

# Considerações sôbre o ensino atual da matemática<sup>1</sup>

**Ubiratan D'Ambrosio**

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras<sup>2</sup>

Universidade de Campinas, S.P.

Brasil

## **Resumen<sup>3</sup>**

Se plantea la necesidad de hacer cambios en los programas de Matemática que tomen en cuenta el estado actual de la ciencia y las investigaciones acerca del que, cuando, a quién y por qué enseñar matemática. Esto demanda la incorporación de matemáticos, docentes, investigadores, técnicos y psicólogos.

Sugiere que los programas de estudio fomenten gradualmente la abstracción, incluyan valores formativos e informativos, enfatizando los primeros, y proporciona ideas prácticas acerca del desarrollo de los contenidos en los distintos años de la educación secundaria.

## **Palabras clave**

Enseñanza de la matemática, cambios curriculares, valores.

## **Abstract**

This paper raises the need for change in Mathematics programs that take into account the current state of science and research about what, when, to whom and why to teach Mathematics. This requires the incorporation of mathematicians, teachers, researchers, technicians and psychologists. It is suggested that the curriculum gradually promote abstraction, including formative and informative values, emphasizing the former, and provides practical ideas about the development of content across years of Secondary Education.

## **Key words**

Mathematics Instruction, Curriculum changes, Values.

---

<sup>1</sup> *Anais do 2º Congresso Nacional de Ensino da Matemática*. Porto Alegre, RS – julho de 1957, pp. 373-378.

<sup>2</sup> Se guarda la referencia institucional del autor en el momento de la publicación de este trabajo por primera vez.

<sup>3</sup> El resumen, las palabras clave, el abstract y las key words fueron agregados por los editores.

A inadequação dos atuais programas de Matemática aos verdadeiros objetivos da escola secundária é conseqüência não só da má distribuição da matéria, mas principalmente do espírito anacrônico que os rege. Uma redistribuição da matéria atualmente ensinada, poderia melhorar, mas estaria bastante afastada da situação que julgaríamos boa.

Talvez a causa primeira dêste estado de coisas esteja no fato de serem os programas ditados exclusivamente pela experiência. Uma estruturação do ensino da Matemática deve ser precedida de estudos cuidadosos, tendo presente o estado atual da ciência, no tocante ao seu desenvolvimento e às aplicações. E o elemento a quem se dirige o ensino deve ser levado em muita consideração. Investigações nesse sentido devem ter em vista: o que ensinar, quando ensinar, a quem ensinar, como ensinar e porque ensinar.

Naturalmente, um esquema razoável só poderia ser atingido com a cooperação de matemáticos, professores, técnicos e psicólogos, e uma reunião assim talvez nunca se tenha realizado.

Numa primeira tentativa, poderíamos agrupar os estudos em torno dos itens seguintes:

1. Os valores formativo e informativo da matemática estão relegados a plano inferior, principalmente o primeiro. A repetição de fórmulas e de processos mecânicos de cálculo tem efeito entorpecente no raciocínio do aluno. Levam-no à condição de máquina, sendo então deturpado o caráter formativo da Matemática, tão exaltado nas Instruções ministeriais. Além do mais, grande parte da Matemática ensinada no curso secundário é absolutamente inútil, quer pela sua pouca aplicação, quer pelo efeito negativo que produz no aluno, criando verdadeira aversão à matéria. No entanto, aspectos realmente importantes da Matemática, como caráter estrutural que a domina, sua relação com a cultura de um povo, suas origens, nem são referidos. Em suma, o aluno deixa a escola secundária sem ter idéia do que é, para que serve, qual a força da Matemática. Ao contrário, vê a Matemática como uma ciência estéril, maçante e, principalmente, inútil. Vem corroborar esta afirmativa o número reduzido de alunos que, terminando a escola secundária, abraçam o estudo da Matemática, que sabemos ser, em realidade, fascinante.
2. A aquisição gradativa do poder de abstração é inexistente, como também o estímulo à capacidade criadora. Nem sequer idéia do que seja abstração tem o aluno, falta-lhe coragem para criar e conseqüentemente haverá o ressentimento em qualquer ramo que concentre sua atividade futura. Dificilmente a confiança em suas capacidades será restaurada, enquanto normalmente a criança tem imaginação bem desenvolvida.

3. Praticamente, não há relação entre o ensino médio e o superior. O aluno ingressa numa Faculdade com espírito completamente inadequado, e com a matéria que lhe serviria de instrumento mal fundamentada, e conseqüentemente inútil.

Talvez o maior dos entraves a uma elaboração mais racional e atual do ensino da matemática seja o de nos apegarmos em demasia aos esquemas tradicionais. Aliás, parecemos não haver outra justificativa, além da tradição, para a estrutura atual do ensino. As aquisições mais recentes da Matemática moderna e da psicologia não são consideradas no panorama geral do ensino. Entre a Matemática como ela é estruturada atualmente e como é ensinada em escolas médias há diferença de séculos, quando não de milênios. Conseqüência direta disto é a falta de unidade que o aluno nota na matéria. A falta do estudo das transformações e figuras evidencia a falta de preocupação nesse sentido.

A posição da Matemática entre as demais matérias, e conseqüentemente sua situação no desenvolvimento geral da humanidade é também desprezada. O exemplo mais marcante disto é a elaboração do programa do curso clássico, obtido dos correspondentes do curso científico pela supressão de alguns itens em negrito. A inclusão de um resumo histórico-crítico do desenvolvimento da Matemática é indispensável, tanto no curso clássico como no científico, mas no primeiro deveria dominar grande parte do programa. Aliás, êste só atingiria seus reais objetivos se fosse estruturado segundo o desenvolvimento cronológico-cultural da Matemática.

Uma reestruturação do atual ensino, em suas bases gerais, é tarefa para muito tempo, após minuciosos estudos. Uma mudança de títulos de uma para outra série, como têm sido feitas nossas reformas, é praticamente inútil.

No entanto, poderíamos tentar um melhor aproveitamento dos atuais programas. Nesse sentido, apresentaremos algumas diretrizes que talvez pudessem fazer com que se atingissem resultados mais positivos, levando em consideração o exposto acima.

Na primeira série ginásial, poderia ser introduzida a álgebra pelas equações, espontaneamente. Uma das finalidades da resolução de problemas por aritmética é impedir a mecanização e forçar o raciocínio. Ora, a resolução de problemas com métodos algébricos é muito simples, mais intuitiva mais natural e até certo ponto mais concreta, e pode ser perfeitamente realizada de modo a não impedir a mecanização. Bastaria, para isto, forçar a inversão das operações. Teríamos ao mesmo tempo alcançado o espírito da álgebra moderna. Problemas que despertem a atenção e interesse do aluno são convenientes neste início do ginásio. Poderiam ser aproveitados os jogos, passatempos e curiosidades matemáticas. Dêstes, se enquadra perfeitamente no esquema o seguinte:

**A** pensa um número inferior a 10, **B** diz um número inferior a 10, **C** ordena uma ou várias operações a serem feitas por **A** com o número pensado e o número dito por **B**. **A** apresenta o resultado e **D** deve achar o número pensado por **A**. Daí, são os alunos conduzidos naturalmente à inversão de operações, e posteriormente a equações simples.

Ainda nesta série pode-se evidenciar o verdadeiro sentido de nosso sistema de numeração, posicional. A decomposição de um número, em unidades, dezenas etc., e a introdução de potências de 10 conduz facilmente à noção de polinômio de uma variável, além de abrir possibilidades de outros sistemas de numeração. Ao mesmo tempo, os algoritmos das quatro operações seriam justificados e poderiam ser facilmente estendidos a polinômios, aqui ou mesmo na série seguinte. Com isto seria realçada a unidade da Matemática, também.

Na decomposição de um número em fatores primos, seria preparado o caminho para a fatoração algébrica, de tão difícil assimilação, e na maioria das vezes mecanizada sem que o aluno perceba a razão de sua importância. Aqui, deve ser dada especial atenção ao cancelamento de fatores. A tendência do aluno é cancelar parcelas no numerador e denominador. Talvez o caráter dinâmico das operações pudesse evitar este mal. Do mesmo modo, o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum, feitos mediante a decomposição em fatores, poderiam ser aproveitados para os correspondentes algébricos. O estudo das áreas e volumes pode se resumir a um mínimo de fórmulas, fazendo com que o aluno se reporte sempre àquelas. Por exemplo, calcular a área do triângulo como metade da de um paralelogramo, volume da pirâmide e do cone como um terço do volume do prisma e do cilindro. Neste ponto, no plano poderíamos, principalmente na área do trapézio, forçar um esboço da igualdade de triângulos, naturalmente intuitiva e experimental. No espaço, os volumes do cone, da pirâmide e da esfera poderiam ser relacionados, com vasilhas cheias de água, com os do cilindro e do prisma. A relação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, estabelecida experimentalmente, por um pedaço de barbante, embora com bastante erro tem certamente maior valor formativo que o 3,1416 imposto pelo professor.

Na segunda série, forçar o aluno a avaliar o resultado de uma raiz quadrada ou cúbica e mesmo de índices superiores tem muita importância, talvez tanto ou mais que o cálculo com a aproximação requerida (geralmente um erro na colocação da vírgula é despercebido). Estaria se desenvolvendo, principalmente, o espírito crítico do aluno. Na álgebra, a resolução de equações poderia ser feita passo a passo, e não mecânicamente, “passando tudo que é  $x$  para cá, o que não é  $x$  para lá.” A transposição de termos só seria usada quando descoberta pelos alunos. Os exercícios mais complicados seriam evitados. A resolução de sistemas simples de 2 equações com 2 incógnitas pode ser estendida a 3 ou

mais equações com igual número de incógnitas. A distinção entre uma equação e uma identidade é essencial nesse estágio. O uso de coeficientes literais poderia ser evitado.

Na terceira série, uma revisão da álgebra da série anterior, com casos pouco mais complicados, introduzindo possivelmente discussões nas equações. Na geometria talvez fôs-se possível, abrandando o pretensão rigor, dar maior incentivo à imaginação do aluno, procurando aproveitar suas aptidões e experiências.

Na quarta série seria feita nova revisão da álgebra, intensificando as discussões. A equação do 2º grau, resolvida sem o uso de fórmulas é conveniente, e esta seria deduzida como exercício, pelo próprio aluno. Notemos que é a primeira fórmula essencialmente algébrica (na sua finalidade, ao menos) com que se defronta o aluno. Aliás, o quarto ano atualmente tem como preocupação essencial, parecidos, envolver o aluno em uma enormidade de fórmulas. Da equação do 2º grau pode-se passar, proveitosamente, às equações de grau superior (3º, 4º, 5º, etc.) que se reduzem ao 2º. Seria evidenciado o teorema fundamental da álgebra, sendo o aluno ensinado a incluir as raízes imaginárias e múltiplas (mencionando o grau de multiplicidade), a introdução de desigualdades poderia ser feita, e o estudo do trinômio do 2º grau serviria apenas para ilustrar o conceito de função. Seriam apresentadas outras funções, possivelmente as que encontram aplicações imediatas (juros, velocidade) e seria feito uso de gráficos em larga escala. O estudo do trinômio seria essencialmente gráfico. Aqui, uma noção dos métodos estatísticos seria muito conveniente.

O estudo da geometria métrica giraria em torno do teorema de Pitágoras, sempre que possível. A decoração da profusão de fórmulas que aparecem no quarto ano é absolutamente desprovida de sentido. O estudo das cevianas seria feito quase que exclusivamente com a relação de Stewart, evitando a decoração inútil das fórmulas das medianas e das bissetrizes.

As relações métricas no círculo seriam aplicação da semelhança de triângulos, e posteriormente, as demonstrações surgiriam como simples exercícios literais.

Precedendo o estudo de áreas e de equivalência (e aqui seria muito útil introduzir o conceito de relações de equivalência e classes de equivalências, principalmente aplicado aos números racionais), seria feita uma revisão rápida do sistema métrico decimal, evidenciando a arbitrariedade na escolha das unidades, e procurando introduzir o conceito de dimensão e possivelmente de análise dimensional, que teria tanta aplicação em física.

O comprimento da circunferência e a área do círculo serviriam de motivação introdução os números irracionais, e então um apanhado dos diversos campos de números, evidenciando seu desenvolvimento histórico, bem como uma

síntese da história da Matemática, mostrando que suas ampliações geralmente atenderam a necessidades, seriam bem convenientes, e de grande alcance do ponto de vista cultural. As propriedades dos números, realçando suas diversas estruturas (grupos, corpos, anéis, naturalmente sem mencioná-las), e mostrando que as diversas ampliações trazem novas propriedades poderiam ser dadas, e mesmo poderiam ser apresentados outros sistemas, além dos números, que gozam destas propriedades, (principalmente, as transformações no plano).

O esquema apresentado tem sido posto em prática pelo autor, embora fragmentariamente e sem a continuidade necessária. Sua elaboração obedeceu às modernas correntes da pedagogia da Matemática, ligadas à psicologia e o desenvolvimento atual da Matemática, principalmente nos seus fundamentos. Embora falho e incompleto em muitos pontos, o presente trabalho representa uma tentativa que somada a tantas outras já efetivadas e que por ventura venham a ser concretizadas, talvez produza resultados satisfatórios.

### **Conclusões aprovadas em plenário**

Recomendam-se a este Congresso os seguintes princípios:

- a) — Que os programas levem em conta os valores formativo e informativo de cada assunto, com predominância do primeiro;
- b) — Que os programas permitam a aquisição gradual da abstração;
- c) — Que no estudo das propriedades dos números e dos polinômios sejam evidenciadas as propriedades que mais tarde facilitarão a compreensão das estruturas gerais da álgebra, como sejam as de grupo, anel e corpo.