

## **TECNOLOGÍA DIGITAL Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**Edison De Faria Campos**

<http://www.cimm.ucr.ac.cr/edefaria>

[edefaria@cariari.ucr.ac.cr](mailto:edefaria@cariari.ucr.ac.cr)

Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas

Universidad de Costa Rica

Asociación de Matemática Educativa

### **Resumen**

Se refiere al uso de tecnologías digitales para la resolución de problemas en los programas de matemática del Ministerio de Educación de Costa Rica y se describen algunas teorías relacionadas con la temática, particularmente la de mediación instrumental y de los sistemas de representación ejecutables.

### **Abstract**

It refers to the use of digital technologies for problem solving in the programs of mathematics of the Costa Rica Ministry of Education and some theories related to the subject are described, particularly that of instrumental mediation and of executable systems of representation.

### **Palabras clave**

Tecnología digital, resolución de problemas, mediación instrumental, sistemas de representación ejecutables.

## **INTRODUCCIÓN**

Durante siglos la humanidad ha intentado crear dispositivos que imiten el comportamiento humano. Al inicio era más en la parte cognitiva y actualmente incluye la parte emocional.

El desarrollo de la ciencia de la computación empezó con fines militares en la década de los 40 (lo mismo ocurrió con Internet). Estados Unidos y Alemania iniciaron una carrera para producir computadoras electrónicas para realizar cálculos balísticos y para descifrar mensajes codificados. Eran dispositivos que ocupaban bastante espacio físico y condiciones especiales de temperatura, humedad, para poder funcionar bien.

Entre los primeros investigadores que intentaron construir programas inteligentes se encuentran Newell y Simon. Su primer programa conocido, el “Logic Theorist”, intentaba demostrar afirmaciones utilizando reglas de la lógica de predicados. El éxito del programa fue enorme pues, en el caso de teoremas, lograba producir una demostración generalmente más directa, más corta que las encontradas en libros de lógica.

Un año después, en 1956, John McCarthy organizó el proyecto de investigación sobre Inteligencia Artificial en Dartmouth (el término A. I. se debe a McCarthy, quién creó el programa LISP).

Los primeros trabajos en A. I. fueron en Resolución de Problemas, traducción de idiomas, reconocimiento de patrones. El resolutor de problemas empleaba reglas de naturaleza heurística para resolver una amplia variedad de problemas abstractos. Lamentablemente el entusiasmo inicial debido al éxito de la estrategia se fue apagando, y no debido a la falta de capacidad computacional sino debido a la profundidad de los problemas teóricos. La dificultad fundamental es que estrategias para resolver problemas generales son limitadas. La gente utiliza conocimiento de dominio específico para resolver problemas en diferentes contextos. El solucionador general de problemas (General Problem Solver, GPS) tenía estrategias bastante generales pero débiles. Para fortalecerlo habría que agregar conocimientos de dominio específico para resolver problemas, posiblemente, de todas las áreas, lo que es una tarea imposible. En 1967, 10 años después de haber empezado, Newell anunció que el programa GPS había terminado.

La tercera vertiente, reconocimiento de patrones, también tuvo éxito. Programas para reconocer escritura, letras, códigos morse. Pero ellos eran muy inflexibles y fueron incapaces de resolver ambigüedades o utilizar contexto.

La ciencia cognoscitiva tiene particular interés en la simulación por computadora de la resolución de problemas (Newell y Simon, 1972): si un programa de computadora genera una secuencia de comportamientos similares a la secuencia que haría un ser humano, entonces el programa es un modelo o teoría del comportamiento, y estas simulaciones pueden ser utilizadas para un mejor entendimiento en la resolución de problemas matemáticos.

¿Será que la máquina puede pensar? ¿Puede pensar como un ser humano?

Alan Turing, en 1951 propuso una prueba para decidir si una máquina podría imitar a un ser humano. Tres cuartos: en uno un juez, en otro un ser humano, en el tercer cuarto una máquina. Todos están conectados mediante terminales (teclado y monitor). El juez hace preguntas a los otros dos (ser humano y máquina) por medio del teclado y con las respuestas obtenidas tiene que decidir cuál es el humano y cuál es la máquina. Si esto no es posible, después de 5 minutos de conversación, entonces la máquina piensa como un humano.

En la década de los 70, un grupo de programas intentaron cruzar la primera barrera computadora-humano: el lenguaje, es decir, el procesamiento del lenguaje natural (NLP por sus siglas en Inglés). Uno de los programas más famosos en esta línea fue desarrollado en 1966 por Joseph Weizenbaum fue ELIZA. ELIZA simula un psicoterapeuta Rogeriano (enfático pero pasivo). No existe evidencia de inteligencia el código de ELIZA. El programa simplemente busca palabras clave y busca preguntas adecuadas en su grande base de datos.

En 1991 el Dr. Hugh Loebner, prometió dar un premio de US\$ 100,000 al primer programa que lograra pasar la prueba de Turing (Premio Loebner).

La prueba de Turing ha sido muy criticada pues evalúa únicamente habilidades verbales. ¿Es posible que una conversación logre capturar toda la inteligencia humana?

¿Puede ser creativa una computadora? La creatividad es un rasgo esencial de la inteligencia humana. El programa AARON escrito por Harold Cholen es para pintura creativa, utiliza una pequeña tortuga robótica, combinada con varias estrategias de dibujo, para producir arte original.

¿Poseen inteligencia emocional las computadoras? Los admiradores de Star Trek conocen las dificultades del comandante Data cuando le introdujeron un chip de las emociones.

El proyecto de investigación del MIT Media Lab sobre modelación de robots que simulan emociones humanas (<http://www.media.mit.edu/affect>) está ganando el interés de muchos investigadores de A. I. Otro proyecto del MIT AI Lab, el proyecto Cog, trata de investigar la posibilidad de construir robots con conciencia propia (<http://ase.tufts.edu/cogstud/papers/practic.htm>).

Debido a la dificultad de crear máquinas inteligentes de propósito general, una alternativa consiste en intentar desarrollar máquinas que imiten el desempeño humano en dominios restringidos del conocimiento. El primer intento serio de aplicar este enfoque alternativo se conoce como Micromundos. La teoría detrás de Micromundos fue el primer paso en A. I. para producir inteligencia en un ambiente restringido. La idea ahora consiste en construir sistemas expertos en dominios restringidos. Incluso existe sistema experto de sistemas expertos como TEIRESIAS cuyo trabajo consiste en apoyar a diseñadores de sistemas expertos.

Otra línea de investigación fructífera en A. I. es la que trata de sistemas expertos que juegan algún tipo de juego, como por ejemplo el ajedrez. El caso más famoso fue el de Deep Blue, una computadora IBM que venció al campeón mundial Gary Kasparov. Este programa puede procesar 200.000.000 de movimientos antes de decidir la jugada que hará. Es importante resaltar que los juegos presentan un mundo controlado en el cuál un buen jugador aprende a resolver problemas rápidamente y con inteligencia. La página oficial de Deep Blue es <http://chess.ibm.com/home/html/b.html>. Otra página importante relacionada con juegos es <http://www.cs.alberta.ca/~games> de la Universidad Alberta.

La década de los 80 fue marcada por los proyectos en redes neuronales,

vida artificial, algoritmos genéticos, programación genética. Una red neuronal es un intento de simular un cerebro. La idea es ciertas propiedades claves de neuronas biológicas pueden ser simuladas. Los componentes de una red neuronal artificial son intentos para recrear el potencial de cálculo del cerebro, pero el cerebro humano es bastante complejo. Se estima que un cerebro humano tiene entre 10 a 100 billones de neuronas, mientras que una red neuronal típica tiene como 1,000 neuronas artificiales.

Un programa que simula una red neuronal, escrito en Java, es BrainWave, escrito por Simon Dennis, Devin McAuley y otros en la Universidad de Queensland, Australia. Puede ser obtenido en <http://itec.uq.edu.au/~cogs2010/cmc/home.html>.

## EL CASO DE COSTA RICA

En Costa Rica existen algunas políticas e iniciativas orientadas al uso de tecnologías digitales en el proceso de enseñanza y el aprendizaje (De Faria, 2007), pero son muy escasas las referencias explícitas o implícitas a la resolución de problemas.

La primera mención al uso de tecnologías digitales para resolver problemas se relaciona con la histórica Matilde.

Nos informa el Dr. Claudio Gutiérrez que en el año 1968, “Matilde”, la primera computadora que llegó a Costa Rica (una IBM 1620) posibilitaba resolver problemas matemáticos mediante la programación en Fortran, probar teoremas de la lógica de predicados y hasta entonaba canciones de Navidad. Además agrega que

Nadie que no haya programado, que no haya luchado por hacer correr un programa, tiene una percepción suficientemente clara de las limitaciones del intelecto humano (...) cuando oigo decir que el contacto con las computadoras deshumaniza, sé de inmediato que estoy hablando con alguien que nunca ha tenido contacto con computadoras. Porque la máquina no es más que un intermediario entre el hombre y la naturaleza, entre el hombre y el hombre, entre el hombre y sí mismo. El contacto con las máquinas, por lo menos con

— esta clase de máquinas, probablemente nos hará más humildes:  
<sup>1</sup> Artículo: Narciso y la informática. <http://www.claudiogutierrez.com/matilde.html>. Recuperado el 20 de marzo del 2007.

fantasías

las más de las veces no concuerdan con la realidad, que el primer camino que se nos ocurre no lleva a ninguna parte, que el éxito no es el salario del genio, sino de mil y una tentativas y mil y una rectificaciones<sup>1</sup>.

Después de Matilde hemos experimentado un desarrollo gigantesco de las tecnologías digitales, pero un lento uso de estas herramientas con fines didácticos.

En el programa vigente de matemática para el tercer ciclo y para la educación diversificada, elaborado por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica encontramos algunas, en realidad muy pocas, orientaciones respecto al uso de calculadoras. En la parte de orientaciones metodológicas existe un apartado que menciona el uso de la calculadora y su relación con la resolución de problemas:

Es necesario, por lo tanto, agilizar los cálculos, de ahí que el uso de la tecnología y específicamente, la calculadora, resultan muy valiosos. Permite no solamente realizar las operaciones más rápidamente, sino, también, clarificar, acentuar y profundizar el concepto, es decir, obtener información de mayor valor cognoscitivo. Recuerde que la calculadora agiliza los procedimientos algorítmicos, los mecanismos que se llevan a cabo sin ningún razonamiento, por ello, no se debe tener temor en su uso pues de ninguna manera la calculadora atrofia el razonamiento de los estudiantes. La calculadora no resuelve problemas, no piensa ni razona, solamente agiliza los cálculos (MEP 2005, pp. 47, 47).

Así vemos que la referencia anterior respecto al uso de calculadoras es bastante confusa y contradictoria pues afirma por un lado que la calculadora solamente agiliza los cálculos y por otro lado que es útil para profundizar el concepto y obtener información de mayor valor cognoscitivo. Además, agrega que “mediante el uso de la calculadora, se puede realizar numerosos ejemplos de cómo éstas

coadyuvan en la resolución de situaciones problema, como contexto para explorar ideas matemáticas” (p. 47). Dos párrafos más adelante sugiere: “pueden usarse calculadoras para resolver problemas que exijan tediosos cálculos. La estimación y la valoración de resultados, requieren una atención

especial cuando los estudiantes usan calculadoras”.

Las referencias al uso de calculadoras en el programa actual fueron copiadas del programa anterior (2001) y no se agregó ni se quitó ningún elemento.

En el programa de X año se hace mención al uso de calculadora para resolver una ecuación cuadrática (p. 57). En el programa del tercer ciclo se lee: “Para introducir las operaciones con números enteros existen muchas estrategias, una de ellas puede ser mediante el uso de la calculadora (...) se les solicita después a los alumnos, que analicen cada grupo de operaciones y lo caractericen. Luego se les invita a formular conjeturas y posibilidades sobre el procedimiento que está siguiendo la calculadora para llegar a ese resultado (p.48).

Las referencias más explícitas encontradas en el programa de tercer ciclo son sugerencias que aparecen en la columna de procedimientos para resolver problemas relacionados con el entorno utilizando números enteros, racionales: “Resolución de problemas mediante la utilización de diferentes estrategias en donde se aplican las operaciones con números enteros (racionales) **(puede hacer uso de la calculadora)**” (pp. 73, 78).

En los programas de 1996 existían algunas referencias sobre al uso de calculadoras que fueron eliminadas en los programas actuales. Algunos ejemplos son:

- Calcular el valor de razones trigonométricas de un ángulo agudo, usando las tablas trigonométricas o la calculadora (tercer ciclo, p. 40).
- Obtener una aproximación decimal de un número irracional, a través de la radicación con calculadora y cálculo mental (tercer ciclo, p. 27)

En los contenidos de algebra para el ciclo diversificado se afirma que “el uso de herramientas tecnológicas se hace necesario, con el propósito de central el aprendizaje en que el educando genere deducciones e inducciones” (p. 4). Esta parte fue rescatada en el programa del 2005 para el tercer ciclo en el apartado del contenido estadística, eliminando la frase “e inducciones” (p. 54).

<sup>2</sup> El énfasis en negrita es del propio documento

Los estándares para matemática publicados por la Asociación Nacional de Profesores de Matemática de los Estados Unidos, NCTM, en el 2000 contienen procesos y principios y uno de los principios es el de la tecnología que afirma que “la tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Tiene influencia en la matemática que se enseña y mejora el aprendizaje de los estudiantes”.

En un artículo publicado en la revista *Uniciencia* (De Faria, 2003) menciono algunas experiencias sobre el uso de computadoras o de calculadoras en la resolución de problemas en Costa Rica.

### **ALGUNOS REFERENTES TEÓRICOS**

Un primer acercamiento, por parte de los psicólogos que estudiaban la forma en que el contexto de una determinada práctica modela la forma en que un individuo resuelve un problema, se centraba en las herramientas culturales que median la actividad de resolución de problemas. Las herramientas pueden ser sistemas simbólicos de signos para representar ideas matemáticas o instrumentos materiales como, por ejemplo, las calculadoras o las computadoras. Esta idea es fundamental en los trabajos desarrollados por Vygotsky.

Vygotsky considera que el ser humano no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos transformándolos, y que esto es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta. Por lo tanto la actividad es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos (Vygotsky, 1988, 1992).

En la concepción de Vygotsky los mediadores son instrumentos que transforman la realidad en lugar de imitarla. Su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones ambientales sino modificarlas activamente. Vygotsky distingue dos clases de instrumentos: La herramienta que actúan

directamente sobre los estímulos, modificándolos, y los signos, que modifican al propio sujeto y a través de éste a los estímulos. Para él, los instrumentos de mediación, incluidos los signos, los proporciona la cultura, el medio social, pero que la adquisición de los signos no consiste sólo en tomarlos del mundo social externo, sino que es necesario interiorizarlos. Para él los significados provienen del medio externo, pero deben ser asimilados o interiorizados. La ley fundamental de la adquisición de conocimiento (ley de doble formación) para Vygotsky afirmaría que éste comienza siendo siempre objeto de intercambio social, es decir, comienza siendo interpersonal para, a continuación, internalizarse o hacerse intrapersonal: “En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: Primero entre personas y después en el interior del propio niño”.

Por lo tanto los instrumentos de mediación (herramientas y signos) desempeñan un rol central en la constitución de los procesos psicológicos superiores que tienen un origen histórico-social. Vygotsky argumentó que cambiando los sistemas de símbolos se reestructura la actividad mental.

Así, para entender la resolución de problemas es necesario tener en cuenta las herramientas disponibles en las prácticas culturales específicas, las propiedades de las herramientas y la forma en que los individuos y los grupos sociales utilizan las herramientas alternativas coexistentes.

El principio de la mediación instrumental está ampliamente reconocido por las teorías de cognición actuales de mayor impacto en los contextos educativos: “Todo acto cognitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico”.

Según Wertsch (1993) no existe actividad cognitiva al margen de la actividad representacional. En el principio de mediación instrumental convergen tanto la naturaleza mediada de la actividad cognitiva, como la inevitabilidad de los recursos representacionales para el desarrollo de la cognición. El conocimiento construido depende de los instrumentos de mediación utilizados en su construcción y del lugar que tales instrumentos tengan en el entorno socio cultural.

Moreno y Waldegg (2002) lo ilustran así:

Pensemos, por ejemplo, en el desarrollo de la biología. ¿Sería concebible en este momento imaginar el estado actual de estas disciplinas sin los recursos

tecnológicos que se han desarrollado simultáneamente con sus cuerpos conceptuales? El microscopio no solamente es un instrumento que ayuda al patólogo experimental, sino que le da acceso a un nivel de estructuración de la realidad imposible de alcanzar sin dicho instrumento. Entonces, su acción cognitiva está mediada por el microscopio y el conocimiento producido está afectado de modo sustancial por el mencionado instrumento (p. 57).

Existen ciertas disciplinas, como la astronomía por ejemplo, que son impensables en ausencia de las tecnologías materiales que median la construcción del conocimiento en ellas. En la matemática la situación es todavía más crítica debido a que el conocimiento matemático es de por sí simbólico. Es más compleja la introducción de mediación en un campo simbólico, donde los fenómenos son fenómenos simbólicos. Por esto algunos consideran a la matemática como una forma de tecnología simbólica.

Pea y Roy (1987) desarrollan la idea de que los instrumentos de mediación funcionan como tecnologías cognitivas que ayudan a organizar y a amplificar el conocimiento matemático. La calculadora es un instrumento valioso para la exploración de conceptos matemáticos y a la sistematización de las exploraciones. Cuánto más exploramos más organizamos y tendremos mejores herramientas para explorar. Cada nivel de sistematización nos ubica en un nuevo nivel de exploración y a mayor exploración, mejor sistematización, mejor red conceptual para explorar (Noss y Hoyles, 1996).

Ruthven y Chaplin (1997) utilizaron estos principios en una investigación para examinar la idea de que la calculadora puede actuar como una herramienta cognitiva que apoya la amplificación o reorganización de sistemas del pensamiento.

Podemos mirar a la amplificación como “hacer lo de antes, pero mejor” pues contamos con un instrumento que funciona como una lupa, y al cambiar el instrumento mediador cambia el objeto de observación y por consiguiente el conocimiento producido. También podemos mirar a la reorganización como “hacer nuevas cosas y reorganizar las anteriores en función de las nuevas posibilidades”.

Otro constructo importante es el de sistemas de representaciones ejecutables. Según Moreno (2002), desde una perspectiva cognitiva, el mayor desarrollo de la cultura teórica consiste en la aparición de un soporte externo

de la memoria. Agrega que cuando una persona escribe un texto con papel y lápiz, ese producto sirve como objeto de reflexión para el escritor, y pregunta: ¿ocurren cosas distintas cuando se escribe un texto utilizando un procesador de palabras? Podemos usar el corrector de ortografía para revisar el texto; esta es una función que anteriormente estaba reservada a los seres humanos. La máquina no solo registra el pensamiento del escritor sino que procesa la información que queda registrada en ese medio de representación externa. Cuando un científico usa un programa estadístico, introduce una serie de datos y el software los organiza en una representación gráfica. El científico puede interpretar esa gráfica y extraer conclusiones de ella. Pero no tiene que saber cuál fue el proceso que utilizó el software para generar la gráfica. En todas estas situaciones la máquina está haciendo algo más que registrar información: está pasando de un sistema de representación a otro mediante la ejecución del primer registro de representación.

Una vez instalados en el lenguaje del medio ambiente computacional, las nuevas representaciones son procesables, manipulables. En un ambiente computacional de geometría dinámica, como por ejemplo el Cabri, la posibilidad de desplazar las figuras conservando relaciones estructurales de las mismas, es una forma de manipulación, de ejecución de representaciones informáticas, que contribuye al realismo de estos objetos geométricos.

Lo anterior es fundamental en matemática: trabajar con las representaciones como si ellas fueran el objeto que se está explorando. Conuerdo con Moreno (op. cit.) en que “la tecnología digital permite generar sistemas de representación ejecutables mediante los cuales se logra instalar aspectos de nuestro pensamiento en soportes semióticos fácilmente reproducibles y que dichos soportes gradualmente se tornan parte de nuestro pensamiento”.

Los sistemas de cálculo simbólico (Computer algebra systems, CAS) posibilita la definición, manipulación, transformación comparación y visualización de expresiones algebraicas en todos los registros de representaciones tradicionales y, además, facilita el tratamiento entre los distintos registros. Estas son características importantes en la modelación matemática, la simulación y en la resolución de problemas.

Según Balacheff y Kaputt (1996) el mayor impacto de las tecnologías

digitales es epistemológico pues han generado un nuevo realismo matemático. Los objetos virtuales en pantalla se pueden manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material.

Por lo tanto los sistemas de representación sirven para registrar datos y para ampliar la capacidad del procesamiento de la mente humana, de tal forma que la tecnología digital se convierte en nuestro socio cognitivo. Los sistemas ejecutables de representación ejecutan funciones cognitivas que anteriormente eran privativas de los seres humanos y potencializa la resolución de problemas desde distintos enfoques cognitivos.

Las tecnologías digitales, como las tecnologías del papel y lápiz, los libros, los símbolos matemáticos, fueron inventadas por el ser humano para servir de amplificadores y reorganizadores de la cognición. Todas ellas fueron, son y serán importantes en el proceso de resolución de situaciones problemáticas pues como hemos mencionado anteriormente no existe conocimiento sin la mediación instrumental y además el tipo de conocimiento depende del tipo de instrumento de mediación utilizado.

## REFERENCIAS

Balacheff, N. y Kaput, J. (1996). *Computer-based learning environment in mathematics*. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 469-504). Kluwer Academic Publishers.

De Faria, E. (2003). *Uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática en Costa Rica*. Heredia, Costa Rica. *Revista Uniciencia*, Vol. 20, número 1, pp. 135-145.

De Faria, E. (2007). *Matemática y nuevas tecnologías en Costa Rica*. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama, A. Romo (Eds.). *Investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericano*. México, D. F. México: Diaz de Santos - Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., pp. 709-732.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Informe Nacional de los resultados de las*

pruebas nacionales de la educación formal. Costa Rica: Ministerio de Educación Pública, División de Control de Calidad, Departamento de pruebas nacionales, Sistema de educación formal.

Ministerio de Educación Pública (1995). Programa de Estudios. Tercer ciclo. Matemáticas. Costa Rica: M.E.P.

Ministerio de Educación Pública (1996). Programa de Estudios. Educación Diversificada. Matemáticas. Costa Rica: M.E.P.

Ministerio de Educación Pública (2001). Programa de Estudios. Tercer ciclo. Matemática. Costa Rica: M.E.P.

Ministerio de Educación Pública (2001). Programa de Estudios. Educación Diversificada. Matemáticas. Costa Rica: M.E.P.

Ministerio de Educación Pública (2005). Programa de Estudios. Tercer ciclo. Matemáticas. Costa Rica: M.E.P.

Ministerio de Educación Pública (2005). Programa de Estudios. Educación Diversificada. Matemáticas. Costa Rica: M.E.P.

Moreno, L. (2002). *Evolución y tecnología*. Memorias del Seminario Nacional Formación de Docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Moreno, L. y Waldegg, G. (2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. Memorias del Seminario Nacional Formación de Docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM. Reston, VA.

Newell, A. y Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Noss, R. y Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical meanings*. Holanda: