

## CONTROL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**Edison De Faria Campos**

[www.cimm.ucr.ac.cr/edefaria](http://www.cimm.ucr.ac.cr/edefaria)

Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas,

Universidad de Costa Rica

Asociación de Matemática Educativa, ASOMED.

### Resumen

En este artículo, fundamentado principalmente en los trabajos de Schoenfeld, analizamos la utilización de estrategias de control en matemática y el rol de las interacciones sociales en el desarrollo del proceso de control interno.

### Abstract

Based on the work done by Schoenfeld, we analyze the control strategies in Mathematics Problem Solving and the role of social interactions within this process of control.

### Palabras claves

Educación Matemática, Matemática, Resolución de Problemas, Pedagogía

El control es la principal fuente de éxito o de fracaso en el proceso de resolución de problemas y se trata con la distribución de los recursos durante este proceso. Una buena o mala forma de ejercer el control afecta el desempeño del resolutor de problemas. Control es un término prestado de la inteligencia artificial (IA) y, por motivos computacionales y epistemológicos, muchos investigadores en IA y de la psicología del procesamiento de la información creen importante hacer una distinción cualitativa entre recursos y control.

## CONTROL

Para Schoenfeld (1985), el *control* trata sobre la forma en que el individuo usa la información que posee al resolver un problema (distribución de recursos) e incluye las decisiones importantes que se toman acerca de qué hacer en un problema. El control incluye tomar decisiones respecto al plan utilizado, la selección de metas o submetas, monitoreo de soluciones y su evolución, además de la revisión o abandono del plan basado en una evaluación.

Gran parte de la literatura sobre control viene de la inteligencia artificial y de la psicología cognitiva. Es un elemento central en la estructuración de programas de inteligencia artificial y tiene un significado técnico relacionado con búsqueda. También se utiliza para describir decisiones ejecutivas y planificación. Una amplia versión del control es tratado bajo el encabezado *metacognición* en la literatura psicológica.

Muchos problemas en inteligencia artificial provienen de problemas de búsqueda en ciertos tipos de árboles o grafos. Los nodos de los grafos representan varios estados del problema y las aristas que los unen representan procedimientos que el resolutor de

problemas lleva a cabo para pasar de un estado a otro. En este paradigma un problema tiene: *un estado inicial; reglas de transformación; condiciones terminales*. Los problemas matemáticos pueden ser ubicados dentro de esta representación esquemática. La dificultad primaria en búsqueda en inteligencia artificial consiste en controlar la búsqueda por el espacio de búsqueda de forma eficiente.

Al resolver un problema, el espacio de búsqueda de solución es bastante amplio. Desde el estadio inicial hasta la meta existen varias estrategias heurísticas plausibles que pueden ser utilizadas, y por cada una de ellas existen potenciales obstáculos que vencer, lo que nos lleva a tomar decisiones respecto a cuáles de ellos queremos enfrentar. Por cada obstáculo seleccionado surgirán otros obstáculos, ampliando el número de ramas en el árbol de búsqueda de la solución.

Cuando una persona empieza a resolver un problema, algunas estrategias heurísticas pueden parecerle útiles mientras que otras no. Recíprocamente, algunas estrategias útiles pueden parecerle no útiles. Si el resolutor selecciona una estrategia inapropiada y trabaja con ella, excluyendo otras posibilidades, entonces fracasará en su intento por resolver el problema. Por otro lado fracasará también cuando abandona estrategias correctas antes de tiempo. Por lo tanto no es suficiente dominar estrategias heurísticas para tener éxito en la resolución de problemas. La habilidad para monitorear y evaluar todo el proceso es igualmente importante.

Las acciones que involucran un *control* incluyen:

1. Tener claridad acerca de lo que trata el problema antes de empezar a resolverlo (fase de entendimiento del problema).
2. Considerar varias formas de resolver el problema y seleccionar un método específico (fase de diseño).
3. Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no sea exitoso (fase de implantación).
4. Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida (fase de revisión y comprobación).

Los expertos, por lo general, monitorean y evalúan cuando resuelven problemas, y esto contribuye al éxito del proceso. Algunas investigaciones realizadas por Schoenfeld revelaron que los estudiantes, por lo general, no utilizan este tipo de estrategia cuando resuelven problemas matemáticos.

## UNA EXPERIENCIA CON TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN

Schoenfeld aplicó una serie de ejercicios de integración a grupos de estudiantes. Para una integral sencilla como

$$\int \frac{x dx}{x^2 - 9}$$

44 de 178 estudiantes factorizaron el denominador y utilizaron fracciones simples para resolverla mientras que 17 de ellos utilizaron sustitución trigonométrica. Este comportamiento va contra la regla de control básica en la resolución de problemas: *nunca implemente procedimientos difíciles o que consuman bastante tiempo, excepto si usted ha comprobado que otros procedimientos más sencillos no funcionan*.

La investigación reveló que los estudiantes, por lo general, son ineficientes en la selección de sus estrategias. Muchas veces hacen su primer intento para resolver un problema seleccionando estrategias más complicadas y que

consumen más tiempo, sin verificar si existen estrategias más simples y más rápidas que permitan resolver la tarea.

En inteligencia artificial se han desarrollado metodologías para observar a personas durante el proceso de resolución de problemas y abstraer patrones de comportamiento que los llevan a tener éxito. Es posible que tales observaciones puedan sugerir patrones de selección de estrategias utilizadas por competentes resolutores de problemas que otros humanos podrían aprender a utilizar. La estrategia de control para integración modelada es la que aparece en la figura 1.

Pase de un paso al siguiente cuando la técnica correspondiente al paso falle para solucionar el problema. Empiece siempre con alternativas fáciles antes de empezar a complicar los cálculos. Si tiene éxito en transformar el problema en otro más fácil, empiece otra vez con el paso 1.

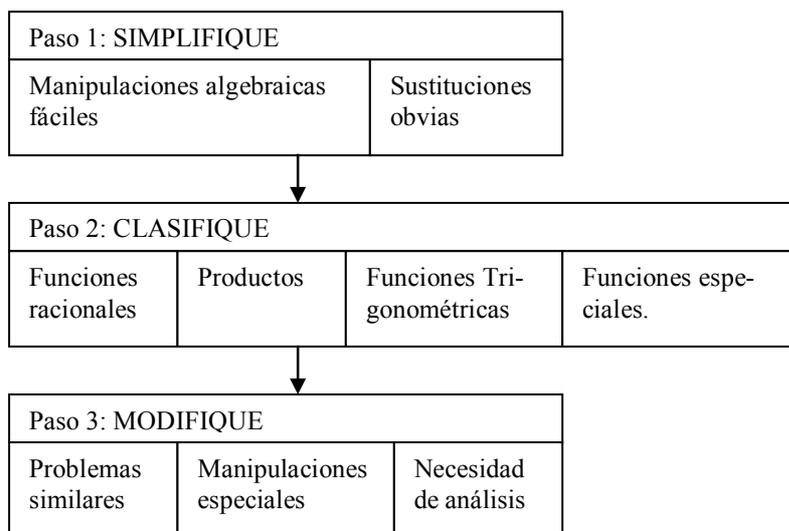


Figura 1: Estrategia de control para integración

El grupo de prueba que utilizó las estrategias de control para integración sacó más alto promedio que el grupo de control en la parte correspondiente a integración, indicando que la ausencia de control eficiente tiene efectos negativos significativos en la tarea de resolver problemas.

### **MODELANDO UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PARA RESOLVER PROBLEMAS HEURÍSTICOS**

Las técnicas de integración son pocas y algorítmicas, la cantidad de heurísticas que el estudiante tiene que manejar son bastante mayores, más complejas de implementar y no algorítmicas y su selección no garantiza el éxito.

Según Schoenfeld, los pasos principales de la estrategia para resolver problemas son: análisis, diseño, exploración, implementación y verificación (Figura 2). También recomienda algunas estrategias heurísticas para cada uno de los pasos anteriores (Schoenfeld, 1985 pp. 109, 112).

La estrategia fue utilizada de la siguiente forma: en el curso sobre resolución de problemas, se distribuyeron hojas con esquemas relacionados, por ejemplo, con la estrategia de análisis. Los estudiantes trabajaban una serie de problemas y el docente discutía con el grupo el rol del análisis en la solución de los mismos. Lo mismo sucedía con cada componente de la estrategia. La discusión en clase es fundamental en todo el proceso. Los estudiantes son motivados a generar ideas plausibles y todo el grupo discutía cuales de las ideas serían llevadas a cabo.

Los protocolos analizados revelaron que al enseñar estrategias de control a los estudiantes, ellos utilizaron mejor sus recursos heurísticos, fueron más sistemáticos al seleccionar o abandonar las técnicas utilizadas y enfocaron aspectos más relevantes de los problemas.

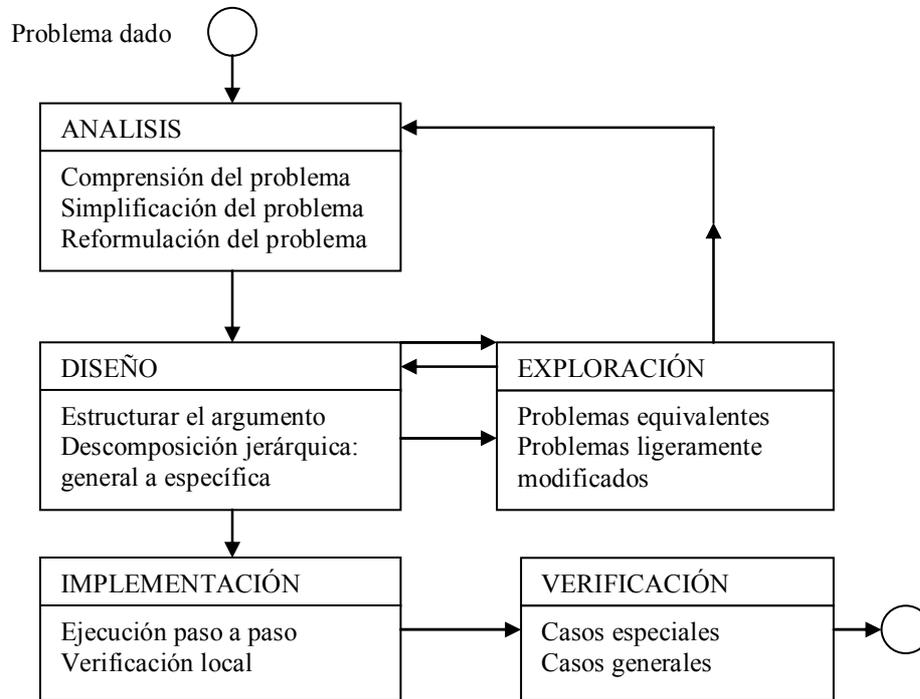


Figura 2: Esquema de la estrategia para resolución de problemas

Investigaciones realizadas por Schoenfeld y su grupo detectaron los efectos ocasionados por distintos tipos de control llevados a cabo por estudiantes durante la resolución de problemas:

- Tipo A Malas decisiones garantizan fracaso.
- Tipo B Comportamiento ejecutivo es neutral.
- Tipo C Decisiones de control constituyen una fuerza positiva hacia una solución
- Tipo D No existe necesidad para control. Los hechos y procedimientos apropiados para resolver el problema son accedidos en la memoria larga.

### ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS

Un aspecto central en la resolución de problemas es el monitoreo y la autoevaluación del proceso utilizado al resolver un problema. La evolución o monitoreo del progreso durante la resolución de problemas y el estar consciente de las propias capacidades y limitaciones son fundamentales en este proceso y se identifica con las estrategias metacognitivas.

La *metacognición* se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognitivo, al control activo y regulación de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema, y Schoenfeld identifica tres categorías donde se presenta la metacognición (Schoenfeld, 1992):

**1. El conocimiento acerca de nuestro propio proceso.**

La descripción de nuestro propio proceso de pensar.

**2. El control y la autorregulación.**

Se refiere a qué tan bien somos capaces de seguir lo que hacemos al resolver un problema y qué tan bien nos ajustamos al proceso – ejecución de acciones - tomando en cuenta las observaciones hechas durante la evolución de éste.

### **3. Creencias e intuiciones.**

Las ideas que tenemos acerca de las matemáticas y que producen ciertas tendencias en el proceso de resolución de problemas.

Schoenfeld sugiere algunas actividades desarrolladas en sus cursos sobre resoluciones de problemas, que ayudan al desarrollo de habilidades metacognitivas.

- Tomar videos durante las actividades de resolución de problemas. La discusión de los videos mostrando a algunos de los estudiantes resolviendo problemas hace posible que los estudiantes analicen y asuman posturas críticas de las acciones mostradas durante el proceso de resolución de los problemas. Según Schoenfeld: “es más fácil analizar el comportamiento de otra persona al resolver problemas que el de uno mismo”. El autor afirma que como resultado de esta discusión los estudiantes se hacen más conscientes de la importancia de las estrategias metacognitivas.
- El rol del docente o tutor como un modelo del comportamiento metacognitivo. Por lo general, cuando presentamos problemas a nuestros estudiantes, los presentamos ya “bien cocinados”, con cada paso bien definido, los trucos revelados, aún cuando en la elaboración de los mismos hayamos enfrentado varias dificultades. Todo esto produce la impresión de que el problema en realidad es fácil y que los estudiantes es que son “tontos” y nosotros genios. Para Schoenfeld es importante que el estudiante conozca las dificultades que se presentan al intentar resolver un problema. Los intentos fracasados, los cambios de estrategias, etc. Una forma de llevar esta discusión al aula es mostrando el proceso de resolución de problemas y no presentando únicamente sus soluciones. Explorar algunos ejemplos tratando de entender el problema, identificar algunas vías de solución, avanzar y decidir si hay que cambiar la ruta de solución hasta lograr resolverlo. También es importante revisar y discutir el proceso de solución con los estudiantes.
- Discutir los problemas con todo el grupo. Es importante que el docente considere las ideas dadas por los estudiantes y los motive a pensar cómo resolverlo. Es fundamental averiguar si los estudiantes entienden el vocabulario empleado en el problema, dar explicaciones sobre algunas palabras no entendibles, hacer algunas preguntas orientadoras y evaluar algunos métodos sugeridos por los estudiantes. En esta etapa se busca asegurar que los estudiantes entiendan el problema antes de empezar a resolverlo. Posteriormente se embarca en algún intento para resolverlo, se detiene a discutir la viabilidad del método, se decide continuar o cambiar de dirección (control). Finalmente se analiza la solución y se procede a buscar otras alternativas de solución. Según Schoenfeld, esta discusión grupal ayuda a que los estudiantes desarrollen de autorregulación al resolver problemas y permite analizar las creencias de los estudiantes respecto a las matemáticas y a la resolución de problemas.
- Resolver problemas en pequeños grupos de estudiantes. En matemáticas, el estudiante puede estar consciente de la importancia de utilizar estrategias de monitoreo y autorregulación, pero tener dificultades al intentar resolver problemas. Para que el estudiante incorpore y use eficientemente este tipo de estrategias es importante observarlo y ayudarlo durante el proceso de resolución

de problemas. La discusión en pequeños grupos cuando resuelven problemas puede ayudar a desarrollar estas habilidades. Schoenfeld recomienda que el docente monitoree el trabajo de cada grupo y los haga reflexionar haciéndoles preguntas tales como ¿qué están haciendo? ¿por qué están haciendo? ¿cómo les puede ayudar lo que hacen para resolver el problema? Además, es importante que los estudiantes asuman el compromiso de valorar y procurar entender las ideas de cada compañero de grupo.

Respecto a este último punto, Schoenfeld menciona que un experto resolutor de problemas discute consigo mismo durante el proceso y que esta forma de autocontrol concuerda con la postura de Vigotsky. Es importante que uno de los integrantes del pequeño grupo resuelva un problema hablando a los demás integrantes del grupo sobre cada paso que piensa realizar.

La tesis principal de Vigotsky (1978) es que las interacciones sociales juegan un papel fundamental en el desarrollo cognitivo. Según Vigotsky

“En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces, primero a nivel social y más tarde a nivel individual; primero entre personas y después en el interior del propio niño. Todas las funciones superiores se originan como relaciones entre seres humanos”.

Además, el potencial para el cambio en cualquier tiempo está limitado a la *zona de desarrollo próximo* (ZDP), la distancia entre el nivel actual de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. La hipótesis de Vigotsky es doble:

1. El desarrollo inmediato está limitado a la ZDP
2. El desarrollo ocurre como un resultado de interacciones sociales

Dos experimentos realizados por Doise, Mugny y Perret-Clermont (citado en Schoenfeld, 1985) dentro del marco Piagetiano reportaron que:

“El primer experimento mostró que dos niños, trabajando juntos, pudieron realizar exitosamente una tarea envolviendo coordenadas espaciales; niños de la misma edad, trabajando solos, no fueron capaces de realizar la misma tarea. El segundo experimento mostró que estudiantes que no tenían ciertas operaciones cognitivas relacionadas con tareas Piagetianas de conservación de líquidos las adquirieron después de actualizarlas mediante trabajos sociales coordinados”.

Otro experimento llevado a cabo por Mugny y Doise (citado en Schoenfeld, 1985) indicó que ocurren más progresos cuando niños con diferentes estrategias cognitivas trabajan juntos que cuando lo hacen solos, y que no son beneficiados únicamente los niños menos avanzados, sino que los más avanzados también evolucionan en esta interacción.

Así, en conclusión, un ambiente de trabajo colaborativo potencializa el desarrollo de habilidades relacionadas con un buen control. Contrario a lo propuesto, en nuestros medios podemos observar que el aprendizaje es muy individualizado y promueve trabajos también individualizados, privando la oportunidad para aprendizaje colaborativo e inhabilitando el desarrollo de estrategias de control efectivos.

## REFERENCIAS

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York. Academic Press.

\_\_\_\_\_ (1992). *Learning to think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. New Cork. MacMillan Publishing Company.

Vigotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological process*. En Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S., Souberman, E. (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.