

PARALELISMO ENTRE LAS DEFICIENCIAS EN CUANTO A RELACIONES TEMPORALES Y LOS PROBLEMAS DE APRENDIZAJE DEL CALCULO

María Huete de Guevara

En el trabajo con niños que presentan problemas de aprendizaje en diferentes aspectos del cálculo, hemos podido comprobar que en la mayoría de los casos, existen deficiencias en cuanto al establecimiento de relaciones temporales. También se ha podido determinar que el mejoramiento logrado mediante actividades remediales con respecto a la noción de tiempo, contribuye a disminuir los problemas de aprendizaje en el cálculo.

El concepto de tiempo

Sabemos que esta noción se adquiere muy lentamente y que requiere de la construcción y asimilación de ciertas relaciones esenciales. Como todos los conceptos, su amplitud y profundidad aumentan con la acumulación de experiencias.

Las investigaciones de Piaget (1946), muestran la dificultad que tiene el niño para captar el concepto de tiempo. Según él, depende de la coordinación de la velocidad y se desarrolla paralelamente al concepto de espacio. Las nociones de tiempo y velocidad no tienen en un principio carácter lógico y son de naturaleza puramente intuitiva.

Las experiencias realizadas por este investigador muestran que, antes de los siete años, las ideas acerca del tiempo se mezclan con las del espacio. Hasta que no se intelectualiza el tiempo, es decir, hasta que no se coordinen en la mente los puntos del espacio con los momentos del tiempo continuo, no llega a ser considerado como una cantidad independiente de la rapidez del movimiento, de la distancia y de la posición. Para lograrlo, el individuo debe ser capaz de elaborar sistemas coherentes de pensamiento lógico.

Un factor importante en la construcción de estos sistemas es el uso correcto de términos con sentido temporal, ya que resulta de la comprensión de las asociaciones correspondientes.

Ejemplos:

hace sol —————> es de día
llueve —————> es invierno

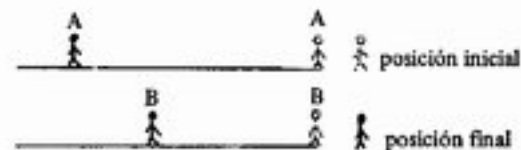
El maestro debe contribuir a la formación de un vocabulario activo de palabras con sentido temporal. Al mismo tiempo ha de evitar formarse un concepto errado en cuanto a la comprensión de lo temporal, por el hecho de que el niño utilice correctamente términos en este sentido, ya que puede hacerlo por imitación y memorización.

Entre las múltiples pruebas aplicadas por Piaget para el diagnóstico de operaciones temporales, las más importantes son las que se refieren al orden y a la duración.

Las operaciones de orden permiten seriar los acontecimientos de acuerdo con el orden en que ocurren en una sucesión temporal.

Con el fin de determinar si un niño es capaz de diferenciar el orden temporal del orden espacial, Piaget ha utilizado la siguiente experiencia:

Se presentan dos móviles, A y B, dotados de distinta velocidad



A y B salen de la meta al mismo tiempo;

A es más rápido;

A camina durante menos tiempo.

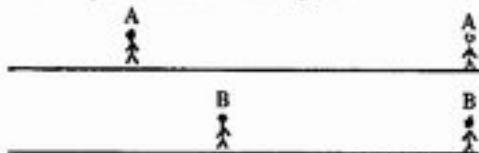
Pregunta: ¿Cuál se detuvo primero?

Los niños que no disocian el espacio del tiempo contestan que B, basándose en el hecho de que el camino recorrido por B es más corto.

Refiriéndose a la duración temporal expresa Piaget:

"El tiempo métrico es a la vez ordinal y cardinal; al orden de los puntos de orientación corresponde la duración o valor cardinal de los intervalos entre dichos puntos. El estudio de la evaluación de las duraciones tuvo como único fin confirmar si la sucesión había sido realmente comprendida" (Piaget, 1946).

La experiencia que empleó para evaluar la duración temporal consistió en lo siguiente:



A y B salen de la meta al mismo tiempo;
A es más rápido;
A y B se detienen al mismo tiempo.

Preguntas: ¿Caminaron los dos durante el mismo tiempo? ¿Cuál caminó durante más tiempo?

Según sus respuestas, Piaget ubica a los examinados en una de las tres etapas que se describen a continuación:

I Estadio intuitivo (de 6 a 7 u 8 años)

Las evaluaciones temporales se basan en un mecanismo totalmente perceptivo o intuitivo, pero no lógico. De esta intuición inmediata resulta la indiferenciación entre el orden temporal y el espacial.

II Estadio de la intuición articulada (de 7 a 9 años)

El niño empieza a poner en tela de juicio su primera intuición. Emplea expresiones tales como "me parece", "talvez". Se observa un indicio de disociación entre orden temporal y espacial.

III Estadio operacional (después de 9 años)

Todas las relaciones que intervienen en la noción de tiempo se hacen solidarias y se apoyan mutuamente, lo que se debe a la reversibilidad operacional que caracteriza el pensamiento de un niño mayor de 9 años.

Es importante someter al estudiante con problemas en cálculo a las pruebas descritas y ubicarlo en el estadio que le corresponde, con el fin de determinar si sus deficiencias tienen origen en otras de carácter temporal.

EL CALCULO

El término "cálculo" puede interpretarse de diferentes formas según el nivel en que se le considere en el campo de las matemáticas.

En este trabajo se utiliza en el mismo sentido en que lo consideró Claude Vergouts en su investigación con niños epilépticos:

"Se entenderá por cálculo:

- la secuencia concreta de las transformaciones que unen la pregunta planteada con la respuesta buscada;

- la reproducción de dichas transformaciones mediante símbolos que representan las medidas de las cantidades en cuestión y mediante símbolos de las operaciones;
- la aplicación de los mecanismos operatorios conocidos para hallar los resultados numéricos" (Dugas y otros, 1972, pág. 167).

Consideraremos tres aspectos del aprendizaje del cálculo:

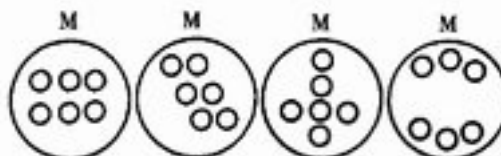
- 1) La noción de número
- 2) Las operaciones
- 3) La resolución de problemas

1) La noción de número

El maestro de primer grado tratará de capacitar al niño para formar, descomponer, dar nombre y escribir un número. Lo que realmente se propone es que el niño adquiera el concepto de número.

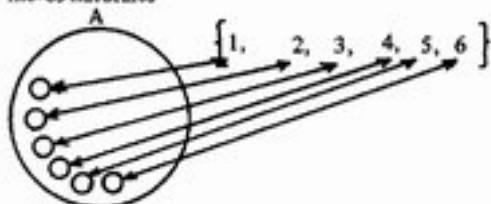
Según Piaget, este concepto se apoya en otras nociones: la conservación de las cantidades, la correspondencia uno a uno, la equivalencia y la serie.

- a) La conservación de las cantidades se relaciona con la invariabilidad del número. Por ejemplo, si un conjunto tiene seis elementos, cualquiera que sea la forma en que ellos estén dispuestos siempre tendrá seis elementos.



- b) La correspondencia uno a uno y la equivalencia se manifiestan en el proceso de contar.

"Contar" es establecer una correspondencia biunívoca entre los elementos de un conjunto A y un subconjunto ordenado del conjunto de los números naturales



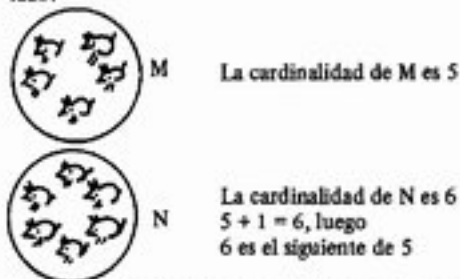
- c) La noción de serie se relaciona con la formación de los números. El conjunto de los números naturales es una serie porque cada número es igual a la suma de su antecesor y uno.

Ejemplo:

Cinco es el antecesor de seis y seis es igual a cinco más uno.

En otras palabras, el "siguiente" de un número natural n es la cardinalidad del conjunto que tiene un elemento más que los conjuntos de cardinalidad n .

Los siguientes diagramas ilustran el ejemplo citado.



Este aspecto del número está ligado con el concepto de tiempo. El mencionar los números en su orden es una sucesión temporal: primero uno, luego dos, después tres, etc. Para muchas personas es difícil recordar esta sucesión. Otros la repiten de memoria pero no la relacionan con la formación de los números.

En estos casos se debe realizar actividades que guíen al estudiante en el reconocimiento de la formación de los números y que contribuyan a afirmar el concepto de número. A continuación se describe un ejercicio propuesto por Z.P. Dienes (1966) para hacer comprensible la sucesión numérica:

- El maestro toma un objeto cualquiera, por ejemplo una barra de tiza y la coloca sobre la mesa.
- El alumno formará un conjunto equivalente al del maestro, utilizando un objeto similar (otra barra de tiza).
- El maestro formará un segundo conjunto colocando a la par de la barra de tiza otro objeto; por ejemplo una ficha.
- El alumno imitará la acción del maestro.
- El maestro agregará un tercer elemento.
- El alumno imitará esta acción.

Cada vez que se coloca un objeto, el que lo hace dirá en voz alta el nombre del número que corresponde al conjunto obtenido.

Una vez que el alumno ha construido un buen número de conjuntos, se le hace observar el conjunto formado por el maestro antes de imitarlo y se le pregunta:

- ¿Cuál conjunto tiene más elementos?
- ¿Cuántos elementos tiene de más?

Así se le conduce hacia las ideas de sucesión temporal y de orden serial.

Para establecer una mayor relación con el orden temporal se orienta al niño hasta lograr formas de expresión como las siguientes: "Antes había una tiza, agregué una ficha y ahora tengo dos cosas".

2) Las operaciones

Una operación puede considerarse como una descripción de hechos precisos, mediante la cual se representan simbólicamente estados y acciones que se suceden en el tiempo.

Tanto en la adquisición como en la reeducación del cálculo deben considerarse dos etapas en el estudio de las operaciones:

I Análisis y verbalización de una sucesión de hechos que transcurren en el tiempo.

II Traducción simbólica y paso a la abstracción por eliminación del soporte concreto.

La operación escrita representa los diferentes momentos de la acción y el resultado, pero el alumno que no ha alcanzado cierto nivel de abstracción no percibe las tres etapas concretas. El niño debe conocer la estructura de la operación en tres tiempos:

- antes
- lo que se ha realizado
- después

Consideremos el caso de la adición.

Cuando se desea introducir al niño en el aprendizaje de la suma, conviene seguir una secuencia similar a la que se describe a continuación:

- Sobre la mesa hay tres caramelos.
- La maestra coloca a la par de ellos otros dos caramelos.
- El niño debe relatar lo que observó. Por ejemplo: "En la mesa había tres caramelos, usted puso otros dos y ahora hay cinco caramelos".
- Se repite el ejercicio con otros objetos.
- Se guía al estudiante para que sustituya el lenguaje corriente por lenguaje matemático. Por ejemplo: "Tres caramelos más dos caramelos son cinco caramelos"; y luego: "Tres caramelos más dos caramelos es igual a cinco caramelos".
- Se desconcretiza: "Tres más dos es igual a cinco".
- No es sino hasta que el niño domine esta forma verbal que se debe pasar al simbolismo:

$$3 + 2 = 5$$

Esta secuencia permite al estudiante comprender mejor el sentido de la adición. Para ello es necesario que sepa analizar y verbalizar una sucesión de hechos que se desarrollan en el tiempo.

Con respecto a las sucesiones temporales se presentan dificultades de diferente índole:

a) Dificultades en relación con la continuidad y discontinuidad. Muchos niños no distinguen las tres etapas de una continuidad, por ejemplo:

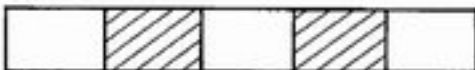
- Tener una regla,
- tomar un lápiz,
- tener entonces una regla y un lápiz.

La técnica ideada por F. Jaulin (1965) para la remediación de niños con deficiencias de estructuración espacio-temporal consiste en las siguientes actividades:

I- Representar los estados de una sucesión temporal, esto es, descomponer el tiempo en estados sucesivos.

Ejemplo:

Se presenta al niño una cuadrícula como la siguiente:



Se le pide que dibuje, en el primer espacio en blanco, lo que ve sobre la mesa (un florero).



El maestro coloca a la par del florero una regla y pide al niño que, en la segunda casilla en blanco, dibuje lo que ahora ve. El niño deberá trabajar como se indica a continuación:



Algunos estudiantes sólo dibujan la regla, mostrando dificultad para descomponer el tiempo en momentos sucesivos, independientes unos de otros.

Continuando el ejercicio el educador retira el florero de la mesa y repite el orden para el tercer espacio en blanco.

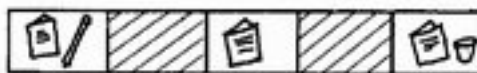
El resultado debe ser como sigue:



Una variación de la actividad anterior consiste en presentar al niño una cuadrícula con dibujos

que representan diferentes estados sucesivos y pedirle que reproduzca, con material concreto, lo que ellos expresan.

Ejemplo:



II- Representar las acciones de una sucesión temporal.

Los ejercicios consisten en simbolizar o ejecutar acciones sucesivas.

En el primer caso el niño debe representar, mediante un dibujo, la acción ejecutada por el maestro. La cuadrícula en que debe trabajar es como la que se presenta a continuación:



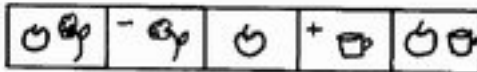
Se establece de antemano que, cuando el maestro agrega un objeto se usa el signo + y cuando quita un objeto se usa el signo -. En cuanto a la sucesión considerada en el ejercicio I se obtendrá una representación así:



La importancia de estos ejercicios radica en que para comprender las operaciones, el estudiante debe disociar correctamente las acciones de los estados que las preceden o las siguen.

III- Se propone al alumno dibujar los estados y las acciones ejecutadas por el maestro en una sucesión.

Ejemplo:



Si el alumno no logra realizarlo se regresa a los ejercicios I y II.

b) Algunos niños muestran dificultad en recordar el orden de una sucesión temporal. Fato se manifiesta en el cálculo porque no pueden escribir de memoria una operación sencilla.

A continuación se ofrecen algunos ejercicios utilizados para ayudar al niño a superar tales dificultades:

I— Formar un conjunto con tres o cuatro objetos presentándolos uno a uno; retirar los objetos y pedir que se coloquen en el mismo orden (temporal) en que lo hizo el maestro. Luego se sugiere hacerlo en orden inverso.

II— Presentar varias figuras detrás de una pantalla, de modo que aparezcan de una en una. Quitarlas de la vista del niño y pedirle que indique cuál salió primero, cuál le siguió y así sucesivamente. Repetir el ejercicio hasta que el niño logre memorizar la sucesión.

III— Recordar el orden de varias acciones sucesivas. Por ejemplo: levantar el brazo derecho, doblar la rodilla izquierda, bajar la cabeza, etc.

El niño debe repetir las acciones en el orden en que se realizaron o relatar lo que se ejecutó.

c) Se ha observado que muchos alumnos que no tienen dificultad para expresarse verbalmente, no pueda describir en forma oral una sucesión temporal

Ejemplo:

En el escritorio hay un borrador; el educador coloca a la par una barra de tiza. Se sugiere al estudiante relatar lo observado. Si éste tiene problemas como el que se señaló, mostrará dificultad para expresar: "En el escritorio había un borrador, usted puso una barra de tiza, ahora hay una barra de tiza y un borrador".

Al mencionar la forma de introducir la suma (y esto es válido para todas las operaciones) se hizo énfasis en la importancia de la verbalización antes de abocar al niño al uso del simbolismo. Por eso es importante antes de iniciar el estudio de las operaciones, detectar si el niño es capaz de describir una sucesión temporal como la que se usó en el ejemplo. Si no es así, debe someterse a la práctica de ejercicios que le permitan superar esta deficiencia.

En forma especial se debe dar oportunidad a los alumnos de usar correctamente los términos "antes" y "después" en sentido temporal.

3) Los problemas

Cuando un niño de nivel elemental se encuentra ante un problema de cálculo, debe realizar una operación concreta *, ya sea mediante la manipulación de objetos o en forma imaginaria y traducirla a una operación aritmética. Esta transcripción al

* Se refiere a una operación mental, que puede surgir de la manipulación de objetos o de la imaginación, y puede tener o no carácter matemático.

simbolismo exige que el niño haya comprendido el enunciado y razonado los datos del problema.

Para muchos individuos resolver un problema no implica reflexionar sobre las acciones descritas en el enunciado, sino asociar los números que en él se dan, sin saber por qué ni cómo.

La resolución de un problema requiere de la acción coordinada del razonamiento y de las operaciones aritméticas.

En la mayoría de los problemas las dificultades se presentan a nivel de razonamiento, especialmente en las personas que tienen una mala organización temporal. Después de leer el enunciado el estudiante debe hacer un inventario de los datos y representarse mentalmente la realidad correspondiente.

Al niño con una organización espacio-temporal deficiente le será difícil realizar esta representación, porque los términos de un enunciado no pueden asociarse siempre en forma directa. Es necesario ordenar los datos y relacionarlos entre sí, sin que esto signifique seguir el orden espacial, es decir, el orden de lectura.

Es aquí donde se hace indispensable el dominio de los términos "antes" y "después" en su carácter temporal.

Analicemos los siguientes problemas para ilustrar las afirmaciones anteriores:

A.- Juan tenía 10 chocolates, se comió 4. ¿Cuántos chocolates le quedaron?

$$10 - 4 = 6$$

Respuesta: A Juan le quedaron 6 chocolates.

B.- Juan tenía guardados unos chocolates. En la escuela le regalaron otros 4. Ahora tiene 10 chocolates. ¿Cuántos chocolates tenía guardados?

$$10 - 4 = 6$$

Respuesta: Juan tenía guardados 6 chocolates

Como es fácil notar, en ambos problemas se ha utilizado la misma operación, en este caso la sustracción. Los alumnos resuelven con más facilidad el problema A porque el orden espacial (orden de lectura) y el orden temporal (orden en que se suceden los acontecimientos) se corresponden. En el problema B el niño debe descomponer el tiempo en tres etapas:

- lo que le regalaron
- lo que tiene ahora
- lo que tenía antes

El razonamiento que lo debe llevar a quitar lo que se agregó es menos evidente que el que debe

tener lugar para resolver el problema A. Por esta razón se hace muy difícil a los estudiantes que presentan desorganización temporal.

Para las actividades remediales conviene apoyarse en material concreto, utilizando al principio muy pocos objetos:

Ejemplos:

I— El maestro tendrá dentro de una caja un carro y una bola. El niño ignora lo que hay dentro de la caja. El maestro saca la bola y se la entrega al niño; luego le muestra lo que queda en la caja.

Pregunta: ¿Qué había antes dentro de la caja?

Poco a poco se van complicando los ejercicios hasta llegar a algunos tan complejos como el que sigue:

II— Una caja contiene dos cubos, dos reglas y tres fichas. El alumno ignora lo que hay dentro de la caja. Se le pide que introduzca un cubo y una regla, que exprese en voz alta lo que hizo y que represente los objetos en la pizarra (esto se hace con el fin de reforzar la memoria visual cuya deficiencia puede dificultar el ejercicio).

Se le muestra lo que hay ahora dentro de la caja y se le pregunta qué había antes. Para dar la respuesta el alumno debe retirar de la caja lo que agregó. Una situación similar se presenta en el problema B.

Luego se darán otros casos en que el enunciado se redacta en términos semejantes al problema B, tratando de que el niño encuentre la respuesta con ayuda de material concreto o gráfico. Por ejemplo, los chocolates pueden sustuirse por fichas:

tenía	?
me regalaron	0 0 0 0
ahora tengo	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

En realidad las dificultades que se presentan a los niños obedecen a su inmadurez, caracterizada por la irreversibilidad de pensamiento. El niño llega a adquirir la noción de tiempo mediante esta propiedad de las operaciones mentales. Michelle Lauriol (en Dugas y otros, 1972), quien realizó estudios muy valiosos sobre el paralelismo entre la noción de tiempo y los aspectos del cálculo que se han considerado aquí, expresa que sus investigaciones lo han llevado a concluir que lo que es realmente importante es educar o reeducar la reversibilidad de las operaciones intelectuales, aprovechando todas las circunstancias, sin importar el concepto en ellas involucrado.

Compartimos la opinión de Lauriol y creemos que todas las actividades que obliuen al niño a utilizar la reversibilidad de pensamiento, incidirán en una modificación favorable de su conducta en el campo del cálculo.

BIBLIOGRAFIA

- Dienes, Z. P. *Construcción de las Matemáticas*, Presses Universitaires de France, París, 1966.
- Dugas, G y otros. *Trastornos del aprendizaje del cálculo*, Editorial Fontanella, Barcelona, 1972.
- Jaulin, F. *La reeducación del razonamiento matemático*, Ediciones Sociales Francesas, París, 1965.
- Lovell, K. *Didáctica de la Matemática (sus bases psicológicas)*, Editorial Fontanella, Barcelona, 1972.
- Piaget, J. *El desarrollo de la noción de tiempo en el niño*, Presses Universitaires de France, París, 1946.