

La educación matemática a nivel infantil¹

Lore Rasmussen (†)

Departamento de Matemática

Miquon School Pennsylvania²

Estados Unidos

Resumen³

El siguiente trabajo es fruto de la presentación realizada en la Tercera Conferencia Interamericana de Educación Matemática, que por primera vez considera el tema de la Educación Matemática a nivel infantil. El trabajo se divide en tres etapas. La primera parte, describe algunas de las experiencias y conocimientos que he adquirido en el aula. La segunda parte, se ocupará de las dos grandes reformas matemáticas ocurridas en los Estados Unidos. Por último, la tercera parte ofrecerá algunos puntos de partida posibles para desarrollar el concepto de “escuela primaria” adaptándolo a recursos y necesidades locales. En todo el artículo, la calidad de la educación matemática será tratada en un contexto amplio.

Palabras clave

Enseñanza Primaria, Reformas Matemáticas, Experiencias de Aula, Educación Matemática, ICME.

Abstract

This is a product of the presentation realized in the Third Inter-American Conference on Mathematics Education, which for the first time considers the topic of the Mathematics Education in the primary school level. The work is divided in three stages. In the first part there are described some of the experiences and knowledge that I have acquired in the classroom. The second part will deal with both big mathematical reforms happened in USA. Finally, the third part will offer some possible starting points to develop the concept of “primary school”, adapting it to resources and local needs. In the whole article, the quality of the Mathematics Education will be treated in a wide context.

¹ Publicado en *Educación matemática en las Américas - III: Informe de la Tercera conferencia interamericana sobre educación matemática*, Bahía Blanca, Argentina, 21-25 de noviembre de 1972, CIAEM y UNESCO.

² Se ha dejado la referencia institucional que la autora puso en este trabajo en el momento de su primera publicación.

³ El resumen, las palabras clave, el abstract y las key words fueron agregados por los editores.

Key words

Elementary Education, Mathematical Reforms, Experiences of classroom, Mathematics Education, ICME.

1. Recuerdos del aula

Hace quince años yo estaba, al igual que la mayoría de los maestros de escuela primaria, totalmente desconectada de los matemáticos profesionales y desconocía la bibliografía referida al tema. No sabía que la pedagogía y el contenido de la educación matemática para los niños estaban siendo seriamente cuestionados por algunos de los matemáticos de mayor renombre. Mi presencia aquí, hoy, tiene su origen en el accidente histórico de que mi insatisfacción respecto a cómo estaba enseñando matemática a los niños coincidiera con el momento en que los expertos en la materia sintiesen la misma insatisfacción.

Experimenté traumáticamente en mi propia aula los efectos del aburrimiento de los niños, de su pasividad, de su falta de entusiasmo mientras luchaban con la ayuda de los libros de texto y de deberes existentes hasta ese momento para cumplir con el aprendizaje de los conocimientos matemáticos uniformes y fijos del programa establecido. Niños que, sin esfuerzo pasaban trozos musicales de una clave a otra, que utilizaban intuitivamente la perspectiva en sus dibujos, que escribían o improvisaban obras magníficamente estructuradas, que inventaban sus propias gramáticas y diccionarios y que clasificaban sistemáticamente todo lo que juntaban –*estos mismos niños*– se convertían en robots cuando se trataba de calcular, encontrando rara vez una salida para su imaginación o su sentido estético.

Cambiar esta actitud y espíritu de los niños se convirtió en mi desafío. Tuve éxito en proporción directa con mi sensibilidad y habilidad en permitir a los niños la elección de la propia secuencia de su aprendizaje.

Nunca olvidaré el día en que Bill, de 8 años de edad (que no podía sumar números de un dígito sin equivocarse, aún cuando era capaz de leer a Shakespeare) y Terry, de 7 años de edad (que podía sumar con la velocidad de un rayo) colaboraron en la preparación de un libro de “Trucos para hacer más fácil la Aritmética”. Al escribirlo, ellos descubrieron por sí mismos como se comportaban los números impares y pares en las operaciones de suma y de multiplicación. Llegaron a la conclusión de que (1) “el cero debe ser par porque actúa siempre como un número par”, y (2) “si uno no está seguro de cuál es el producto de dos números, se puede arriesgar con un número par, pues hay más productos pares de dos números enteros que productos impares en las tablas de multiplicación”. Ellos tenían páginas y páginas de ejemplos para de-

mostrar estas afirmaciones, y las resumieron mediante una estrategia general. La habilidad en el cálculo de Bill mejoró pero lo que aún es más importante, comenzó a buscar más reglas para reducir el esfuerzo penoso del trabajo puramente memorístico. (Esto sucedió en 1956 cuando en la mayoría de los libros de ejercicios para escuela primaria y en los manuales de los maestros, el cero no se consideraba un número sino un “lugar vacío” en el sistema de numeración decimal).

El “Libro de Trucos”, se amplió mediante el aporte de otros niños que escribieron “Cómo crecen los números”, contando, duplicando, triplicando o elevando al cuadrado los números naturales. En poco tiempo las paredes de la clase se cubrieron con las secuencias numéricas escritas por los niños. El cielo raso fue decorado con esquemas hechos con piolines que permitían visualizar la proporción del crecimiento sucesivo mediante poligonales. Las mesas quedaron cubiertas de pequeños objetos (arroz, porotos) pegados formando esquemas en series.

Por un momento se olvidaron de donde estaba la próxima lección en el texto. Se inventaron nuevas progresiones y esquemas y lo hicieron muchos niños que demostraron en más de una oportunidad poseer una capacidad mayor que la exigida por el programa escolar.

Yo también me dejé invadir por el fervor de los niños. Yo también me iba a casa ideando ingenuamente cosas nuevas. Busqué libros escritos por educadores matemáticos. Encontré muy poco que pudiera inspirarme. No contenían humor, espíritu de juego, ni la esperanza de encontrar un orden en el universo.

Mi primer aprendizaje útil provino de estos tres libros: “Número: El Idioma de la Ciencia” de Dantzig, “Placer del Matemático” de W.W. Sawyer y “Matemática e Imaginación” de Newman. En el aula, los bloques de aritmética estructural de Catherine Stern⁴ y las varillas de Cuisenaire se convirtieron en nuestros primeros excelentes materiales didácticos. Nos permitieron fabricar modelos para nuestras investigaciones y a su vez estos modelos nos sugirieron otros esquemas matemáticos.

El lanzamiento del Sputnik por los rusos hizo que la matemática y la enseñanza de las ciencias se convirtieran en una prioridad nacional de primer orden. Mediante la prensa me puse en contacto con los trabajos de pionero realizados por M. Beberman y Page⁵ en la reforma de la matemática a nivel de escuela secundaria. Los consideré entonces y los sigo considerando ahora, como profesores

⁴ C. Stern es la autora del libro “Los niños descubren la aritmética”, 1949.

⁵ El Dr. Max Beberman, fallecido, fue el fundador del Proyecto IUCSM de la Universidad de Illinois. El profesor David Page, su primer colaborador se convirtió en fundador del University of Illinois Arithmetic Project.

pioneros sobresalientes en el campo de la matemática, en los Estados Unidos. Bajo su tutela aprendí a adaptar el uso de la recta numérica, las coordenadas cartesianas y las ecuaciones (un álgebra simple), para niños de corta edad. Las experiencias con funciones, en forma de juegos sobre la recta numérica y el piano numérico brindaron una práctica aritmética llena de significado para el niño. Nunca olvidaré la impresión que me causó el profesor Franz Hohn de la Universidad de Illinois cuando tradujo mi simple descripción de un juego sobre el piano numérico, hecho en la clase, utilizando el complejo lenguaje de “Un estudio de las propiedades geométricas de transformaciones afines en el plano euclídeo”. ¡Por suerte la terminología se utilizó después de la exitosa experiencia!

Junto con mi nueva toma de conciencia del lenguaje matemático, sobrevino una evaluación totalmente distinta de muchas de las actividades realizadas en el aula.

La construcción mediante los bloques, que hasta entonces había sido considerada tan sólo como un juego, tomo un nuevo significado cuando la forma y el tamaño de los bloques, sus caras, aristas y vértices fueron repentinamente tomados en cuenta, comparados y registrados. El trabajo con bloques se amplió con cajas, tubos y conos. Se abrieron y transformaron en modelos pianos, su desarrollo fue analizado y se reconstruyeron. Eventualmente se los llenó con arena para poder medir su volumen.

El recorte y plegado de papel, el dibujo de diseños y las impresiones habían sido siempre considerados como simples actividades prácticas. Pero ahora los niños comenzaron a hablar de los dobleces rectilíneos, los ángulos, las partes fraccionarias, las simetrías obtenidas y las traslaciones utilizadas.

Aprender a decir la hora y registrarla, llevó a una rica exploración de círculos, aritmética modular, simetría central, ángulos y sus medidas.

Los diagramas de *Venn* presentados en juegos, en los cuales los niños eran los elementos de los conjuntos, se convirtieron en vehículos naturales para descubrir las relaciones existentes entre las cosas. Con los niños más pequeños estas relaciones eran tratadas mediante un lenguaje simple, natural y lógico. Solamente tres palabras básicas referidas a las relaciones eran necesarias (todos-alguno-ninguno) para poder describir las siguientes relaciones entre dos conjuntos:

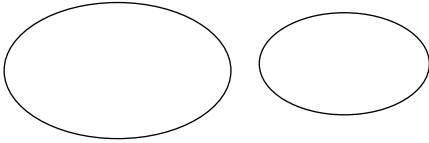
Lore Rasmussen



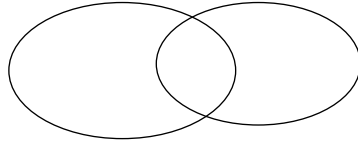
Lore Rasmussen nació en Lampertheim-am-Rhein, Alemania, en 1920. En 1938 escapó a los Estados Unidos. Completó su educación universitaria en la Universidad de Illinois. Fue una activista de los derechos civiles y pionera en la enseñanza de las matemáticas.

En 1956 se trasladó a la zona de Filadelfia donde comenzó una carrera de 30 años en el campo de la Educación Matemática. En 1976, recibió el Premio John B. Patterson a la Excelencia en la Educación por su trabajo en pro de la educación pública en Filadelfia. En el 2003, el *Talladega College* le otorgó un doctorado honoris causa.

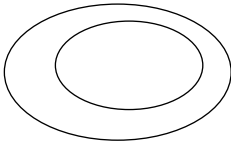
Murió en el año 2009 en Berkeley, California, Estados Unidos.

(ninguno - ninguno)

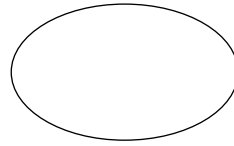
ningún árbol es un pájaro
ningún pájaro es un árbol

(alguno - alguno)

algunas cosas rojas son zapatos
algunos zapatos son cosas rojas

(alguno - todos)

algunas mujeres son madres
todas las madres son mujeres

(todos - todos)

todos los animales con plumas son aves
todas las aves son animales con plumas

Con niños de más edad se introdujo un lenguaje conjuntista más formal y la notación de operaciones entre conjuntos en la medida en que resultó oportuno, generalmente para describir las relaciones en un modelo físico en una situación particular.

En nuestras clases no se descuidó el dominio de los algoritmos de cálculo pero rara vez se convirtió en tema principal de nuestras lecciones. En cambio se insistía en el análisis de los problemas, buscando distintas y mejores formas de llegar a su solución, resolviendo problemas con la destreza con que contábamos, y finalmente, comparando la eficacia de los métodos “caseros” para calcular, con los algoritmos sintetizadores de uso corriente en aritmética. Los ejemplos que me vienen a la memoria son el caso de Jorge (7 años) que demostraba una alegría silenciosa cuando podía aplicar las imágenes mentales de sus muchos “viajes” en una línea de números enteros para resolver con rapidez un problema de substracción de 3 dígitos como sigue:

$$832 - 378 = 500 + (-40) + (-6) = 454$$

O el caso de Steve (6 años) que anunció orgulloso acabar de descubrir que el doble del doble del doble de cualquier número es 8 veces el número.

¿Cómo lo hicimos? Primero introduje un sistema de numeración no decimal mediante la observación de la serie de envases en los que se vende la leche en los Estados Unidos, cuyos volúmenes se van duplicando. Obtuvimos un modelo para la aritmética binaria, mediante juegos en los que sólo se podía

comprar un número dado de tazas de leche usando el menor número posible de recipientes. Nueve tazas se anotaban así:

1/2 gal	qt	pt	1/2 pt
1	0	0	1

Si se beben 2 tazas, la regla de la menor cantidad de envases cambia el registro a

qt	pt	1/2 pt
1	1	1

y el numeral binario para siete.

Los bloques de Aritmética Multibase de Dienes (Dienes Multibase Arithmetic Block) se convirtieron en ayuda valiosa para aprender a identificar por medio de la experimentación con diversas bases, los principios de un sistema posicional de numeración: el limitado número de símbolos necesarios, el papel de la base, el de la ubicación y la noción del orden de magnitud.

No sólo se permitió jugar en clase al dominó, al ajedrez, las damas y otros juegos, sino que se estimuló su práctica. Inventamos y aprendimos muchos códigos secretos. Juntamos y clasificamos de acuerdo con sus atributos los materiales que tenemos a nuestro alcance. Pesábamos y medíamos con unidades de nuestra propia invención y luego comparábamos los resultados. Pudimos comprobar los beneficios de las unidades convencionales. Hicimos gráficos de líneas y de barras. La geometría proyectiva fue sugerida a partir de la observación de sombras y uniendo con piolines puntos del contorno de las sombras con el respectivo punto que lo originó en el objeto.

Los números primos (definidos como aquellos números especiales que no pueden formar un conjunto rectangular salvo que tenga una unidad de longitud una de los lados) les pareció fascinante a los niños, aún a los de siete años. El factoro y el factoro de números primos eran investigaciones personales muy aceptadas.

Dejándonos llevar por el interés de los niños, caíamos invariablemente en un estudio serio, aunque primitivo, de una rama interesante de la matemática. A menudo se daba el caso de que desde diferentes puntos de partida los niños llegaban a la observación de las mismas estructuras. Un buen ejemplo de esto es nuestro descubrimiento, a lo largo del año, del triángulo de Pascal en la tabla de los números, en el cálculo de probabilidades de “cara o cruz” al tirar una moneda y nuevamente en la cantidad de caminos mínimos posibles entre puntos, cuya distancia es creciente, en una red rectangular.

Es imposible detenernos a considerar siquiera una pequeña parte de la dieta-matemática que consumimos. Siempre la tarea principal fue organizar la secuencia de contenidos de acuerdo con el interés natural y la disposición de los niños. A continuación daré algunas ideas acerca de la ubicación de algunos contenidos por la edad y la selección de estos, de acuerdo con mi experiencia.

1. Aparear y contar

El niño en edad escolar ya ha acumulado un repertorio de experiencias en contar objetos, mucho mayor del que generalmente creemos. Hemos dejado muchas veces que su dificultad en recordar las palabras convencionales y los símbolos en su orden correcto, ocultará la facilidad con que domina la noción matemática de contar. No se deben demorar las operaciones con conjuntos en situaciones concretas hasta que las secuencias de palabras y símbolos de la operación de contar se hayan convertido en algo totalmente automático.

2. Invención de notaciones

Ya que la temprana adquisición de la comprensión matemática depende de las experiencias concretas con nociones matemáticas, la imposición de una numeración escrita convencional en una etapa demasiado prematura, puede llevar a la confusión y al alejamiento de la materia. La propia necesidad del niño de comunicar y registrar sus actividades físicas lo llevan a la espontánea invención de símbolos. Muy a menudo una notación con flechas (como las usadas por los Papy) proviene naturalmente de los niños. Mis propios alumnos reinventaron los paréntesis cuando advirtieron las ambigüedades de la expresión escrita $4 \times 2 + 7$ indicando mediante lazos si ello significaba

$$\textcircled{4 \times 2} + 7 \quad \text{ó} \quad 4 \times \textcircled{2 + 7}$$

Estos lazos corresponden a las pausas en su lenguaje oral.

3. Relaciones

Muchos tipos de relaciones tales como *mayor que*, *menor que*, *más cerca que*, *un vecino de*, *una hermana de*, *lo mismo que*, deberían ser exploradas antes de que nos centremos con demasiada rigidez en una sola relación especial y difícil como es la de igualdad. Los niños tienen más experiencias con desigualdades que con igualdades. Se requiere menos habilidad y destreza en el cálculo para

establecer aserciones que se expresen por una desigualdad, que para obtener las que se expresan por una igualdad y si se los deja en libertad para recorrer todo el territorio de las relaciones, los niños desarrollan sus propias apreciaciones sobre una ecuación. Virtualmente devoran los símbolos escritos muy expresivos como: $>$, $<$, \geq , \leq , $=$, \neq , \approx , mientras registran por su cuenta su propio ordenamiento de los números. Mientras un niño puede contestar a la pregunta: escriba algo acerca del número 15 “escribiendo” $15 = 8 + 7$, otro niño puede contestar con la misma seguridad “ $15 < 16$ ” ó “ $15 \neq 105$ ”. Las tres contestaciones fueron aceptadas.

4. Operaciones con enteros

La suma y la resta de números enteros surgen natural y rápidamente a partir de un juego de saltos sobre la recta numérica cuando “Casa”, “Principio”, o “Cero” no siempre son presentados como el origen de una semirrecta sino colocados arbitrariamente por los niños en cualquier lugar de la recta. En el juego de saltos ellos cruzan este punto en las dos direcciones y desarrollan intuitivamente mediante el movimiento, la noción de números orientados y de valor absoluto. Al principio adoptan su propia terminología y registro para los números positivos y negativos, pero muy fácilmente los convierten a los términos convencionales.

5. Introducción de la multiplicación

Los esquemas de multiplicación observados en sumas repetidas ejercen una fascinación especial en los niños pequeños. Son rítmicos y producen un dibujo agradable cuando se dibujan sobre un cuadro de 10×10 , o si se obtienen por saltos sobre la recta numérica. Los cuadrados perfectos son inmediatamente sus favoritos y se memorizan con rapidez.

Me pregunto porque se demora tanto en la mayoría de los textos la presentación de la multiplicación.

6. Notación fraccionaria para la división

Las experiencias con las regletas Cuisenaire, plegados de papel y la actividad natural de compartir las cosas en clase, desarrollan el lenguaje de las fracciones, en una etapa anterior a otras formas de división.

$1/3$ de 9 significa encontrar uno de tres grupos iguales que fueron necesarios para hacer nueve. No hay ninguna dificultad extra en encontrar $2/3$ de 9 o *dos de esos tres grupos*.

7. Técnicas de cálculo previas a los algoritmos

Si en la clase, el énfasis se da principalmente al proceso de hacer matemática en vez de memorizar algoritmos tradicionales, los niños desarrollan técnicas de cálculo muy ingeniosas y que ellos adaptan a los problemas cada vez más complejos. Un grupo de alumnos de mi clase inventó una adaptación de sus técnicas de multiplicación con la regleta Cuisenaire a una versión de papel y lápiz. Los factores fueron representados, en un código, como el largo y el ancho de un rectángulo. El producto fue representado como el área. Un sistema de rayas largas, rayas cortas y puntos fueron utilizados para representar 10, 5 y 1 respectivamente. De esta manera 27×16 fue dibujado como se puede observar en el diagrama A y el producto encontrado como en el diagrama B.

Algunos niños fueron un paso más adelante y aplicaron este excelente recurso a la multiplicación de números mixtos en un cuadro de 2×2 llevando a cabo la multiplicación en cruz como en los casos anteriores. Ellos “creían” obviamente en las leyes de conmutación, distribución y asociación, pues las usaron aun cuando no habían oído hablar de ellas como tales.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \overline{\quad} \quad \overline{\quad} \quad \bullet \\
 | \\
 | \\
 27 \quad | \\
 | \\
 | \\
 \bullet \\
 \bullet
 \end{array}$$

Diagrama A

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \overline{\quad} \quad \overline{\quad} \quad \bullet \\
 | \quad \boxed{100} \quad \boxed{50} \quad | \quad 10 \quad 160 \\
 27 \quad | \quad \boxed{100} \quad \boxed{50} \quad | \quad 10 \quad 160 \\
 | \quad \boxed{50} \quad \boxed{25} \quad | \quad 5 \quad 80 \\
 \bullet \quad \overline{10} \quad \overline{5} \quad \bullet \quad 1 \\
 \bullet \quad \overline{10} \quad \overline{5} \quad \bullet \quad 1 \quad 32 \\
 \quad \quad 270 \quad 135 \quad 27 \quad \overline{432}
 \end{array}$$

Diagrama B

Más adelante redujeron los diagramas a esto:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 10 \quad + \quad 6 \\
 20 \quad \quad 200 \quad \quad 120 \quad \quad 320 \\
 + \\
 7 \quad \quad 70 \quad \quad 42 \quad \quad 112 \\
 \quad \quad 270 \quad + \quad 162 \quad \quad + \quad \overline{432}
 \end{array}$$

8. Materiales concretos - muletas o elementos de ayuda

Rara vez he visto que los niños continúen empleando los materiales concretos, los diagramas o las tablas de calcular hechos por ellos mismos, después de poder pensar los problemas y resolverlos mediante acciones mentales internalizadas. Puede que recurran a ellos para controlar sus soluciones o para explicar sus pensamientos a otras personas. En estos casos su comportamiento es similar al del matemático profesional que utiliza la regla de cálculo, la máquina de sumar, las tablas de logaritmos y de raíces cuadradas. Solamente el profesor torpe obligará al niño a realizar operaciones mentales demasiado temprano o demasiado tarde.

9. Geometría - ¿en qué orden?

El interés natural del niño de edad pre-escolar en hacer construcciones mediante bloques y otros objetos que tiene a su alcance, sugiere que la geometría comienza con la exploración de los sólidos. Gran parte de su construcción es simétrica –atestiguando una toma de conciencia intuitiva de forma y tamaño, de comparación y contraste. Manejando los objetos a ciegas, va tomando gradualmente conciencia de las características especiales de sus partes. La meta final es un examen de planos, líneas y puntos.

Para el estudio de polígonos son útiles tanto las bandas elásticas (gomitas) sobre geoplanos, como las construcciones con alambre y pajitas.

10. La matemática impregna todas las áreas del curriculum escolar

El estudio del arte y de la naturaleza, de la geografía, la lectura, y el trabajo en madera, tiene que estar constantemente integrado con el programa de matemática de la escuela primaria. Para los matemáticos y los niños pequeños, ellos

están naturalmente relacionados. El currículum escolar y su organización de horarios los ha separado artificial y destructivamente.

11. Descubrimiento de la periodicidad de los decimales

Los niños mayores (10 - 12 años de edad) se interesan por la conversión de las fracciones ordinarias a fracciones decimales y la distinción entre los decimales finitos y los decimales periódicos. Esto nuevamente despierta interés en el cálculo, maneja conceptos de números primos o primos relativos, lleva a un estudio de las reglas de divisibilidad de los números. $1/2 = 0,5$; $1/8 = 0,125$; $1/7 = 0,142857$; $2/7 = 0,285714$, por ejemplo, revelan interesantes contrastes. Decimales periódicos con largos ciclos a veces llevan al estudio de los números irracionales.

2. Reflexiones sobre reformas en la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos

La reforma de la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos en las décadas del 50 y del 60 fue sobre todo una reforma de contenidos. Este movimiento post-Sputnik fue dirigido por eminentes matemáticos e implementado por maestros sobresalientes. Sin esta prestigiosa asociación, los rudimentos de temas tales como: la teoría de los números, la geometría, el álgebra, la topología, la lógica y las funciones, no hubieran podido abrirse camino tan rápidamente en el programa de las escuelas primarias. Todos los libros de textos actuales reflejan este cambio de contenido. Esta expansión de las investigaciones matemáticas ciertamente representa un adelanto sobre el pasado. Sin embargo, esta reforma se queda corta en su máximo potencial debido a que no asume una pedagogía centralizada en el aprendizaje, fundamental para su éxito.

Originado por un análisis profesional de la matemática elemental desde un punto de vista avanzado, lo mejor de la reforma se concentra en clarificar la presentación de un tema, programado con la idea de que los niños lo vivieran como un descubrimiento y sustituyendo el lenguaje de los viejos libros de texto elementales por un lenguaje matemático más moderno y puro. Los innovadores, muchas veces alentados por sus propios logros, creyeron que estos nuevos programas serían adaptados universalmente para todos los niños.

En la práctica la reforma se quedó corta en muchas de sus metas. La preocupación por el lenguaje preciso tal como las distinciones entre número y numeral y equivalente e igual, fueron impuestas artificialmente. La insistencia en implantar el lenguaje de conjuntos, en el abuso de ciertas notaciones, la mención

de leyes conmutativas, asociativas y distributivas, muchas veces entorpecieron la confianza intuitiva para las matemáticas tanto en los maestros como en los alumnos.

La lección del libro de texto de matemática, aún cuando estaba ilustrada con material estructural concreto, estaba muy lejos del mundo del niño. Pocos autores se arriesgaron con preguntas abiertas. No confiaron ni en el maestro ni en el niño para que proyectara sus propias experiencias en base a unas pocas instrucciones bien planteadas. Muchos maestros primarios que anteriormente habían utilizado los objetos de uso diario y el juego de los niños para la enseñanza del cálculo, dejaron estas actividades por temor a distorsionar las “nuevas matemáticas”. De ahí que la enseñanza de las matemáticas se ciñera más que antes a horarios y recursos especiales.

Estamos en los principios de una segunda revolución en la enseñanza de las matemáticas, que implica una aproximación basada en la experiencia. Combina la herencia pedagógica de Froebel, Montessori y Dewey con las teorías de aprendizaje de Piaget y Bruner y adquirió prestigio con los logros obtenidos en su aplicación en las escuelas primarias inglesas.

Este cambio supone que el niño aprende mejor a través de todos sus sentidos y a través de sus propias experiencias. Por lo tanto, el maestro se transforma principalmente en el creador del medio y en un aula, consultor y evaluador del aprendizaje del niño; y ya no es más la fuente principal de todo conocimiento. Los chicos se sienten alentados para trabajar juntos en pequeños grupos, interactuando activamente, realizando experiencias muchas veces elegidas por ellos mismos. Cada aula se transforma en un laboratorio con materiales, herramientas, materiales concretos estructurados, una variedad de textos de matemáticas, archivos con guías de trabajo o problemas organizados por temas. Los niños se encuentran simultáneamente ocupados en una variada gama de actividades que abarcan varios temas, explorándolos de acuerdo con sus posibilidades individuales. Las actividades podrían ocupar todo un día de clase. Otras áreas de conocimiento, ciencias, arte, geografía y el estudio del idioma nativo, están interrelacionadas con el aprendizaje de las matemáticas y muchas veces se superponen.

La práctica de las habilidades se ofrece sistemáticamente cuando es necesario, pero la mayoría de las veces individualmente o en pequeños grupos. Los niños enseñan a sus compañeros y las habilidades se desarrollan si es posible a través de juegos.

Los exámenes y los tests se utilizan principalmente con propósitos de diagnóstico y no para detectar las fallas de un niño. Únicamente los maestros fallan.

Donde se ha realizado este cambio pedagógico el resultado ha sido que las matemáticas se han transformado en la actividad favorita de la escuela primaria, y los maestros han sido captados por el mismo espíritu aventurero de los niños. Se reúnen voluntariamente en sesiones de taller donde se enseñan unos a otros e intercambian anécdotas y ejemplos recogidos en el aula y en el trabajo de sus niños. Nuevamente están siendo involucrados los mejores matemáticos profesionales pero esta vez más como aprendices de las formas del pensamiento del niño, que como personas de consulta en su especialidad.

Yo hubiera deseado que en los Estados Unidos la Revolución en el contenido y en el proceso hubiera ocurrido simultáneamente ya que uno necesita del otro. Mientras que el primero dependía demasiado de la lógica matemática, de gráficos de alcance y de secuencia y muy poco de la psicología infantil, al último le vendrían bien algunos lineamientos matemáticos que le permitieran explorar un tema en profundidad y tener un panorama de lo que es un programa bien organizado.

Las editoriales ya compiten en el mercado escolar con los materiales concretos y las secuencias de tarjetas (en lugar de los libros de texto). Una gran cantidad de material atractivo, de alto precio y de calidad desaparece, existe ya, lo que es una tentación para el maestro y para el alumno, a quienes se desea satisfacer con presuntos problemas del medio, en lugar de alentarlos a inventar sus propios problemas. La participación local activa en el desarrollo de un currículum tiende a desaparecer en este frenesí comercial. Los mejores logros en la educación están involucrados en la formulación de tareas de aprendizaje organizadas conjuntamente por maestros y alumnos, ya que en este proceso se enseñan unos a otros y se autocorrijen. Sólo el tiempo nos dirá si existe equilibrio entre uno y otro.

3. Nuevas alianzas educativas para la escuela primaria

Cada uno de los que nos hallamos reunidos aquí tenemos la fortuna de haber adquirido algún prestigio profesional o de haber ejercido alguna función directiva en nuestro respectivo país. Todos hemos dejado muy atrás nuestra niñez, sin embargo el motivo que nos define es la preocupación por el futuro de la educación de los niños de las Américas. Aunque el tema principal de esta conferencia es la educación matemática, debemos coincidir en que sólo puede florecer donde exista un número suficiente de buenas escuelas, maestros bien entrenados y niños bien alimentados y sanos. Ninguno de nuestros países, incluyendo el mío, ha logrado aún esa condición básica. De ahí que la tarea que tenemos por delante es difícil y requiere un ataque simultáneo desde distintos frentes.

Mientras edificamos suficiente número de escuelas, debemos reclutar y preparar a los jóvenes mejor dotados, para que enseñen en ellas. Mientras preparamos los maestros, debemos revitalizar las instituciones para la formación de docentes, debemos hacer a toda la población más consciente de su educación para que de ese modo los gobiernos tanto a nivel nacional como a nivel local, consideren como de más urgente prioridad el problema de la calidad de la educación masiva.

Este trabajo parece abrumador con los medios y poder humano existentes, cuando cada una de esas necesidades se ve por separado y cuando se aplican las antiguas definiciones de maestro, escuela, preparación de docentes y curriculum.

Hay un modelo de educación innato en nuestras culturas pero que no es característico de nuestras escuelas. Es el sistema de aprendizaje aplicado tanto al hijo del pescador como al médico interno del hospital. Todos sabemos cómo se aplica en las artesanías, en las ciencias o en los negocios.

Los cocineros necesitan sus cocinas, los físicos sus laboratorios, los agricultores sus campos, los artesanos sus talleres; cada uno tiene sus respectivas herramientas y sus materiales. Ellos aprenden las técnicas y simultáneamente resuelven los problemas en sus respectivas especialidades guiados por sus maestros. Detrás de cada torta exitosamente horneada, de cada Premio Nobel recibido, de cada semilla germinada, de cada puente sólidamente construido y de cada vaso magníficamente tallado, se esconden incontables esfuerzos que fallaron y energías útiles empleadas durante largos periodos de tiempo en un esfuerzo por lograr mejorar aunque no se alcance la perfección.

Nuestras escuelas se asemejan demasiado al impersonal trabajo en serie de una fábrica y muchos niños fracasan porque lo que se les ofrece no es adecuado para ellos, por ser muy pobre o poco estimulante. Muchas veces la rica cultura de nuestras sociedades se ha mantenido fuera del aula de la escuela primaria.

Para tener éxito en la educación de nuestros niños en el área de la matemática tanto como en otras áreas debemos volver a pensar en los conceptos de maestro, escuela, programa, formación docente, recursos comunitarios y necesidades de los alumnos.

La definición de maestro debe cambiar

Si creemos que el niño aprende mejor haciendo matemática, resolviendo problemas del mundo real, entonces debemos utilizar las destrezas matemáticas que proporciona el mundo de trabajo que rodea cada escuela. El comerciante con sus balanzas, el carpintero con su cinta y su escuadra, la enfermera con su

termómetro y con su tabla de tallas y pesos, todos son maestros en potencia de los jóvenes. Ellos deben ser un recurso tanto de los maestros como de los alumnos, para aprender. De la misma manera no debemos subestimar la matemática intuitiva empleada por la madre que cose, cocina o hace las compras en el mercado, o el padre que cultiva la tierra, sale a pescar, trabaja en la fábrica o es zapatero.

Al reconocer primero y al organizar luego estos recursos de la comunidad, comenzamos a tender un puente entre el aprendizaje académico y el mundo cotidiano, a dar un sentido de dignidad tanto al niño como a sus padres, a llevar nuevos conocimientos tanto al aula como al hogar.

Los niños mayores son muchas veces los mejores maestros de los más pequeños. Este intercambio de enseñanzas entre los niños de distintas edades ha tenido mucho éxito en los Estados Unidos, cada vez que ha sido ensayado resultó beneficioso tanto para el niño mayor como para el más pequeño. De esta manera al involucrar a la comunidad y al utilizar a los niños mayores como tutores o asistentes de los menores, la enseñanza individual o en pequeños grupos puede transformarse en una realidad.

El lugar destinado a la enseñanza del niño debe ser reconsiderado

La congestión de un aula típica es asfixiante para el aprendizaje cuando no se alterna con otros lugares de trabajo. Esto es cierto en todas las áreas de aprendizaje pero más aún en la matemática que tiene que ver con el espacio, la forma, el tamaño, la medida, el movimiento y la topología. Los niños que realizan frecuentes viajes a los alrededores vuelven más observadores de su propio medio familiar, recogen datos, observan esquemas, hacen mapas, miden distancias y velocidades, aportan colecciones de objetos naturales o hechos por el hombre. El patio del colegio es a menudo un lugar de instrucción ideal, el piso constituye la más grande de las superficies para hacer gráficos, para medir áreas, para organizar juegos estructurados o para estudiar sombras.

Se debe estudiar qué es lo que se debe aprender y cómo se lo aprende

Si al extender las oportunidades educativas a todos nuestros niños, continuamos usando como medida de lo que deberíamos aprender, un programa uniforme, predeterminado y establecido (aunque no necesariamente adecuado) para una élite económica, fracasaremos. En ese caso necesitaremos continuar aprendiendo mecánicamente, obligados por el temor a un fracaso en el examen y de esta manera condenaremos a la gran mayoría de los niños a transformarse en otra generación de ciudadanos pobremente educados y pobremente empleados.

Los niños cuya autoimagen es ya pobre, para cuyas familias las escuelas son una experiencia extraña, necesitan que se les construya un programa que gire alrededor del ciclo de su propia vida. Respuestas a preguntas tan elementales como: ¿quién soy yo?, ¿de dónde vine?, ¿cómo llegué aquí?, ¿quién está aquí conmigo?, ¿qué podemos hacer juntos? ¿qué nos rodea?; sugieren una forma orgánica de aproximación a la educación adaptable a cualquier lugar. Hay cientos de temas matemáticos implicados en estas simples preguntas.

La primera pregunta, ¿quién soy yo? conduce al niño a recopilar datos personales: edad, altura, peso, impresiones digitales, talle, medidas de fuerza, resistencia o velocidad. También cuántos miembros tiene su familia, cuál es el orden de nacimiento, para dar algunos ejemplos más.

La pregunta “¿qué podemos hacer juntos?” sugiere que los niños jueguen usando clasificaciones y agrupamientos. Si agrupamos a los niños en grupos de a dos, de a tres o de a “n”, ¿sobrará alguno? Treinta niños, cada uno moviendo sus 10 dedos puede ser un buen modelo para 300 unidades. Treinta niños, cada uno con sus dos manos entrelazadas, transforman las 300 unidades en 30 decenas. ¿Cuántas manos entrelazadas se pueden obtener con $7 + 9$ dedos en movimiento.

No sugerimos aquí que se eliminen los libros de texto, sin embargo no se deben considerar como el principal soporte del programa. Las series escritas en regiones donde se aplica el Programa Africano de Ciencia para la Escuela Primaria, y en particular el panfleto “Nosotros, las Actividades y los Experimentos”⁶, son algunos de los mejores modelos para el desarrollo de cuadernillos de interés local sobre matemáticas para áreas rurales.

Si aceptamos que los programas para aprendices son eficaces en los oficios, las profesiones, la granja y los negocios, entonces debemos volver a introducir su pedagogía en las escuelas y preparar a los maestros para que puedan apreciar este tipo de aprendizaje que requiere simultáneamente el trabajo de la mente y de las manos.

En las zonas en que existen niños desnutridos, la preparación de alimentos y la alimentación misma deben formar parte del currículum. Esto proporciona muchos conocimientos matemáticos. No podemos eludir esas responsabilidades. La costura, el bordado, el hilado, además de su valor utilitario y artístico, constituyen experiencias en matemática aplicada.

⁶ Este folleto puede adquirirse a través del Education Development Center, Newton, Massachusetts.

Nuevos caminos hacen falta para preparar maestros primarios

Para lograr una preparación de maestros que responde a las necesidades de la nueva escuela, es necesario que los centros regionales de formación de maestros cuenten, entre su personal, con pedagogos en combinación con artesanos, artistas, ingenieros y representantes no especializados de la comunidad. El centro debe estar provisto de talleres, cocinas, laboratorios, estudios; cada uno con un especialista para ayudar al maestro residente de manera que este pueda aprender nuevas habilidades.

Las discusiones y análisis de la aplicación de estos conocimientos para mejorar la vida comunitaria sirven naturalmente en dichos centros. Se pueden ofrecer cursos sobre nuevos métodos de enseñanza y nuevo contenido a grupos de maestros de una misma localidad. Cada uno de ellos establecerá luego su propio minicentro de entrenamiento dentro de su comunidad.

Estos centros podrían aún cruzar los límites nacionales en las regiones menos pobladas –dirigiéndose en particular a las necesidades y recursos de lugares similares por sus características geográficas– altiplano, costa, zonas agrícolas, etc. El personal de distintas instituciones de formación docente también podría servir como personal residente allí, conociendo nuevos colegas de los que tomarían nuevas ideas que ellos luego llevarían a sus propias instituciones.

Se deben construir nuevos “puentes” que vinculen las facultades de nuestras universidades y las escuelas primarias

Los profesores de matemática, ciencias y demás campos de las universidades deben ser estimulados cada vez más para que se sientan activamente comprometidos en la actividad escolar de los niños más pequeños. En los Estados Unidos, prestigiosos matemáticos tales como los profesores Pedro Hilton, Andres Gleason, Pablo Rosenbloom y Hassler Whitney de Cornell, Harvard, Columbia y Princeton respectivamente y muchos otros, han dedicado voluntariamente gran parte de su tiempo para enseñar a los niños de la escuela primaria, y han ofrecido también mucho apoyo y aliento a los profesores por medio de su actuación.

Este vínculo debe afianzarse y en nuestro país son los matemáticos quienes han abierto el camino en este sentido.

Unidades móviles, laboratorios de ciencias y de matemática instalados en omnibus u otros vehículos rodantes pueden ir a distintos barrios o al patio de la escuela y permanecer allí una semana o más. Durante el horario escolar pueden estar al servicio de los niños; luego estarían disponibles para los maestros y adultos.

Estas serían mini-aulas para mostrar nuevos materiales y al mismo tiempo talleres para construir medios auxiliares con los materiales propios del lugar. *Estudiantes del nivel post-secundario podrían contribuir con un año de servicio en el campo como “cuerpo docente”*. Los jóvenes que van a ser profesionales pueden ser estimulados para ofrecer de seis meses a un año de trabajo en zonas alejadas para reforzar así lo que la escuela puede ofrecer. En los Estados Unidos se han organizado bajo la denominación de “Volunteers in Service to America” (servicio de voluntarios de América). A nivel local equivale al “Peace Corps”. Estos jóvenes se transforman en recurso humano de las comunidades, aprenden sobre otras culturas dentro de su propio país, pueden formar parte del personal de las unidades móviles, reemplazar a los maestros para que asistan a cursos de perfeccionamiento y aprendan de una manera realista que aun existen muchos problemas sociales y económicos por resolver.

Terminaré esta presentación mostrando la forma como mis colegas y yo hemos tratado de llevar a cabo algunos de estos propósitos en Filadelfia. Creamos un nuevo tipo de escuela urbana como parte de un sistema de escuelas públicas. Estamos ahora en el tercer año y nuestro ejemplo ha alentado a otros en los Estados Unidos y también en el exterior.

Me gusta referirme a nuestra escuela como “Womb to tomb school” ya que es una combinación de escuela de comunidad vecinal principalmente para niños desde la edad de tres semanas hasta 14 años con una acentuada componente de educación para maestros, para profesionales y padres. Esta escuela comunitaria está compuesta de seis unidades interrelacionadas:

- a. Futuras madres de 12 a 14 años de edad o madres que reciben educación académica y enseñanza sobre el cuidado de los niños en forma simultánea.
- b. Una guardería para sus bebés y los de otras madres que trabajan.
- c. Un jardín de infantes para niños de 3 a 4 años de edad.
- d. Una escuela elemental para niños de 5 a 12 años de edad.
- e. Un centro voluntario para padres y maestros para estudio independiente y cursos organizados para padres de la localidad y para maestros de otras escuelas de la ciudad. Este es un centro vespertino.
- f. Un internado riguroso con programas de trabajo y estudio para alumnos secundarios, post-secundarios y universitarios que pasan un año de perfeccionamiento con nosotros y que es reconocido por parte de las instituciones a que pertenecen.

La vida interna se desarrolla como en un pequeño pueblo y aunque maestros profesionales están a cargo del aprendizaje de los niños, padres, personal en

perfeccionamiento, voluntarios y niños mayores, también imparten enseñanza. Todos aprenden; unos de otros, y las edades en los grupos están mezcladas deliberadamente, con diferencias que oscilan entre dos y tres años.

Se hace énfasis en la combinación de aprendizaje académico con juegos y experiencias de trabajo. Todo lo concerniente a refacciones del edificio, construcciones en el patio, moblaje y material auxiliar de enseñanza son confeccionados en su mayoría por la gente de la comunidad, como una parte de su educación. Los padres cocinan para sus hijos, estos también cocinan y cosen. Gran parte del aprendizaje de la matemática se realiza mientras los niños trabajan con las manos. Miles de maestros se preocupan para que esto sea utilizado en los periodos de aprendizaje más formales. En un momento dado, un grupo de niños de 8 a 9 años de edad estará estudiando álgebra, otro geometría euclidiana, otro funciones. Se adquiere experiencia matemática recogiendo manzanas en una huerta o vendiéndolas en la comunidad, haciendo dulce, sidra, torta de manzanas y otros manjares.

La mayoría de los niños provienen de familias de muy bajo nivel económico. La escuela se encuentra situada en un barrio pobre en el corazón de la ciudad, pero el espíritu de su vida interna, y el éxito académico de sus niños, es tan contagioso que existe una larga lista de postulantes pertenecientes a familias de la clase media alta que desean que sus niños ingresen a ella.

No sólo los niños tienen éxito, sino también sus maestros y sus padres. Los adultos trabajan durante largas horas pero sienten que están aprendiendo continuamente. Los establecimientos de capacitación docente y los intelectuales de la comunidad nos están observando como un modelo para el cambio escolar. Nuestros niños pasan la mayor parte del tiempo aprendiendo libremente en la ciudad. Nosotros hemos redefinido lo que es un maestro, hemos ampliado el espacio físico donde se aprende, hemos roto las barreras entre el aprendizaje escolar, el trabajo y el juego. Nos sentimos gratificados al ver que muchos jóvenes adultos con talento, que nunca pensaron en ser maestros primarios, vienen a nuestro establecimiento a aprender. Ellos aprecian lo intelectualmente estimulante y emocionalmente reparador que puede ser una escuela para niños.

Una escuela como ésta no cuesta más que una típica escuela americana. El entrenamiento de maestros es más económico que el usual. Al combinar la educación de los niños, la educación de los maestros y un rico programa de educación para el adulto, el maestro primario ya no se siente solo y en el peldaño más bajo de la escala profesional.

Un reciente estudio comprensivo de la UNESCO, dirigido por Edgardo Faure de Francia, sobre futuras necesidades educativas en todo el mundo, parece

apoyar la clase de modelo educativo presentado aquí. De acuerdo al *New York Times*, en su edición del 10 de octubre último, la comisión apoyo la noción de hacer que la educación en todos los niveles sea más accesible, mucho menos estructurada y menos dependiente de los exámenes formales, de los grados y aun de los edificios escolares, y está más íntimamente ligada a los intereses propios del alumno y a los sucesos del mundo “real” más allá del “aula”.

El lenguaje de la matemática es universalmente comprensible para todas las personas. No necesita “intérprete” entre las distintas culturas. Sin embargo, la enseñanza de la matemática es de una naturaleza distinta: en su grado más alto, la educación de la misma es altamente específica e integral de acuerdo con los recursos y las necesidades de un lugar en particular. Se debe transferir de una sociedad a otra poniendo el mayor cuidado y la mayor reflexión –pero siempre teniendo presente el amor hacia los niños.

He presentado aquí las experiencias de una maestra que ha adaptado la enseñanza de la matemática a los niños de acuerdo con las necesidades locales. Espero haber estimulado en otros el deseo de hacer lo mismo en sus respectivos medios.