

ANÁLISIS DE LOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO PARA MATEMÁTICAS

Eduardo Chaves Barboza

División de Educología, CIDE,

Universidad Nacional

echav@una.ac.cr

Resumen

El presente ensayo ofrece un análisis de los fundamentos teóricos y metodológicos de los Programas de Estudio para Matemática, específicamente, los que el Ministerio de Educación Pública MEP, en Costa Rica, estableció en el año 2005 para la educación secundaria, académica y diurna.

Para efectos de estudio, en el trabajo se definen tres Componentes en los Programas: el denominado Fundamentador (constituido por secciones que le dan al Programa una introducción y un sustento teórico metodológico), el llamado Operatorio (conformado por un ordenamiento por columnas de los objetivos, contenidos, procedimientos, valores y actitudes, y aprendizajes por evaluar, de cada tema, de cada trimestre, de cada nivel lectivo, desde séptimo hasta undécimo año), y aquel que contiene tres secciones anexas: el Glosario y la Bibliografía para el Estudiante y la Bibliografía para el Profesor.

Sobre estos componentes se realiza el análisis considerando elementos como “las Matemáticas” que estos documentos proponen para la enseñanza; las capacidades, conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes, aptitudes y valores que indica deben desarrollarse; las estrategias, orientaciones y recomendaciones metodológicas que ofrece; y los fines que persigue junto a las justificaciones que los sustenta.

Finalmente, las principales características de los Programas se relacionan con los retos que éstas hacen a los docentes y con las demandas que representan para las instituciones universitarias encargadas de la formación de estos profesionales.

Palabras clave

Educación Matemática, Educación Secundaria, Currículo para Mate-

mática, Matemáticas para la enseñanza, programas de estudio.

Abstract

This essay offers an analysis of the theoretical and methodological foundations of the curriculum for mathematics, specifically, the program established by the ministry of Education of Costa Rica in 2005 for the “academic” Secondary Education, particularly day education.

The essay identifies three program components: the “Fundamentador”, the “Operatorio”, and one that containing three attached sections: Glossary and Bibliography for the Student and Teacher Bibliography for.

On these components is the analysis, this analysis considered factors such as “Mathematics” proposed teaching, knowledge, attitudes, skills and values to be developed, strategies, guidelines and methodical recommendations offered Programs, the aims and the justifications.

Finally, the characteristics of the programs are studied comparatively with the challenges they make to the teachers and the demands they pose to the academic.

Key words

Mathematics Education, Secondary Education, Mathematics Curriculum, Mathematics for the Teaching, Curricula.

1. Introducción

Una tendencia general de la “*Política Educativa hacia el Siglo XXI*” fue la de subsanar incoherencias teóricas y metodológicas en el sistema educativo costarricense (Consejo Superior de Educación, 1994). En este sentido, los Programas de Estudio para Matemática del Ministerio de Educación Pública, han sido modificados en 1995, en 1996, en 2001 y, finalmente, en 2005. No obstante, investigaciones realizadas por Alfaro, Alpízar, Arroyo, Gamboa & Hidalgo (2004) y por Chaves (2007) sostienen que los docentes de Matemática han tenido problemas para implementar adecuadamente algunas de las propuestas didácticas contenidas en dichos Programas.

En consecuencia, se destaca la necesidad de estudiar estos documentos desde sus fundamentos teóricos y metodológicos, al tiempo que se analizan los retos que estos Programas plantean a los docentes responsables de su ejecución, e indirecta-

tamente también, a las instituciones de educación superior. Pues estas últimas deben desarrollar las capacidades, conocimientos, habilidades, destrezas, valores y actitudes en los profesionales de la educación matemática.

Para brindar un aporte en este sentido, el presente ensayo presenta un análisis de los dos Programas de Estudio para las Matemáticas, que están en vigencia para la educación secundaria, académica y diurna. Es decir, los establecidos por el Ministerio de Educación Pública costarricense en el año 2005. Uno de estos Programas se refiere al III Ciclo de Educación General Básica, y comprende los tres primeros años lectivos, el otro a la Educación Diversificada, que incluye los dos años restantes.

Para efectos de análisis, en estos Programas se definirán tres Componentes. El primero de los cuales será denominado Fundamentador, mismo que está constituido por secciones que le dan al Programa una introducción y un sustento teórico metodológico.

Este Componente contiene la Presentación, la sección sobre Transversalidad en los Programas de Estudio, los créditos, la Tabla de Contenido, la Tabla de Unidades de Estudio, la distribución de unidades por nivel, la Justificación, las Orientaciones Metodológicas, las Estrategias Metodológicas, las Orientaciones para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Actitudes y Valores en Matemáticas; elementos con contenidos coincidentes en los programas de ambos Ciclos, excepto en los apartados de las estrategias metodológicas que se refieren a ramas específicas de las Matemáticas: aritmética, álgebra, geometría, estadística y trigonometría, para III Ciclo y álgebra, teoría de funciones, geometría y trigonometría, para Educación Diversificada.

Además, incluye las Orientaciones para la Evaluación de la Matemática y los Objetivos Generales, estas dos secciones también difieren para cada Ciclo.

El segundo Componente, que será llamado Operatorio, está conformado por un ordenamiento por columnas de los objetivos, contenidos, procedimientos, valores y actitudes, y aprendizajes por evaluar, de cada tema, de cada trimestre, de cada nivel lectivo, desde séptimo hasta undécimo año.

El tercer Componente es aquel que contiene tres secciones anexas: el Glosario y la Bibliografía para el Estudiante y la Bibliografía para el Profesor.

Por su parte, el ensayo inicia con una descripción de los Programas, luego diserta sobre las Matemáticas que ellos proponen para la enseñanza y las capacidades que pretenden desarrollar. Aquí se incluyen las transversales y las habilidades intelectuales, así como las capacidades específicas a ramas de las Matemáticas y otras dos, a las que se le otorga especial atención, éstas son las capacidades para

la resolución de problemas y para el uso adecuado de la máquina calculadora.

Posteriormente, se analizan aquellos elementos que justifican y explican los fines de la educación matemática presentes en los Programas. Asimismo, se consideran los principios metodológicos que guían el cómo desarrollar los Programas, entre estos se encuentran el enfoque constructivista, la resolución de problemas como metodología, y estrategias para el uso de la calculadora; así como recomendaciones para ámbitos específicos en Matemáticas como Aritmética, Álgebra, Geometría, Estadística, Trigonometría, Funciones, Valores y Actitudes.

A continuación, se realiza un análisis del Componente Operatorio de los Programas, principalmente desde su concordancia con el Componente Fundamentador y desde la coherencia horizontal de sus columnas. Finalmente, a modo de conclusión, se vinculan las características teóricas y metodológicas de los Programas de estudio con los retos que éstas plantea a los docentes y las competencias que las Universidades formadoras de formadores deben integrar en sus carreras de educación matemática.

2. Descripción preliminar de los programas

Los antecesores de los Programas en estudio son las versiones del 2001, los cuales, a su vez, surgen sobre la base de los aprobados en 1995 y que fueron ampliados en 1996 con elementos de estadística y el tema de límites. En este sentido, los Programas del 2001, conservan y detallan los contenidos ya existentes en sus antecesores, excepto el tema de límites, que eliminan (Barrantes, 2003). Asimismo, incluyen los Temas Transversales, acción que la Viceministra Académica en ejercicio justifica argumentando que son una respuesta a demandas sociales dirigidas a la educación (MEP, 2001).

Las versiones del 2005 afinan los Temas Transversales, presentándolos bajo un enfoque de competencias y como una derivación del Eje Curricular de los Valores. Además, se realizaron añadidos a la columna de Valores y Actitudes, se modificaron y reordenaron algunos objetivos y algunos contenidos, y se efectuaron cambios relativamente profundos en los procedimientos. En este sentido, el caso del tema de estadística en octavo es particularmente evidente.

En la Presentación, sección redactada por el ejerciente Ministro de Educación, se subraya que los Programas “constituyen la columna vertebral del quehacer educativo” y que las dos “vertientes” de la praxis docente son “la rigurosidad académica y la formación en los principios éticos y morales” (MEP, 2005b, p.1). Lo

cual es indicativo del nivel de importancia que se les brinda a estos documentos en el sistema educativo costarricense.

Además, se aclara que los ajustes de los programas han sido participativos y que los cambios buscan adecuar los programas a la Política Educativa hacia el Siglo XXI, mejorar la concordancia entre los postulados teóricos y la práctica docente y generar compromisos entre docentes y administradores del currículo oficial hacia la formación en valores, la formación integral y la protección de los recursos naturales, entre otros.

Posterior a la Presentación se continúa con una enunciación de los Temas Transversales y de los subtemas en que se dividen. Los temas propuestos son:

1. Cultura ambiental para el desarrollo sostenible
2. Educación integral de la sexualidad
3. Educación para la salud
4. Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz

La justificación de estos elementos descansa sobre la Política Educativa hacia el siglo XXI, y los aprendizajes fundamentales que Delors presenta en su obra “La Educación Encierra un Tesoro”: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser.

Por su parte, en la Justificación se muestra a las Matemáticas como una disciplina con un “lugar privilegiado en el devenir del conocimiento humano” (sic. MEP, 2005b, p.12). De aquí deduce que es necesario el fortalecimiento de la Educación Matemática para el tipo de hombre y sociedad de la “nueva” (sic. ídem) Costa Rica. Además, luego de argumentar que la formación matemática conduce al desarrollo de destrezas, habilidades y recursos mentales “indispensables” para “para el ciudadano del nuevo orden histórico” (sic. ídem), este apartado presenta los diez fines fundamentales de la educación matemática.

Posteriormente, las orientaciones metodológicas comienza con unos señalamientos generales para luego continuar con la presentación de dieciocho habilidades intelectuales que se describen brevemente junto a sugerencias prácticas para fomentarlas y evaluarlas, fundamentadas en el libro cuya referencia se ofrece de la siguiente manera: “Guía práctica para la evaluación cualitativa de Hernando Gómez Rojas y otros (1998)” (sic. Ibídem: 18). Esta referencia luego no aparece en la bibliografía recomendada al profesor, ni la recomendada al alumno.

Por otra parte, las estrategias metodológicas inician con una responsabilización del docente sobre las mismas, dándole la “libertad” para que elija las convenientes y factibles para sus estudiantes. Dada esta aclaración, se ofrecen recomen-

daciones y sugerencias para tomar en cuenta al asumir esta delegación; éstas se orientan hacia el papel del educador, la resolución de problemas, uso de la calculadora, y otras específicas de algunas ramas de la disciplina como aritmética, álgebra, geometría estadística y trigonometría.

En cuanto al apartado titulado “Orientaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las actitudes y valores en la Matemática”, éste se refiere a una argumentación sobre la posibilidad de fomentar actitudes y valores específicos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. De modo que título y contenido no coinciden en esencia.

Posteriormente, los contenidos de los apartados “Orientaciones para la Evaluación...” tanto para el III Ciclo como para la Educación Diversificada, se refieren a las posibilidades que permite el proceso de evaluación. Este se describe brevemente como un proceso continuo y unificador de elementos cuantitativos y cualitativos, por medio de múltiples estrategias. Asimismo, los apartados señalan algunos elementos para tener en consideración en la elaboración de pruebas.

Seguidamente, se ubica el denominado Componente Operatorio, constituido por un desglose de los objetivos, los contenidos, los procedimientos (estrategias para la mediación pedagógica), los valores y actitudes, y los aprendizajes por evaluar (estrategias para la evaluación). Estos elementos se presentan ordenados por columnas que los relaciona horizontalmente, de modo que cada uno puede visualizarse junto a los otros elementos curriculares que le corresponde.

Finalmente, luego del Glosario, que aclara el significado de algunos vocablos utilizados en los Programas, se encuentran dos bibliografías que ofrecen referencias a libros recomendados para la consulta de los alumnos y para los docentes.

Esta última, de carácter “sui generis”, está conformada por documentos donde se destacan “Elementos de historia de las matemáticas” de Bourbaki, “Psicología genética y aprendizajes escolares” de Coll y “Didáctica de la matemática moderna” de Castelnuovo, entre otros. Como una curiosidad, se señala que el “Cálculo y Geometría Analítica” de Edward y Penney, sigue presente en el listado, a pesar que los contenidos de cálculo se eliminaron de estos programas (MEP, 2005a, p.126-129).

3. Las matemáticas propuestas para enseñar en los programas

Las Matemáticas, en los programas, se presentan desde distintas perspectivas. Por ejemplo, en algunos párrafos se muestra como una disciplina científica, en otros como una herramienta útil para describir algunas dimensiones de la realidad, como un lenguaje o como un fundamento para otras ciencias.

En este último sentido, se habla además de un proceso de matematización de las ciencias que caracteriza el “conocimiento moderno”, aludiendo a la interpretación de fenómenos mediante la construcción de modelos matemáticos. En efecto, de forma implícita pero insistente, se proponen para la enseñanza media costarricense unas Matemáticas vinculadas con algunos elementos de una realidad física y social fenomenológica, cuyos rasgos esenciales son susceptibles de matematizarse. Es decir, de interpretarse por medio de modelos construidos a partir del corpus de conocimiento de esta disciplina y por medio de su método de pensamiento, el axiomático y lógico-deductivo.

De forma complementaria, en los Programas se hace un esfuerzo explícito por presentar unas Matemáticas importantes, útiles, cotidianas, aplicadas, y por lo tanto, interesantes. En consecuencia, en estos Programas se propone a las Matemáticas como necesarias para la formación del “ciudadano del nuevo orden histórico” (sic. *ibídem*: 13), como una vía, no única, pero sí indispensable, para el desarrollo de capacidades analíticas, lógicas, de síntesis, de criticidad, de rigurosidad, de abstracción y de razonamiento inductivo.

Asimismo, en los Programas se sostiene que las Matemáticas son un “especial sustento para el robustecimiento de los más importantes valores de nuestra nación” (MEP, 2005b, p.10). Las razones para sostener esta afirmación son, por un parte, porque se considera que desarrolla el aprecio por la naturaleza por medio de sus aplicaciones en el arte; y por otra, porque sus modelos pueden contribuir al desarrollo humano sustentable, en armonía con la naturaleza. Concluyéndose que la formación matemática tiene un papel central en la “realización plena” de los individuos de las nuevas generaciones, tanto a nivel material como espiritual.

También, desde los primeros tres párrafos de la Justificación, se plantea que la Costa Rica hacia la que se dirigen los Programas, es una contextualizada dentro de un imaginario de realidad histórica nacional, que tácitamente se da por determinada, que ubica al país en un proceso de mundialización inevitable y en el que está en desventaja comparativa. Además, esta realidad se concibe unívoca, soslayando la posibilidad de varias realidades coexistiendo en la nación.

De manera muy notable, en el documento, se asocia el estudio de las Matemáticas con el perfeccionamiento en el uso del lenguaje y con la valoración de las contri-

buciones de los antiguos pensadores en el desarrollo de estas disciplinas. No obstante, a esto último hay que agregarle la importancia de presentar las Matemáticas como construcción de toda la humanidad, también hace necesario reflexionar sobre el trabajo de aquellos autores que señalan la necesidad de cuidar el enfoque cultural que se da a la Historia de las Matemáticas con propósitos educativos.

En esta línea, se encuentra el análisis que Lumpkin (1996) realiza al movimiento que busca servirse de la Historia de las Matemáticas para enriquecer y darle un carácter más humano a esta disciplina. Luego, insiste en dar un rumbo renovado al tema, al abandonar la inclinación eurocéntrica de la Historia hacia un estudio multicultural, más completo y exacto, incorporando los aportes de las culturas asiáticas, americanas y africanas a las Matemáticas.

Así mismo, Guyot, Cerizola y Giordano (1997), se refieren al mito y al conocimiento en la Historia de las Matemáticas, y advierten que las situaciones de discriminación y de exclusión deben ser develadas, y de esta forma posibilitar la reconstrucción de una Historia donde puedan ser reconocidos y valorados todos sus protagonistas, independientemente de cualquier diferenciador social, étnico o cultural.

Por su parte, autores como Bidwell (1993) y Ernest (1998), están de acuerdo en que la Historia de la Matemática debe utilizarse para mostrar el carácter multicultural del desarrollo de la Matemática. También, puede incluirse el estudio del pensamiento matemático de aquellas culturas donde se encuentra en forma básica, como en los nativos americanos, los habitantes de las islas del Pacífico sur y las tribus africanas.

El trabajo de Gavarrete y Vásquez (2005) es un importante aporte en este sentido, pues edita una obra que muestra el desarrollo matemático de los aborígenes bribris de la zona de Talamanca en Costa Rica. También, es posible contribuir a la cultura histórica nacional si se considera la vida y la obra de valiosos matemáticos y educadores costarricenses como por ejemplo, Juan Félix Martínez y Bernardo Alfaro Sagot. De este modo, además de valorar el aporte de pensadores a las Matemáticas, se fortalecerían la cultura y la identidad costarricense.

Posteriormente, el apartado de la Justificación se apoya sobre la necesidad de una estrategia nacional de progreso. En consecuencia se propone una Matemática orientada hacia un ideal de desarrollo, en el que la ciencia y la tecnología han adquirido el rango de pilares para el desarrollo de las sociedades, que se caracterizan por cambios vertiginosos. Este ideal, se señala, debe responder a las “exigencias del nuevo siglo” (sic. MEP, 2005a, p.13), mismas que se dan por sobreentendidas. Incluso, las Matemáticas mismas se conciben en este ideario de desarrollismo, al concebirlas en evolución, cuando ya hace décadas algunos teóricos han establecido categóricamente que la construcción matemática no es

lineal ni continua, ni evolucionista, difusionista o cíclica. Sino que se desarrolla por medio de saltos y rupturas epistemológicas (De Lorenzo, 1977).

Si bien, las Matemáticas son señaladas como una disciplina con un elevado nivel de abstracción en los Programas, también consideran la intervención creativa del sujeto inserto en la realidad física y social. En este sentido, se proponen unas Matemáticas con su abstracción, y su tratamiento lógico y deductivo, pero buscando un sentido trascendente a esa abstracción: haciendo ver que esta es constructiva y operatoria, y además, dimensionándola de tal forma que no la convierta en un obstáculo epistemológico. Consecuentemente, se indica que hay que reducir los formalismos, las demostraciones innecesarias y el excesivo vocabulario complicado y abstracto.

Esto concuerda con la prioridad que los Programas le dan a la resolución de problemas sobre el aprendizaje de los aspectos formales de la disciplina, lo cual se presenta como una de las sugerencias más sustantivas de la sección metodológica. Al presentar a las Matemáticas vinculadas íntimamente con lo cotidiano y con otras ciencias, y al enfatizar el proceso de razonamiento para resolver problemas, se honra la visión humanista y el enfoque constructivista de las Matemáticas.

Por su parte, en los fines fundamentales de los Programas se asume una visión de las Matemáticas como un producto-construcción de personas, en contextos específicos, donde el contexto físico y social asume papeles preponderantes de la construcción matemática, y donde la Historia tiene un importante papel describiendo y esclareciendo los pasos constructivos que se ha dado en cada etapa y faceta .

Esta visión presenta grave disonancia con la fuente racionalista del currículo, pues esta corriente filosófica tiene su fundamento en el ideal cartesiano de un conocimiento de pura racionalidad, es decir, sostiene que ciertas verdades universales, pueden descubrirse mediante la razón. De modo que la razón es la fuente adecuada y completa de todo conocimiento, y por lo tanto, el sujeto epistémico puede abstraerse del contexto social y físico, en su búsqueda del conocimiento verdadero. Como señala Ruiz (2003, p.501) al referirse al modelo racionalista de Descartes, “Aquí no hay heurística, no hay influjo de la experiencia ni de la práctica sensorial”. Bajo la perspectiva racionalista, la matemática deviene en un “recinto de verdad, certeza, perfección al margen de lo empírico y sensorial” (ídem). Contrariamente, en los programas se señala que “las Matemáticas no deberían verse ni como abstracciones surgidas de la naturaleza sin la intervención creativa del sujeto, ni como creaciones abstractas efectuadas por el sujeto al margen de la realidad física y social” (MEP, 2005b, p.14).

De modo que en estos Programas los contextos histórico, cultural y personal, se vuelven esenciales cuando se establece este cierto constructivismo-empírico, o

sea, una visión filosófica que afirma al mismo tiempo una base de partida empírica y un papel activo del sujeto epistémico, entendiéndose por éste último, como el que construye las nociones y entidades matemáticas en un proceso de múltiples recursos mentales, pero siempre sobre la base también activa de realidades materiales y sociales. Incluso se ofrece la geometría como ejemplo de una “parte” de las Matemáticas donde el entorno físico interviene de forma muy contundente.

Se concluye que la visión epistemológica de las Matemáticas que puede ofrecer la fuente racionalista del currículo entra en franca contradicción con algunos elementos teóricos y metodológicos de los Programas.

En efecto, la propuesta de los Programas de conectar las Matemáticas con el entorno físico y social, su orientación metodológica constructivista y empirista y el énfasis en la formulación de conjeturas e hipótesis como una forma de lograr la resolución de problemas son ideas que guardan más semejanza con las de Lakatos (1978) que con las racionalistas.

Este autor, asevera que la concepción matemática clásica, la racionalista, tiene la pretensión de obtener verdades absolutas, por medio de axiomas indudables, términos perfectamente conocidos y de procedimientos lógico deductivos infalibilistas. Y propone un giro de esta visión hacia el renacimiento de un empirismo en la filosofía matemática, donde se buscan hipótesis de gran poder explicativo y heurístico, para luego utilizar el método falibilista del descubrimiento, siguiendo un patrón dialéctico: conjeturas, pruebas y refutaciones. En este sentido, Lakatos (ibídem) concibe las Matemáticas de una forma cuasiempírica.

La perspectiva de Lakatos entra en contradicción con el racionalista, pues el descubrimiento de un enunciado que constituye un contraejemplo para cierta teoría matemática, en lugar de significar, necesariamente, que el enunciado es definitivamente falso, puede significar más bien que deba considerarse la revisión de los axiomas y definiciones admitidas, con el propósito de que sean éstos los que se ajusten al enunciado, lo que daría paso a una nueva teoría. De aquí que Lakatos no considere la Matemática como una acumulación de verdades eternas, sino como una disciplina en una permanente revolución, protagonizada por teorías que compiten entre sí y que responde, en su objeto y en su producto, a las necesidades humanas.

4. La formación estudiantil pretendida en los programas

En esta sección se analizarán el conjunto de capacidades, habilidades, conocimientos, destrezas, valores, actitudes y aptitudes que proponen los Programas para ser desarrollados por los alumnos. Es decir, se estudiará la formación que se pretende logren los estudiantes. Se incluyen competencias transversales, habilidades intelectuales y la formación estudiantil que se propone para diversas ramas de las Matemáticas; así como la capacidad de resolución de problemas y el uso adecuado de las calculadoras.

4.1. Las competencias transversales

Es importante señalar que en la actualidad existe una tendencia a interpretar y señalar los procesos de la educación matemática en términos de las competencias que el estudiante debe desarrollar durante su formación, esto se evidencia en los proyectos evaluadores “Third International Mathematics and Science Study” (Vázquez, 2000) y “Programme for International Student Assessment” (OCDE, 2005; Rico, 2005), así como en el programa organizativo “Tuning” (González & Wagenaar, 2003).

Si bien, el enfoque curricular por competencias no es predominante en los Programas de Estudio de Matemática para III Ciclo y para Educación Diversificada, existe el término “capacidades” en algunos de las secciones del Componente Fundamentador, siendo el apartado sobre la Transversalidad aquel donde se vislumbra más claramente.

Más aún, al exponer los Temas Transversales, los Programas ofrecen una pequeña muestra de este enfoque curricular, donde la competencia es entendida como “el conjunto integrado de conocimientos, procedimientos, actitudes y valores, que permite un desempeño satisfactorio y autónomo ante situaciones concretas de la vida personal y social”, definición tomada de la Comisión Nacional Ampliada de la Transversalidad.

Desde esta perspectiva, primeramente se pueden mencionar las competencias transversales, es decir, aquellas que deben abordarse mediante un aporte integrado y coordinado de todas las asignaturas de estudio presentes en el currículo colegial. Son aquellas asociadas con el eje transversal de los valores y con los temas transversales de “Cultura Ambiental para el Desarrollo Sostenible”, “Educación Integral de la Sexualidad”, “Educación para la Salud”, y “Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz”.

Para cada uno de estos temas se han definido una colección de competencias para “desarrollar en los y las estudiantes a lo largo de su período de formación educativa” (MEP, 2005a, p.2). Algunas de éstas se expresan en términos de:

- Aplicación de conocimientos adquiridos. Por ejemplo, para la resolución de problemas ambientales, sociales, éticos, políticos.
- Promoción de cambios en su contexto. Por ejemplo, para buscar soluciones pacíficas a conflictos personales, contribuir al desarrollo sostenible, enfrentar situaciones de acoso, buscar la vivencia de la equidad, promover procesos reflexivos familiares.
- Práctica de relaciones armoniosas consigo mismo, los demás y el medio ambiente.
- Toma de decisiones mediante procesos críticos, reflexivos y contextualizados. Por ejemplo, en aspectos relacionados con factores de riesgo para la salud, con la propia sexualidad y con alternativas de convivencia social.
- Vivencia de la identidad en forma auténtica, responsable e integral, de un estilo de vida con calidad, y de los derechos y deberes de una convivencia democrática, ética, pacífica y tolerante.
- Respeto a la diversidad, individual, cultural, ética, social y generacional.

En los programas se sostiene que estas capacidades se promueven en la columna de “Valores y Actitudes”, además, en algunos procedimientos se sugiere su incorporación en los procesos áulicos. Por ejemplo, para el objetivo “Construir distribuciones de frecuencias absolutas y frecuencias relativas, con variables discretas, para una mejor comprensión de los aspectos sociales que nos rodean” (MEP, 2005a: 97), el tercer objetivo del tema de Estadística, le corresponde el valor “Sensibilidad por los seres vivos y la naturaleza” (ídem), y para desarrollar esta capacidad se indica como procedimiento la “Recolección de información mediante entrevistas, registros de datos, encuestas, libros, medios electrónicos y otros” (ídem).

De la relación entre objetivo, y sus correspondientes valor y procedimiento, podría deducirse, por ejemplo, la intención de lograr la competencia transversal a partir del análisis reflexivo de frecuencias vinculadas con problemáticas biológicas, ecológicas, conservacionistas o de desarrollo sostenible. No obstante, la relación entre estos tres elementos es indirecta, por una parte, el objetivo no hace alusión específica a lo ecológico o biológico, sino a lo social; por otra parte, el mero hecho de que la recolección de los datos se haga mediante una fuente realista, no garantiza que esta tenga el significado deseado.

Aunque este es un ejemplo particular, cabe resaltarlo, pues de la misma forma, el resto de los esfuerzos por plantear “procesos que promueven, explícitamente, la incorporación de los temas transversales” (ibídem: 6) carecen de una fuerte y

contundente vinculación horizontal de los elementos curriculares donde se pretenden materializar. De modo que esta concordancia se constituye una responsabilidad delegada al docente.

4.2. Las Habilidades Intelectuales

Otra sección que adquiere gran preponderancia, en la fundamentación metodológica de los Programas, es la denominada “Habilidades Intelectuales”. Estas habilidades pretenden, específicamente, permitir razonamientos lógicos matemáticos que sustenten la formulación de hipótesis y la comprobación de teorías. Entre ellas están:

1. Identificación: permite reconocer una realidad mediante la consideración de sus características.
2. Diferenciación: aplicada para reconocer un concepto o una situación según sus características, pero logrando diferenciar aquellas características que son esenciales de las que son irrelevantes.
3. Representación mental: se aplica para interiorizar las características de un objeto, concepto o situación, sea de naturaleza concreta o abstracta.
4. Transformación mental: permite producir representaciones conceptuales a partir de la modificación consciente de atributos de uno o varios objetos, las representaciones producidas son de un grado mayor de abstracción o complejidad.
5. Comparación: proceso mediante el cual se determina una adecuada percepción de los objetos de modo que se establecen semejanzas y diferencias.
6. Clasificación: se logra al agrupar elementos de acuerdo con características definitorias y con base en categorías.
7. Codificación: se pone en práctica cuando se definen símbolos para representar objetos.
8. Decodificación: permite interpretar símbolos o significados para lograr conceptos o significantes.
9. Proyección de relaciones virtuales: implica proyectar imágenes y relaciones que anteriormente se habían percibido como unidades organizadas ante estímulos externos.
10. Análisis: consiste en la descomposición mental de un todo en sus partes, y el establecimiento de relaciones entre las cualidades, funciones, usos, estructuras y operaciones de estas partes.
11. Síntesis: forma individual de identificar información y extraer de ella lo más importante mediante la formulación de conclusiones.
12. Inferencia lógica: capacidad de realizar deducciones a partir de la información obtenida.
13. Razonamiento analógico: consiste en la construcción de relaciones de orden superior entre elementos de uno o más conjuntos

14. Razonamiento hipotético: es la habilidad para inferir y deducir hechos, partiendo de la información conocida.

15. Razonamiento transitivo: permite, a partir de información sobre relaciones, deducir nuevas relaciones y establecer conclusiones.

16. Razonamiento silogístico: es la capacidad de construir conclusiones a través de la proyección e interpretación de relaciones entre dos premisas.

17. Pensamiento divergente-convergente: habilidad que permite la determinación de nuevos parámetros para detectar diferencias entre similares.

18. Conceptualización: habilidad que permite, a partir de características definitorias comunes, agrupar elementos y definirlos a partir de esta clasificación.

Es interesante cómo se busca, con el desarrollo de estas “Habilidades Intelectuales”, la vinculación entre la formación matemática, disciplina que formaliza su conocimiento mediante el método axiomático deductivo, con disciplinas fácticas que generan su bagaje de forma empirista, mediante el método científico.

Este hecho podría ser considerado una evidencia del esfuerzo por lograr un desarraigo con la visión educativa de la Matemática tradicionalmente fundacionalista y apriorística. Dentro de esta concepción, concordante con la Reforma de las Matemáticas Modernas, se enfatizaba el proceso de formalización del conocimiento matemático por medio de las demostraciones, y por lo tanto lo considera desvinculado, desde sus orígenes, a la realidad física y socio-histórica.

Contrariamente, autores como Kitcher (1988), con su posición naturalista, sostiene una epistemología que apunta hacia una semejanza de las Matemáticas con las Ciencias Naturales. Es decir, los axiomas, fundamentos formales de la teoría matemática, no representan el origen genético del conocimiento matemático, sino el resultado de una sistematización de los conocimientos que ya se están empleando por la comunidad científica. De modo que, en términos de Carnap (1966) y Reichenbach (1947), los axiomas pertenecen más bien al contexto de justificación (es decir, los procesos de pensamiento científico cuando se intenta comunicar o justificar resultados) que al contexto de descubrimiento (los procesos del descubrimiento, o invención científica).

En este sentido, la posición de Kitcher parece estar en convergencia con el propósito de estas “Habilidades Intelectuales”, y con uno de los fines fundamentales de estos Programas, el que dicta “puedan leer, escribir y debatir sobre las Matemáticas, formular hipótesis, comprobarlas, y elaborar argumentos sobre la validez de las hipótesis”. (MEP, 2005a, p.14)

Si bien las hipótesis referidas en los Programas carecen de dirección (los documentos no precisan si se refieren a hipótesis sobre la Matemática, en un sentido estricto Kitcheriano, o si, por otra parte, tienen un sentido interdisciplinario), plantean la importancia de las habilidades matemáticas y metamatemáticas en

procesos propios de las ciencias fácticas, como son la formulación y la comprobación de hipótesis. En ambos casos, se establecen principios que rompen enfáticamente la influencia filosófica que sobre la educación han tenido las escuelas clásicas del pensamiento matemático (logicismo y formalismo), y apuntan hacia una concepción matemática postgodeliana (es decir, que asume las implicaciones de los teoremas de incompletitud de Gödel y que cuestionan propuestas racionalistas o absolutistas en la visión sobre las matemáticas).

4.3. La formación estudiantil propuesta en las Estrategias Metodológicas

Por otra parte, como se mencionó anteriormente, en el Componente Fundamentador de cada uno de los dos Programas, un apartado se aboca a las “Estrategias Metodológicas”, clasificándolas según la rama de las Matemáticas a la que pertenezca.

En éste apartado, de forma implícita, se expone la formación estudiantil esperada según diversas ramas de esta disciplina, la cual se despliega en la Tabla 1 en términos de capacidades, habilidades, aptitudes, actitudes, conocimientos y destrezas.

Dos competencias, incluidas en este cuadro, que reciben especial atención en los Programas, son la “capacidad de resolución de problemas” y el “uso adecuado de las calculadoras”.

Tabla 1. Descripción de formación matemática según las Estrategias Metodológicas de los Programas de Estudio

Rama	Competencias
Aritmética	Habilidad de identificación, diferenciación, clasificación y expresión de números en diferentes formas. Conocimiento y destreza para el manejo y aplicación de las seis operaciones fundamentales con números reales. Habilidad para la elaboración de conjeturas sobre el resultado de procedimientos.
Álgebra	Capacidad de identificación de expresiones algebraicas. Conocimientos y destreza para la diferenciación entre incógnita y variable. Habilidades de abstracción y de generalización para el manejo de fórmulas en diferentes áreas de las Matemáticas y del conocimiento en general. Capacidad para el planteamiento y resolución de problemas. Destreza para la formulación de algoritmos. Conocimiento y destreza en el manejo de incógnitas y variables. Conocimiento y destreza para el manejo de incógnitas y variables en las Matemáticas y en otras áreas del conocimiento humano.
Geometría	Habilidad para la combinación de intuición, experimentación y lógica. Habilidad para la caracterización de figuras geométricas y establecimiento de su propiedades y principios matemáticos. Capacidad de resolución de problemas, no sólo geométricos, también de otras disciplinas y otras áreas de las Matemáticas. Destreza para la simbolización y habilidad para la interpretación de conceptos geométricos.
Estadística	Actitud crítica ante la información de los medios. Aptitud para el uso adecuado de la tecnología. Conocimiento y destreza para la interpretación de gráficos estadísticos. Habilidad para la realización de conjeturas e inferencias que fundamenten toma de decisiones para la vida
Trigonometría	Conocimiento y destreza para la integración de esta disciplina con otras ramas de las Matemáticas, principalmente la Geometría, y, también, con otras disciplinas. Capacidad de resolución de problemas en el contexto de otras disciplinas
Funciones	Conocimiento de funciones básicas como las lineales, cuadráticas, logarítmicas y exponenciales. Conocimiento y destreza para la interpretación de modelos gráficos de funciones, que ilustran situaciones cotidianas.

Respecto a la primera, los Programas coinciden con Jonassen (2004), al visualizar la capacidad de resolución de problemas como necesaria para la realización plena del individuo, tanto en el área académica como en la vida cotidiana.

Además, se reconoce que al estimularse esta capacidad, se desarrolla la capacidad para pensar interdisciplinariamente, puesto que se necesita integrar los conocimientos aprendidos, no solamente entre las diferentes ramas de las Matemáticas, sino también, entre las Matemáticas y otras materias que el estudiante está cursando. También, en los Programas, se señala que la resolución de problemas fomenta la capacidad de metacognición y la habilidad para la transferencia de conocimientos a situaciones y contextos diferentes a donde los aprendieron, en concordancia con Schoenfeld (1992) y D'Ambrosio (2007).

En relación con el uso de las calculadoras, en los Programas se reconoce que las tecnologías de la informática han crecido aceleradamente en las últimas décadas. Más aún, en algunos ámbitos de nuestra sociedad estas herramientas se han convertido en elementos cotidianos de la vida. Por ello, el empleo correcto de la calculadora (como señalan los Programas) y de otros recursos multimediales, materiales y bibliográficos, es una necesidad para la realización de la persona humana.

Por otra parte, hay que señalar que la calculadora se enfoca en la devolución de resultados matemáticos con un mínimo de programación. Característica que comparte con otros recursos informáticos, que se pueden denominar asistentes, como Statics que calcula algunas medidas a partir de una colección de datos, o el conjunto de paquetes para el escritorio KDE en el sistema operativo Linux, entre los cuales se encuentran Kplot, Kpercentage y Kbrush, con los cuales, de manera relativamente fácil, pueden hacerse representaciones gráficas en planos cartesianos, obtener porcentajes y sumar fracciones.

Estos asistentes, en comparación con recursos tipo CAS (Computer Algebra System) como wxMaxima, o lenguajes interactivos para cálculos numéricos como Octave, o tipo micromundos como GeoGebra, son relativamente reducidos en cuanto a variedad, interactividad y dinamismo. Del mismo modo, son menores los procesos de programación informática requeridos, haciendo que estos recursos sean accesibles a una población más amplia, y permitiendo a sus usuarios focalizar la atención en las acciones propiamente matemáticas (como resolución de problemas, demostración, conjeturación, aplicación, verificación) y metamatemáticas (como análisis, deducción, inducción, reflexión, enseñanza, aprendizaje, valoración, experimentación).

Desde este punto de vista, es notable la ausencia de lineamientos que propicien otros recursos con características similares a las de las calculadoras, ampliando de esta forma las alternativas para los docentes.

También, es evidente la ausencia de mención, en los Programas, de algunas capacidades que se desarrollan con el uso de tecnologías como las calculadoras y otros asistentes, por ejemplo:

1) La capacidad de representación de elementos matemáticos, pues permiten amplias posibilidades de representación simultánea de un mismo tema matemático: desde el álgebra, desde la aritmética y desde la geometría, lo que aproxima a la recomendación de “utilizar la geometría para visualizar el álgebra” (MEP, 2005a, p.50).

2) Gracias a que realiza cálculos inmediatos y efectúa representaciones rápidamente, facilita la destreza para la aproximación inductiva y empírica a problemas matemáticos, que pueden servir de complemento a la aproximación deductiva y algebraica que se realizan tradicionalmente. Con esto se atendería eficientemente la sugerencia que dicta “en los temas de Geometría se debe combinar la intuición, la experimentación y la lógica” (ibídem: 51), también aquella que dice “El uso didáctico de las herramientas tecnológicas, se hace necesario en el aprendizaje de la Trigonometría” (MEP, 2005b: 49). Además, refiriéndose a la Estadística y a las Funciones, los Programas recomiendan el uso de la tecnología con el propósito de “centrar el aprendizaje en que el educando genere deducciones e inducciones” (ibídem: 48).

3) Incentiva la capacidad para el manejo de tecnologías informáticas como soporte y para el estudio de otras disciplinas escolares.

Por otra parte, en los Programas se menciona que las calculadoras ofrecen un espacio para fortalecer otras habilidades, orientadas hacia la estimación de medidas y la valoración de resultados. Capacidades a las que se les concede una importancia razonable, aunque curiosamente no se contemplan en la lista de “Habilidades Intelectuales”.

En efecto, las calculadoras hacen más asequible un ambiente propicio para la experimentación, la conjeturación, la verificación y la prueba del trabajo matemático, pues el alumno se focaliza en estos aspectos importantes, sin preocuparse por tediosos cálculos. Con estos procesos se promueve otra capacidad importante que se soslaya en el listado antes mencionado, la de aplicación de la intuición en los procesos experimentales, de la cual devienen las conjeturas que luego serán objeto de verificación o prueba.

5. La justificación y la finalidad de la matemática por enseñar

A la educación se le asigna un papel decisivo en la creación y distribución de la riqueza, en la movilidad social, en la conservación ecológica, en los hábitos de salubridad, en el equilibrio político, en el bienestar psico-emotivo de los individuos, en la seguridad ciudadana, es decir, en la calidad de vida humana (Delors, 1996; Programa Estado de la Nación, 2005). Particularmente, en el proyecto evaluador Pisa (Programme for International Student Assessment), se plantea como un elemento justificador de la educación matemática la hipótesis de que aprender a “matematizar” es necesario y básico para el desarrollo cognitivo del individuo (OECD, 2003).

Por su parte, los programas en análisis, argumentan que los individuos y las sociedades que desarrollen las ciencias, la tecnología y la cultura, logran progresar, tienen mayor calidad de vida, robustecen los “más importantes valores costarricenses” (MEP, 2005a: 13) y pueden sustentar sus escogencias en el entorno de forma apropiada. De esta manera, se le asigna a la educación matemática un papel equilibrante en un entorno que se percibe en permanente transformación, en continua “evolución”. De aquí se desprende que de no haber formación matemática, el sujeto, o la sociedad, queda en relegación. Esta es una visión sostenida por algunos autores como Tye (1991).

Además, en concordancia con PISA (OECD, 2003), se argumenta que la formación matemática es un factor indispensable para el desarrollo de capacidades cognitivas que permitirán la construcción y reconstrucción teórica de la realidad que envuelve al sujeto, tanto física como socialmente, considerándose esta acción como una premisa para la realización material y espiritual del individuo, y reconociéndose además, la aplicabilidad que tienen los modelos matemáticos en una amplísima gama de actividades para las que se requieren enfoques multidisciplinarios.

En este, sentido, la formación matemática sirve de mediación entre la cultura sistematizada y la “cotidiana”, y por lo tanto, representa una oportunidad de adquirir herramientas teóricas para resolver situaciones de la vida, lo cual está ampliamente señalado en la propuesta del NCTM (2000). En este sentido, la formación matemática, se plantea como parte de un compromiso con la educación humanista e integral, y se concuerda con Delors (1996) en cuanto a los cuatro pilares del conocimiento: Aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir y aprender a ser.

Estos aprendizajes se constituyen en el punto de partida para los diez fines fundamentales de los programas de estudio, los cuales esperan que los alumnos:

1. Aprendan a valorar las Matemáticas.
2. Se sientan seguros de su capacidad para hacer Matemáticas y confíen en su propio pensamiento matemático.
3. Lleguen a resolver problemas matemáticos.
4. Aprendan a comunicarse mediante Matemáticas.
5. Experimenten situaciones abundantes y variadas, relacionadas entre sí, que los lleven a valorar las tareas matemáticas, desarrollar hábitos mentales matemáticos, entender y apreciar el papel que las Matemáticas cumplen en los asuntos humanos.
6. Exploren y puedan predecir e incluso cometer errores y corregirlos de forma que ganen confianza en su propia capacidad de resolver problemas simples y complejos.
7. Puedan leer, escribir, y debatir sobre las Matemáticas, y formular hipótesis, comprobarlas y elaborar argumentos sobre la validez de las hipótesis.
8. Se familiaricen con unas Matemáticas integradas en todas sus áreas.
9. Tengan experiencias variadas en relación con la evolución cultural, histórica y científica de las Matemáticas, de forma que puedan apreciar el papel que cumplen las Matemáticas en el desarrollo de nuestra sociedad y el impacto que tienen en la cultura y la vida diaria.
10. Exploren las relaciones existentes entre las Matemáticas y las disciplinas con las que interactúa.

Estos fines, demarcan dirección, apuntan hacia una valoración de las Matemáticas y de su papel en las actividades humanas, y hacia un emponderamiento del estudiante, mediante la comunicación y aplicación de sus conocimientos matemáticos. Lo cual concuerda con la fuente humanista planteada en la Política Educativa Hacia el Siglo XXI.

Más aún, implican metodologías específicas para lograr esta dirección, con fundamento en las fuentes humanista y constructivista de la política educativa vigente, pues explícitamente involucran la resolución de problemas, la implementación de situaciones que enlacen las Matemáticas con los “asuntos humanos”, la contextualización de los conceptos desarrollados, la integración de ramas de las Matemáticas, la multidisciplinaria, la responsabilización del estudiante con sus propios conocimientos y habilidades, la construcción de elementos afectivos.

6. El cómo enseñar de los programas de estudio

Como se señaló, los fines de la educación matemática sugieren dirección en cuanto a estrategias metodológicas. No obstante, la sección correspondiente a las estrategias metodológicas, inicia brindando al docente la libertad de elegir el camino para lograr los objetivos, y presenta, en calidad de recomendación, lo concerniente a las estrategias metodológicas para la enseñanza de las Matemáticas; siempre que, “se base en la construcción e investigación del conocimiento, basado en las experiencias concretas, vivencias cotidianas, hechas científicos y tecnológicos, de tal manera que el aprendizaje sea significativo para el estudiante” (MEP, 2005b, p.34).

6.1. El enfoque constructivista de los Programas

El basar el aprendizaje en las experiencias previas, inserta la metodología en un enfoque constructivista, el cual se fundamenta en la teoría del desarrollo cognitivo como un proceso de autorregulación interior, que requiere de la pérdida y la restauración del equilibrio para que puedan modificarse las estructuras intelectuales (Piaget, 1964). El plantear la búsqueda de un aprendizaje significativo, a su vez, coloca la metodología bajo la concepción de Ausubel, Novak y Hamesian (1990), quienes insisten en establecer vínculos entre los nuevos aprendizajes y los que ya se posee, pues el significado de los nuevos conocimientos se construye al relacionarse con los viejos conocimientos.

Consecuentemente, en los Programas se propone iniciar los procesos educativos con actividades que apelen a los conocimientos previos de los alumnos, aplicando estrategias que involucren la manipulación de materiales concretos, las representaciones gráficas y simbólicas, las demostraciones intuitivas y operativas de casos particulares, y procedimientos de “ensayo y error”.

Asimismo, se señala que el excesivo formalismo y una introducción “temprana” al simbolismo matemático se constituye en barrera para el aprendizaje, y se sugiere que el desarrollo del simbolismo y del razonamiento simbólico surja en forma intuitiva, a partir del establecimiento de relaciones entre atributos de objetos. Si bien, se señala que los estudiantes no deben quedarse en este “nivel intuitivo”, sino que deben irse encaminando hacia mayores grados de abstracción.

Ciertamente las Matemáticas son disciplinas que tienen su particular lenguaje, el lenguaje matemático, el cual busca comunicar la mayor cantidad de información con la menor cantidad posible de símbolos. Su lectura y escritura proscriben las ambigüedades, e implica un conjunto de convencionalismos que se han establecido por la comunidad de matemáticos a lo largo de siglos.

Además, sus objetos de estudio son entes abstractos, definidos con gran detallismo, claridad y exactitud. De modo que su interés radica, principalmente, en las relaciones que se establecen entre estas entidades. Esto se observa, incluso, cuando se estudia algún problema tangible, pues al matematizarlo, cada elemento significativo de esa realidad se traduce a una representación abstracta.

También, las Matemáticas se caracterizan por la gran coherencia interna que logran con sus formas de pensamiento. Principalmente con el método lógico-deductivo; con el cual se ha logrado establecer resultados, denominados teoremas, de reconocida aplicación científica, filosófica, artística, social y tecnológica. De tal forma que algunos, incluso, dicen reconocer en este método el procedimiento de validación “objetiva” de las Matemáticas (Dieudonné, 1992).

En este sentido, es aceptable considerar que la utilización de este lenguaje y el pensamiento abstracto matemático son destrezas que requieren dedicación y cuidado, en cuanto a su enseñanza y aprendizaje, en concordancia con lo propuesto en los Programas. Y se reconoce que como contrapunto de sus reconocidas abstracciones, formalidades y logicismo, algunos de los elementos constitutivos básicos de las Matemáticas, como las nociones comunes y los axiomas, poseen una gran carga de intuición y de empirismo.

No obstante, si se considera la naturaleza convencional de la semiótica y la sintaxis de su lenguaje, se abre la sospecha que es poco susceptible a la intuición y que requiere medios indirectos para lograr significancia en el sentido constructivista ausubeliano. Es decir, se requieren “maniobras” para lograr el anclaje con los conocimientos previos, de estos elementos de naturaleza convencional.

La sección donde se exponen las “Habilidades Intelectuales”, ofrece una aproximación a estas maniobras. Al ofrecer una categorización de las habilidades que considera necesarias para “plantear razonamientos lógicos matemáticos sólidos” (MEP, 2005a, p.18), acompañadas por sugerencias metodológicas específicas y concretas, pretende establecer la forma como se logrará el razonamiento simbólico y abstracto.

Estas sugerencias evidencian elementos que van más allá que la intuición, principalmente las orientadas hacia el logro de la simbolización y la abstracción, como es el caso de la codificación y la decodificación, pues incluyen actividades como el uso de códigos y de signos en la representación de conceptos y la traducción de fórmulas a palabras, las cuales tiene una gran carga de convencionalismo.

Además, respecto a estas sugerencias, cabe señalar que, de forma implícita, sostiene un papel directivo del docente, al constantemente realizar sugerencias del tipo “orientar al estudiante a...”, “centrar la atención del estudiante en...”, “realizar actividades que lleven a sus estudiantes a...”, “conducirlo (al estudiante) a

que ...”. Si bien se concede un aumento en el protagonismo de los alumnos en sus procesos cognitivos, si se compara con el enfoque conductista de la enseñanza, y debe reconocerse que busca que el estudiante abandone su actitud pasiva y se involucre en las actividades de aula.

Por otra parte, de forma explícita, los Programas le asignan al docente un rol de facilitador del aprendizaje de sus alumnos. Particularmente, en la sección sobre el “Papel del Educador o Educadora”, donde se señalan doce sugerencias para “facilitar el aprendizaje de los alumnos” (ibídem: 35). En ellas se sostiene que enseñar es procurar mantener, con metodologías eficientes, múltiples y variadas, un clima de satisfacción, de cooperación y de relaciones personales favorables.

Una de estas sugerencias merece especial atención: la décima. Esta señala que el educador representa un posible modelo de actuación en dos campos: formación de valores y actitudes, y resolución de problemas.

Principalmente con esta sugerencia, pero también en la tercera, undécima y duodécima, y, además, en toda la exposición sobre la resolución de problemas y sobre la enseñanza y aprendizaje de las actitudes y valores en Matemáticas, se evidencia una concepción de desarrollo cognitivo que trasciende el meramente evolutivo, ya señalado por los principios constructivistas, hacia la interiorización de elementos del entorno proporcionados por la interacción con los demás. Con esto se reconoce que la realidad social es determinante para el desarrollo intrapsicológico de los individuos.

Es decir, concordando con Vigotsky (1978), se puede señalar el carácter social de los factores externos que se internalizan y establecer dos niveles de relación entre el proceso evolutivo y las aptitudes de aprendizaje. El primero de ellos, el nivel evolutivo real, que se identifica con el desarrollo de las funciones mentales que el niño puede alcanzar por sí solo, sin ayuda. El segundo, que se denomina nivel evolutivo potencial, que se alcanzaría, en caso que el niño cuente con la ayuda de un adulto o un compañero más capaz. Estos dos niveles implican una diferencia, llamada por Vigotsky “zona de desarrollo próximo”.

Para Vigotsky, la zona de desarrollo próximo es determinada conjuntamente por la capacidad del niño y por la relación instructiva con otras personas de mayor capacidad, en este caso, el cuerpo docente. Es decir, en el niño se desarrollan procesos internos generados por el aprendizaje, aplicables al entrar en contacto con un entorno que sirve de guía.

De estos razonamientos se concluye que el constructivismo presente en los Programas, es tal que, implícitamente, considera dos tipos de constructivismo según lo señala Ernest (1998): el radical, que tiene como fundamento la teoría genética piagetiana del aprendizaje, y el social que se basa en la teoría vigotskiana.

Puesto que, por un lado, enfatiza el desarrollo conceptual en el aspecto interno de la mente humana, y por otro, presta atención a la actividad del individuo en contexto, explicando el desarrollo cognitivo como una combinación entre estado evolutivo dinámico y la interiorización de elementos proporcionados por la interacción con los demás.

Este enfoque socio-constructivista, presente de una forma general, se complementa con otros elementos metodológicos más puntuales, que se consignan en diferentes instancias del Componente Fundamentador de los Programas. Entre estos destacan la resolución de problemas como base para la enseñanza de la Matemática, el uso de la calculadora como recurso didáctico para el aprendizaje, y las recomendaciones referidas a algunos ámbitos específicas de las Matemáticas, a saber, aritmética, álgebra, geometría, estadística, trigonometría y teoría de funciones, además de actitudes y valores.

6.2. La resolución de problemas como base metodológica

En este sentido, es sumamente notable, la importancia mayúscula que se le concede a la resolución de problemas como base metodológica para la educación matemática. Esta concesión está en concordancia con Arcavi y Friendlander (2007), Schoenfeld (2007), Hino (2007), y Artigue y Houdement (2007) que la reconocen como uno de los ejes primordiales de la educación matemática. Tendencia sostenida en las últimas décadas, lo cual puede evidenciarse en las declaraciones del National Council of Teacher of Mathematics de los años 1980, 1989 y 2000 (NCTM, 1980; NCTM, 1989; NCTM, 2000), donde se establece y se confirma la resolución de problemas como elemento fundamental en la enseñanza de las Matemáticas.

Consecuentemente, las sugerencias referidas a este elemento son relativamente detalladas, e incluyen una caracterización de los problemas, una tipología de los mismos con ejemplos, aspectos que debe considerar el educador al presentar un problema, las medidas que debe tomar el docente para apoyar a los alumnos en sus procesos de resolución, estrategias para organizar el trabajo en grupo, y la revisión y la discusión de resultados.

En estas recomendaciones se insiste en que el rol del educador es proveer un entorno “rico intelectualmente” que propicie, en los estudiantes, la construcción de sus propios conocimientos. Es decir, el docente diseña situaciones, con las características requeridas, y luego propone, guía, orienta, organiza y anima las actividades; pero son los estudiantes quienes, motivados con el reto que representa el problema, deciden cómo resolverlo.

Por su parte, De Faria (2008) identifica, en ejemplos de problemas propuestos en los Programas, la tendencia japonesa “Open-Ended Approach”. Pues vislumbra

una tendencia a permitir varias respuestas correctas o a permitir varios métodos para obtener la única respuesta, en la búsqueda de novedad y creatividad en el proceso.

6.3. Metodología para el uso de la calculadora

En este apartado, se insertan los aspectos metodológicos en cuanto al uso de la calculadora, que pueden sintetizarse como una insistencia hacia la visualización de este recurso como coadyuvante en los procesos áulicos para el logro de los objetivos educacionales, pues dado su poder para agilizar tediosos y extensos cálculos, el estudiante puede concentrar sus esfuerzos en desplegar la amplia gama de capacidades, habilidades, destrezas, aptitudes, actitudes y valores, que requiere para encontrar soluciones a los problemas planteados durante la lección: decodificación, proyección, modelización, trabajo en equipo, defensa de argumentos, comunicación de resultados, validación de las propuestas de solución, motivación ante el reto, respeto hacia la opinión alternativa, entre otros.

Con esta visualización, se pretende descartar la amenaza tan debatida que señala el uso de la calculadora como un obstáculo para el desarrollo del razonamiento matemático de los alumnos. Esta posición se refleja en la sentencia “La calculadora no resuelve problemas, no piensa ni razona, solamente agiliza los cálculos” (MEP, 2005a, p.46).

En este sentido, es necesario un marco curricular consciente y concientizador de las posibilidades que estas máquinas ofrecen para la construcción de situaciones de enseñanza aprendizaje adecuadas. Pero, que al mismo tiempo, reconozca la posibilidad de un uso inapropiado de estas tecnologías que traería consigo la generación de dificultades cognitivas sobre el aprendizaje de las Matemáticas. En efecto, la amenaza se puede considerar disipada solamente si hay un uso adecuado de la calculadora, detalle que no es referido en los Programas de forma contundente.

En este sentido, muy por encima de la calidad del recurso, es necesario considerar la calidad de las situaciones o problemas que se proponen a los alumnos, y la forma como el profesor y los estudiantes interactúen con este recurso. Es decir, la calculadora debe ser concebida como un elemento inserto en un sistema curricular, y por ende, su papel queda determinado según las particularidades de las competencias, los objetivos y los contenidos que se pretendan desarrollar (Rojano, 2003). Asimismo, debe ser visualizada desde un enfoque para los procesos de enseñanza y aprendizaje, y en consecuencia, para los roles del alumno y del docente. De esta manera lo subraya Goldenberg (2000), al declarar que los maestros y alumnos son los que controlan la calidad de los procesos y no los que construyeron el recurso.

Esto implica un adecuado proceso de inserción curricular de la calculadora, para que los usuarios de la herramienta, tanto docentes como estudiantes, logren un dominio básico de sus reglas de uso. Más aún, para que logren interiorizar que lo importante no es el recurso sino lo que se hace con él, de este modo la herramienta se torna invisible y deja de ser una distracción. Es decir, la cuestión de la calculadora trasciende lo técnico, pues es necesario que los docentes y los alumnos puedan orientar el uso de este recurso hacia el provechoso despliegue de actividades para el aprendizaje.

Igualmente, el docente debe estar en capacidad de evaluar y elegir la tecnología que le facilite el logro de los objetivos educacionales propuestos, sea este la calculadora o no, considerando las particularidades de sus estudiantes, la sofisticación del material didáctico, la distancia entre el recurso y los conceptos matemáticos estudiados, su planificación de la sesión lectiva. También, debe discernir cuándo y cómo utilizar el recurso de modo que promueva en los alumnos el aprendizaje matemático, e incida positivamente en su motivación y no interfiera con el propósito de la lección.

Por su parte, el estudiante debe adquirir consciencia de que ante las situaciones propuestas por el profesor, es él quién piensa. De esta forma, le corresponde realizar sus tareas: entender, planificar, interpretar, problematizar, probar, y en algunos casos calcular; apoyado en el recurso, que va a hacer las suyas: almacenar, procesar, y en algunos casos calcular.

Además, el docente debe desarrollar habilidades para enfrentar situaciones con un considerable nivel de incertidumbre, asimilar la realimentación inmediata en algunos casos (por la devolución de resultados instantáneos por la calculadora) y pausada en otros (cuando hay devolución asincrónica de sugerencias y calificaciones del profesor), seleccionar y discriminar mayores volúmenes de información, transferir a variadas y múltiples situaciones los conocimientos adquiridos, y asumir responsabilidad sobre sus propios procesos de aprendizaje.

6.4. Recomendaciones para ámbitos específicos en Matemáticas

En el programa de estudio, se establecen una serie de sugerencias metodológicas, referidas a ámbitos específicos en las Matemáticas. La mayoría de los ámbitos considerados están constituidos por ramas de la disciplina, como Aritmética o Geometría, los dos últimos consideran las actitudes y los valores asociados a la disciplina, en concordancia con la posición integral que, según los Programas, debe caracterizar la educación de los adolescentes. La Tabla 2 expone estos elementos.

Tabla 2. Recomendaciones metodológicas para ámbitos específicos de las Matemáticas contenidas en los Programas de Estudio

Ámbito	Recomendación
Aritmética	<p>Introducción de los temas mediante formas empíricas para llegar luego al conocimiento abstracto.</p> <p>Presentación de los temas en un orden de complejidad creciente.</p> <p>Presentación, de algunos conceptos, en forma intuitiva, en estos casos la evaluación se hará en el proceso y aplicada en ejemplos.</p> <p>Énfasis en que el alumno interiorice los procedimientos para las operaciones aritméticas.</p> <p>Evaluación de la capacidad del alumno para detectar posibles errores en sus procedimientos o en los resultados de una calculadora.</p> <p>Determinación de los conocimientos previos mediante un “buen examen de diagnóstico”.</p> <p>Elección de operaciones que se deriven de la solución de problemas sencillos.</p>
Álgebra	<p>Introducción paulatina del tema para familiarizar al estudiante con el uso de las letras, la simbología algebraica y la aplicación de reglas generales.</p> <p>Énfasis en que el estudiante diferencie entre incógnita y variable, y en la resolución de problemas.</p> <p>Partida de lo concreto hacia lo abstracto, de lo numérico como base para la construcción de los conceptos algebraicos.</p> <p>Presentación del Álgebra como una representación general de contenido aritmético, evitando presentarla como un formulismo vacío.</p> <p>Utilización de la Geometría para “visualizar” el Álgebra.</p> <p>Elección de ejercicios que por su extensión y complejidad, permitan la detección de errores para su rectificación.</p>

Geometría	<p>Orientación hacia el desarrollo del conocimiento abstracto de los estudiantes mediante procesos de análisis y de síntesis de situaciones experimentales que involucren el uso de material concreto.</p> <p>Énfasis en la aplicación de las propiedades y características en la resolución de problemas.</p> <p>Combinación de intuición, experimentación y lógica para el desarrollo de los temas.</p>
Estadística	<p>Orientación hacia el despliegue de una actitud crítica de los alumnos ante la información presentada por los medios de comunicación.</p> <p>Planteamiento de ejercicios tomados de la realidad inmediata.</p> <p>Énfasis en la interpretación, conjeturación e inferencia estadística, para la toma de decisiones relacionadas con su calidad de vida</p> <p>Organización de actividades para la recolección de datos por parte de los educandos, mediante encuestas, entrevistas y estudios documentales.</p>
Trigonometría	<p>Presentación de la Trigonometría como una ampliación de la Geometría.</p> <p>Introducción temática por medio de aplicaciones.</p> <p>Énfasis en la resolución de problemas ligados al entorno del estudiante y a otras disciplinas.</p> <p>Utilización adecuada de herramientas tecnológicas y materiales concretos.</p>
Funciones	<p>Énfasis en la interpretación de funciones que modelen hechos y situaciones cotidianas y sistemáticas, más que en la elaboración de gráficos.</p> <p>Orientación de las actividades hacia la inducción y deducción experimental y creativa de procedimientos.</p> <p>Presentación de funciones reales de variable real mediante la modelación de situaciones cercanas al estudiante.</p> <p>Utilización de herramientas tecnológicas para que el estudiante centre sus esfuerzos en el despliegue de razonamientos, deducciones, inducciones y conclusiones.</p>
Actitudes	<p>Consideración de las actitudes como agentes que influyen de forma decisiva los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y por lo tanto, tan importantes como los contenidos conceptuales.</p> <p>Aprovechamiento de espacios para cotidianos para el fomento de actitudes.</p> <p>Aprovechamiento de las situaciones problema para el fomento de actitudes, y a la inversa, aprovechamiento de las actitudes para la resolución de problemas.</p>
Valores	<p>Consideración de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas como espacios propicios para la formación de valores.</p> <p>Énfasis en la aplicación de los conocimientos matemáticos a la vivencia de los valores en sociedad, por ejemplo a procesos de producción y distribución justa de bienes y servicios.</p> <p>Aprovechamiento de espacios para cotidianos para el fomento de valores.</p> <p>Aprovechamiento de las situaciones problema para el fomento de valores, y a la inversa, aprovechamiento de los valores para la resolución de problemas.</p>

Nótese como, en general, las recomendaciones permiten establecer un énfasis en los contenidos temáticos, antes que a las capacidades, habilidades, destrezas, conocimientos, actitudes, aptitudes. Éstas últimas se consideran importantes, ciertamente, pero están expuestas en función de los temas, conceptos y ramas de las Matemáticas, y no a la inversa. Contrariamente, en el tratamiento metodológico de las actitudes y los valores, el contenido se supedita a las capacidades que deben desplegar los docentes.

Por otra parte, las recomendaciones establecen claramente que el docente es el responsable principal de la presentación del contenido y de la organización de las actividades didácticas. Incluso en aquellos procesos donde el estudiante podría dar mayores aportes al contenido y a las actividades. Por ejemplo, en la Estadística, donde se solicita recabar información, tomar una actitud crítica y realizar interpretación, conjeturación e inferencia.

Principalmente, en la formación en valores la posición directiva del docente se agudiza, al considerarse los valores como elementos “asimilables” por los alumnos a partir de los juicios y afirmaciones del docente: incluso se recomienda al educador, el atender la intensidad de sus ideales y preferencias para “fomentar” esos valores en sus estudiantes.

6.5. Orientaciones para la evaluación

Los Programas caracterizan la evaluación como un proceso continuo sobre el desempeño práctico y teórico de los estudiantes, que recurre a la interpretación tanto de las mediciones cuantitativas como de las descripciones cualitativas, para la construcción de juicios de valor; los cuales le permitirán al docente cumplir con los siguientes propósitos:

1. Determinar el logro de los objetivos en el período didáctico estudiado
2. Analizar las causas de las deficiencias en el logro de los objetivos
3. Tomar decisiones remediales en relación con el punto anterior
4. Aprender de la experiencia y evitar cometer los mismos errores

Para lograr estos propósitos se recomienda al profesor, recurrir a la evaluación desde diferentes perspectivas (autoevaluación, mutuaevaluación y evaluación realizada por el profesor), distintas formas para la consignación de la información (orales, escritas y de ejecución) y diversas técnicas de recolección de datos (listas de cotejo, escalas de calificación, registros anecdóticos y de desempeño).

Por otra parte, aunque eventuales procesos de mutuaevaluación y de autoevaluación implicarían una participación activa y sustantiva de los estudiantes, aparte de mencionarse como sugerencias, el resto de las indicaciones presentan la eva-

luación como una tarea, primordialmente, del profesor, para el profesor y aplicada “sobre” los estudiantes.

Esta situación se refleja en los anteriormente mencionados propósitos de la actividad educativa, puesto que todos están dirigidos al docente. Es decir, el conocimiento del logro o no logro de los objetivos, el análisis de las causas de las deficiencias y la toma de decisiones remediales, son realizaciones que el docente debe lograr sobre su propia praxis. Desde esta perspectiva, para la evaluación y para el profesor, los alumnos son elementos de esa praxis.

Únicamente el último propósito considera a los estudiantes como beneficiarios del proceso evaluativo, al señalar que el profesor debe “asegurarse de que cada estudiantes logre superar las deficiencias manifestadas en ellos” (MEP, 2005a, p.58), y posteriormente “La evaluación debe intentar dar a todos los estudiantes la oportunidad de reconocer sus capacidades, potencialidades y limitaciones y de cómo superar estas últimas” (ibídem, 2005a, p.60). No obstante, en el primero aún se observa una responsabilización del docente sobre el logro de sus estudiantes.

7. El componente operatorio de los programas

Las sugerencias metodológicas sintetizadas en la sección anterior, son preámbulo y fundamentación para la presentación del Componente Operatorio de los Programas. Es decir, aquel apartado donde se exponen, por columnas, las orientaciones metodológicas más específicas de todo el documento, tanto para la mediación como para la evaluación, y se exponen en una estrecha relación con los correspondientes objetivos, contenidos temáticos, valores y actitudes, para cada uno de los cinco años que conforman la educación secundaria.

En ésta sección, se destaca una coherencia horizontal entre las columnas de los objetivos, de los contenidos, de los procedimientos y de los aprendizajes por evaluar. Además, se evidencia una relativa viabilidad, en cuanto a la aplicación de las recomendaciones señaladas en la Tabla 2, para ramas específicas de las Matemáticas.

Para ejemplificar este punto, se puede señalar que el procedimiento “Selección de información numérica que utiliza números enteros negativos, que expresan datos relacionados con el entorno” (ibídem: 69), en los números enteros, puede orientarse hacia la introducción del tema mediante formas empíricas, previa al tratamiento de conceptos abstractos, tal y como se recomendó.

Asimismo, sirve como ejemplo, la recomendación de presentar los temas en or-

den creciente, pues refleja el orden en que se presentan los conjuntos numéricos: primero los naturales, luego los enteros, los racionales y finalmente los irracionales. De igual manera, sucede con el orden en que se abordan las operaciones aritméticas: primeramente la suma, seguida por la resta, la multiplicación, la división, la potenciación y la radicalización.

Por otra parte, la columna de valores y actitudes obedece a las recomendaciones metodológicas sintetizadas en las dos últimas filas de la Tabla 2, al existir una notable correspondencia entre estos elementos, con dos secciones clave de los Programas: la Justificación, donde se encuentran los fines de la educación matemática, y aquella dedicada a la Transversalidad. Esta correspondencia se observa desde varias perspectivas, la intencionalidad, el contenido teórico y la propuesta metodológica.

Para ilustrar estos puntos se pueden mencionar un ejemplo. La actitud “Valoración de los aportes generados por la trigonometría en el desarrollo social” (MEP, 2005b: 93), tiene estrecha relación intencional, con el fin fundamental que dicta “Se espera que los estudiantes experimenten situaciones abundantes y variadas, relacionadas entre sí, que los lleven a valorar las tareas matemáticas, desarrollar hábitos mentales matemáticos, entender y apreciar el papel que las Matemáticas cumplen en los asuntos humanos” (ibídem: 14).

También, tiene directa correspondencia con los argumentos teóricos de la Justificación, que defienden la estrecha relación que tienen las Matemáticas con la realidad física y social. Asimismo, concuerda con la posibilidad metodológica de atender la transversalidad desde los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Trigonometría, pues las actividades quedan expuestas a orientarse hacia la calidad de vida, la conservación del ambiente o la equidad social.

Por otra parte, cabe preguntarse sobre la coherencia horizontal entre la columna de valores y actitudes con las otras columnas. En el ejemplo recién tratado, la actitud señalada guarda suficiente enlace con el objetivo correspondiente, el cual dicta “Analizar la aplicación de la trigonometría, en el avance científico y tecnológico de la humanidad”.

No obstante, por una parte, en el objetivo el “análisis” se orienta hacia la “aplicación en la ciencia y la tecnología”, y por otra, en la actitud asociada, la “valoración” se refiere a los “aportes en el desarrollo social”.

Si bien, se puede argumentar que enlace objetivo-actitud es más que probable, pues la ciencia y la tecnología son unidades sociales. También, hay que señalar que la relación es indirecta, pues la sociedad que idealiza los ejes transversales es democrática y ambientalista, y un análisis de la aplicaciones de la Trigonometría a la ciencia y la tecnología no implica, por sí mismo, la atención a las competen-

cias transversales que proponen los Programas. Aunque es posible, la armonía entre estos dos elementos, es mediada, y el responsable de esta mediación es el docente.

En otros casos, la coherencia horizontal entre el objetivo y su correspondiente valor o actitud es más difusa. Por ejemplo, el valor “Equidad en el trato, eliminando discriminaciones por etnia y género” (ibídem: 63), está asociado al objetivo “Identificar relaciones que corresponden a funciones” (idem). En este ejemplo, la intencionalidad del objetivo, su contenido teórico y los procedimientos metodológicos necesarios para su desarrollo son muy disímiles a la intencionalidad del valor, su contenido teórico y la metodología que necesita.

Desde esta perspectiva, el docente, si desea que sus alumnos alcancen ambos niveles de aprendizaje, está ante una doble exigencia, en cuanto a sus labores de planificación, de mediación pedagógica y de evaluación.

Cabe agregar que a pesar de su nombre, los Temas Transversales no se insertan en el currículo de Matemáticas en calidad de contenidos de la asignatura, sino que se proponen para ser desarrollados mediante “actividades de aprendizaje, proyectos de investigación, y otras acciones educativas, que puedan servir, simultáneamente, para el logro de los temas transversales y de los conceptos curriculares” (MEP, 2001: 5). Con este razonamiento, se sostiene, tácitamente, la tesis de que los contenidos no han aumentado con su incorporación en los Programas, y por lo tanto, no se hace necesario que los contenidos ya existentes sufran mayores modificaciones.

Consecuentemente, desde la aparición en el 2001 de la transversalidad, se ha solicitado a los docentes desarrollar simultáneamente los elementos curriculares transversales y los específicos de la disciplina, sin adecuar la cantidad de contenidos matemáticos presentes en los Programas (vid supra: 5-6)

Ante este razonamiento y esta situación, partiendo de resultados en investigaciones (Programa Estado de la Nación, 2005; Chaves, 2007; Barrantes, 2008), cabe cuestionarse, por una parte, ¿existe la posibilidad cronológica de desarrollar los objetivos, los contenidos y las competencias que plantean los Programas?; por otra parte, ¿están los docentes debidamente preparados para lograr la integración de los elementos curriculares que establecen los Programas?

Para responder a estas interrogantes, se hace necesario estudiar lo que están realizando en las aulas los docentes y su alumnos. En otras palabras, se deben analizar la transformación de los objetos del saber en objetos de enseñanza, en su explicitación discursiva y en su recontextualización (Chevallard, 1991), y las transformaciones de los objetos de enseñanza en objetos enseñados, en su trans-

posición didáctica interna (Arsac, 1992). Y esta labor reclama amplia y profunda investigación de campo.

8. Conclusiones

Los Programas bajo análisis, tienen características particulares en sus fundamentos teóricos y metodológicos. En efecto, estos documentos:

1. Presentan las Matemáticas desde diversas perspectivas: como ciencias, como un lenguaje, como herramientas para la vida y como elementos para la realización humana.
2. Consideran el fortalecimiento de la Educación Matemática como un factor indispensable para el desarrollo social, científico y tecnológico.
3. Sostienen que la abstracción matemática no debe convertirse en un obstáculo epistemológico, y que debe trascender hacia la realidad física y social.

Consecuentemente, las Matemáticas deben ligarse íntimamente con la vida.

4. Complementariamente, enfatizan que en los estudios matemáticos no solamente deben considerarse la abstracción (el producto de la formalización), sino también deben contemplarse las dimensiones constructivas y operatorias (el proceso sociocultural de su construcción y la aplicaciones que tiene) que tiene la disciplina.
5. Tienen contradicciones en sus fuentes curriculares: hay inconsistencia entre el Humanismo y el Constructivismo por un lado y el Racionalismo por otro.
6. Plantean que la formación de valores es una responsabilidad de todos los docentes, particularmente el de Matemáticas.
7. Permiten vislumbrar, en los Temas Transversales, un enfoque por competencias, que defiende una posición multidisciplinaria e interdisciplinaria para el logro de la formación de valores.
8. Presentan incoherencias de fondo y forma entre la sección de Temas Transversales y la columna de Valores y Actitudes del Componente Operatorio.
9. Delegan en el docente la operacionalización de los Temas Transversales en los procesos aúlicos.

10. Explícitamente orientan el desarrollo de las habilidades intelectuales matemáticas hacia la formulación de hipótesis y la comprobación de teorías. Lo que aparentemente indica un alejamiento de la visión apriorística y fundacionalista de las Matemáticas y un acercamiento hacia una visión naturalista.

11. Establecen la resolución de problemas y la utilización de las calculadoras como capacidades clave en la formación matemática. Las directrices metodológicas para aplicar durante los procesos para desarrollar estas capacidades son detalladas. No obstante, es notable que se soslayan otros recursos materiales o virtuales con gran potencial didáctico.

12. En sus fines ubican la formación matemática como parte de un compromiso con la educación humanista e integral, y establecen los cuatro pilares del conocimiento: Aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir y aprender a ser.

13. Proponen líneas metodológicas claras en la sección correspondiente, por ejemplo iniciar los procesos educativos con actividades que apelen a los conocimientos previos de los alumnos, aplicando estrategias que involucren la manipulación de materiales concretos, las representaciones gráficas y simbólicas, las demostraciones intuitivas y operativas de casos particulares, y procedimientos de “ensayo y error”.

14. Sugieren que la formación matemática debe avanzar de un nivel intuitivo hacia uno abstracto y simbólico, aunque no brindan una metodología clara para lograr este salto cognitivo.

15. Mientas que explícitamente le asigna un rol de facilitador durante su desempeño práctico en las aulas, algunos elementos, de forma implícita, le otorgan un papel directivo.

16. Reconocen en el docente un modelo de actuación en cuanto a la formación de valores y actitudes y en cuanto a la resolución de problemas.

17. Establecen la realidad social como un factor determinante en el desarrollo intrapsicológico de los estudiantes.

18. Presentan recomendaciones metodológicas para ámbitos específicos de las Matemáticas con un énfasis en los contenidos temáticos, antes que a las capacidades, habilidades, destrezas, conocimientos, actitudes, aptitudes. Contrariamente, en el tratamiento metodológico de las actitudes y los valores, el contenido se supedita a las capacidades que hay que deben desplegar los discentes.

19. Recomiendan al profesor recurrir a la evaluación desde diferentes perspectivas (autoevaluación, mutuaevaluación y evaluación realizada por el profesor), distintas formas para la consignación de la información (orales, escritas y de eje-

cución) y diversas técnicas de recolección de datos (listas de cotejo, escalas de calificación, registros anecdóticos y de desempeño).

20. Presentan la evaluación como una tarea, primordialmente, del profesor, para el profesor y aplicada “sobre” los estudiantes.

21. Evidencian una coherencia horizontal entre las columnas de los objetivos, de los contenidos, de los procedimientos y de los aprendizajes por evaluar, que se presentan en el Componente Operatorio. Asimismo, presentan una relativa viabilidad, en cuanto a la aplicación de las recomendaciones metodológicas para ámbitos específicos de las Matemáticas.

22. Manifiestan poca claridad en la correspondencia horizontal entre el objetivo y su correspondiente valor o actitud en el Componente Operatorio.

23. Proponen desarrollar simultáneamente los elementos curriculares transversales y los específicos de la disciplina, lo que significa una doble exigencia, en cuanto a labores de planificación, de mediación pedagógica y de evaluación. Lo que hace necesario estudiar la viabilidad de su desarrollo ante la cantidad de contenidos existentes y el tiempo disponible.

Los Programas en análisis, dadas sus características, plantean una serie de retos a los encargados de ponerlos en ejecución. En este sentido, los Programas demandan profesionales capaces de:

1. Valorar, comprender y enseñar las Matemáticas desde diversas perspectivas: como lenguaje, como disciplina científica, como herramienta para resolver problemas, como elemento sociohistórico que tiene un papel en el desarrollo económico, tecnológico y cultural, y como factor para la realización humana.

2. Desarrollar el pensamiento matemático en sus estudiantes, tanto en su dimensión abstracta como en sus dimensiones intuitivas y aplicativas. Esto implica trabajar sobre habilidades motoras e intelectuales, conocimientos disciplinares, multidisciplinares e interdisciplinares, destrezas teóricas y prácticas, valores y actitudes. Entre las que cabe destacar: la capacidades de matematizar, de resolución de problemas y de utilización de recursos tecnológicos, tanto materiales como virtuales.

3. Salvar las contradicciones curriculares que se encuentran en los Programas para su aplicación práctica.

4. Asumir una actitud crítica, reflexiva, proactiva y asertiva ante la propuesta curricular ministerial.

5. Formar en valores, tanto con su práctica docente como con su ejemplo de vida.
6. Desarrollar los aprendizajes fundamentales: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir y aprender a ser.
7. Desplegar actividades didácticas que consideren adecuadamente los conocimientos previos de los alumnos y su realidad social para el logro de aprendizajes matemáticos significativos.
8. Evaluar el desempeño matemático con diversidad de técnicas y estrategias, y con diferentes propósitos.

Los retos que los Programas hacen a los docentes encargados de su ejecución se pueden traducir en demandas a las instituciones universitarias encargadas de su formación profesional. En consecuencia, las carreras para educadores matemáticos deberían contemplar competencias, tales como:

1. Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una posición matemáticamente superior y culturalmente diversa, que le permita desarrollar en sus estudiantes una valoración y un aprendizaje desde diversas perspectivas: como disciplina científica, como herramienta para resolver problemas, como elemento sociohistórico que tiene un papel en el desarrollo económico, tecnológico y cultural, y como factor para la realización humana.
2. Capacidad para relacionar los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria con fenómenos sociohistóricos que los originaron, dominando los aspectos formales implicados junto con su aplicación y utilidad en situaciones cotidianas, científicas y tecnológicas.
3. Capacidad para desplegar actividades didácticas para el aprendizaje, que consideren adecuadamente los conocimientos previos de los alumnos y su realidad social para el logro de aprendizajes matemáticos significativos.
4. Capacidad para desarrollar el pensamiento matemático en sus estudiantes, tanto en su dimensión abstracta como en sus dimensiones intuitivas y de aplicación.
5. Conocimientos teóricos y metodológicos necesarios para desarrollar en sus alumnos la capacidades de matematizar, de resolución de problemas y de utilización de recursos tecnológicos, tanto materiales como virtuales.
6. Conocimiento crítico y proactivo de la organización curricular y de la planificación del saber matemático de nivel secundario para su enseñanza.

7. Capacidad para la evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos de secundaria a través de diversas técnicas y estrategias y con propósitos diagnósticos, formativos y sumativos.

Referencias y bibliografía

- Alfaro, A.; Alpízar, M.; Arroyo, J.; Gamboa, R. & Hidalgo, R. (2004). Enseñanza de las matemáticas en Costa Rica: elementos para un diagnóstico. Proyecto de Graduación para optar al título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.
- Arcavi, A. y Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM Mathematics Education* 39, 355–364.
- Arsac, G. (1992). “L’Evolution d’une théorie en didactique: L’exemple de la transposition didactique”. *Recherche La educación matemática en didactique de mathématiques*, 12(1).
- Artigue, M. y Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM Mathematics Education*, 39, 365-382.
- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1990). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2ª Ed.). Mexico: Ediciones Trillas.
- Barrantes, H. (2003). Los Programas de Matemática para la Enseñanza Media Costarricense. *Revista UNICIENCIA*, 20 (1), 7-17.
- Barrantes, H. (2008). Encuesta: creencias en la educación matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 191-203.
- Bidwell, J. (1993). Humanize Your Classroom with the History of Mathematics. The Mathematics Teacher. *An Official Journal of the National Council of Teachers of Mathematics*, 86(6), 461-64.
- Carnap, R. (1966). *Der Logische Aufbau der Welt*. Hamburg: F. Meiner.
- Chaves. E. (2007). Inconsistencia entre los Programas de Estudio y la Realidad de Aula en la Enseñanza de la Estadística de Secundaria. *Actualidades Investigativas en Educación*. 7(3) 1-35.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: AIQUE
- Consejo Superior de Educación (1994). La Política Educativa hacia el Siglo XXI. Extraído el 11 de octubre de 2006 desde [<http://www.mep.go.cr/DescargasHTML/PlaneamientoEducativo/politicaeducativasigloXXI.pdf>]
- D’Ambrosio, U. (2007). Problem solving: a personal perspective from Brazil. *ZDM Mathematics Education*, 39, 515–521.
- De Faria, E. (2008). Resolución de problemas en los programas de estudio del MEP. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 157-173.

De Lorenzo, J. (1977). *La matemática y el problema de su historia*. Madrid, España: Editorial Tecnos, S.A.

Delors, J. (coord.) (1996). *Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*. París, Francia: Ediciones UNESCO.

Dieudonné, J. (1992). *Mathematics: The Music of Reason*. Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag.

Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in School*, 27(4), 25-31.

Gavarrete, M.E. y Vásquez, P (2005). *Etnomatemática en el Territorio Talamanca Bribri*. Tesis para optar por el Grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional: Heredia, Costa Rica.

Goldenberg, P. (2000). Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms. Extraído el 11 de mayo de 2008 desde [http://www2.edc.org/mcc/pdf/iss_tech.pdf].

González, J., & Wagenaar, R. (Eds.) (2003). *Tuning educational structures in Europe*. Informe final. Fase uno. Bilbao: Universidad de Deusto y Universidad de Groningen.

Guyot, V.; Cerizola, N. y Giordano, M. (1997) ¿Existieron mujeres matemáticas? Mito y conocimiento en la Historia de la Matemática. En: *Actas de la Undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education*, 39, 503-514.

Jonassen, D. (2004). *Learning to solve problems: an instructional design guide*. San Francisco, USA: Publicaciones Pfeiffer.

Kitcher, P. (1988). *Mathematical Naturalism*. En: Aspray and P. Kitcher (eds.). *History and Philosophy of Modern Mathematics*. Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Volume XI. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Lakatos (1978). *Mathematics, Science and Epistemology: Philosophical Papers (Vol. 2)* Cambridge: Cambridge University Press.

Lumpkin, B. (1996). Historia en la enseñanza de la matemática. *Revista Cubana de Educación Superior*, 2, 142-153.

Ministerio de Educación Pública (2001). *Programas de Estudios de Matemática: Tercer Ciclo*. San José.

Ministerio de Educación Pública (2005a). *Programas de Estudios de Matemática: Tercer Ciclo*. San José.

Ministerio de Educación Pública (2005b). *Programas de Estudios de Matemática: Educación Diversificada*. San José.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Virginia, USA: Reston.

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards*. Virginia, USA: Reston.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Virginia, USA: Reston.
- OCDE. (2005) Informe PISA 2003. *Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.
- OECD. (2003). The PISA 2003 assessment framework. *Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- Piaget, J. (1964). *Development and learning*. En: Piaget rediscovered: A report of the Conference on cognitive studies and curriculum development. Ithaca, Cornell Univ. Press, 7-20.
- Programa Estado de la Nación. (2005). Primer Informe Estado de la Educación. San José, CR: Programa Estado de la Nación.
- Reichenbach, H. (1947). *Experience and Prediction: An Analysis of the Foundations of the Structure of Knowledge*. Chicago: University of Chicago Press.
- Rico, L. (2005). La alfabetización matemática y el Proyecto PISA de la OCDE. Padres y Madres de Alumnos. *Revista de la CEAPA*, 82, 7-13.
- Ruiz, A. (2007). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José, C.R.: EUNED.
- Rojano, Teresa. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33, 135-165.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, sense-making in mathematics. En: D. Grouws (Ed.) (1992). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning New York: MacMillan*. 334-370.
- Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM Mathematics Education*, 39, 537-551.
- Tye, A. K. (1991). *Global education - from thought to action*. Virginia, USA: ASCD.
- Vázquez, A. (2000). *Análisis de los datos del tercer estudio internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS) desde la perspectiva del sistema educativo español (Memoria de investigación)*. Madrid: MEC/CIDE.
- Vigotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.