Rev. Educación 9 (1 y 2): 107-127, 1985

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE MATEMATICA EN COSTA RICA

Víctor Buján Delgado.

En una edición anterior de esta revista (EDUCACION Vol.VII, Nos. 1 y 2, 1983), me referí al concepto general de "resolución de problemas de matemática" y a una distinción entre "problemas típicos de libro de texto" y "problemas proceso". Afirmé entonces, entre otras cosas, que

> "en nuestro medio, de acuerdo con investigaciones realizadas a lo largo de los últimos diez años, la preparación que se da a los estudiantes de educación primaria en esta área (resolución de problemas de matemática) es sumamente limitada".

En apoyo de esta afirmación cité cinco trabajos de investigación que se refieren a la competencia de los estudiantes de educación primaria y secundaria de Costa Rica como resolvedores de esos problemas. Dichos trabajos son los de Ana Lucía Moya (1972), Víctor Buján (1974), Guillermo Vargas (1975), Víctor Buján (1982), y María de Los Angeles Jiménez (1983). Debo agregar, además, la investigación realizada por el Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense (I.I.M.E.C.), cuyo Diagnóstico Evaluativo de la Enseñanza de la Matemática arroja resultados que merecen especial atención.

En esta oportunidad serán presentados a los lectores más datos acerca de la capacidad para resolver problemas de matemática de los estudiantes costarricenses que acaban de concluir con éxito sus estudios secundarios. La información proviene del llamado Examen de Ubicación de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica, por lo que nos detendremos antes a explicar algunos antecedentes y características de dicha prueba.

EL EXAMEN DE UBICACION.

Antes de 1975, en dos ocasiones, el Director del entonces llamado Departamento de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica, Profesor Francisco Ramírez, encargó al Profesor Juan Félix Martínez diseñar un examen de conocimientos fundamentales de matemática y aplicarlo a los estudiantes procedentes de los liceos que venían a tomar su primer curso universitario de matemática al mencionado Departamento.

A partir de 1975, el Director de la nueva Escuela de Matemática, Profesor Bernardo Montero, encargó al autor de estas líneas de confección del cuestionario del Examen de Ubicación así como la coordinación de la Comisión del Examen de Ubicación, la cual se encarga de la administración de la prueba. El examen se aplicó sin interrupción en los meses de febrero de cada año hasta 1980 inclusive cuando, siendo Director el profesor Vernor Arguedas, se aplicó por última vez. El pasado dos de febrero del presente año de mil novecientos ochenta y cinco, con motivo de una profunda reorganización de los cursos iniciales de matemática en la Universidad de Costa Rica, se administró nuevamente el Examen de Ubicación. El Director de la Escuela de Matemática, Profesor Bernardo Montero, me encargó, una vez más, la elaboración del cuestionario del Examen de Ubicación y la coordinación de la Comisión del Examen de Ubicación.

El Examen de Ubicación es una prueba objetiva de preguntas de selección múltiple sobre unos veintiséis temas de matemática. Todos esos temas, con excepción de dos: desigualdades con valores absolutos y desigualdades de segundo grado, se estudian en la escuela secundaria de acuerdo con los programas y con los libros de texto disponibles en Costa Rica.

El Examen de Ubicación no es obligatorio, o sea, que el estudiante escoge libremente someterse a él y recibir los beneficios correspondientes que son, al menos, dos: 1) El Examen de Ubicación permite al alumno conocer la preparación matemática básica que recibió en el liceo, de acuerdo con criterios establecidos por la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, antes de matricularse en su primer curso universitario de matemática. 2) El Examen da al estudiante una buena idea de la solidez de su formación matemática en comparación con la formación de todos los demás estudiantes que acuden a la Escuela de Matemática a recibir sus primeros cursos en esta disciplina.

Esta no obligatoriedad del Examen de Ubicación nos permite considerar la idea de que, en general, los estudiantes que se presentan al Examen son particularmente responsables, estudiosos y preocupados por sus estudios universitarios.

RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL EXAMEN DE UBICACION.

Algunas de las preguntas del Examen de Ubicación son ejercicios a los que usualmente damos el nombre de "problemas". El cuestionario contiene tanto "problemas típicos de libro de texto" como "peoblemas proceso".

Entre los "problemas típicos de libro de texto" que figuran en el cuestionario del Examen de Ubicación, algunos son como los que podemos encontrar en cualquier libro de texto de álgebra para escuelas secundarias. Son problemas que se refieren a salas o jardines rectangulares o de otras formas geométricas, a edades, a móviles de velocidad constante, etc. Todos ellos requieren, en general, de una etapa de traducción del lenguaje verbal o corriente al lenguaje simbólico de las ecuaciones del álgebra elemental.

Otros "problemas típicos de libro de texto" que han aparecido en el Examen de Ubicación son algunos problemas muy simples de geometría, de un solo paso, los cuales requieren solamente la aplicación inmediata de algunas de las fórmulas de áreas más fundamentales de la geometría elemental, como el área del triángulo y el área del círculo.

Además de "problemas típicos de libro de texto", el cuestionario del Examen de Ubicación contiene siempre algunos "problemas proceso". Estos son problemas no rutinarios que no requieren la aplicación de recursos matemáticos rebuscados. Requieren, simplemente, preparación para enfrentarse a situaciones realmente nuevas.

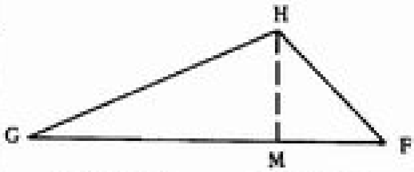
En este artículo mostramos al lector porcentajes de respuestas correctas dadas por los estudiantes que se han presentado al Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática en el área de la resolución de problemas.

PROBLEMAS TIPICOS DE LIBRO DE TEXTO.

Presentaremos tres problemas de geometría que figuraron en el cuestionario del Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática en todas y cada una de las siete convocatorias entre 1975 y 1985. Además aparecieron en un examen aplicado a los estudiantes que tomaron el curso de verano ofrecido por la Escuela de Matemática en enero del presente año.

Los tres problemas son los siguientes:

P38. (ver figura) En el triángulo FGH, el lado FG mide 20 cm. HM es la altura sobre el lado FG y mide 8 cm. Entonces el área del triángulo FGH será:

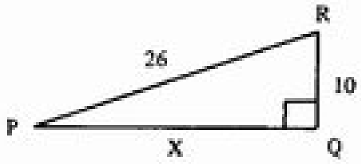


(A) 40 cm^2 (C) 80 cm^2
(B) 64 cm^2 (D) 160 cm^2

P22. El radio del círculo C mide 18 cm. Entonces el área del círculo C será, aproximadamente:

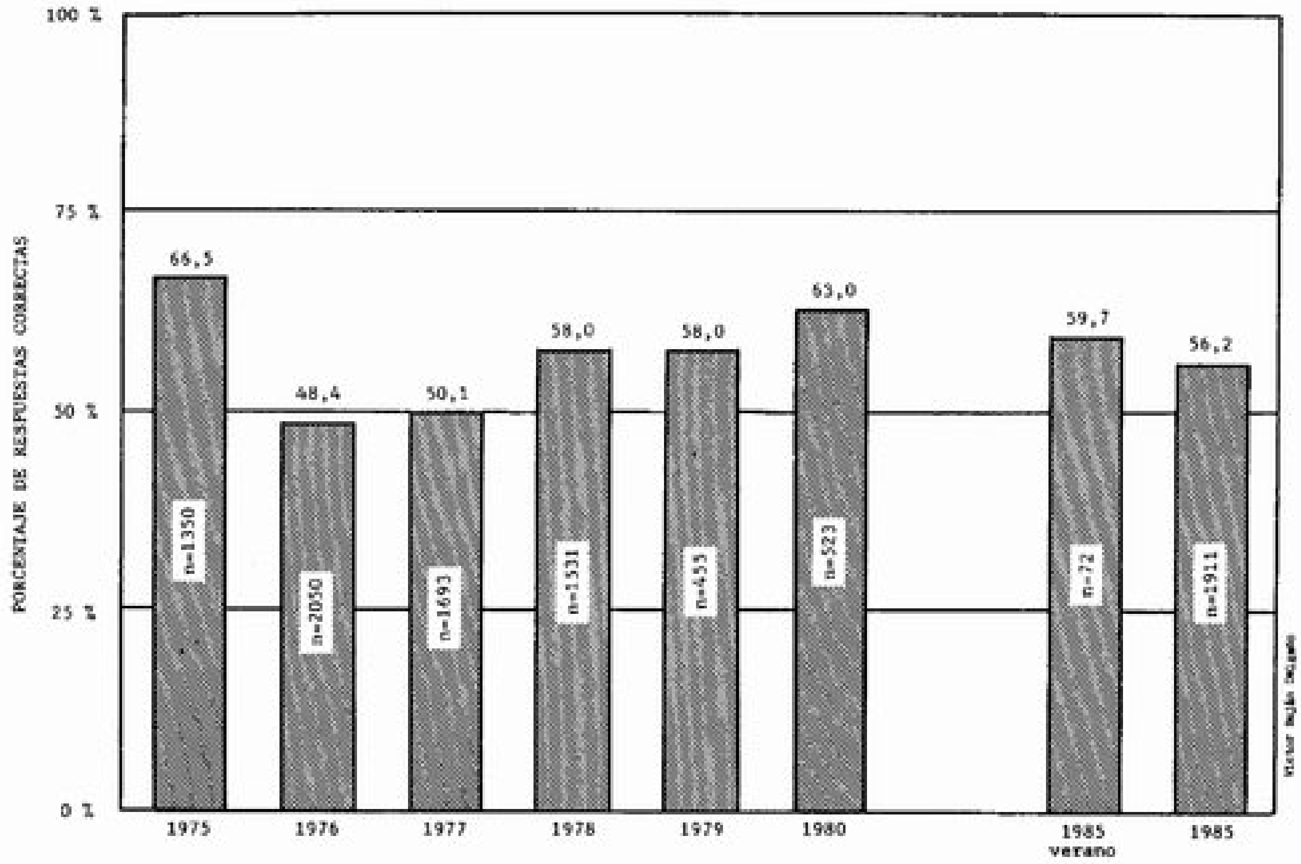
(A) 56,52 cm^2 (C) 324 cm^2
(B) 113,04 cm^2 (D) 1017,36 cm^2

P15. La figura muestra el triángulo PQR. El ángulo de vértice Q es recto. La longitud del cateto x es:

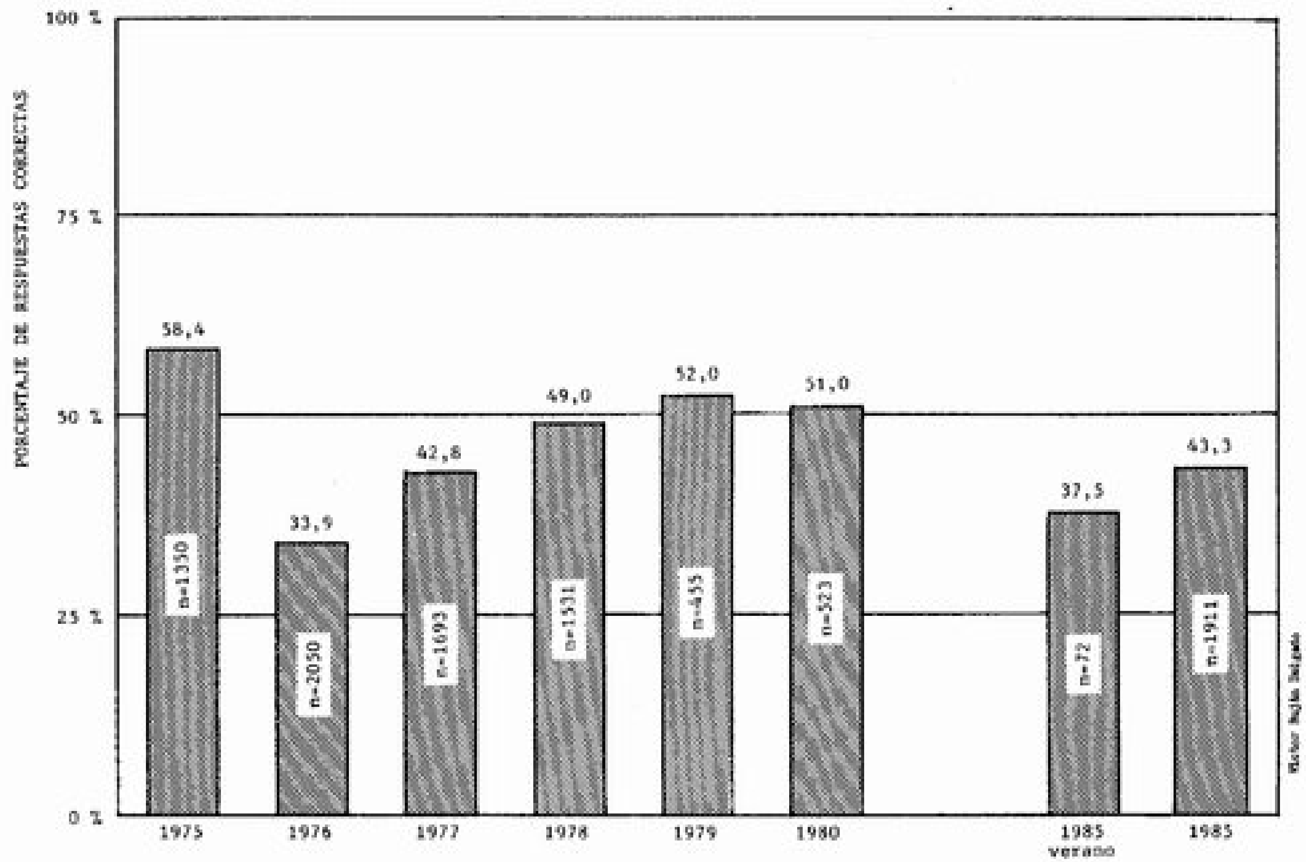


(A) 16 (C) 130
(B) 24 (D) 176

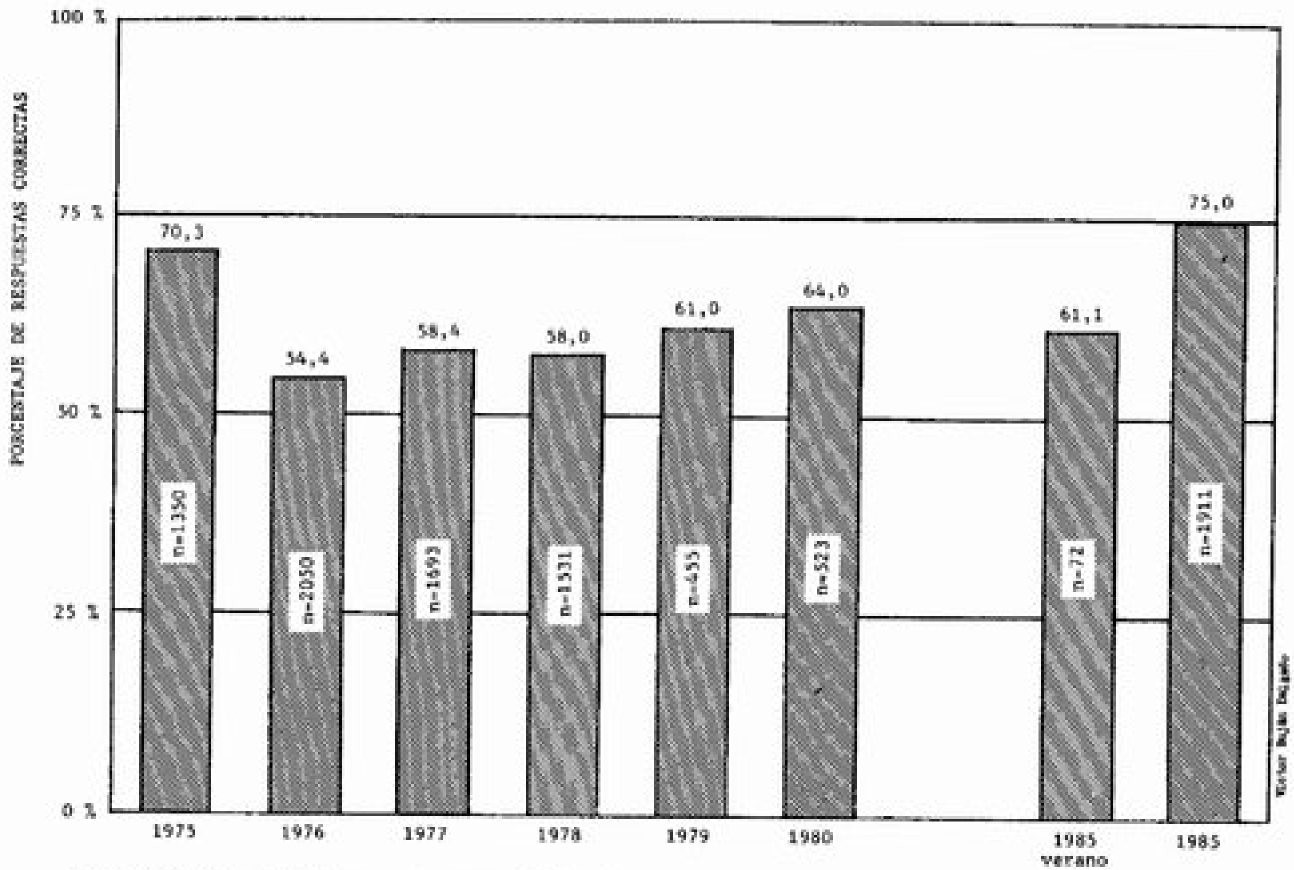
La gráfica número uno muestra los porcentajes de respuestas correctas dadas a la pregunta P38, así como los números de estudiantes que se presentaron a hacer el Examen de Ubicación, en cada una de las siete convocatorias desde 1975 hasta 1985, y también en el curso de verano impartido en la Escuela de Matemáticas en enero de 1985.



GRAFICA 1. Porcentaje de respuestas correctas dadas a la pregunta P38 en ocho convocatorias del EXAMEN DE UBICACION de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica. "En el triángulo FGH, el lado FG mide 20 cm. HM es la altura sobre el lado FG y mide 8 cm. Entonces el área del triángulo FGH será:"



GRAFICA 2. Porcentajes de respuestas correctas dadas a la pregunta P22 en ocho convocatorias del EXAMEN DE UBICACION de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica. "El radio del círculo C mide 18 cm. Entonces el área del círculo será:"



GRAFICA 3. Porcentajes de respuestas correctas dadas a la pregunta P15 en ocho convocatorias del EXAMEN DE UBICACION de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Costa Rica. "La figura muestra el triángulo PQR. El ángulo de vértice Q es recto. La longitud del cateto x es:"

Historietas

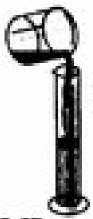
1. Abril: 10,5 cm de lluvia. Mayo: 9,3 cm de lluvia. ¿Cuánto llovió en total? 19,8 cm

2. Lunes: 238,4 km. Martes: 467,5 km. Miércoles: 537,8 km. ¿Cuánto se recorrió en total? 1243,7 km

3. Carrera de los 100 m. Andrés: 12,6 seg. Juan: 10,9 seg. ¿Cuál es la diferencia? 1,7 segundos

4. 18,7 km por litro. 2 litros. ¿Cuántos kilómetros? 37,4

5. Profundidad promedio del río: 5,3 m; del lago: 8,2 m. ¿Cuánto más profundo es el lago? 2,9 m



6. Se vierten 25,35 cm cúbicos. Luego 37,68 cm cúbicos más. ¿Cuánto líquido hay? 63,03 cm cúbicos

7. Gastos. Lunes: $3,95. Martes: $6,23. Miércoles: $5,67. Jueves: $3,94. Viernes: $4,58. ¿Cuál es el total? $ 24,37

8. Lectura del barómetro: 74,98 centímetros. Proximidad de tormenta. La presión atmosférica baja 1,71 centímetros. ¿Qué se lee ahora en el barómetro? 73,27 cm

9. Velocidad en la pista. Marca: 139,130 kmph. Marca del año anterior: 138,775 kmph. ¿Cuánto mayor es la nueva marca? 0,355 kmph

10. Temperatura normal del cuerpo humano: 36,5°C. Fiebre. 2,3° más alta. ¿Qué temperatura? 38,8°C

11. Cuadro mágico. Fila, columna y diagonal suman igual. Completa el cuadro.

[A] 1,4	0.9	1.0
0,7	1,1	[B] 1,5
1,2	[C] 1,3	0,8

12. Un rectángulo. Relación de sus lados: 1:2. Uno de ellos: 9,235.
    [A] ¿Qué longitud tiene el otro? 18,470
    [B] ¿Cuál es el perímetro? 55,410

13. Temperatura más alta: 57,8°C. Temperatura más baja: 36,5°C bajo cero. Halla la diferencia en grados entre ambas temperaturas. 94,30°C

Piensa

Empleando la unidad A un lápiz mide 6. Usando la unidad B, la unidad A mide 3. ¿Cuánto mide el lápiz con la unidad B? 18

Figura 1

Es intranquilizador encontrar que una pregunta tan simple como esta obtiene los números de respuestas correctas mostrados en la gráfica número uno a lo largo de los años. Aun más intranquilizante es el hecho de que más de ochocientos estudiantes, de los mil novecientos once estudiantes que se presentaron al Examen de Ubicación el dos de febrero de mil novecientos ochenta y cinco, no pudieron calcular el área de un triángulo del cual conocían las longitudes de la base y de la altura.

La gráfica número dos nos da los porcentajes de respuestas correctas dadas a la pregunta P22 entre 1975 y 1985, y en el curso de verano de enero de mil novecientos ochenta y cinco.

La comparación de la información mostrada en las gráficas 1 y 2, nos sugiere que el cálculo del área del círculo es aun más difícil que el cálculo del área del triángulo. Una vez más encontramos que los porcentajes de respuestas correctas son aquí mucho más bajos que los que cabe razonablemente esperar. Los resultados obtenidos el dos de febrero de mil novecientos ochenta y cinco, especialmente, dejan mucho que desear al mostrar que, de los estudiantes que vienen a la Universidad a estudiar carreras que requieren matemática, menos de la mitad pueden determinar el área de un círculo conociendo la longitud de su radio.

El último ejemplo de "problema típico de libro de texto" es la pregunta P15. En ella se trata de calcular la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo del cual se conocen las longitudes de la hipotenusa y del otro cateto. La gráfica número tres muestra las cifras relativas de respuestas correctas obtenidas por esta pregunta.

Después de haber examinado los casos de las preguntas P38 y P22, el de la pregunta P15 parece alentador a primera vista por presentar un porcentaje que alcanza el 75,0%. Parece menos alentador cuando consideramos que este año, uno de cada cuatro estudiantes, de los que vinieron a tomar por lo menos un curso a la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, no pudieron resolver una aplicación tan directa y simple del Teorema de Pitágoras.

PROBLEMAS PROCESO

Como quedó dicho ya, los "problemas proceso" son problemas no rutinarios en cuya resolución no son necesarias operaciones ni procesos complicados.

Algunas de las preguntas del cuestionario del Examen de Ubicación son "problemas proceso" tomados de una serie de libros de texto de matemática para niños de escuela primaria. Se trata de la serie de textos "MATEMATICA PARA LA EDUCACION PRIMARIA", Editorial Norma, 1970.

Las preguntas T16, T21, T26, T33, y T49 proceden de las páginas 216, 181, 161, 207 y 53, respectivamente, del libro de texto de matemática para el sexto grado.

La figura 1 muestra la forma original del "problema proceso" T16 tal como aparece en la página 216 del libro para sexto grado.

Este problema fue presentado en el cuestionario del Examen de Ubicación en la forma de pregunta de selección múltiple de cuatro opciones, como sigue:

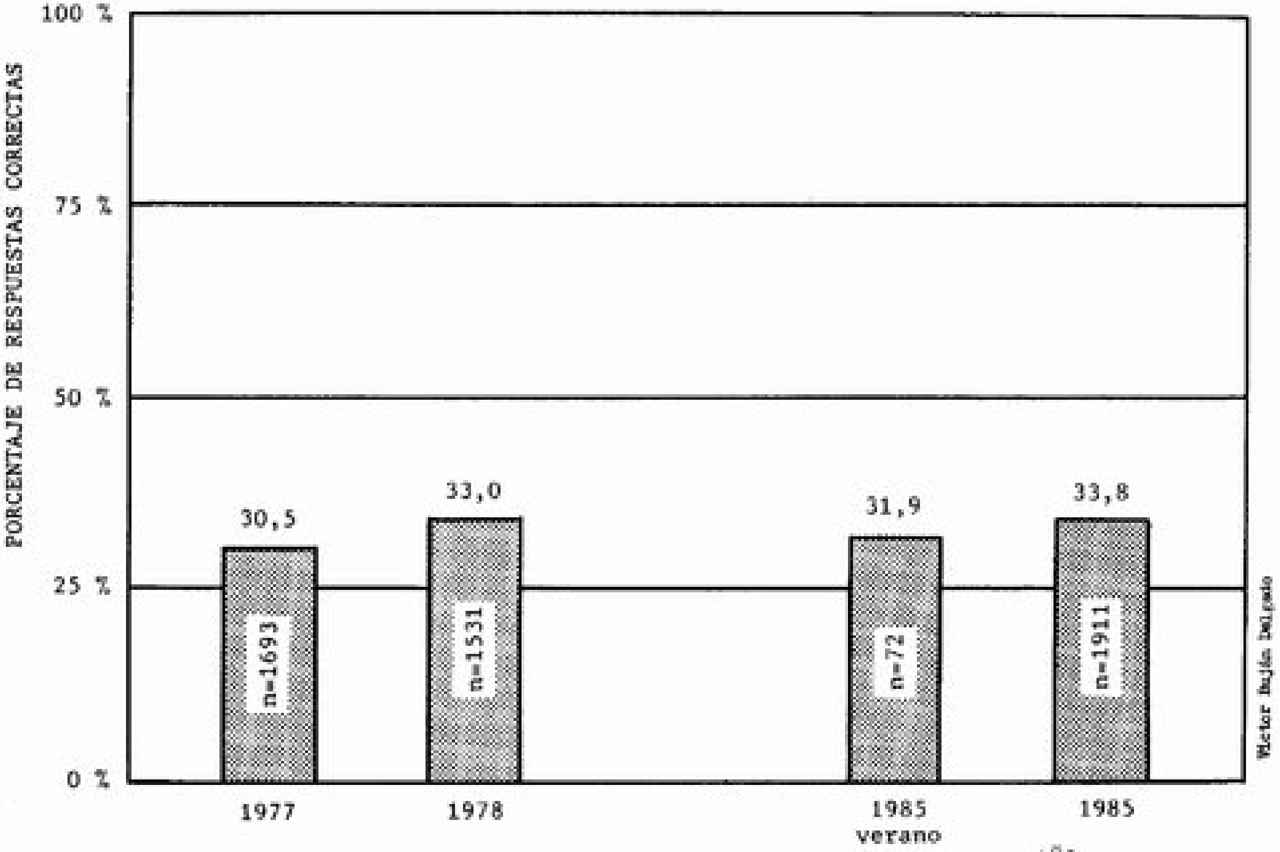
> T16. Empleando la unidad A, un lápiz mide 6 de longitud. Usando la unidad B, la unidad A mide 3. ¿Cuál es la longitud del lápiz si usamos la unidad B?
>
> (A) 2 (C) 9
> (B) 3 (D) 18

La gráfica número cuatro muestra los porcentajes de respuestas correctas dadas por los estudiantes a la pregunta T16, en las convocatorias de 1977, 1978, y en 1985, así como en el curso de verano ofrecido por la Escuela de Matemáticas en enero del presente año.

En la figura número dos vemos el problema T21 tal como es presentado a los niños en el libro de matemáticas de sexto grado.

En el cuestionario del Examen de Ubicación, este problema fue planteado en forma de item de selección múltiple, de la siguiente manera:

> T21. Uno de los primeros computadores electrónicos, construido en 1946, efectuaba una suma en 1/5000 de segundo. Computadores modernos, de mayor capacidad, pueden efectuar la misma operación en 1 1/2 millonésimos de segundo. ¿Cuántas veces más rápido es el computador moderno que el de 1946?
>
> (A) 133 1/3 (C) 10 000 000
> (B) 5000 (D) 15 000 000

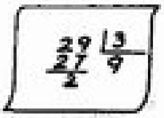


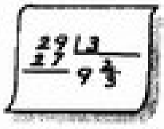
GRAFICA 4. Porcentajes de respuestas correctas a la pregunta T16 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE UBICACION. "Empleando la unidad A, un lápiz mide 6 de longitud. Usando la unidad B, la unidad A mide 3. ¿Cuál es la longitud del lápiz si usamos la unidad B?"

Cualquier división (distinta de la división por cero) tiene siempre por cociente un número racional. El ejemplo siguiente muestra que el cociente de $29 \div 3$ es número racional $\frac{29}{3}$.

$$29 \div 3 = 29 \times \frac{1}{3} = \frac{29}{3}$$

Representamos este cociente mediante el número mixto $9\frac{2}{3}$ en lugar de $\frac{29}{3}$, utilizando el proceso de división del ejemplo A. Podemos encontrar el cociente (número racional) más fácilmente, siguiendo el proceso del ejemplo B.

A 

B 

GRUPO DE EJERCICIOS 3

1. El ejemplo B muestra que el cociente de 29 y 3 es $9\frac{2}{3}$. Demuestra, con la multiplicación, que éste es el cociente correcto. $3 \times 9\frac{2}{3} = 29$

2. Halla los cocientes como en el ejemplo B. Prueba las operaciones.

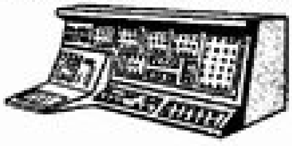
[A] $54 \div 7$ $7\frac{5}{7}$ [C] $168 \div 9$ $18\frac{2}{3}$ [E] $495 \div 8$ $61\frac{7}{8}$ [G] $569 \div 11$ $51\frac{8}{11}$ [I] $467 \div 23$ $20\frac{7}{23}$

[B] $72 \div 5$ $14\frac{2}{5}$ [D] $3576 \div 5$ $715\frac{1}{5}$ [F] $347 \div 3$ $115\frac{2}{3}$ [H] $2372 \div 25$ $94\frac{22}{25}$ [J] $896 \div 13$ $68\frac{12}{13}$

Piensa

Encuentra los tres números siguientes en cada secuencia.

1. $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}$, ■, ■, ■, . . . $\frac{1}{256}$ $\frac{1}{1024}$ $\frac{1}{4096}$
2. $1, \frac{3}{2}, 2\frac{1}{4}, \frac{13}{4}$, ■, ■, ■, . . .
3. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 3, \frac{21}{4}$, ■, ■, ■, . . .
4. $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}$, ■, ■, ■, . . .



Uno de los primeros computadores electrónicos, construido en 1946, efectuaba una suma en $\frac{1}{5000}$ seg. Computadores modernos, de mayor capacidad, pueden efectuar la misma operación en $1\frac{1}{2}$ millonésimos de seg. ¿Cuántas veces más rápido es el computador moderno que el de 1946?

Figura 2

Empleo de las propiedades básicas

EJERCICIOS

1. Halla los números correspondientes para a y b.

[A] $5 \times \frac{1}{6} = a \to \frac{1}{6} \times 5 = b$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$

[C] $3 \times \frac{1}{10} = a \to \frac{1}{10} \times 3 = b$ $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{10}$

[B] $9 \times \frac{1}{2} = a \to \frac{1}{2} \times 9 = b$ $\frac{9}{2}$ $\frac{9}{2}$

[D] $10 \times \frac{1}{10} = a \to \frac{1}{10} \times 10 = b$ $\frac{10}{10}$ $\frac{10}{10}$

2. Resuelve las ecuaciones.

[A] $\frac{1}{5} \times 1 = n$ $\frac{1}{5}$ [B] $1 \times \frac{1}{4} = n$ $\frac{1}{4}$ [C] $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = n$ $\frac{2}{15}$ [D] $0 \times \frac{1}{8} = n$ 0 [E] $\frac{1}{8} \times \frac{0}{8} = n$ 0

3. Resuelve las ecuaciones.

[A] $(2 \times \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4} = 2 \times (n \times \frac{1}{4})$ $\frac{1}{3}$

[C] $(9 \times \frac{1}{5}) \times \frac{1}{8} = n \times (\frac{1}{5} \times \frac{1}{8})$ 9

[B] $\frac{1}{6} \times (\frac{1}{5} \times 7) = (\frac{1}{6} \times n) \times 7$ $\frac{1}{5}$

[D] $\frac{1}{5} \times (\frac{1}{6} \times 13) = (\frac{1}{5} \times \frac{1}{6}) \times n$ 13

4. Halla los productos. Averigua primero el de los factores en rojo.

[A] $3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ $\frac{3}{10}$ [C] $\frac{1}{6} \times 6 \times \frac{1}{4}$ $\frac{6}{24}$ [E] $\frac{1}{6} \times 10 \times \frac{1}{3}$ $\frac{10}{18}$ [G] $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times 100$ $\frac{100}{100}$

[B] $7 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ $\frac{7}{12}$ [D] $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times 9$ $\frac{9}{30}$ [F] $17 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ $\frac{17}{100}$ [H] $\frac{1}{5} \times 25 \times \frac{1}{5}$ $\frac{25}{25}$

5. Halla los productos.
Averigua primero el producto de los factores en negrilla.
Después averigua el producto de los factores en rojo.

[A] $2 \times \frac{1}{8} \times 4 \times \frac{1}{2} = p$ $\frac{8}{16}$

[B] $3 \times \frac{1}{5} \times 5 \times \frac{1}{3} = p$ $\frac{15}{15}$

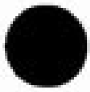
[C] $6 \times \frac{1}{6} \times 4 \times \frac{1}{3} = p$ $\frac{24}{18}$

[D] $2 \times \frac{1}{5} \times 9 \times \frac{1}{8} = p$ $\frac{18}{40}$

[E] $8 \times \frac{1}{10} \times 7 \times \frac{1}{10} = p$ $\frac{56}{100}$

[F] $8 \times \frac{1}{10} \times 3 \times \frac{1}{100} = p$ $\frac{24}{1000}$

Piensa

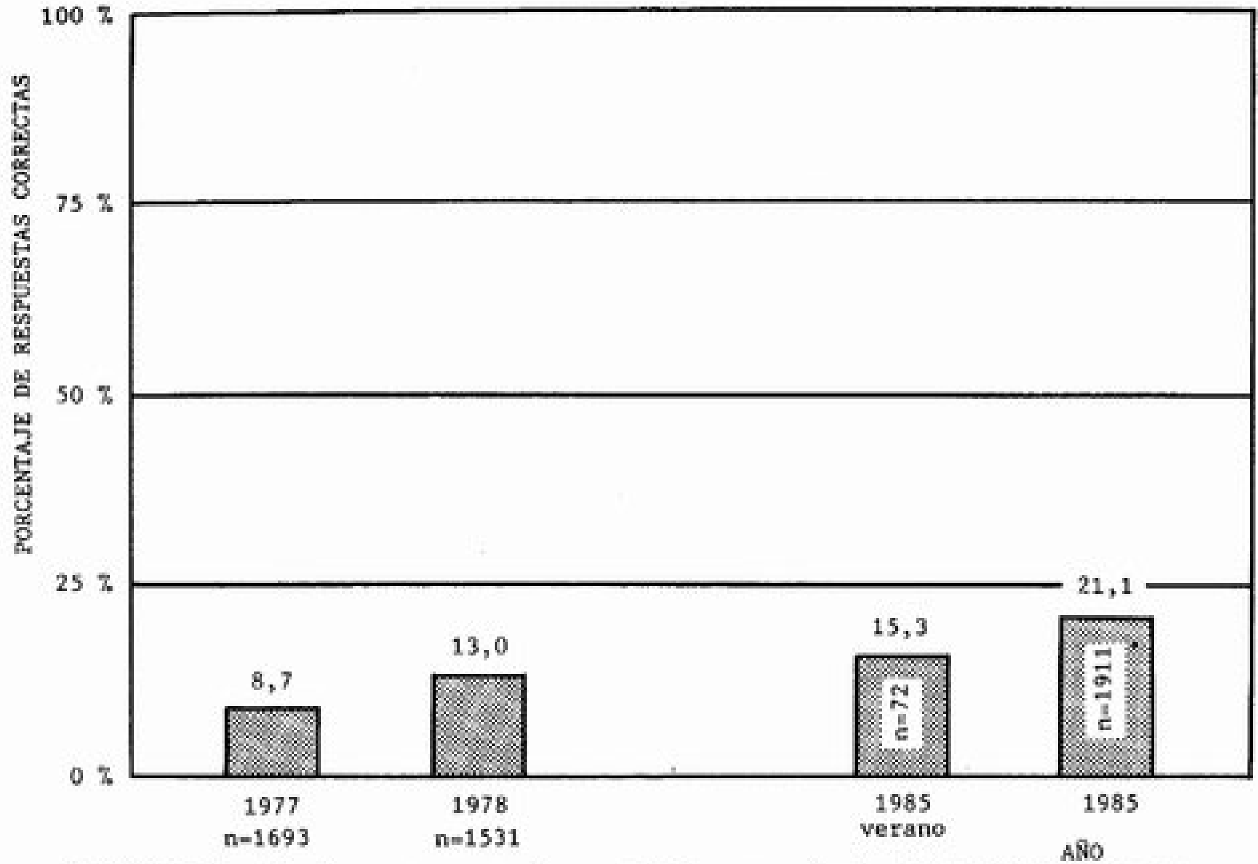


El doblón es una antigua moneda española.

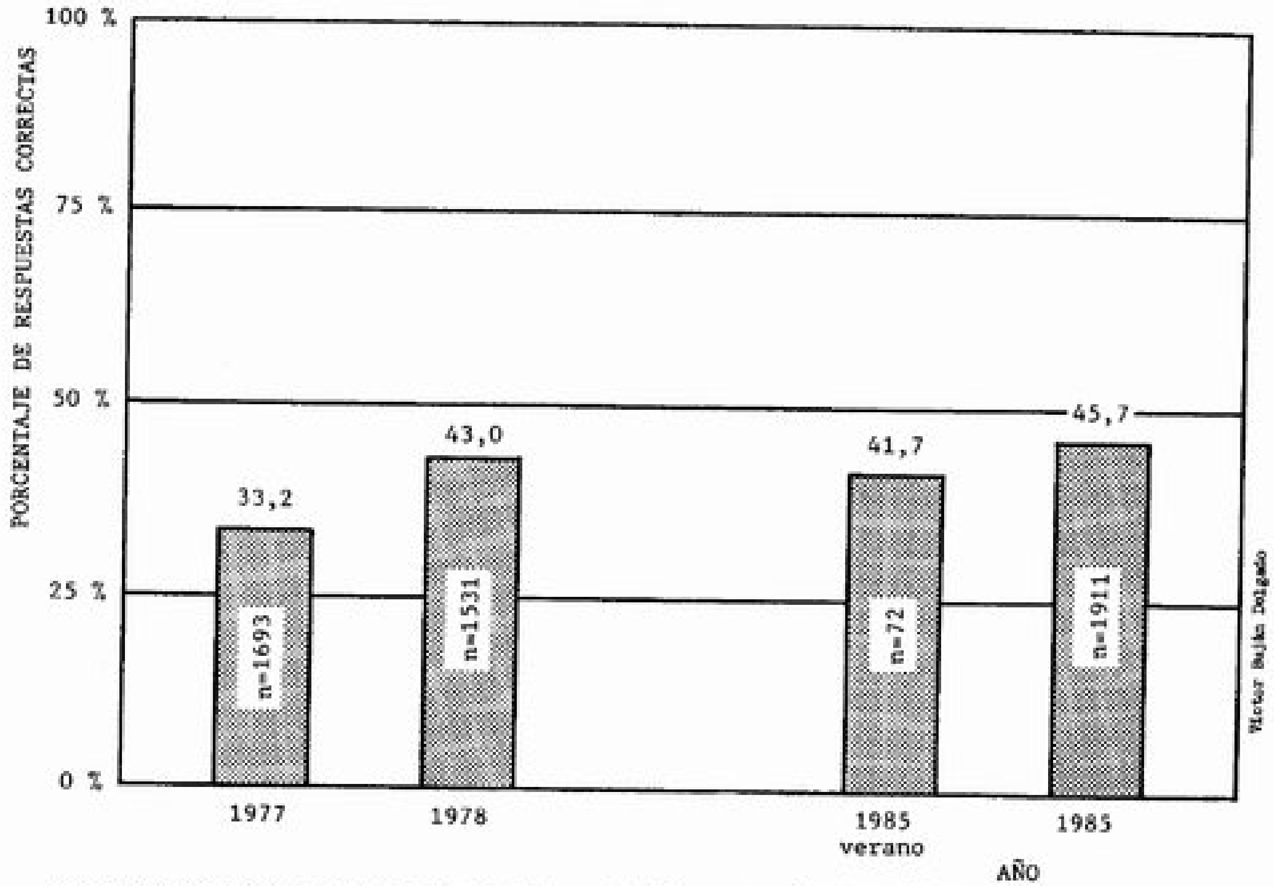
Un pirata enterró $\frac{1}{2}$ de su botín en doblones y arrojó $\frac{1}{3}$ de él al mar. Cuando contó los que le quedaban, tenía 4000 doblones. ¿Cuántos tenía al principio? 24.000

161

Figura 3

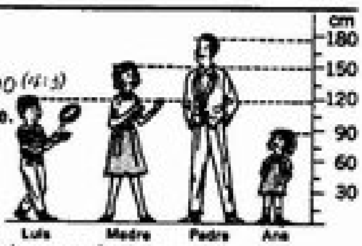


GRAFICA 5. Porcentajes de respuestas correctas a la pregunta T21 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE UBICACION. "Uno de los primeros computadores electrónicos, construido en1946, efectuaba una suma en 1/5000 de segundo. Computadores modernos, de mayor capacidad, pueden efectuar la misma operación en 1 1/2 millonésimos de segundo. ¿Cuántas veces más rapido es el computador moderno que el del 1946? "



GRAFICA 6. Porcentaje de respuestas correctas a la pregunta T26 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE UBICACION. "(el doblón es una antigua moneda española) Un pirata enterró la mitad de su botín en doblones y arrojó un tercio de él al mar. Cuando contó los que le quedaban, tenía 4000 doblones. ¿Cuántos tenía al principio?"

Evaluación de la unidad



1. Halla las siguientes razones.
   [A] Altura de Luis con la de Ana. 120 : 90 (4 : 3)
   [B] Altura del padre con la de la madre. 180 : 150 (6 : 5)
   [C] Altura de Ana con la del padre. 90 : 180 (9 : 18) (1 : 2)
   [D] Altura de Luis con la del padre. 120 : 180 (6 : 9), (2 : 3)

2. [A] Mercedes escribe 40 palabras por minuto. Halla la razón de palabras a minutos. 40 : 1
   [B] Hay 8 ratones y 3 gatos. Halla la razón de ratones a gatos. 8 : 3 Halla la razón de gatos a ratones. 3 : 8
   [C] En una caja hay 24 galletas para 6 niños. Expresa en dos formas distintas la razón de galletas a niños. 24 : 6, 12 : 3, ó 4 : 1

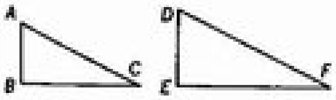
3. Copia la tabla y halla los números que faltan. Todas las parejas deben representar la misma razón.

4:3
8:■
■:9
16:■
■:30

4. Escribe los números que faltan.
   [A] 2 : 1 = 4 : ■
   [B] 2 : ■ = 8 : 12
   [C] 4 : 1 = ■ : 3
   [D] 5 : 2 = 10 : ■
   [E] 3 : ■ = 30 : 40
   [F] ■ : 8 = 77 : 88

5. En la fiesta de cumpleaños de Lina había 3 niños para cada 2 niñas. Si había 9 niños, ¿cuántas niñas había? 6

6. Imagina que los dos triángulos siguientes son semejantes y que la razón entre sus lados es 3:5.



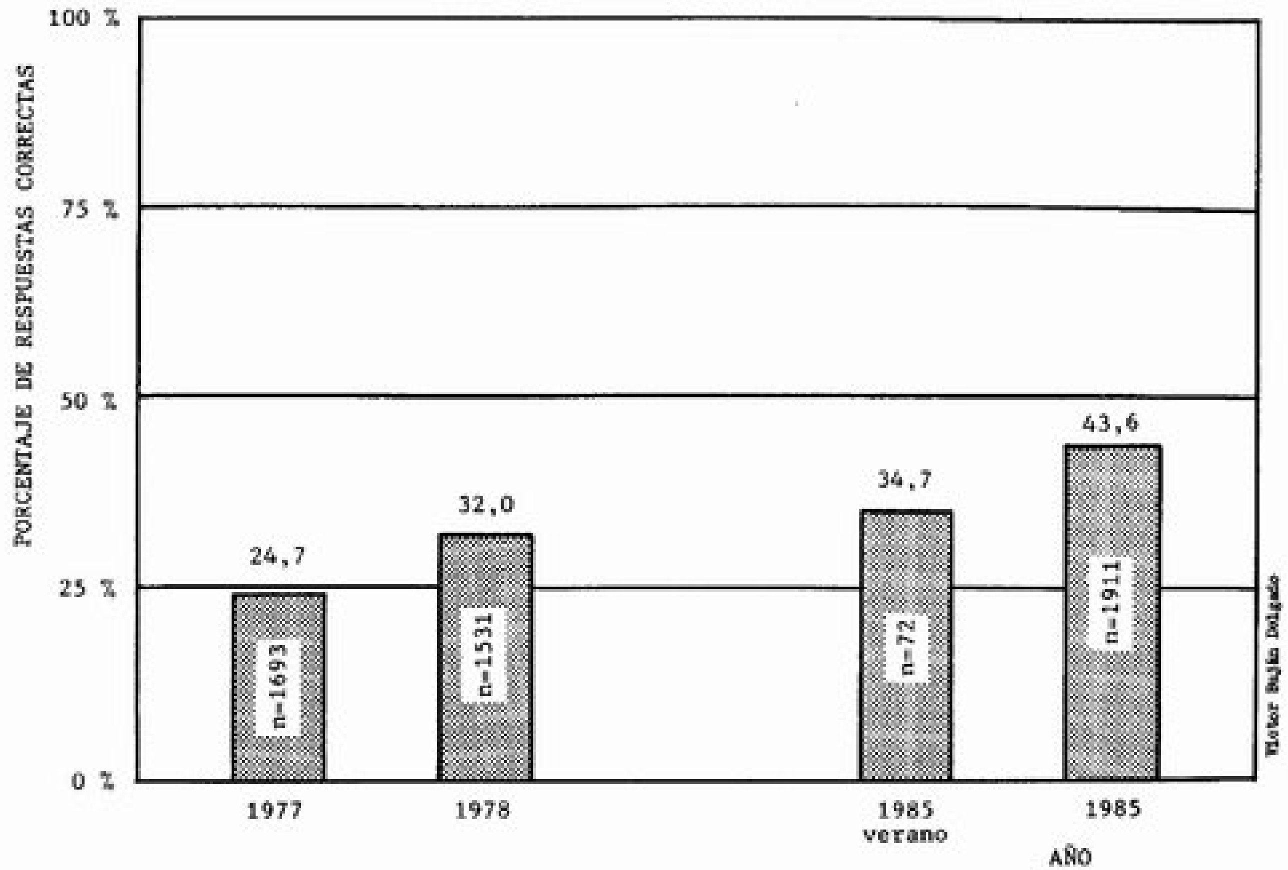
   [A] Si $\overline{AC}$ es 12, $\overline{DF}$ es ■. 20
   [B] Si $\overline{AB}$ es 6, $\overline{DE}$ es ■. 10
   [C] Si $\overline{BC}$ es 9, $\overline{EF}$ es ■. 15

Piensa

Las caras de cuatro famosos personajes fueron talladas en una roca. La razón del tamaño de estas caras con el tamaño real de la de un hombre es 155:2. Si los personajes tenían 180 cm de altura, ¿qué tan altos deberían ser los cuerpos de estos personajes si hubieran sido tallados en la misma roca? 139,50 m

207

Figura 4



GRAFICA 7. Porcentajes de respuestas correctas a la pregunta T33 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE UBICACION. "Las caras de cuatro famosos personajes fueron talladas en una roca. La razón del tamaño de estas caras al tamaño real de la cara de un hombre, es de 155:2. Si los personajes tenían 180 cm de estatura, ¿Qué altura deberían tener las estatuas (cuerpo entero) de estos personajes si hubieran sido talladas en la roca?"

En la gráfica número cinco podemos encontrar las cifras relativas de respuestas correctas obtenidas por esta pregunta en el Examen de Ubicación en tres diferentes ocasiones: febrero de 1977, febrero de 1978, febrero de 1985, y en el curso de verano de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica de enero del presente año.

La figura 3 nos muestra el problema T26 en la forma en que aparece en la página ciento sesenta y uno del libro de sexto grado de la serie Matemática en la Educación Primaria para la educación primaria.

Se dio a este problema el formato de pregunta de selección múltiple de cuatro opciones, como se muestra a continuación:

> T26. (el doblón es una antigua moneda española) Un pirata enterró la mitad de su botín en doblones y arrojó un tercio de él al mar. Cuando contó los que le quedaban, tenía 4000 doblones. ¿Cuántos tenía al principio?
>
> (A) 12 000 (C) 24 000
> (B) 20 000 (D) 36 000

En la gráfica número seis vemos los resultados obtenidos en esta pregunta, dirigida a niños de escuela primaria, por más de cinco mil jóvenes costarricenses que se presentaron a las convocatorias del Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica en 1977, 1978, y en 1985, así como en el curso de verano ofrecido por dicha Escuela en enero del presente año de mil novecientos ochenta y cinco. Observe el lector que en todos los casos, menos de la mitad de los examinandos contesta correctamente.

Pasamos ahora a un problema de razones y proporciones. En la figura número cuatro vemos una reproducción fotográfica de la página doscientos siete del libro de matemática para sexto grado en la cual aparece el problema T33.

Prácticamente sin ningún cambio esencial, este problema apareció en el cuestionario del Examen de Ubicación así:

> T33. Las caras de cuatro famosos personajes fueron talladas en una roca. La razón del tamaño de estas caras al tamaño real de la cara de un hombre, es de 155:2. Si los personajes tenían 180 cm de estatura, ¿Qué altura deberían tener las estatuas (cuerpo entero) de estos personajes si hubieran sido talladas en la roca?
>
> (A) 139,5 m (C) 279 m
> (B 172,2 m (D) 558 m

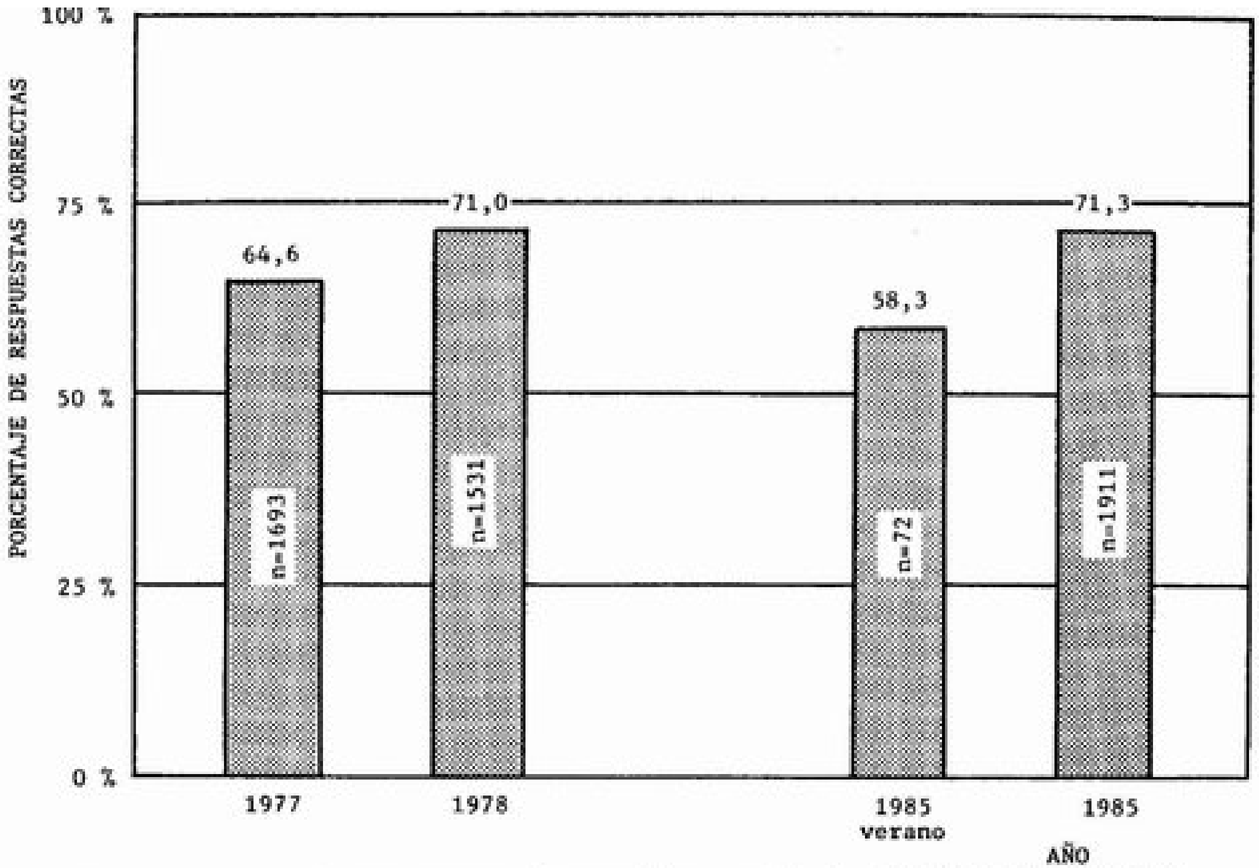
En la gráfica número siete puede observarse que menos de la mitad de los mil novecientos once estudiantes presentes en la convocatoria de febrero de mil novecientos ochenta y cinco del Examen de Ubicación, pudieron contestar correctamente la pregunta T33.

A continuación examinamos el caso del problema T49. Este problema fue presentado a los niños de sexto grado tal y como se muestra en la figura número cinco.

Este problema fue transformado en pregunta de selección múltiple e incluído en el cuestionario del Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática, como aparece a continuación:

> T49. Un "año" del planeta Mercurio equivale a 88 días terrestres, puesto que dicho planeta da una vuelta alrededor del sol en 88 días. ¿Cuántos "años" del planeta Mercurio tiene una persona de diez años? (considere que el año terrestre tiene exactamente 365 días, y marque la edad que más se aproxima)
>
> (A) 36,5 (C) 880
> (B) 41 (D) 1514

La gráfica ocho nos muestra porcentajes de respuestas correctas muy próximos al setenta por ciento. El lector deberá tener presente que si el 71,3% de mil novecientos once estudiantes contestó correctamente, esto significa que más de quinientos jóvenes que estaban a punto de iniciar sus estudios universitarios no pudieron contestar correctamente la pregunta T49.



GRAFICA 8. Porcentajes de respuestas correctas a la pregunta T49 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE ADMISION. "Un 'año' del planeta Mercurio equivale a 88 días terrestres, puesto que dicho planeta da una vuelta alrededor del sol en 88 días. ¿Cuántos 'años' del planeta Mercurio tiene una persona de diez años? (considere que el año terrestre tiene exactamente 365 días, y marque la edad que más se aproxima)"

5. Las siguientes desigualdades te ayudarán a calcular el cociente. En el ejemplo A, el mayor valor posible de n es el cociente correcto. En el ejemplo B es demasiado grande y en el C es muy pequeño. Explica cómo se pueden resolver los ejemplos.

A	B	C
$n \times 40 \leq 294$	$n \times 60 \leq 372$	$n \times 30 \leq 208$
$294 \div 38$	$372 \div 64$	$208 \div 26$

EJERCICIOS

1. Halla los cocientes y residuos. Prueba las operaciones.

[A] 234 ÷ 40 5 R 34	[B] 463 ÷ 53 8 R 39	[C] 247 ÷ 35 7 R 2	[D] 124 ÷ 15 8 R 4	[E] 317 ÷ 39 8 R 5
[F] 178 ÷ 29 6 R 4	[G] 658 ÷ 77 8 R 42	[H] 692 ÷ 76 9 R 8	[I] 300 ÷ 45 6 R 30	[J] 153 ÷ 17 9
[K] 467 ÷ 52 8 R 51	[L] 210 ÷ 39 5 R 15	[M] 246 ÷ 44 5 R 26	[N] 85 ÷ 13 6 R 7	[O] 550 ÷ 65 8 R 30
[P] 293 ÷ 38 7 R 27	[Q] 537 ÷ 61 8 R 49	[R] 107 ÷ 23 4 R 15	[S] 637 ÷ 85 7 R 42	[T] 97 ÷ 14 6 R 13
[U] 371 ÷ 50 7 R 21	[V] 500 ÷ 60 8 R 20	[W] 102 ÷ 17 6	[X] 758 ÷ 94 8 R 6	[Y] 113 ÷ 12 9 R 5

2. En los ejercicios siguientes halla el divisor. El cociente está dado.

[A] 648 ÷ ■ = 72 [B] 564 ÷ ■ = 94 [C] 177 ÷ ■ = 59

★3. En los ejercicios siguientes halla el número que sea cociente y también divisor.

[A] 100 |■■ ■■	[B] 144 |■■ ■■	[C] 400 |■■ ■■
[D] 900 |■■ ■■	[E] 225 |■■ ■■	[F] 625 |■■ ■■
[G] 576 |■■ ■■	[H] 256 |■■ ■■	[I] 1600 |■■ ■■

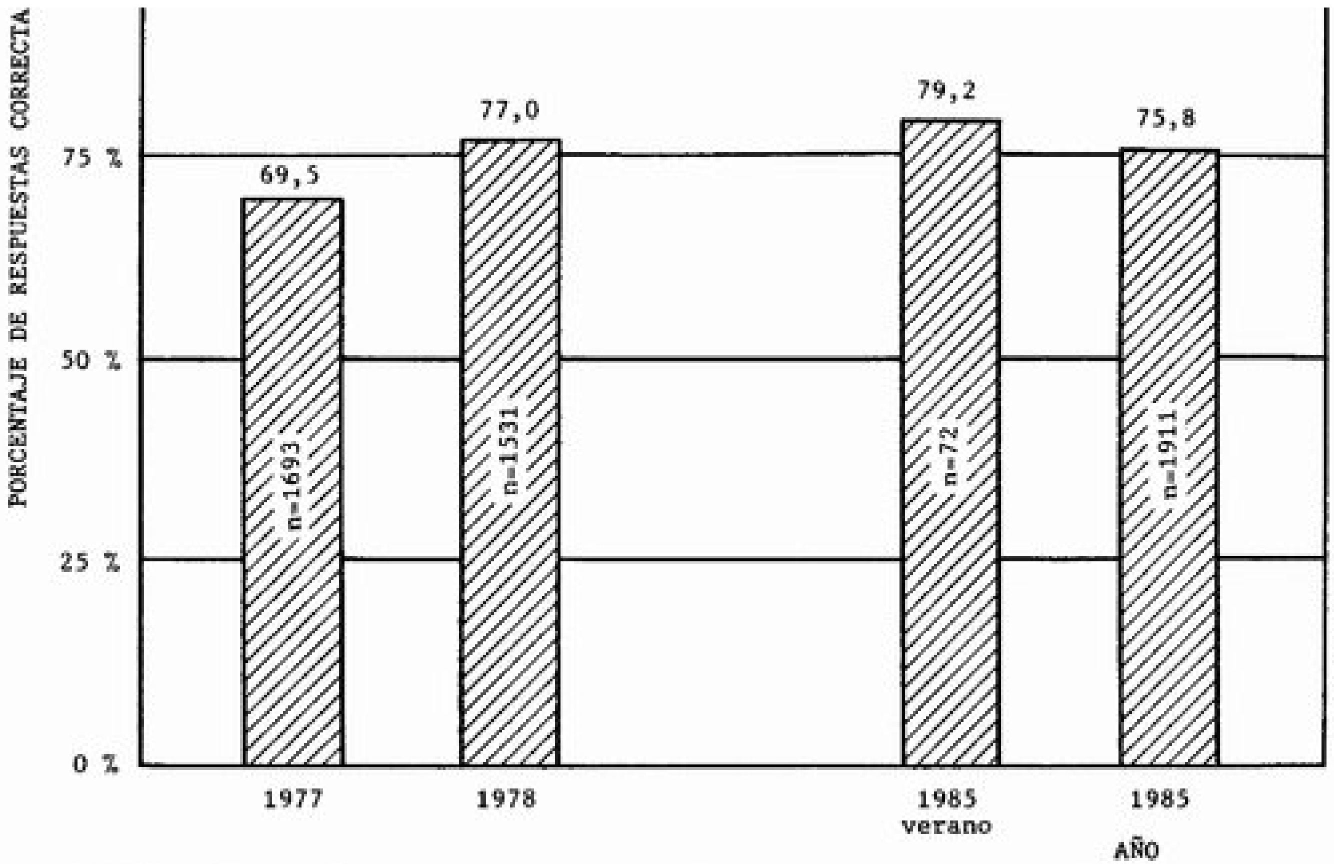
Piensa

Mercurio

Un "año" del planeta Mercurio equivale a 88 días terrestres, puesto que dicho planeta da una vuelta al Sol en 88 días. ¿Cuántos "años de Mercurio" tiene una persona de 10 años? Considera que un "año terrestre" tiene 365 días.

53

Figura 5



GRAFICA 9. Porcentaje de respuestas correctas a la pregunta T61 en cuatro aplicaciones del EXAMEN DE UBICACION, de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. "En un grupo de quinto grado de una escuela hay 16 niñas y 14 varones. Veinte alumnos viajan en el ómnibus de la escuela. ¿Cuál es el menor número de niñas que puede ir en ese ómnibus?" (es tomado de un libro de texto de matemática para el quinto grado de la escuela primaria).

Finalmente, presentaremos los resultados correspondientes al problema T61. No fue posible presentar aquí una reproducción fotográfica de este problema en su versión original por no aparecer en el libro de sexto grado de la serie "MATEMATICA PARA LA EDUCACION PRIMARIA". El problema T61 fue tomado de la página doscientos quince del libro para quinto grado, libro que no pudo ser obtenido a tiempo para fotografiar la página 215 e incluirla en el presente trabajo.

El problema T61 fue transformado en pregunta de selección múltiple e incluída en el cuestionario del Examen de Ubicación, como sigue:

T61. En un grupo de quinto grado de una escuela hay 16 niñas y 14 varones. Veinte alumnos viajan en el ómnibus de la escuela.
¿Cuál es el menor número de niñas que puede ir en ese bus?

(A) 2 (C) 6
(B) 4 (D) 10

La gráfica número nueve nos muestra los porcentajes de respuestas correctas dadas por los estudiantes que se presentaron a varias convocatorias del Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática.

¿QUE CLASE DE ESTUDIANTES HACE EL EXAMEN DE UBICACION?

Para poder apreciar a cabalidad la información aquí presentada, acaso el lector debería detenerse a considerar las características del estudiante que se presenta a tomar el Examen de Ubicación de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. Sin pretender que la lista sea completa, he aquí las características más importantes:

En general, el estudiante que viene a hacer el Examen de Ubicación:

1. Tiene alrededor de dieciocho años de edad.

2. Culminó con éxito seis años de estudios primarios y cinco años de estudios secundarios.

3. Aprobó la Prueba de Aptitud Académica (el Examen de Admisión de la Universidad de Costa Rica).

4. Desea seguir una carrera que requiere por lo menos un curso de matemática de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

5. Pertenece al conjunto de jóvenes que el día sábado dos de febrero (de 7:30 a.m. hasta, aproximadamente, las 11:00 a.m.), en vacaciones y en temporada de veraneo, prefirieron presentarse voluntariamente al Examen de Ubicación en vez de irse a otra parte a disfrutar de su fin de semana. Recordemos que solo 1911 estudiantes se presentaron al Examen.

En una palabra, los estudiantes que se presentaron al Examen de Ubicación constituyen ni más ni menos que una selección de nuestros graduados de la educación media.

Ahora bien, cuando volvemos sobre la gráfica número seis, por ejemplo, tomando en cuenta las cinco características citadas, la inspección de la gráfica nos alarma aun más profundamente. Ella nos dice que en Costa Rica se reunieron unos dos mil estudiantes entre los cuales se encontraban muchos que se proponían hacerse médicos, ingenieros, farmacéuticos, economistas, etc., y que muchos contestaron incorrectamente una pregunta que debería poder ser respondida correctamente por niños del sexto grado de la educación primaria.

Si el lector regresa a la gráfica número nueve encontrará algo aun más inquietante. El 75,8% de esa selección de 1911 estudiantes resolvió correctamente, en febrero pasado, un problema que los niños de quinto grado deberían poder resolver. Esto significa que el 24,2 %, o, en números absolutos, cuatrocientos sesenta y dos jóvenes, dieron una respuesta errónea a un problema que fue tomado de un libro del quinto grado de la escuela primaria.

IMPORTANCIA DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS.

Me referiré solamente a un argumento por el cual deberíamos hacer de la resolución de problemas la justificación más importante de nuestra determinación a seguir obligando a niños y jóvenes a estudiar matemática.

Esta razón, muy cara a educadores, economistas, planificadores, sociólogos, políticos y otros, es nuestra visión del futuro.

Si tomamos en consideración estudios recientes acerca del mundo en el año dos mil, encontrare-

›s que casi todos ellos predicen tiempos difíciles un mundo aquejado por pobreza aun más grave e la actual, más contaminación, destrucción de recursos forestales de los países pobres, diferen-s socioeconómicas más hondas, superpoblación :rema, progresos tecnológicos que ahondarán ı más las diferencias entre países desarrollados y íses pobres, etc.. Pues bien, con esas proyeccio-ı tan oscuras en mente, detengámonos en este nto a preguntarnos: ¿Cómo podemos preparar a estras jóvenes generaciones para un futuro des-nocido plagado de problemas desconocidos? La puesta parece ser que la única manera de prepa-a nuestros hijos para resolver esas dificultades conocidas del porvenir es empezando ahora smo a preparar buenos RESOLVEDORES DE OBLEMAS.

La idea del "buen resolvedor de problemas" nprende dos aspectos:

Aspecto técnico. Niños y jóvenes deberían ser puestos en contacto con grandes números de problemas que lo sean realmente. Auténticos problemas. Las cuatro *etapas* de la resolución de un problema identificadas y estudiadas por G. Polya, así como un nutrido repertorio de *estrategias* distintas para resolver problemas, deberían ser familiares a todos los estudiantes costarricenses.

Aspecto afectivo y de actitudes. Deberíamos inducir en nuestros niños y adolescentes un entusiasmo auténtico por la resolución de problemas. Deberíamos desarrollar estudiantes que sientan y reaccionen positivamente ante el reto de una situación problema.

Las presentes líneas sugieren que en Costa Rica estamos preparando esos buenos resolvedores problemas que el presente y el futuro de estra nación requieren. Por el contrario, la pobre pacidad para la resolución de problemas de uela primaria mostrada por cerca de dos mil venes en la Universidad de Costa Rica, nos hace nsar que la formación matemática que estamos ndo en nuestro país luce como un obstáculo a estra tecnificación e industrialización, y como a sólida garantía de subdesarrollo, pobreza, y pendencia.

BIBLIOGRAFIA

Buján Delgado, V. Una evaluación del aprendizaje de algunos conceptos matemáticos básicos impartidos en la escuela primaria costarricense. *Revista de la Universidad de Costa Rica*, número 37, 1974.

Buján Delgado, V. "*Actividades del 1o. de diciembre de 1974 al 28 de febrero de 1975. Comisión de estadística de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica*". Departamento de Publicaciones, Universidad de Costa Rica, 1975.

Buján Delgado, V. "A study of the relationships between socioeconomic characteristics and aspects of mathematical achievement of primary school children of grades four and six in Costa Rica" Tesis doctoral no publicada. The Ohio State University, 1982. Columbus, Ohio, EE-UUAA.

Buján Delgado, V. Resolución de Problemas de Matemática en la Educación Primaria. *Rev. EDUCACION U.C.R.*, Vol. VII, Nos. 1 y 2, 1983. Págs. 29-35.

Eicholz, R.E., O'Daffer, P., Brumfield, C.F., Shanks, M.E., y Hildebrand, N.T. *Matemática para la Educación Primaria, 5.* Editorial Norma y Fondo Educativo Interamericano. Bogotá, 1971.

Eicholz, R.E., O'Daffer, P., Brumfield, C.F., Shanks, M.E., y Hildebrand, N.T. *Matemática para la Educación Primaria, 6* Editorial Norma y Fondo Educativo Interamericano. Bogotá, 1971.

Jiménez Carrillo, M.A. "A study of the effects of certain variables upon 4th and 6th grade Costa Rican children's ability to solve arithmetic word problems". Tesis doctoral no publicada. The Ohio State University, 1983. Columbus, Ohio, EUUAA.

Leblanc, J.F., Proudfit, L., y Putt, I.J. "Teaching Problem Solving in the Elementary School". En Stephen Krulik y Robert Reys (editores), *Problem Solving in School Mathematics.* Anuario del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Reston, Virginia, EEUUAA, 1980.

Moya Ramírez, A.L. "Resolución de problemas aritméticos en tercer año de secundaria (tercer ciclo)", trabajo de investigación presentado ante la Escuela Normal Superior para optar al título de Profesora de Estado en la especialidad Matemática. Heredia, Costa Rica, 1972.

National Council of teachers of Mathematics. *An Agenda for Action*. NCTM, Reston, Virginia, EEUUAA, 1980.

Polya, G. *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press, 1957.

Vargas, Salazar, G. "Evaluación del Aprendizaje de algunos Conceptos Matemáticos Básicos en Estudiantes de Undécimo Año". Tesis de Licenciatura en Administración Escolar. Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica, 1975.