

ESTUDIOS

“APRENDIZAJE OPERATORIO DE LA MATEMÁTICA ELEMENTAL”

Zayra Méndez de Thomas
Zulay Pereira Pérez

INTRODUCCION:

En el seno del Programa de Investigación en Epistemología Genética y Educación del Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense, en colaboración con el Departamento de Investigación Educativa del Ministerio de Educación Pública, se han emprendido una serie de estudios tendientes a conocer mejor las características del desarrollo cognoscitivo en el escolar, así como el modo en que llega a comprender los contenidos pedagógicos de las materias básicas. Inicialmente, los esfuerzos se han dirigido al área de la matemática, por considerarse una de las materias primordiales tanto en la enseñanza primaria como en la secundaria. Es evidente el papel que juega la matemática en el mundo actual en que no sólo se han alcanzado avances espectaculares en el campo mismo de esta ciencia, sino también en otras ramas del saber humano tales como la Cibernética, la Computación, la Física y otras ciencias modernas que tanto han contribuido al progreso tecnológico, característico de esta época.

Los estudios del programa mencionado, se inspiran en la teoría psicogenética de Jean Piaget que hoy en día es la obra más completa y científica sobre la construcción de los conocimientos en el niño. A Piaget no le interesaban los contenidos escolares, sino la construcción mental de los conocimientos científicos. No obstante, el método de indagación creado por este autor, puede emplearse para investigar la psicogénesis que sigue el niño para llegar a comprender lo que la escuela le pide. De este modo, se puede llegar a conocer los pasos que el niño ha de dar hasta alcanzar el dominio de los contenidos pedagógicos; los errores que los alumnos de los diversos niveles han de ir supe-

rando; el momento más adecuado para presentar una noción y las posibles relaciones que se establecen entre unos temas y otros en función de una jerarquía evolutiva.

La concepción de Piaget sobre el aprendizaje, el rol activo que según él ha de tener el sujeto a fin de lograr una verdadera construcción cognoscitiva, da pautas claras al educador en cuanto al modo en que se ha de organizar a los niños en el aula y el tipo de actividades que se les puede sugerir.

La teoría psicogenética constituye asimismo un excelente marco de referencia para una renovación pedagógica. Es a partir de sus postulados que se han realizado una serie de investigaciones tendientes a promover un mejor desarrollo intelectual del niño, dentro de un ambiente que favorezca la autonomía, la creatividad y a través del cual el niño logre ir construyendo sus conocimientos. Nace así la llamada pedagogía operatoria, que busca favorecer en el niño, un aprendizaje dinámico de los contenidos escolares en un ambiente que estimule la iniciativa, la autonomía y la interacción activa entre los niños. De este modo, se espera que el alumno adquiera no sólo automatismos escolares, sino un aprendizaje comprensivo de los temas estudiados, que pueda ser aprovechado en variadas situaciones de la vida cotidiana.

El presente estudio se ubica dentro de esta línea de pedagogía operatoria, y se refiere a los contenidos matemáticos de primer año de Educación General Básica. Se buscó la colaboración de un grupo de educadores de ese nivel escolar para que los aprendizajes se efectuaran en el contexto del aula y fuera más fácil, en un futuro mediato, intentar la generalización de la metodología empleada en la enseñanza primaria del país.

METODO:

Dado que una de las inquietudes del estudio era ver el efecto que el aprendizaje operatorio podría tener en la comprensión de la matemática elemental, se siguió un diseño de tipo cuasi-experimental, con seis grupos experimentales y seis grupos de control distribuidos en tres escuelas públicas de la micro-región 12, Región Central Sede. Para la selección de los grupos experimentales y de control se hace uso de la azarización parcial.

A los niños de los grupos experimentales se les aplica un pretest con dos pruebas psicológicas estrechamente relacionadas con el aprendizaje de la aritmética (pruebas piagetianas de Conservación de Cantidades Discretas y Seriación de Reglitas); estas pruebas sólo se aplicaron en los grupos experimentales ya que la evaluación estuvo a cargo de las investigadoras y se realizó en forma individual a través del método clínico, lo cual requiere de mucho tiempo.

Se realizó luego un postest (octubre 1983), a los niños de los grupos experimentales y de control con los mismas pruebas psicológicas utilizadas en el pretest y con una prueba pedagógica que evaluaba algunos de los contenidos del programa de matemática de primer año; no se realizó pretest con la prueba pedagógica por ser un instrumento que se debía contestar por escrito y los niños no estaban en capacidad de leer y escribir al inicio del curso lectivo.

Se realizaron sesiones con los maestros de los grupos experimentales, a fin de familiarizarlos con los fundamentos teóricos del aprendizaje y con el material didáctico que se utilizaría, dándose énfasis también a la necesidad de respetar el desarrollo espontáneo del niño.

Las sesiones de aprendizaje se planearon en el contexto del aula, dentro del horario habitual de los estudiantes y con la participación de las maestras, limitando al máximo la participación directa del experimentador, cuya función consistió en asesorar a los educadores una o dos veces por semana.

En los aprendizajes se emplearon una serie de juegos matemáticos que requerían uso de material concreto, variado y manipulable. En estos juegos los niños ejecutaban acciones concretas de conteo, adición, sustracción, comparación de cantidades, formación de conjuntos y otras más relacionadas con los contenidos del programa. Durante estas sesiones, el maestro, con asesoría de las experimentadoras, actuaba como facilitador en el apren-

dizaje, proporcionándoles a los niños las actividades que se iban necesitando de acuerdo con su nivel de madurez. El maestro promovía también el intercambio de opiniones entre los niños y efectuaba alternativamente con cuatro o cinco de sus alumnos, reunidos en pequeños grupos, diálogos en los que buscaba suscitar la reflexión y el razonamiento de los niños por medio de contradicciones o haciendo preguntas que los llevaban a relacionar al máximo los diversos factores en juego.

La experiencia se prolongó durante casi todo el curso lectivo con sesiones que tenían una duración de aproximadamente una hora y se llevaban a cabo un mínimo de cuatro veces por semana.

De acuerdo con los principios del aprendizaje operatorio, las sesiones se organizaron tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- Material variado y suficiente para la realización de los juegos, de modo que los alumnos pudieran escoger lo que más les atraía en un momento dado.
- Organización de los niños en subgrupos de 4-5 estudiantes, que de ser posible se mantenían fijos a lo largo del año escolar. Esto era conveniente porque facilitaba al maestro la observación de las reacciones de cada uno de los niños con los demás compañeros del subgrupo; así como la interacción de los niños tanto a nivel de intercambio de materiales, como de puntos de vista sobre el desarrollo mismo de las acciones.
- En estos aprendizajes la iniciativa de la acción y de la mayoría de las decisiones recaía en los niños, lo que era requisito indispensable para el aprendizaje constructivo, estimulando a la vez la autonomía.

RESULTADOS:

El cuadro No. 1 permite apreciar las proporciones de sujetos de los grupos experimentales de las escuelas A, B y C que se sitúan en los Estadios I, II y III en las pruebas operatorias de Conservación de Cantidades Discretas y Seriación de Reglitas en el pretest y postest.

Cabe destacar que la proporción de niños que se sitúan en el estadio operatorio (Estadio III) es mayor en el postest que en el pretest, en ambas pruebas y en las tres escuelas. La diferencia entre estas proporciones es estadísticamente significativa (pruebas z , $p \alpha < 0,05$).

CUADRO No. 1

Frecuencia y porcentaje de niños de los grupos experimentales, de las Escuelas A, B y C ubicados por estadio de desarrollo en el pretest y postest, de las pruebas de Conservación de Cantidades Discretas y Seriación de Reglitas

ESCUELA A
(N = 70)

Estadio	Conservación				Seriación			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
I	13	18,57	10	14,29	17	24,29	9	12,86
II	34	49,00	12	17,14	38	54,29	10	14,29
III	23	32,86	48	68,57	19	27,14	51	72,86

ESCUELA B
(N = 31)

Estadio	Conservación				Seriación			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
I	16	51,61	5	16,13	23	74,19	13	41,94
II	9	29,03	9	29,03	7	22,58	7	22,58
III	6	19,35	17	54,84	1	3,23	11	35,48

ESCUELA C
(N = 70)

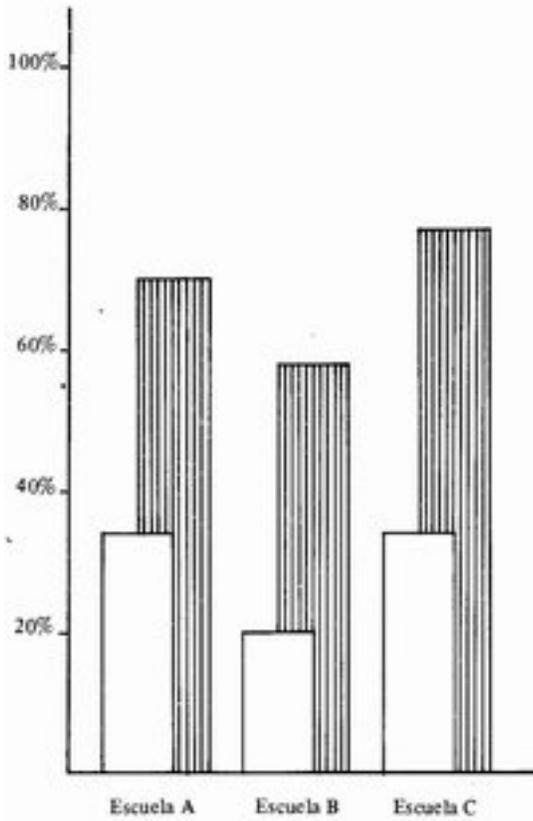
Estadio	Conservación				Seriación			
	Pretest		Postest		Pretest		Postest	
	f	%	f	%	f	%	f	%
I	46	65,71	15	21,43	33	47,14	15	21,43
II	2	2,86	5	7,14	8	11,43	10	14,29
III	22	31,43	50	71,43	23	32,86	45	64,29

El progreso alcanzado por los sujetos de los grupos experimentales en las pruebas operatorias es notable para los niños de estas escuelas, puesto que las proporciones de éxito alcanzado son superiores a los obtenidos por sujetos provenientes de la misma población y misma edad, evaluados en un estudio anterior. En ese caso¹ el porcentaje de alumnos que se situaban en el estadio operatorio era del 30% para la prueba de Conservación de Cantidades Discretas y de 0% para la de Seriación de Reglitas. Esto contrasta con los resultados

de la presente investigación en que los porcentajes de alumnos en el nivel operatorio son respectivamente 68,57, 54,84 y 71,43 para la prueba de Conservación y de 72,86, 35,48 y 64,29% para la de Seriación, en las escuelas A, B y C.

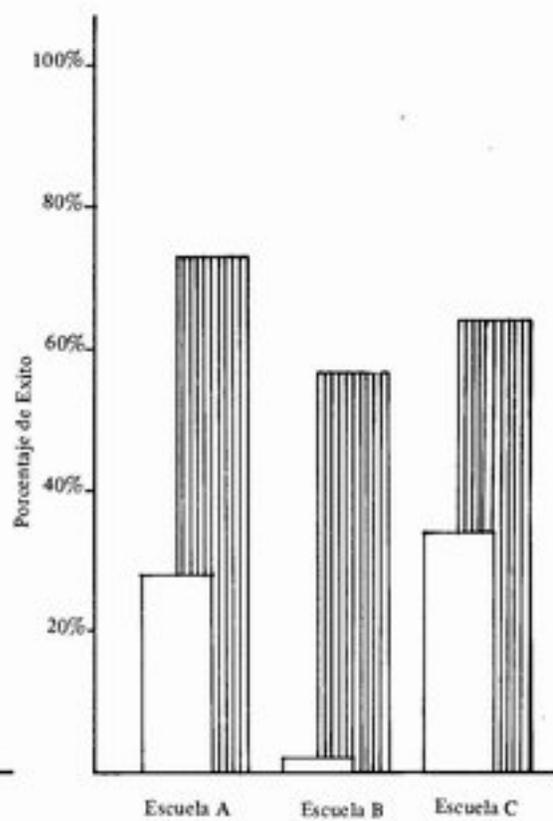
Las figuras 1 y 2, correspondientes a los datos que aporta el Cuadro No. 1, muestran una mayor proporción de sujetos de los grupos experimentales que se encuentran en el estadio operatorio en las pruebas de Conservación de Cantidades Discretas (Figura 1) y Seriación de Reglitas (Figura 2).

A EDUCACION



 Proporción de sujetos en estadio III en el pretest.
 Proporción de sujetos en estadio III en el posttest.

Fig. 1. Comparación de la proporción de sujetos de los grupos experimentales de las escuelas A, B y C, que se encuentran en estadio III de desarrollo, en el pretest y posttest de la prueba de Conservación de Cantidades Discretas.



 Proporción de sujetos en estadio III en el pretest.
 Proporción de sujetos en estadio III en el posttest.

Fig. 2. Comparación de la proporción de sujetos de los grupos experimentales de las escuelas A, B y C, que se encuentran en estadio III de desarrollo, en el pretest y posttest de la prueba de Seriación de Reglitas.

CUADRO No. 2

Frecuencia absoluta y porcentaje de éxito en la prueba pedagógica del total de sujetos de los grupos experimentales y de control por categorías de ítems

Categorías de ítems	Grupo	Experimental (N = 188)		Control (N = 161)	
		f	%	f	%
1 y 3 Concepto de par		263	69,95	190	59,01
2 Serie numérica		185	98,40	158	98,14
4, 5, 6, 7, 8, mayor, menor, igualdad		668	71,06	537	66,71
9 ₂ , 9 ₄ , 9 ₆ , 9 ₇ , sumas		520	69,15	487	75,62
9 ₁ , 9 ₃ , 9 ₅ , 9 ₈ restas		595	79,12	554	86,02
10 ₂ , 10 ₅ , 10 ₆ , 10 ₈ problema pedagógico de suma*		654	86,97	219	34,01
10 ₁ , 10 ₃ , 10 ₄ , 10 ₇ problema pedagógico de resta*		514	68,35	201	31,21

* Las diferencias entre los grupos experimentales y de control son estadísticamente significativas (Prueba Z, $P < 0,05$).

El cuadro No. 2, muestra las proporciones de éxito de los niños de los grupos experimentales y de control en las categorías de ítems de la prueba pedagógica.

Se realizó una agrupación de los ítems en función del contenido que evaluaban, reunidos así:

- ítems 1 y 3 que corresponden al concepto de par.
- ítem 2 corresponde a la serie numérica.
- ítems 4, 5, 6, 7 y 8 toma como base la serie numérica y evalúa los conceptos de menor, mayor e igual.
- ítems 9₁ a 9₄ corresponden a sumas.
- ítems 9₅ a 9₈ corresponden a restas.
- ítems 10₂, 10₅, 10₆, 10₈ están constituidos por problemas pedagógicos que involucran sumas.
- ítems 10₁, 10₃, 10₄, 10₇ corresponden a problemas pedagógicos que involucran restas.

Para los ítems del 1 al 9 no existen diferencias estadísticamente significativas entre el desempeño de los niños de los grupos experimentales y de control.

En el ítem 10, correspondiente a problemas pedagógicos de suma y resta, existen diferencias estadísticamente significativas entre las proporciones de éxito alcanzados por los niños de los grupos experimentales y los niños de los grupos de control.

CUADRO 3

Porcentajes de éxito en los problemas pedagógicos (ítems 10₁ a 10₈), en los grupos experimentales y de control de las escuelas A, B y C

ESCUELA A

	Experimental		Control	
	f	%	f	%
Problemas pedagógicos de suma	174	50,58	123	37,50
Problemas pedagógicos de resta	206	59,88	113	34,45
	344 problemas		328 problemas	

ESCUELA B

	Experimental		Control	
	f	%	f	%
Problemas pedagógicos de suma	56	43,75	3	2,78
Problemas pedagógicos de resta	65	50,78	5	4,63
	128 problemas		108 problemas	

ESCUELA C

	Experimental		Control	
	f	%	f	%
Problemas pedagógicos de suma	224	80	86	41,35
Problemas pedagógicos de resta	243	86,79	83	39,90
	280 problemas		208 problemas	

El cuadro No. 3, se refiere a las proporciones de éxito de los diferentes grupos en los ítemes 10_j a 10_8 correspondientes a problemas pedagógicos de suma y resta, para cuya realización se requiere de un mayor razonamiento, pues supone el poder abstraer del enunciado propuesto, el tipo de operación correspondiente a la acción planteada (ganar, perder); por otra parte exige el empleo correcto de los signos aritméticos de suma, resta e igualdad.

Las proporciones de éxito alcanzadas por los niños de los grupos experimentales son significativamente superiores en las tres escuelas.

Lo anterior hace suponer que la superioridad mostrada por los niños de los grupos experimen-

tales con respecto a las proporciones de éxito obtenidas por los niños de los grupos de control, podría deberse a que la experiencia con aprendizajes operatorios favoreció el desarrollo del razonamiento, facilitando así su mejor desempeño en este tipo de problemas.

Las figuras 3 y 4, correspondientes a los datos aportados por el Cuadro 3, muestran los porcentajes de éxito alcanzados por los niños de los grupos experimentales y de control en los problemas pedagógicos de suma (figura 3) y en los problemas pedagógicos de resta (figura 4).

Es evidente la superioridad de los sujetos de los grupos experimentales.

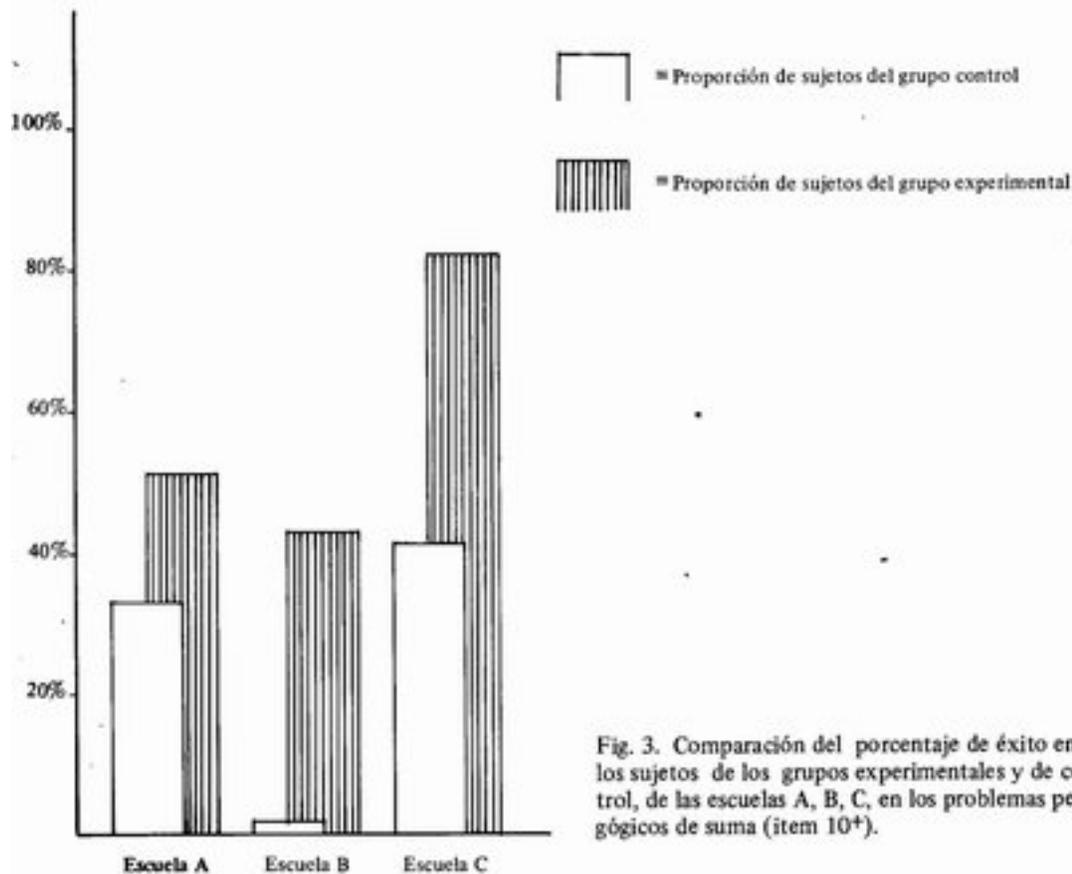


Fig. 3. Comparación del porcentaje de éxito entre los sujetos de los grupos experimentales y de control, de las escuelas A, B, C, en los problemas pedagógicos de suma (ítem 10^+).

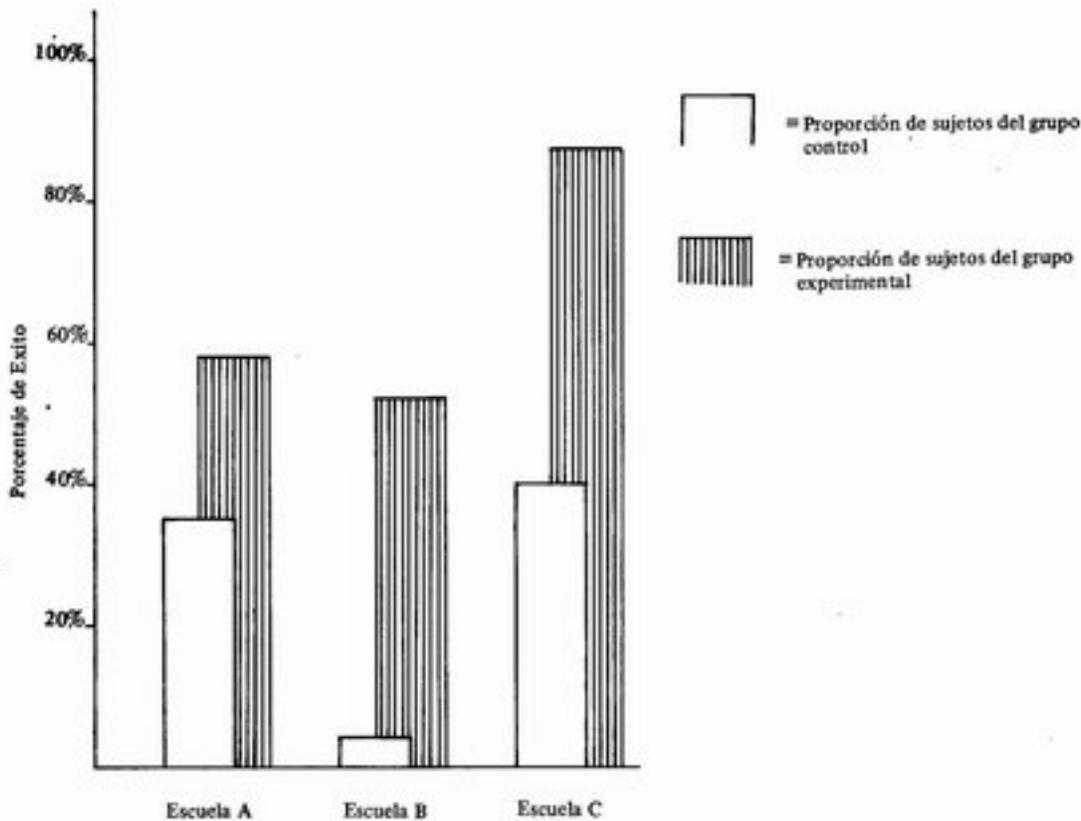


Fig. 4. Comparación del porcentaje de éxito entre los sujetos de los grupos experimentales y de control, de las escuelas A, B, y C, en los problemas pedagógicos de resta (ítem 10-).

CONCLUSIONES

Con base en los resultados expuestos, se puede concluir:

1. El empleo del método de aprendizaje operatorio fue favorable al desarrollo mental de los alumnos que se beneficiaron del tratamiento experimental. Esto se puede apreciar tanto en la evolución seguida por esos niños en las pruebas operatorias como en la prueba pedagógica (ver cuadro No. 1 y Cuadro No. 2).

2. No hubo diferencias significativas entre los niños de los grupos experimentales y de los grupos de control en los ítemes de la prueba pedagógica que evaluaba automatismos aritméticos: con-

cepto de par, manejo de la serie numérica de 0 a 10, operaciones mecánicas de suma y resta (ver cuadro No. 2).

DISCUSION

El hecho de que el método de aprendizaje operatorio sea favorable a la evolución mental de los sujetos sometidos a la experimentación, es particularmente importante si se comparan los resultados de esos alumnos con los de una muestra comparable de escolares costarricenses de una misma edad y nivel escolar, que habían sido evaluados con las mismas pruebas piagetianas por las autoras en una investigación anterior (2). En ese estudio previo, los estudiantes

habían aprendido la matemática en forma tradicional.

Los porcentajes de éxito de los sujetos que se beneficiaron del aprendizaje operatorio en las tres Escuelas A, B y C son superiores a los de los estudiantes previamente diagnosticados. Así, en la prueba de "Seriación de Reglitas" hay respectivamente 72% , 35% y 64% de alumnos de esas tres Escuelas en el nivel operatorio mientras que ninguno de los niños anteriormente estudiados, alcanzaba ese nivel. Con respecto a la prueba de "Conservación de Cantidades Discretas", el fenómeno es similar: 68% , 54% y 71% de los sujetos en los grupos experimentales de las Escuelas A, B y C dan respuestas operatorias contra 30% de los niños en el diagnóstico previo.

En una investigación en que se estudiaba el pensamiento formal en liceístas del Area Metropolitana de San José ³ con algunas pruebas piagetinas, se había observado un aparente estancamiento en el desempeño de los sujetos de la muestra. No hubo diferencias significativas en los resultados en función de la edad, a pesar de que se utilizaron muestras de 12, 13, 15 y 16 años. Por otra parte, aunque había liceístas de tres estratos socioeconómicos en los cuatro niveles de edad, no se encontró que hubiese dominio de las pruebas en proporciones superiores al 50% en ninguno de los estratos o edades.

La movilización hacia estructuras superiores de razonamiento observado en los tres grupos experimentales de la investigación presente, parece señalar que el escolar costarricense tiene un potencial mental que puede ser estimulado rápidamente, si se le permite aprender en interacción activa con su medio físico y social como se hizo ahora por medio del aprendizaje operatorio. Es válido suponer que una progresiva generalización del método anterior de aprendizaje a otras materias y a otros niveles escolares, permitiría superar el aparente estancamiento en el razonamiento lógico que se constató en el estudio ya mencionado con los liceístas.

El empleo de la prueba pedagógica que evaluaba contenidos matemáticos de primer año escolar, puso en evidencia la superioridad de los sujetos de los grupos experimentales sobre los grupos de control en la solución de problemas que requerían un dominio operatorio de la suma o de la resta. La proporción de problemas resueltos correctamente entre los sujetos que se beneficiaron del tratamiento experimental es de 86,96% para los problemas

con suma y de 68,35% para los problemas con resta, contra un 34,01% y un 31,21% en los sujetos de los grupos de control, respectivamente. En el conjunto de la prueba esos problemas eran los que exigían mayor razonamiento pues para llegar a dar la respuesta correcta el alumno debía leer bien el enunciado, abstraer de esa lectura el tipo de operación que había que aplicar, plantear la información interpretada en una operación aritmética y por fin, efectuar sin errores el cálculo aritmético correspondiente para encontrar la solución.

En los ítemes de la prueba pedagógica que evaluaba automatismos aritméticos no hubo diferencias significativas entre los alumnos que habían seguido el aprendizaje operatorio y los que habían sido enseñados en forma tradicional, con excepción del concepto de "par". No se esperaba una superioridad de los grupos experimentales en estos ítemes, ya que, de acuerdo con el método de aprendizaje operatorio, no se realizan ejercicios de tipo repetitivo sino que el alumno llega a adquirir el automatismo como consecuencia secundaria de las experiencias físicas y lógico-matemáticas que caracterizan el método seguido.

El cuadro No. 3 permite apreciar que los porcentajes de éxito en los ítemes relativos a automatismos son altos tanto para el grupo experimental como para el de control, excepto por el concepto de "par", al que se le había dado énfasis por las características mismas de parte del material empleado. Los resultados de la investigación indican, por tanto, que los aprendizajes operatorios favorecen no sólo el razonamiento, sino además la adquisición de automatismos por medio de actividades que son interesantes para los niños y que ellos buscan espontáneamente, con agrado, no siendo necesaria ninguna clase de coacción por parte del educador.

Otras de las ventajas que ofrece el aprendizaje operatorio es el favorecer el desarrollo social de los niños ya que durante los juegos surgen una gran variedad de intercambios de opiniones, puntos de vista o toma de decisiones. Dada la espontaneidad que caracteriza las actividades realizadas, en que los alumnos pueden manifestar su iniciativa, definiendo por sí mismos nuevas formas de llevar a cabo los juegos, hay también un estímulo a su autonomía y creatividad.

Por lo anterior, consideramos que sería recomendable buscar el modo de generalizar el aprendizaje operatorio a la enseñanza primaria.

BIBLIOGRAFIA

- Battro, A. *El Pensamiento de Jean Piaget*. Emecé Editores. Buenos Aires, Argentina, 1969.
- Henriquez, A. "Piaget y la Escuela", del *Seminario-Taller La Pedagogía y la teoría de Jean Piaget*. Ciudad Universitaria, Costa Rica, 1983.
- Jiménez P., J. *Aprendizaje Operatorio*. Tesis. Universidad de Barcelona.
- Kamii, C. "Number in preschool and Kindergarten", Washington, D.C. National Association for the Education of young Children. 1982.
- Kamii, C. y DeVies, R. *La teoría de Piaget y la Educación Preescolar*. Edit. Arzezi, San Sebastián, España, 1978.
- Méndez, Zayra; Carazo, Zully y Pereira, Zulay. "Aprendizaje Operatorio de la Aritmética Elemental". Segundo encuentro nacional de investigadores en Educación. Ciudad Universitaria, Costa Rica; Agosto, 1983.
- Méndez, Zayra; Chaves, Carmen y Escalante, Ana Cecilia, *Desarrollo del pensamiento formal en estudiantes de enseñanza secundaria del Area Metropolitana de San José, Costa Rica*, San José: Editorial EUNED, 1983.
- Moreno, M. y Sastre. G. *Aprendizaje Operatorio y Desarrollo Intelectual*. Edit. Gedisa, Barcelona, 1980.
- Piaget, Jean. *Génesis del Número en el Niño*. Edit. Guadalupe, Buenos Aires, 1967.
- Piaget, Jean. *Biología y Conocimiento*. Siglo Veintiuno Editores. México, 1975.
- Piaget, Jean. *Psicología de la Inteligencia*. Edit. Psique, Buenos Aires, 1979.
- Piaget, Jean. *Psicología y Pedagogía*. Edit. Ariel. España, 1981.
- Sastre, G. y Moreno, M. *Descubrimiento y Construcción de Conocimiento*. Edit. Gedisa. Barcelona, España, 1980.