-126. https://www.scielo.cl/pdf/estped/v40nEspecial/art07.pdf

Mabel Rodríguez. (2020, 11 noviembre). *El profesor ante el desafío de formar docente de matemática. Mucho más allá de saber enseñar matemática* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=GLH8ON_dMoA

Niss, M. (2010). Modeling a Crucial Aspect of Students' Mathematical Modeling. In: Lesh R., Galbraith P., Haines C., Hurford A. (eds) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 43-59). Springer.

Oliveira de Azevedo, H. (2013). La construcción de la profesionalidad docente. *Educación, XXII*(42), 97-115. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5056907.pdf

Pochulu, M. (Comp.). (2018).*La Modelización Matemática: Marco de referencia y aplicaciones*.Villa María, Argentina: GIDED - UNVM. http://gided.unvm.edu.ar/index.php/book/la-modelizacion-en-matematica-marco-de-referencia-y-aplicaciones/

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (comp) (2012). *Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. UNGS-EDUVIM. https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2022/08/9789876301169-completo.pdf

Pochulu, M., D'Andrea, L., & Ferreyro, M. (2019). Indicadores de referencia para valorar planificaciones de matemática orientadas al desarrollo de competencias en ingeniería.*Revista Electrónica De Divulgación De Metodologías Emergentes En El Desarrollo De Las STEM*,*1*(1), 66-83. http://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/94

Rodríguez, M. (coord). (2022). Barreiro, P. Leonian, P. Marino, T. Pochulu, M. y Rodríguez, M. *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Ediciones UNGS. https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2022/08/9789876306324_completo.pdf

Rodríguez, M. A., Pochulu, M. D., & Fierro, M. E. (2019). Modelo de planos de formación docente para abordar distintos roles del profesor de matemática.*Revista Electrónica De Divulgación De Metodologías Emergentes En El Desarrollo De Las STEM*,*1*(1), 84-103. http://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/95

Rodríguez, M., Pochulu, M., & Espinoza, F. (comp.) (2022). *Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. (2) UNGS. https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2022/08/9789876306133_completo1.pdf