

En matemáticas... ¿qué nos dejaron las reformas de fin del siglo XX?¹

Alicia Ávila

Universidad Pedagógica Nacional

México

aliavi@prodigy.net.mx

Resumen²

Se analizan las implicaciones de las dos grandes reformas en la educación matemática realizadas durante la segunda mitad del siglo XX. También se propone la consideración de algunas cuestiones específicas a incluir en la formación continua de los profesores.

Palabras clave

Educación Matemática, reformas educativas, matemática moderna, enseñanza a través de resolución de problemas.

Abstract

The implications of the two major reforms in Mathematics Education conducted during the second half of the Twentieth Century are analyzed. Some specific issues are proposed to be consider in the preparation of in-service teachers.

Key words

Mathematics Education, Educational Reforms, Modern Mathematics, Problem-solving Education.

1. Introducción

En México, al igual que en muchos otros países de América Latina y, en general, del mundo occidental, se vivieron dos grandes reformas a la educación matemática en las últimas décadas del siglo XX. Estas reformas, de grandes dimensiones, pretendieron, cada una en su momento, modificar radicalmente

¹ Este artículo corresponde a la conferencia dictada por la autora en la XII CIAEM, celebrada en Querétaro, México en julio del 2007. Buena parte de los argumentos aquí desarrollados fueron tomados de Avila (2004) y Avila (2006).

² El resumen, las palabras clave, el abstract y las key words fueron agregados por los editores.

la enseñanza de las matemáticas que tenía lugar en las escuelas. Algunos países alcanzaron logros a la luz de estas reformas; otros, en cambio, consiguieron muy escaso progreso. Sin embargo, estas reformas dejaron su huella: ¿de qué naturaleza y qué tan profunda es esa huella? Abordaré este tema considerando el caso de la educación básica primaria mexicana.

2. La matemática moderna en las escuelas

Los programas y documentos oficiales que orientaban la enseñanza de las matemáticas en los años sesenta del siglo pasado tenían en la base al sensual-empirismo. *Grosso modo*, la actividad matemática sugerida en programas y libros de texto consistía en mostrar, ejemplificar, ejercitar y aplicar los conceptos. Tales ideas parecían ajustar perfectamente con las de los profesores, probablemente también satisfacían las expectativas de los padres de familia. Pero al iniciar los años setenta se asumió una postura internacional consistente en considerar que la enseñanza vigente no conducía sino al verbalismo hueco y a la repetición memorística de ideas. Era una exageración y una simplificación de la realidad educativa, pero fue bajo tal creencia que la “matemática moderna” entró a los salones de clase. Dicha matemática pretendió desplazar la forma de pensar la enseñanza de esta disciplina instalada en las escuelas. Buscó sustituir el contacto con la matemática utilitaria y sus formas ostensivas, por la vinculación con la “verdadera matemática”; fueron dos las vías del intento: la inclusión de nuevos contenidos y el aprendizaje por descubrimiento. Para concretar tales ideas, muchos trozos de los libros del alumno presentaban situaciones problemáticas acompañadas de espirales interrogativas que desembocaban en la formulación del concepto previsto en la lección. Los reformadores se orientaban por una noción cercana a la mayéutica socrática, según la cual, planteándoles las preguntas adecuadas, los alumnos descubrirían sobre la base de sus propios recursos intelectuales los conceptos que interesaba comunicar.

La incorporación de tales ideas no fue uniforme en la práctica, tal vez tampoco relevante. Es cierto que en virtud de las innovaciones promovidas, se enseñaron nuevos contenidos matemáticos: las propiedades de las operaciones aritméticas, los números enteros, la suma sobre la recta numérica o la idea de variación proporcional que venía a sustituir a la tradicional regla de tres. Pero a la vez permanecían las fracciones propias y las impropias, la historia de las unidades de medida, el interés por la regla de tres e incluso la raíz cuadrada, temas todos que habían sido eliminados (o minimizados) en los nuevos programas oficiales. Es decir que una vez que los profesores hicieron su parte en la transposición didáctica, se yuxtapusieron nuevos y viejos contenidos de sa-

ber y se eliminaron otros que sobresalían como novedad; fue frecuente que se seleccionaran los “ligados a la vida real”. El criterio de selección era precisamente el que la “nueva matemática” buscaba trascender. Pero los profesores lo mantuvieron.

En cuanto a la forma de hacer aprender los conocimientos, hubo quien, ignorando la propuesta, conservó la ostensión³ como estrategia de enseñanza, así como la idea de que los niños aprenden si se les explica bien; también hubo quien, en coincidencia con las sugerencias oficiales, articuló la actividad bajo la intención de que los niños descubrieran los conceptos utilizando la mayéutica. El interés de quienes la aplicaban era que los niños razonaran. Quizá el razonamiento como objetivo del proceso educativo no derivó de las nuevas formas de enseñanza introducidas. Tradicionalmente, el razonamiento ha estado en boca de los profesores; “¡Que los niños razonen!”, se oye decir a los viejos maestros. Pero cualquiera que sea su origen (y su significado), tal idea pareció haberse revitalizado con la entrada de las *nuevas matemáticas*.

En fin, con la irrupción de la “matemática moderna” las relaciones didácticas tomaron múltiples formas; la promovida por los reformadores no constituyó sino una forma más de enseñar. Así, pues, no todo sucedió conforme lo esperaban los impulsores de la “matemática moderna”. Y aunque no todas las que tuvieron lugar fueron versiones degradadas de las propuestas oficiales, tanto el vínculo con las “verdaderas matemáticas” como la capacidad de abstraer relaciones, generalizarlas y formalizarlas quedaron como deseos escasamente cumplidos. Tal hecho se reconoció 20 años después, cuando se introdujo la resolución de problemas como vía del aprendizaje en las escuelas.

En ese entonces, no existían los exámenes nacionales e internacionales que hoy parecen imprescindibles. El éxito o el fracaso relativo no fueron documentados en dichos términos; de hecho, se decidió volver a modificar los programas y textos de matemáticas con un conocimiento difuso acerca de lo que pasaba en las escuelas. Por supuesto se contaba con las críticas a la matemática moderna surgidas en los países que la habían impulsado originalmente. Nuevamente, con un afán justificatorio, se simplificarían y exagerarían las realidades sobre las que la nueva reforma se instalaría.

³ H. Ratsima Rajohn (1977) denominó introducción ostensiva de los objetos de enseñanza a la forma de presentación en la que todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción prevista son proporcionados de un solo golpe por el profesor o el libro de texto.

3. La resolución de problemas como vía del aprendizaje

Durante los años ochenta, se generó una nueva postura internacional, consistente en señalar que la lógica y los conjuntos habían mostrado su ineficacia como contenidos de la educación básica. Muchos señalaron los graves daños que esta forma de enseñar había provocado en las jóvenes generaciones, fueron menos los que mostraron con datos específicos el escaso avance en la capacidad de razonar de los alumnos (Adda, 1981). La persistente insatisfacción por los resultados llevó una vez más a magnificar las bondades que pudiese traer una nueva forma de enseñar. De este modo, al iniciar los años noventa, en México se revivió la crítica a la exposición y al verbalismo que, supuestamente, la matemática moderna no pudo desterrar. Aunque en esta oportunidad el interés no fue modificar los contenidos de enseñanza, se eliminarían la lógica y los conjuntos por la razón antes expuesta (cf. SEP, 1993) y se postularía la resolución de problemas como vía de acceso al conocimiento significativo. Tal forma de aprendizaje y enseñanza se impulsó con un amplio aunque tardío programa de actualización de profesores (Block, 1995) sustentado también en el “aprender resolviendo problemas”.

Muy inspirada en las corrientes internacionales, y particularmente en la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1986), la propuesta se fundamentaba en una idea que hoy es sentido común entre los educadores: los alumnos pueden aprender –en la interacción con situaciones problemáticas– sin que sus profesores les transmitan directamente los conocimientos. De este modo, al igual que en muchos otros países, las tareas centrales asignadas al profesor serían las siguientes:

- a) diseñar actividades y situaciones mediante las cuales los alumnos construyan los conceptos matemáticos; y
- b) coordinar las discusiones en las que los niños interactúan con sus compañeros para explicar sus procedimientos, validar sus estrategias, o revisar sus hipótesis (cf. por ejemplo, SEP, 1994).

Con mucho menos énfasis se señaló que el docente debería generar momentos para formalizar los conocimientos y dar información a los alumnos cuando la necesitaran.

Hoy sabemos que la enseñanza que se buscaba impulsar no tiene sino presencia eventual en las escuelas⁴. Es cierto que los problemas matemáticos se incluyen con relativa frecuencia (Avila et. al, 2004), pero las más de las veces éstos no son útiles para construir conocimientos nuevos, tal como se planteaba

⁴ Véanse por ejemplo Avila y otros. 2004; Avila; 2006; Block y Moscoso; 2005; Chávez, 2007.

en la reforma, sino sólo para aplicar los que ya tienen los alumnos; a lo sumo, los docentes más devotos, plantean problemas que implican dos o más operaciones, “para que los alumnos razonen”; en los salones de clase permanecen la ostensión, la interrogación tipo mayéutica o la explicación como ejes de la actividad. Los grados iniciales de la educación primaria son un caso aparte, ahí lo que se observa es un importante interés por el juego y la manipulación de material, se ha generado un constructivismo ingenuo que cree que por actuar se está aprendiendo (Avila, 2004).

A tales formas de enseñanza se agregó otra resultante de la negociación entre las viejas y las nuevas ideas que algunos profesores parecen haber librado consigo mismos: la “devolución dosificada”, consistente en conceder sólo breves tiempos a-didácticos a los alumnos. En este tipo de organización didáctica –facilitada por el formato de los libros de texto– los problemas y preguntas que propone el profesor obligan a construir soluciones de complejidad moderada; el supuesto es que los niños no cuentan con un modelo preestablecido para obtener dichas soluciones. Pero las preguntas y problemas, al ser relativamente simples, pueden ser respondidos en tiempos más o menos cortos. De tal suerte que la clase transcurre en la alternancia entre tiempos en que los alumnos establecen una relación personal con la situación problemática planteada y los episodios estrictamente didácticos en los que el profesor participa en función de los resultados de la actividad precedente.

De este modo, quienes instrumentan la “devolución dosificada” pueden controlar en intervalos de tiempo que consideran razonables –en tanto disminuyen la incertidumbre propia de los tiempos de libertad intelectual– los resultados de la acción libre de los alumnos. La devolución dosificada se alterna con otras formas de enseñanza: la interrogación tipo mayéutica, la ostensión o el uso de la metáfora; otras veces se acompaña de un interés especial por la argumentación. Pero tal modalidad constituye sólo una entre diversas formas de enseñanza que se mantienen en las escuelas y es distinta de la aspiración oficial que buscaba promover amplios tiempos a-didácticos durante los cuales los niños resolverían tareas complejas sin la dirección de su profesor. Esta forma de organización didáctica acorta la distancia entre las propuestas oficiales y las acción habitual de los profesores; al tiempo que distancia la actividad en el aula de la imaginada por los reformadores, posibilita la permanencia de “la resolución de problemas como vía del aprendizaje” en las escuelas.

Al introducirse la reforma de los años 90, se declaró poco interés en modificar los contenidos de enseñanza. Sin embargo, las formas de presentación que dichos contenidos tomaron los distanciaron por completo de los vigentes en las escuelas. La nueva organización didáctica marcó ocasionalmente distancias insalvables con las concepciones, conocimientos y destrezas de los profesores.

Valgan como ejemplo sólo dos contenidos:

- a) Los distintos significados de las fracciones –hoy preconizados esenciales para la comprensión cabal de dichos números– que o bien pasaron desapercibidos, o bien resultaron incomprensibles para la gran mayoría de los profesores (Izquierdo, 2006);
- b) El acercamiento propuesto para los decimales, tendiente a hacer comprender que estos números son distintos de los naturales, y que ha sido intencionalmente eludido por un número importante de docentes (Ávila, 2008).

4. Reformas curriculares: ¿por qué sólo unas cuantas huellas?

Las dos últimas reformas curriculares del siglo XX incorporaron algunos elementos novedosos en las prácticas de enseñanza. No lograron sustituir todo lo que buscaban, tampoco incorporar todo lo que pretendían; muchos contenidos matemáticos permanecen y conviven o desplazan a los que portan novedades. Las viejas formas de enseñanza también han permanecido. Igual se observa al *profesor ostensista*, que al que busca comunicar explicando o al que interroga como medio de hacer que sus alumnos aprendan. En cambio, la interacción directa con situaciones promotoras de conocimientos nuevos durante tiempos amplios –que se postularía acción cotidiana en las escuelas– tiene presencia eventual. En su lugar se hace presente la *devolución dosificada*.

¿Por qué muchos profesores no modifican sus concepciones y creencias?, ¿Por qué no aceptan que los alumnos pueden aprender matemáticas mediante caminos distintos de la ostensión, la interrogación o la explicación? ¿Porque la reforma no fue introducida de manera conveniente?, ¿porque la actualización de profesores no fue la que se requería? Las respuestas afirmativas a tales preguntas serían verdades incompletas. La cuestión es más compleja y conduce al ámbito del pensamiento docente. Sabemos hace tiempo que las representaciones son sumamente estables, que por simples razones de equilibrio personal no es posible modificarlas fácilmente (Robert y Robinet, 1989). Hoy también sabemos que los resultados positivos favorecen la adopción de pedagogías complejas, como lo es la enseñanza mediante resolución de problemas. En sentido inverso, los resultados no exitosos tienen un peso decisivo en el retorno a la ostensión. Ante la dificultad, siempre estará el refugio constituido por la linealidad del sensual-empirismo.

Pero el éxito en las *buenas prácticas* no es sólo cuestión de voluntad profesoral, está asociado también al conocimiento y a ciertas destrezas didácticas que – por distintas razones – muchos profesores no han desarrollado. Es insuficiente nuestro conocimiento sobre cómo colaborar con los docentes para que

enriquezcan sus concepciones, o para que las modifiquen de raíz cuando esto es lo que parece conveniente. El desarrollo de las destrezas necesarias para enseñar a través de la resolución de problemas también presenta retos que no hemos dilucidado completamente (cf. Ibarra, 2007; Gutiérrez, 2007). Lo que sí sabemos es que el apoyo que se les brindó a los profesores durante las últimas décadas para lograr una y otra cosa les resultó insuficiente (cf. Ibarra, 2007; Gutiérrez, 2007).

5. Al margen de las reformas

Muchos profesores se reconocen a sí mismos como desconfiados de las reformas educativas promovidas por el Estado. Para algunos incluso resulta que estas reformas, al ser “únicamente modas”, luego se sustituyen por otras “nuevas modas”. A su entender, este hecho implica el reconocimiento del error gubernamental cometido al haber impulsado una cierta forma de enseñar las matemáticas. La reforma que llevó a la escuela la “matemática moderna” se expresaba como ejemplo contundente en tal sentido. Con base en tales creencias, la acción más inteligente –piensan los profesores– es hacer caso omiso de las innovaciones.

Hay un rasgo común en estos descreídos profesores: la voluntad de transmitir el conocimiento a los alumnos. No obstante, la actividad matemática que promueven durante sus clases es diversa y desemboca en niveles de significación distintos. Esto es importante señalarlo porque según la creencia generalizada, el profesor que trasmite acepta pocas responsabilidades frente a sus alumnos; se dice que no asume la responsabilidad efectiva de que sus alumnos aprendan. El profesor que trasmite es el que monologa y responsabiliza a sus alumnos de que el aprendizaje ocurra.

Pero quien busca transmitir directamente el conocimiento no necesariamente promueve contratos didácticos de este tipo. A unas ciertas reglas contractuales, que en principio delimitarían experiencias similares, pueden seguirle acciones de regulación de la actividad en clase que diferencian los términos efectivos de la relación didáctica. Porque una progresión didáctica no transcurre linealmente, conforme a una intención inicial derivada de la postura pedagógica del profesor. Si bien es él quien en principio define los términos del contrato que celebra con los estudiantes, la participación de los alumnos define la viabilidad, la ineficacia o incluso la obsolescencia del contrato en curso. Ante la contingencia y los desequilibrios en la relación didáctica, el profesor se ve obligado a actuar, a realizar acciones para regular el equilibrio didáctico y, en el límite, a cambiar de contrato. Estas acciones equilibrantes diversifican la actividad

matemática escolar y permiten conservar y acrecentar el significado o, por el contrario, despojar de él a los conocimientos matemáticos.

En efecto, hay profesores que sustituyen la lógica del aprendizaje por otra de obtención de respuestas, aunque éstas se negocien “a la baja”, mediante preguntas que al ser cada vez más simples sustentan su eficacia en la pérdida de significación. Para otros docentes el camino es ofrecer nuevas y distintas explicaciones, nuevas ostensiones, modificar los ejemplos, introducir contraejemplos, poner a discusión las dificultades. Dicho de otro modo: las acciones para responder a los estancamientos, a las dudas, a los errores, diferencian notablemente los términos y los alcances de la relación didáctica (cf. por ejemplo Aguayo, 2004 y Avila, 2006). A pesar de tal diversidad, hasta hoy las prácticas al margen de las reformas constituyen una zona oscura, la ideología de la innovación ha impedido examinar con detenimiento lo que en esa zona ocurre.

6. ¿Hacia dónde orientar futuras reformas?

Grosso modo, he dado cuenta de las huellas dejadas en México por dos grandes reformas. Tengo la certeza de que comprender lo que ocurre en las escuelas permitirá generar acciones de mejora de la enseñanza de las matemáticas más eficaces que las instrumentadas a fines del siglo XX. Porque hasta hoy, las reformas han puesto el acento en la elaboración de nuevos currículos y nuevos materiales, y esto no ha traído suficientes progresos.

Actualmente hay consenso internacional en torno a que la resolución de problemas es la mejor forma de lograr aprendizajes matemáticos significativos. Teóricamente, la postura es incuestionable. Pero esta forma de enseñanza, al igual que la matemática moderna en su momento, ha sido poco comprendida por los profesores. Hoy, cuando aún está parcialmente vigente, pruebas nacionales e internacionales constatan que los niños han progresado poco o casi nada en su capacidad de resolver problemas (véanse por ejemplo Eudave y Ávila, 1994; INEE, 2006; PISA, 2003). Los estudios muestran una y otra vez que los niños y niñas que pueblan las escuelas siguen “sin saber sumar”, como el Juanito de Morris Kline (Kline, 1976). Creo con Michèle Artigue (2004) que esto se debe en buena parte a que las distancias que separan las propuestas de reforma y las costumbres en la clase han hecho inasimilables las propuestas.

Se pone aquí de manifiesto la necesidad de re-pensar la acción de los docentes y sus posibilidades reales de cambio, también su formación. Ante la insatisfacción por los resultados obtenidos, no resulta productivo volver sobre la postura simplista de elaborar nuevas reformas de papel y luego señalar a los maestros como los principales oponentes a la evolución. Las lecciones que nos dejaron las reformas de fin de siglo XX nos indican que no se trata de enfocarse

únicamente al cambio, guiados por la ideología de la innovación; hacerlo es desconocer el peso de las tradiciones y costumbres y la continuidad que hay en las prácticas fundamentales de la escuela y correr el riesgo de echar al vacío los esfuerzos reformadores. Como nos ha advertido Guy Brousseau: “Al hacer de lo novedoso el criterio esencial para valorar las acciones propuestas, se destruyen las posibilidades de éxito de las mismas (...) Lo propio de la innovación es descalificar una práctica antigua para reemplazarla por otra, y no para corregirla (...) una innovación ahuyenta a otra, crítica a la presente, pero no la regula (...) las modas pasan y regresan sin verdaderos progresos. La ideología de la innovación aniquila a la innovación. (Brousseau, 2000, pp. 31-32).

¿Qué es entonces lo que conviene hacer? Algunos analistas señalan que las mejoras a la enseñanza sólo pueden venir “desde dentro” del sistema. No estoy segura de esto. Aunque considero importante conservar lo mejor de las prácticas instaladas –hasta hoy ignoradas– también creo necesario encontrar un punto de equilibrio “mejorante” entre las reformas, los profesores y el aprendizaje de los estudiantes, creo también en la necesidad de introducir ideas que desestabilicen el sistema didáctico, puesto que este desequilibrio promoverá –eventualmente– equilibrios mejorantes: la *devolución dosificada* surgida en el período de la resolución de problemas es una muestra de ello. Pero la distancia entre lo nuevo y lo viejo debe considerarse una variable crítica (Artigue, 2004). Encontrar las distancias que permitan un equilibrio mejorante, pasa por conocer a los profesores: sus acciones (buenas o no tan buenas), sus destrezas y sus torpezas, sus aciertos y sus desaciertos... así como las costumbres que a la vez que los impulsan los limitan.

Dicho de otro modo, creo que comprender lo que en la clase de matemáticas ocurre ayudará –si no a lograr que los maestros actúen como utópicamente los reformadores imaginamos y deseamos– sí a elaborar reformas que no se transformen en “prescripciones inaplicables” (Brousseau, 2000).

En la acción docente que hoy se observa en muchos salones de clase hay modificaciones positivas importantes, también elementos que denotan la dificultad para gestionar la resolución de problemas en las aulas. La reforma de los años noventa está a medio camino. Subsanan las dificultades y avanzar en los logros alcanzados no implica elaborar nuevas reformas en el papel, obliga, sí, a situarse en el punto que marcan los progresos observados y a dirigir la atención a cuestiones específicas de los procesos didácticos tal como ocurren en las aulas. Conviene considerar varios de ellos para la formación continua de los profesores y la reflexión que ellos mismos habrán de hacer:

- Las nociones de actividad y problema, cuyo significado es importante terminar de configurar;

- La formalización e institucionalización del conocimiento, que hasta hoy, cuando se opta por la resolución de problemas, casi no se realiza;
- El tratamiento de los problemas y las preguntas abiertas, porque resulta frecuente que los profesores las cierren;
- La realización de trabajo en pequeños grupos, que se muestra como uno de los puntos vulnerables en el proceso didáctico;

Este listado no tiene ni mucho menos la intención de acotar las reflexiones de los profesores, tampoco de resolver el complejo problema de su formación; este tema debe discutirse con profundidad y deberán intervenir en él muchos actores. Sólo hago evidente con la enumeración lo indispensable de considerar la reforma realizada en las escuelas para cerrar el ciclo de mejora a la enseñanza iniciado en los años noventa; no son posibles buenos aprendizajes cuando muchos profesores:

- a) no han acabado de entender cuándo una situación es problemática para sus alumnos;
- b) confunden la manipulación de materiales con la construcción de conocimiento;
- c) no tienen elementos suficientes para conseguir que el trabajo en pequeños grupos deje de mal-utilizarse;
- d) o no se han percatado de que no formalizar los conocimientos genera una laguna enorme en el aprendizaje matemático.

7. Reflexión final

En los años setenta del siglo pasado se abrió una brecha entre lo que los maestros sabían y acostumbraban hacer y lo que se les pidió saber y realizar. La reforma de los años noventa –a juzgar por los resultados obtenidos– no cerró la brecha.

Dudo de que la enseñanza habitual en los años sesenta fuese productora de saberes matemáticos significativos. Es probable que predominara el verbalismo sin sentido del que se le acusa desde hace décadas. No sería deseable –como salida ante los escasos resultados que hoy son contundentes– caer en la tentación de regresar al sensual-empirismo como camino para cerrar la brecha abierta. Hay otra manera de intentarlo: tomar a los maestros como blanco de la política estatal.

El reto es convertir la información sobre la reforma realizada en las aulas, en elemento constitutivo de una plataforma para pensar y probar estrategias de

formación de los profesores en servicio. Porque la reforma no es un asunto cerrado, el ciclo no se ha concluido, aunque los encargados de la política educativa así lo creen y hoy inician nuevas reformas curriculares.

Las reformas de fin de siglo XX dejaron mejoras muy insuficientes en las prácticas educativas y el aprendizaje de las matemáticas. Modificar este estado de cosas implica sacudirse la ideología de la innovación y eliminar las posturas que concentran sus esfuerzos en la producción de reformas de papel en vez de instrumentar políticas vigorosas y pertinentes de formación continua de los profesores. Se necesita además considerar y mejorar las condiciones institucionales en que se da la enseñanza. Son dos cuestiones sin las cuales las reformas a las matemáticas, como ocurrió con las del final del siglo XX, seguirán dejando poco en las escuelas.

Referencias

- Artigue, M. (2005). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? *Educación Matemática*, vol. XVI (3), 5–28.
- Avila, A. (2008). Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber cuasi invisible. *Educación Matemática*, vol. XX (2), pp. 5–34.
- Aguayo, L. M. (2004). Los errores en matemáticas y sus tratamientos didácticos. En Avila, Alicia (dir), L.M. Aguayo, D. Eudave, J. L. Estrada, M. Saucedo, A. Hermosillo, J. Maldonado y E. Becerra, *La reforma realizada: la resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. México: SEP/SEByN. pp. 215–268.
- Avila, A. (2006). *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar*. México: Paidós.
- Avila, A. (dir), L.M. Aguayo, D. Eudave, J.L. Estrada, M. Saucedo, A. Hermosillo, J. Maldonado y E. Becerra (2004). *La reforma realizada: la resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. México: SEP/SEByN.
- Block, D. (Coord.) (1995). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para Maestros*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Block, D. y Moscoso, J. A. (2005). Adaptar para utilizar. Formas de apropiación de innovaciones curriculares en matemáticas por maestros de primaria. *Memorias del VIII Congreso Nacional de Investigación Educativa*. COMIE. México. 29 de octubre - 2 de noviembre de 2005.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12-1, 5–38.
- Chávez, Y. (2007). *Usos de Enciclomedia en la clase de matemáticas*. Tesis de maestría en Desarrollo Educativo. México: UPN.
- Eudave, D. (2004). Los aprendizajes matemáticos escolares. Ponderación mediante la aplicación de un examen. En Avila, Alicia (dir), L.M. Aguayo, D. Eudave, J.L. Estrada, M. Saucedo, A. Hermosillo, J. Maldonado y E. Becerra (2004). *La reforma realizada: la resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. México: SEP/SEByN.

pp. 321 – 350.

- Gutiérrez, C. (2008). *Procesos de reflexión de un grupo de docentes de primaria asistentes a un curso de matemáticas*. Tesis de maestría en Desarrollo Educativo. México: UPN.
- Ibarra, A. (2007). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria: experiencias de los profesores*. Documento no publicado. México: UPN.
- INEE (2006). *El español y las matemáticas en la educación primaria*. México: autor.
- Izquierdo, G. (2006). *Representaciones de los profesores de primaria sobre las fracciones y su enseñanza*. Tesis para obtener el grado de Maestra en Desarrollo Educativo. México: UPN.
- OCDE (2004). *Learning for tomorrow's World: First results from PISA 2003*. París: autor.
- Ratsimba-Rajohn, H. (1977). Étude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques. *Memoria de Diplomado e Estudios a Profundidad en Didáctica de Matemáticas*. Universidad de Burdeos I.
- Robert, A. y Robinet, J. (1989). Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier de DIDIREM* no. 1. Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques (IREM)- Universidad de París VII, 1989.
- Secretaría de Educación Pública (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas cuarto grado*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (1993). *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria*. México: Secretaría de Educación Pública.