

## HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

**Mariana Alpizar Vargas**

malvacr@yahoo.com

Escuela de Matemática

Universidad Nacional

### Resumen

El uso de herramientas tecnológicas ha modificado muchos aspectos de la sociedad, no escapa a ello la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; en especial el campo de la estadística.

El interés por la enseñanza de la estadística en los últimos años viene dado por el rápido desarrollo de este campo como ciencia y su aporte instrumental en investigaciones de otras áreas, así como en aspectos de la vida cotidiana.

Se presenta en este artículo la importancia de enseñar estadística con ayuda de una herramienta tecnológica, se dan algunas consideraciones que deben tomarse en cuenta cuando se utiliza una herramienta tecnológica y algunas sugerencias de cómo se puede emplear el *software* dinámico *Fathom*.

### Abstract

The use of technological tools has changed many aspects of society, including the teaching and learning of mathematics; especially in the field of statistics.

In the last few years interest in the teaching of statistics has been stimulated by the rapid development of this field as a science and its instrumental contribution to research in other areas, as well as in aspects of daily life.

This article shows the importance of teaching statistics with the help of a technological tool. We consider what must be taken into account when a

technological tool is used, and we make some suggestions about how one can use the dynamic software *Fathom*.

### **Palabras clave**

Educación Matemática, Herramienta tecnológica, estadística, representación

Durante los últimos años, el avance tecnológico en la sociedad, ha provocado cambios significativos en la manera de expresarse de las personas. La educación no ha escapado al impacto que han provocado las herramientas tecnológicas, es por ello que el proceso de enseñanza de las matemáticas debe ir sufriendo modificaciones (Santos, 2003).

De acuerdo con Alfaro, Alpizar, Arroyo, Gamboa e Hidalgo (2004): La educación debe ir de la mano con la incursión de la tecnología en la sociedad. Para ello, es necesario que el sistema educativo propicie los medios para que la enseñanza y el uso de recursos tecnológicos logren integrarse en el salón de clase, crear ambientes idóneos y dinámicos que favorezcan las condiciones del aprendizaje del alumno. (p. 25)

En particular, debemos consignar: “El auge que ha tenido la estadística en las últimas décadas ha promovido los cambios dentro del campo de su enseñanza, uno de los más significativos es la incorporación del análisis exploratorio de datos, introducido por Tukey” (Batanero, 2001, p. 26). El análisis exploratorio de datos es la disciplina que organiza, describe, representa, y analiza los datos, toma las representaciones visuales como herramientas para el análisis, y en muchos casos utiliza la tecnología como instrumento de trabajo (Ben-Zvi, 2000 y Ben-Zvi y Arcavi 2001).

## **USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA**

Es evidente que la evolución del aprendizaje de las matemáticas dependa, en gran medida, de la confrontación con el medio en que se

desarrolla del estudiante. La presencia de la tecnología en el aula se convierte en una herramienta capaz de aportar a las clases de matemáticas sistemas de representación que puedan ser utilizados para la visualización y experimentación de conceptos importantes, lo que contribuye con las estrategias para la resolución de problemas. “En particular, el empleo de la tecnología puede favorecer la exploración de casos donde cambien los datos iniciales del problema o se busquen posibles extensiones” (Santos y Sepúlveda, 2003, p. 326).

Para Batanero, Godino y Roa (2004), es importante que se realice una reflexión respecto a la importancia del aprendizaje de los estudiantes en cuanto a conceptos estadísticos y en las dificultades conceptuales que presentan los mismos al resolver problemas relacionados con el análisis de datos. Se recomienda que el proceso de enseñanza y aprendizaje en estadística involucre un proceso de resolución de problemas, donde se introduzcan conjuntos de datos reales, para así llamar la atención de los estudiantes e incentivar el estudio de esta materia (Garfield y Ahlgren, 1988). Además, el objetivo principal de los problemas estadísticos es darle sentido al contexto en el cual se presentan los datos, al caracterizar sus cualidades; por medio de distintas representaciones y su debida interpretación.

Muchos de los problemas estadísticos no tienen una solución planteada en términos matemáticos; sino que se presenta por medio de una opinión basada en ciertos hallazgos y cálculos que los estudiantes realizan; frecuentemente, estas opiniones no se pueden caracterizar como correctas o incorrectas sino que se evalúa en términos del razonamiento utilizado, el uso del método adecuado, la naturaleza de los datos y la evidencia usada (Gal y Garfield 1997).

Las nuevas tecnologías han cuestionado la manipulación rutinaria de datos con “lápiz y papel”, al contrastarlos con el uso de herramientas tecnológicas, las cuales se han identificado como un medio para resolver problemas (Santos, 1997, p. 5). De acuerdo con NCTM (2000) y Santos (2001) las calculadoras y las computadoras, son herramientas tecnológicas importantes para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que por medio de estos instrumentos se pueden generar imágenes visuales;

éstas facilitan la organización y el análisis de los datos y realizan cálculos de manera simple y ordenada. Si los cálculos son realizados con ayuda de una herramienta tecnológica, la intención del problema se modifica, ya que los estudiantes pueden dedicar mayor tiempo a la interpretación, discusión y reflexión de los resultados.

Es importante considerar, el hecho de utilizar medios tecnológicos no quiere decir que el papel de los estudiantes pasa a un segundo plano, sino que se modifica; pasa de realizar diversos cálculos a tomar decisiones y hacer interpretaciones.

El tema de estadística se incluye desde hace varios años en el currículo de secundaria de muchos países; no escapa a este hecho nuestro país.

Garfield y Ahlgren (1998) y Batanero, Ortiz, Serrano y Cañizares (2001) señalan que debido al carácter instrumental de la estadística, para otras disciplinas y la importancia de su razonamiento dentro de una sociedad caracterizada por la disposición de información y la necesidad de analizarla y tomar decisiones basadas en un conjunto de datos, es que se le ha dado importancia a su enseñanza.

Antes de continuar con la descripción de aspectos importantes en el manejo de los datos, es necesario tener presentes los fines principales de la enseñanza de la estadística (Batanero, 2001), establece:

- comprensión y aprecio hacia el papel de la estadística en la sociedad, tomando en cuenta su aplicación en diferentes áreas y su contribución con el desarrollo;
- comprensión y valoración del método estadístico, el tipo de preguntas que la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencial y sus limitaciones.

Después de reconocer que la enseñanza de la estadística, es importante para la sociedad, surgen algunas preguntas referidas al papel de la educación estadística: ¿Para qué sirve la estadística? ¿Cuáles son los objetivos que se quieren alcanzar? ¿Qué tipo de recursos deben tenerse para lograr un aprendizaje significativo? ¿Cuál es la utilidad que el estudiante da a los conocimientos adquiridos en la clase? ¿Qué herramientas tecnológicas se tienen a disposición para enseñar estadística? ¿Qué herramienta tecnológica

es la más adecuada para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística?

Dentro de los niveles de educación primaria y secundaria, la estadística impartida debe de ir orientada, principalmente, a la presentación y análisis de datos e información de hechos reales, para así fomentar la formación de un ciudadano crítico.

El hecho de trabajar conceptos estadísticos, hace que el estudiante se interese por la investigación, al hacer conjeturas, recolectar datos, organizarlos y representarlos de diversas maneras (Marshall, Makar y Kazak, 2002). El interés por la investigación que el estudiante desarrolla no es solamente en las matemáticas y específicamente en el campo de la estadística, sino que lo prepara para afrontar situaciones reales, donde debe trabajar con datos y tomar decisiones importantes.

Un problema tradicional en la enseñanza de la estadística ha sido el desfase entre los conceptos teóricos y la interpretación de estos. Al resolver un problema, se dependía del cálculo correcto de operaciones aritméticas, un tanto tediosas para los estudiantes. Actualmente, las herramientas tecnológicas, las cuales son fáciles de utilizar, han simplificado el trabajo de hacer cálculos engorrosos, en poco tiempo y sin posibilidad de fallo. Es por ello que al utilizar una herramienta tecnológica se tiene más tiempo para reflexionar acerca de las extensiones de dicho problema, planteando diversas preguntas, y creando conjeturas que en poco tiempo pueden probar su veracidad.

Batanero, Garfield, Ottaviani, Truran, (2000) señalan:

El *software* y las herramientas tecnológicas cambian el significado de la estadística porque introducen nuevas representaciones, cambian la forma en la que trabajamos con los objetos estadísticos y el tipo de problemas a los que los estudiantes se enfrentan en la clase. (p. 3)

El uso de herramientas tecnológicas, en la enseñanza de la estadística, no es considerado como la meta de su aprendizaje, sino que contribuye a la construcción de los significados de conceptos básicos y en el establecimiento del sentido de los datos, tomando como base la facilidad de realizar diversas representaciones de los datos (Ben-Zvi, 2000).

La tecnología cambia el significado de la estadística, ya que el estudiante

pasa de memorizar fórmulas y hacer cálculos engorrosos a tomar decisiones, participar en discusiones con sus compañeros y el profesor; plantearse diversas preguntas acerca de la información que se le pide analizar; debido principalmente a la facilidad de representar de diversas maneras el mismo concepto, al utilizar distintos tipos de gráficas, gráficas y tablas, o gráficas y medidas estadísticas.

Las herramientas tecnológicas permiten efectuar acciones que de otra manera serían difíciles de realizar, se puede cambiar de una representación a otra de manera rápida, variar los ejes y las escalas así como manipular el valor de los datos, y así dedicar más tiempo y energía para la discusión de resultados (Ben-Zvi y Arcavi, 2001).

Existe diversidad entre las herramientas tecnológicas que apoyan la enseñanza de la estadística, entre ellas tenemos: paquetes estadísticos, micromundos, Tutoriales y recursos en Internet. Los paquetes estadísticos son conocidos como herramientas, aquí se incluye el *software* dinámico, utilizado para calcular medidas estadísticas, construir diversas representaciones y simular poblaciones, generalmente cuentan con el formato de una hoja de cálculo, donde se introducen los datos. Los micromundos consisten en programas para demostrar conceptos y métodos estadísticos, donde se incluyen experimentos interactivos, visualización y simulación. Los Tutoriales incluyen programas para el profesor o estudiante tutor, desarrollan habilidades estadísticas específicas, están diseñados para tomar parte del rol del profesor y libro de texto, suministrando demostraciones, explicaciones, conjunto de tareas, análisis y evaluación de las respuestas de los estudiantes. Los recursos, principalmente tomados de Internet tales como: materiales de cursos y textos en línea; revistas especializadas en estadística y en la educación estadística; así como bases de datos reales (Ben-Ziv, 2000).

Los paquetes estadísticos permiten la conexión entre las matemáticas y la vida cotidiana, ya que dan acceso al modelado de situaciones concretas y uso de datos reales (Balacheff y Kaput, 1996). Un ejemplo de paquete estadístico es el *software* dinámico; su empleo aumentó en los últimos años, gracias a la facilidad de uso que implica para el estudiante y la interactividad del mismo. Los estudiantes pueden realizar diversas representaciones de un conjunto de

datos y así poder interpretar las características de éste, al categorizar, organizar y calcular medidas estadísticas (Marshall, Makar y Kazak, 2002).

Por medio del *software*, los estudiantes pueden manipular de manera directa los objetos y el conocimiento; lo que antes no se podía hacer, ya que el estudiante necesitaba tener una base de conceptos previos y un alto nivel de habilidades técnicas (Balacheff y Kaput, 1996). Gracias a las características de las computadoras, los estudiantes pueden manipular las representaciones, al modificar alguno de sus atributos<sup>1</sup> de manera fácil y rápida, también pueden combinar varias representaciones para obtener una retroalimentación inmediata del proceso que están realizando, y logra así una mejor comprensión de los conceptos.

En la *Figura 1*, se presentan dos representaciones graficas obtenidas con los datos de una misma base, con el fin de ejemplificar el hecho de que los estudiantes pueden pasar de una representación a otra rápidamente y así comparar las distintas representaciones y su utilidad.

---

<sup>1</sup> Tómesese atributos como sinónimo de elementos de construcción de una representación.

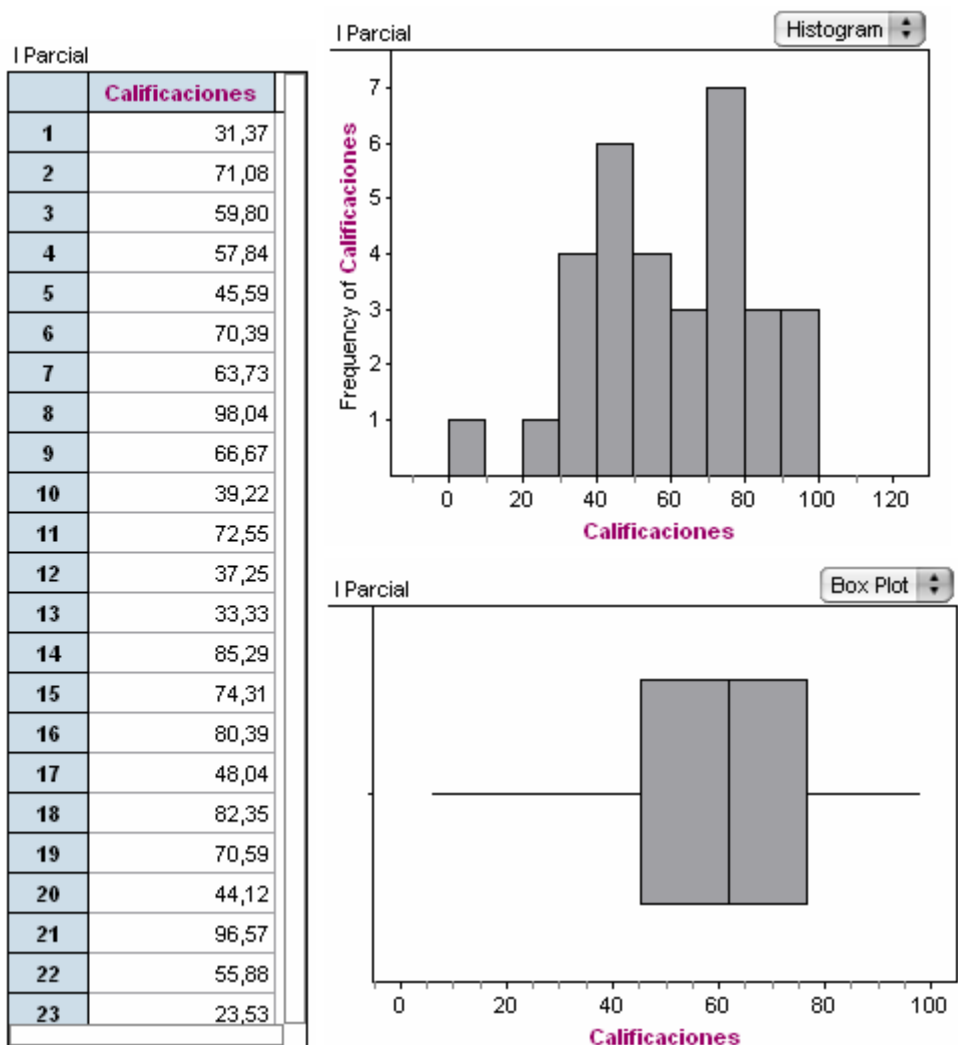


Figura 1. Tabla de las calificaciones obtenidas en el primer parcial, histograma y diagrama de caja construido con los mismos datos, en el software Fathom.<sup>2</sup>

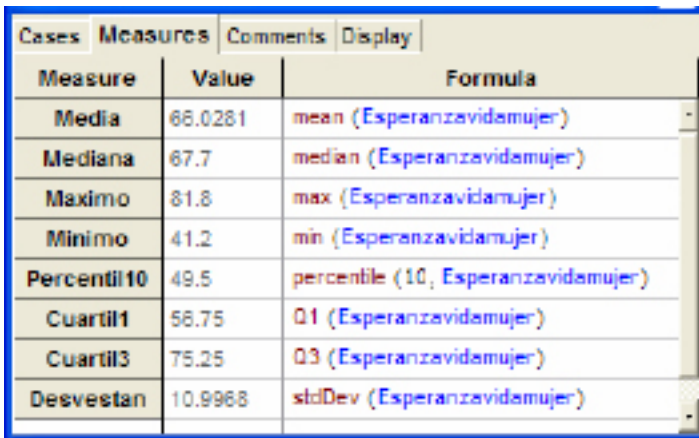
<sup>2</sup> Las gráficas presentadas en este artículo carecen de algunos atributos propios de las representaciones gráficas ya que solamente se está empleando el ambiente de una computadora para la realización final de la gráfica. De acuerdo con Snelly y Peterson (1992) existen tres áreas en las cuales el uso de la computadora ayuda a la enseñanza de la estadística: reducen los cálculos



manuales, facilitan el análisis de datos a través de representaciones gráficas, e ilustran los conceptos estadísticos por medio de la simulación.

### Reducción de cálculos manuales

El estudiante puede efectuar una serie de cálculos de manera rápida y sin posibilidad de fallo. Al dedicar menos tiempo en cálculos tediosos, los estudiantes identifican el comportamiento del conjunto de datos, plantean nuevas preguntas e interpretan los resultados. Por ejemplo con ayuda del *Fathom* los estudiantes pueden calcular rápidamente medidas de tendencia central, orden y variabilidad (véase *Figura 2*).



Measure	Value	Formula
Media	66.0281	mean (Esperanzavidamujer)
Mediana	67.7	median (Esperanzavidamujer)
Maximo	81.8	max (Esperanzavidamujer)
Minimo	41.2	min (Esperanzavidamujer)
Percentil10	49.5	percentile (10, Esperanzavidamujer)
Cuartil1	56.75	Q1 (Esperanzavidamujer)
Cuartil3	75.25	Q3 (Esperanzavidamujer)
Desvestan	10.9968	stdDev (Esperanzavidamujer)

*Figura 2.* Medidas estadísticas calculadas con *Fathom*

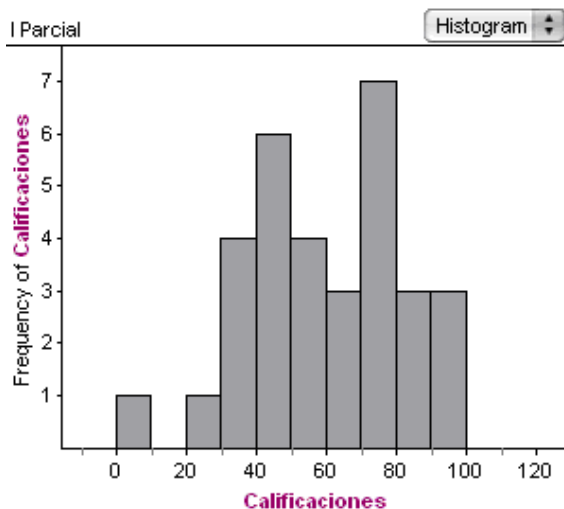
Después de obtener cada una de las medidas expuestas en la *Figura 2*, se pueden plantear algunas de las preguntas relacionadas con estos valores: ¿Qué significa cada valor dentro del contexto en el cual se está trabajando? ¿Qué pasa con cada una de estas medidas si se cambia el valor de uno o de varios datos, ya sea de manera sistemática o aleatoria? ¿Qué pasa con cada medida si los datos reemplazados son los extremos del conjunto? ¿Cuál de estas medidas caracteriza el conjunto de datos de manera adecuada? ¿Con

cuáles de estas medidas se puede realizar comparaciones entre grupos?

### **Análisis de datos por medio de una gráfica**

Los estudiantes ya no necesitan realizar una representación gráfica con “lápiz y papel” sino interpretar cada uno de los elementos que constituyen una representación gráfica; además, pueden identificar el tipo de gráfica que conviene para expresar ciertos comportamientos. Algunas de las representaciones utilizadas: histogramas, diagramas de cajas, diagramas de puntos, polígonos de frecuencias, gráficas de barras. También pueden manipularse los datos y las condiciones de las gráficas con el fin de explorar las características del conjunto de datos de manera adecuada.

En la *Figura 3* se presentan dos histogramas, contruidos con los mismos datos; sin embargo, en la *Gráfica 1* se manipuló la escala del *eje x*, para tener más claridad en cada límite de clase, lo cual no es claro en la *Gráfica 2*.



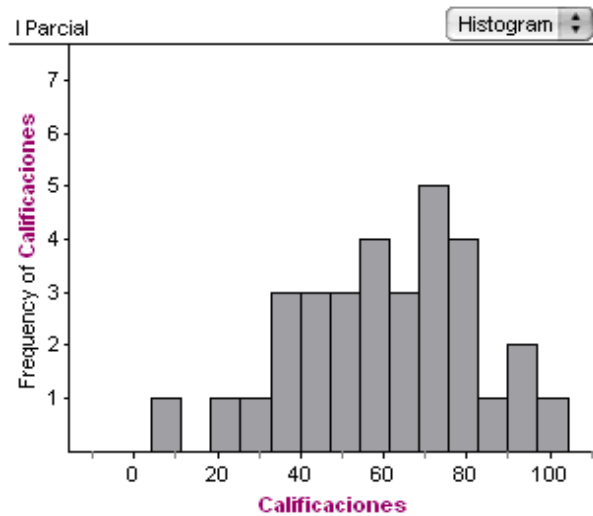
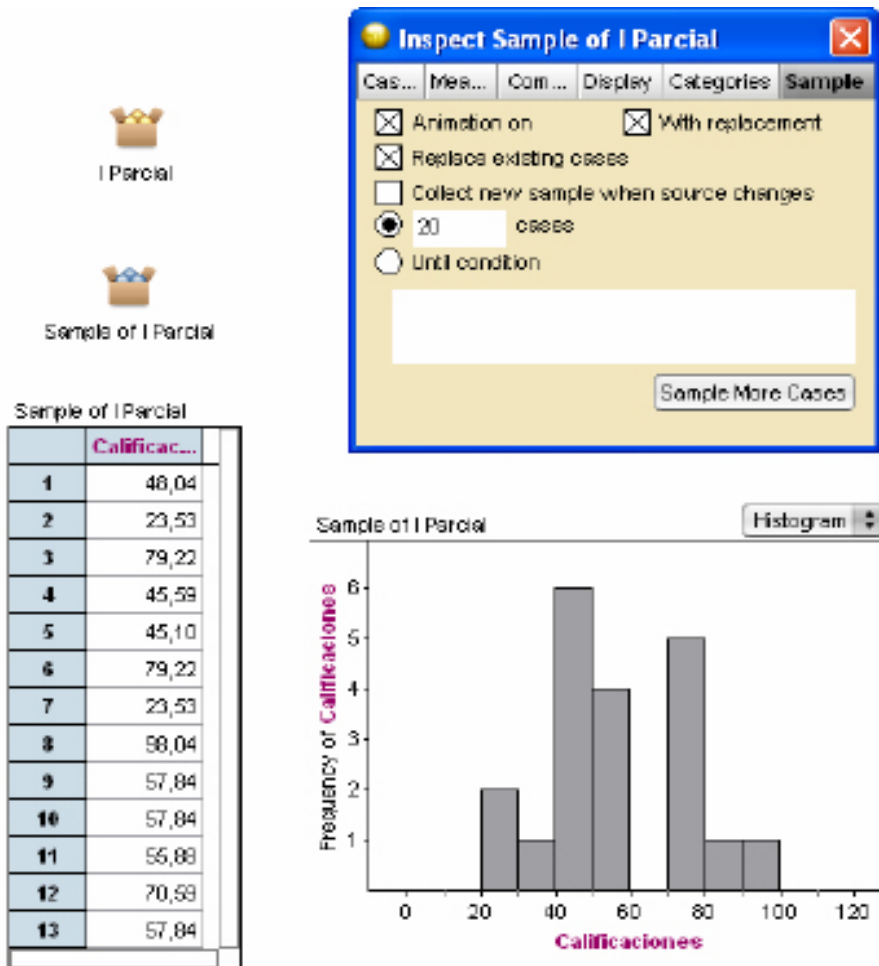


Figura 3. Representaciones gráficas construidas con Fathom

En el caso de tener representaciones como las expuestas en la *Figura 3* los estudiantes podrían plantearse: ¿Qué le pasa a la gráfica si se cambia uno o varios valores del conjunto de datos, ya sean datos extremos o no? ¿Qué tipo de cambios deben hacerse para cambiar la forma de la distribución? ¿En qué intervalos se encuentra la mayor o la menor cantidad de datos? ¿Qué otros tipos de gráficas pueden mostrar la misma información desplegada en un histograma? ¿Qué comportamiento debe tener el conjunto de datos para que se note asimetría en la forma de su distribución? ¿Qué tipo de datos hace que la forma de una distribución sea sesgada a la izquierda? ¿Se puede observar variabilidad en una representación gráfica? ¿Qué diferencias hay entre un histograma y otra representación gráfica? ¿Qué medidas de tendencia central se pueden observar en el histograma?

## Simulación

Esta característica tiene mayor utilidad en el área de probabilidad e inferencia estadística. Con ayuda de herramientas tecnológicas se puede obtener un número determinado de muestras de tamaño definido para determinar distribuciones de probabilidad.



En la *Figura 4*, se puede observar como los estudiantes pueden seleccionar muestras de diversos tamaños con el fin de ir graficando cada muestra y comparar el comportamiento entre las diversas gráficas hechas con muestras

*Figura 4.* Creación de muestras a partir de un conjunto de datos, realizado con el *Fathom*

y entre las hechas con el total de los datos.

## **Fathom y Excel**

Actualmente, el *Fathom* es el *software* dinámico que está dando de qué hablar en muchos países; entre sus características se incluyen: la manipulación dinámica, presentada por la rápida actualización de cualquier tipo de representación o cálculo de medidas, mientras se traslada un punto específico, se modifican los ejes cartesianos y la definición de escalas, se cambian las barras de las representaciones gráficas correspondientes; acceso a fórmulas para calcular medidas estadísticas, trazar funciones y controlar las simulaciones; *sliders* como parte de las funciones trazadas, definición de atributos y filtros; simulación simple y herramientas de muestreo, y conexión con base de datos de Internet (Ben-Zvi, 2000). Por otro lado, la capacidad de graficación que tiene *Fathom* facilita, en el análisis exploratorio de datos, pasar de una representación a otra, lo que posibilita al estudiante interactuar con el conjunto de datos y sus características. Por otra parte, permite *arrastrar* y *soltar* variables de manera fácil sobre una gráfica y se pueden vincular varias de ellas en una misma escala (Confrey y Makar, 2002).

Los paquetes estadísticos permiten seleccionar datos y variables; además, al tener distintas representaciones, gráficas y tabulares de manera simultánea en la misma pantalla, pueden manipularse algunas características de las gráficas como son: anchura, formato, escala, entre otros (Batanero, 2001), para así entender mejor las características del conjunto de datos en estudio y poder realizar comparaciones entre varios grupos.

Al trabajar con un conjunto de datos con el *Fathom*, los datos ordenados en una tabla se pueden representar en un histograma, el estudiante cambia un dato en la tabla y observa ese cambio en el histograma, así como, en el valor de la medida estadística calculada; en la *Figura 5*, *Figura 6* y en la *Figura 7* se observa el comportamiento descrito anteriormente.

IParcial	Calificaciones
1	31,37
2	71,08
3	59,80
4	57,84
5	45,59
6	70,39
7	63,73
8	98,04
9	66,67
10	39,22
11	72,56
12	37,26
13	33,33
14	85,29
15	74,31
16	80,39
17	48,04
18	82,35
19	70,59
20	44,12
21	96,57
22	55,88
23	23,53

IParcial	Calificaciones
1	31,37
2	71,08
3	59,80
4	57,84
5	45,59
6	70,39
7	63,73
8	98,04
9	66,67
10	80,00
11	65,00
12	37,25
13	33,33
14	85,29
15	74,31
16	80,39
17	48,04
18	82,35
19	70,59
20	65,00
21	96,57
22	55,88
23	23,53

Figura 5. La Tabla 1 presenta los datos originales y la Tabla 2 los modificados.

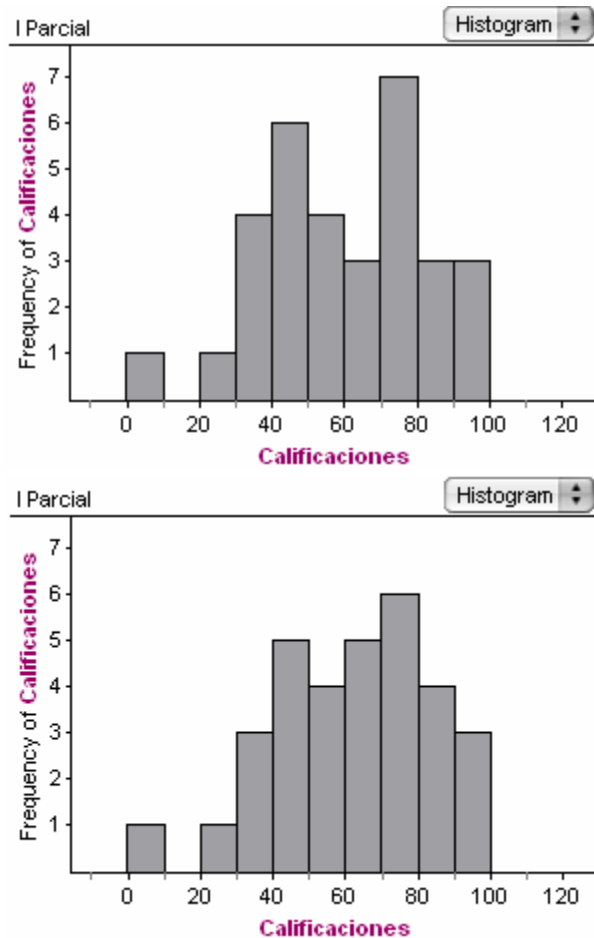
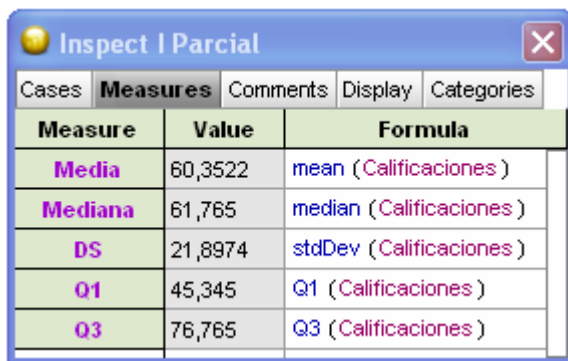


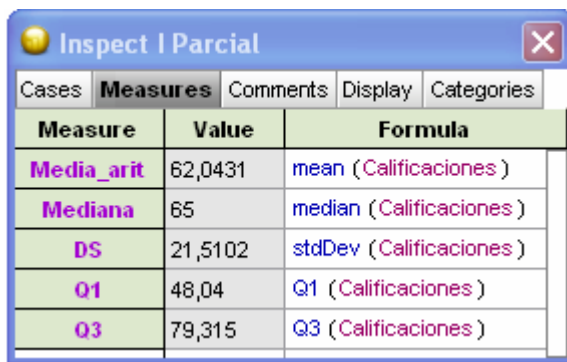
Figura 6. Histogramas construidos con los datos de la Tabla 1 y Tabla 2, respectivamente.

El estudiante, al observar las representaciones de la *Figura 6* se plantea las siguientes preguntas: ¿Qué diferencia existe entre estos histogramas? ¿A qué se debe el cambio del histograma? ¿Qué hizo que la forma de los histogramas cambiara? ¿Qué pasa si se cambia el valor de todos los datos de manera sistemática? ¿Existe alguna diferencia significativa si se cambian los valores extremos del conjunto en lugar del resto de los datos? ¿Qué significa

tener dentro del histograma un rectángulo de área cero?



Inspect   Parcial			
Cases	Measures	Comments	Display
Measure	Value	Formula	
Media	60,3522	mean (Calificaciones)	
Mediana	61,765	median (Calificaciones)	
DS	21,8974	stdDev (Calificaciones)	
Q1	45,345	Q1 (Calificaciones)	
Q3	76,765	Q3 (Calificaciones)	



Inspect   Parcial			
Cases	Measures	Comments	Display
Measure	Value	Formula	
Media_arit	62,0431	mean (Calificaciones)	
Mediana	65	median (Calificaciones)	
DS	21,5102	stdDev (Calificaciones)	
Q1	48,04	Q1 (Calificaciones)	
Q3	79,315	Q3 (Calificaciones)	

Figura 7. Medidas estadísticas obtenidas con los datos de la Tabla 1 y Tabla 2, respectivamente.

Por otra parte, cuando observe el cuadro de medidas estadísticas básicas, (ver *Figura 7*) le surgirán las siguientes preguntas: ¿Todas las medidas estadísticas cambiarán si uno o varios de los datos son cambiados? ¿Qué tanto variaron las medidas y a qué se debe ese hecho? ¿Si se cambian todos los datos de manera sistemática, tal es el caso, de multiplicar una constante por todos estos, que le pasará a cada medida estadística?

Cuando surgen este tipo de preguntas en los estudiantes nos demuestran que se interesan por adquirir conocimientos; sumado a esto, si tienen a su



disposición un *software* estadístico, en poco tiempo pueden darse a la tarea de probar sus conjeturas de manera empírica y descubriendo resultados por ellos mismos, tendrán entusiasmo para seguir aprendiendo.

Otra herramienta tecnológica utilizada en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística es la hoja de cálculo *Excel*, la cual permite la construcción de distintos tipos de gráficas, así como la organización, presentación y comparación de datos estadísticos.

### **En el aula**

Las computadoras han cambiado el quehacer en estadística; sin embargo, surge la interrogante ¿Los profesores han cambiado la manera de dar sus clases? El papel del profesor es importante, éste será el que realice un planeamiento adecuado de las clases donde se incluya el uso de herramientas tecnológicas para ayudar a los estudiantes en la adquisición de conocimientos.

Existen muchas interrogantes acerca del tipo de planeamiento que debe realizar un profesor para impartir una clase de estadística, donde se desee emplear algún tipo de herramienta tecnológica; Camacho y Santos (2004) plantean algunas de ellas: ¿Qué clase de problemas o actividades deben considerarse en la instrucción matemática para que los estudiantes utilicen las herramientas tecnológicas de manera eficiente? ¿Cuáles son las representaciones más adecuadas, respecto a las herramientas y al tipo de problema planteado? ¿Qué diferencias existen entre el acercamiento basado en el empleo de la tecnología y el realizado con “lápiz y papel”?

El tipo de actividades que se realizan en la clase debe tener un cambio, donde se preste mayor atención a la interpretación de los estudiantes respecto de cada representación. Las actividades no son para evaluar la capacidad de los estudiantes al realizar procesos rutinarios, sino los problemas y tareas sirven para descubrir cómo los estudiantes realizan los acercamientos, modelos y razonamientos estadísticos (Gal y Garfield, 1997).

## **CONSIDERACIONES FINALES**

Cuando un estudiante utiliza una herramienta tecnológica, como un *software* dinámico o una hoja de cálculo, para construir representaciones, su trabajo principal descansa en prestar atención a los elementos de construcción de la herramienta y en la descripción e interpretación del comportamiento del conjunto de datos que se despliega.

La tecnología aporta facilidad en la construcción de las tablas, ya que los datos se pueden ordenar de manera sistemática, agruparlos en clases y contar las observaciones de cada clase.

El uso de herramientas tecnológicas puede ser de gran ayuda en el proceso de representación de los datos, por medio de gráficas, ya que no se dedica tanto tiempo en trazos precisos, sino que se concentra la atención en la interpretación y descripción de los datos expuestos. Sin embargo, el usuario debe incluir los elementos necesarios para obtener la gráfica que mejor represente a los datos y tener claro el tipo de información que se despliega según la representación gráfica.

Por último, la tecnología simplifica los cálculos engorrosos, para obtener medidas estadísticas, lo que permite que el estudiante dedique más tiempo a razonar la interpretación de cada uno de esos valores y a pensar, realmente, cuál es el significado de cada una de las medidas obtenidas.

## REFERENCIAS

- Alfaro, A., Alpizar M., Arroyo, J., Gamboa, R. y Hidalgo, R (2004). *Enseñanza de las matemáticas en Costa Rica: elementos para un diagnóstico*. Heredia, Costa Rica. Universidad Nacional.
- Balacheff, N. y Kaput, J.J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. En Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 469-501).

Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística* (Statistics education). Recuperado 23/04/2004 [www.ugr.es/local/batanero](http://www.ugr.es/local/batanero).

Batanero, C., Godino, J. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*. 12(1). Recuperado 23/04/2004, [www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html)

Batanero, C., Garfield, J., Ottaviani, M. y Truran, J. (2000). Research in statistical education: some priority question. *Statistical education research newsletter*. 1(2), 2-6. Recuperado 24/08/2004, [www.ugr.es/local/~batanero/sergroup.htm](http://www.ugr.es/local/~batanero/sergroup.htm)

Batanero, C. Ortiz, J. Serrano, L. y Cañizares, M. (2001). Una perspectiva de síntesis de las tendencias actuales en la educación estadística. En Gómez, P. y Rico, L. (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 207-216). España, Granada: Universidad de Granada.

Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical thinking and learning*, 2(1 y 2), 127-155.

Ben-Zvi, D. y Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations. *Educational studies in mathematics*, 45(1-3), 35-65.

Camacho, M. y Santos, M. (2004b). El estudio de fenómenos de variación haciendo uso de herramientas tecnológicas. *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*, 37(julio), 105-133.

Confrey, J. y Makar, K. (2002). Developing secondary teachers' statistical inquiry through immersion in high-stakes accountability data. *Opme-ma XXIV* (pp. 1267-1278). Athens, GA

Gal, I., y Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. En Gal, I., y Garfield, J. (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amsterdam: IOS Press.

Garfield, J. y Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistic: implications for research. *Journal for research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63

- Marshall, J., Makar, K. y Kazak, S. (2002). Young urban students' conceptions of data uses, representation, and analysis. *Opme-ma XXIV* (pp. 1292-1304). Athens, GA.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA, USA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Santos, M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y perspectiva*, 20, 247-258.
- Santos, M. (2003). Hacia una instrucción que promueva los procesos de pensamiento matemático. En Filloy, E. (Ed), *Matemática Educativa: Aspectos de la investigación actual* (pp. 314-332). México: Cinvestav.
- Santos, M. y Sepúlveda, A. (2003). Hacia la construcción de un ambiente de instrucción basado en la resolución de problemas. En Socas, M.M., Camacho, M. y Morales, A. (Eds.), *Formación del profesorado e investigación en educación matemática V*. Universidad de La Laguna, Departamento de Análisis Matemático (323-345). Tenerife España: Ediciones CAMPUS.
- Snell, L. y Peterson, W. (1992). Does the computer help us understanding statistic? En Florence, G. y Gordon, S. (Eds.): *Statistic for the Twenty-First Century*. The Mathematical Association of America MAA Notes, 26, 167-188.