

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE MATEMATICA en la Educación Primaria

Víctor Buján Delgado

Tres Aspectos de la Enseñanza de la Matemática

Dice John F. LeBlanc (1977) que la enseñanza de la matemática tiene tres aspectos que son:

- 1.- habilidad para calcular
- 2.- adquisición de conceptos matemáticos nuevos
- 3.- resolución de problemas.

En nuestro país se hace un marcado énfasis en el primer aspecto y, en cuanto al segundo, se trabaja en la adquisición de nuevos conceptos matemáticos en una forma más bien memorística. Por lo que respecta al tercer aspecto, la preparación de los niños en la resolución de problemas matemáticos, tendremos que reconocer que en nuestro medio, de acuerdo con investigaciones realizadas a lo largo de los últimos diez años, la preparación que se da a los estudiantes de educación primaria en esta área es sumamente limitada (véanse: Moya, 1972; Buján, 1974; Vargas, 1975; Buján, 1982; y Jiménez, 1983).

El tercer aspecto de la enseñanza de la matemática arriba citado, resolución de problemas, es, seguramente, el más difícil para el maestro. Existen por lo menos dos razones que explican esta dificultad: la primera y la más seria estriba en que no existe aquí un contenido específico. En los otros dos aspectos sí existen contenidos específicos que aparecen explicados e ilustrados en casi todos los libros de texto de matemática. Por ejemplo, si

tenemos que enseñar a nuestros alumnos el algoritmo de la resta (primer aspecto), tendremos una idea bastante clara de lo que debemos hacer y de cómo hacerlo. Los textos a nuestro alcance contienen buenas explicaciones e instrucciones para el maestro acerca de cómo enseñar esto a distintos niveles de desarrollo cognoscitivo, etc. Si lo que tenemos que enseñar es el concepto de número primo (segundo aspecto), también sabremos qué hacer en la clase y de qué manera hacerlo o, al menos, sabremos a quién pedir ayuda o a cuál obra de consulta recurrir.

Nuestro aprieto real sería que nos encargaran de preparar a un grupo de niños en resolución de problemas (tercer aspecto). Primero nos encontraríamos con el hecho de que no hay un contenido o "una materia" o una "teoría" que transmitir a nuestros alumnos. Si la persona que se encuentra en esta dificultad es un maestro de corte tradicional acostumbrado a transmitir datos que han de ser simplemente memorizados, la dificultad es particularmente grave. La segunda dificultad que encontraríamos al tratar de enseñar resolución de problemas a los niños es el hecho de que los problemas adecuados para enseñar este tópico no abundan. Esta segunda dificultad queda mejor definida y aclarada después de examinar una clasificación de los problemas de matemática generalmente aceptada por los autores interesados en resolución de problemas.

• Dos Clases de Problemas de Matemática

De acuerdo con la mencionada clasificación, los problemas de matemática pueden ser "problemas típicos de libro de texto" o "problemas proceso".

Como el nombre indica, son problemas típicos de libro de texto los que generalmente encontramos en los libros de texto de matemática para la educación primaria. En general, el propósito del problema típico de libro de texto es el reforzar la comprensión de un concepto o utilizar una destreza adquirida anteriormente. En esta clase de problema se pretende, a veces, presentar al niño una situación de la "vida real" que requiere la aplicación del concepto o del algoritmo que se ha venido estudiando en las últimas lecciones. Un ejemplo de problema típico de libro de texto es:

Cada camisa tiene 8 botones. ¿Cuántos botones en total hay en seis camisas?

La limitación más seria de esta clase de problemas consiste en que, en general, no enfrentan al niño a una auténtica "situación problema" porque la solución o, por lo menos, el plan de resolución, son demasiado obvios.

Ahora veamos un ejemplo de problema proceso:

Un hombre cercó su jardín de forma rectangular y utilizó 40 postes. Puso 16 en cada uno de los lados más largos del jardín. ¿Cuántos postes puso en cada uno de los lados más cortos?

LeBlanc explica que desea llamar a estos problemas "problemas proceso" porque son los que ponen claramente de manifiesto cada una de las etapas del proceso de resolución del problema de matemática.

Al referirnos a la segunda dificultad que el maestro encara al disponerse a enseñar resolución de problemas, dijimos que los problemas más adecuados para la enseñanza de este tópico no abundan. Desafortunadamente, si bien es fácil encontrar o inventar problemas típicos de libro de texto, no es fácil hallar en la literatura generalmente disponible buenos ejemplos de problemas proceso. Tampoco es fácil para el maestro diseñarlos por su cuenta aunque sería muy digno de encomio no

sólo que tratara de diseñarlos sino que, además, estimulara a sus alumnos a que los inventaran ellos también.

Las Etapas en la Resolución de un Problema de Matemática

En la resolución de un problema de matemática hay cuatro etapas de acuerdo con Polya (1957, 1980) y con LeBlanc (1977, 1980) y otros. Estas etapas son:

1. — Entender el problema
2. — Diseñar un plan para la resolución
3. — Aplicar el plan y resolver el problema
4. — Repasar la solución y el problema mismo

LeBlanc (1977) nos describe el tipo de trabajo que debería realizarse en cada una de estas cuatro etapas con un problema típico de libro de texto y, después, con un problema proceso. Su ejemplo de problema típico de libro de texto es:

Un tendero vende 485 botellas de refresco en un día. Los refrescos vienen empacados en cajas de seis botellas cada una. ¿Cuántas cajas de refrescos se vendieron?

1. — *Entender el problema.* En la etapa del entender el problema, el maestro podría formular preguntas tendientes a lograr que el niño enfoque su atención en la *información* y en las *condiciones* dadas en el problema. Por ejemplo:

¿Ana, cómo vienen empacadas esas botellas de refresco?

¿Berta, cuántas botellas fueron vendidas ese día?

¿Carlos, cuántas botellas trae cada caja?

¿Dora, cómo son esas cajas de botellas de refresco?

¿Emilia, compra el cliente la caja completa siempre? ¿Será esto importante en nuestro problema?

Finalmente, el maestro podría preguntar: ¿Qué es lo que se pregunta en este problema? ¿Podría alguno de Uds. decírmolo usando sus propias palabras?

Es importante observar que esta última pregunta será oportuna sólo después de una cuidadosa

discusión acerca de la *información* y de las *condiciones* dadas en el problema. Las recomendaciones como "piense" y "lea el problema otra vez" no ayudarán al niño si éste no ha pasado por un período dedicado a preguntas encaminadas a entender el problema.

A medida que los niños van adquiriendo experiencia en la resolución de problemas, deberían ir convirtiéndose en los autores de estas preguntas orientadas hacia el entendimiento de la situación problema planteada. Esta práctica desarrollará en ellos la capacidad para identificar la información importante.

2.— *Diseñar un Plan para la Resolución.* En esta segunda etapa de la resolución de los problemas de matemática, el papel del maestro es claro. El maestro debería dar a conocer al niño el mayor número posible de estrategias de resolución, y debería conseguir que el niño sea muy consciente del tipo de estrategia que está a punto de aplicar.

Después de resolver un cierto número de problemas distintos, el maestro tratará de conseguir que sea el niño mismo quien sugiera sus propias estrategias y hará énfasis en la estrategia que está siendo aplicada o discutida.

Al pedir el maestro a sus alumnos algunas ideas acerca de cómo resolver el problema, algún niño podría sugerir tomar 485 botellas o chapitas y empaquetarlas en grupos de a seis cada uno (estrategia del experimento). Otro niño podría proponer hacer dibujos de muchos rectángulos con seis rueditas dentro que representarían las botellas (estrategia del diagrama o figura). Un tercer niño podría sugerir dividir 485 entre 6 (estrategia del cómputo directo).

3.— *Aplicar el Plan y Resolver el Problema.* En esta etapa, el plan escogido en la etapa 2 deberá ser llevado a cabo. Aquí la lección está expuesta a tres riesgos serios: 1.— que los niños queden convencidos de que lo más importante en la tercera etapa es la eficiencia (y la brevedad) con que resuelvan el problema; 2.— que el maestro caiga en la tentación de enfatizar demasiado la importancia de esta etapa restando, por consiguiente, importancia a las otras etapas; y 3.— que el maestro insista tanto en la precisión de los cálculos que, en la mente de los niños, la resolución de problemas quede asociada únicamente con árida computación.

4.— *Repasar la Solución y el Problema Mismo.*

Esta es la etapa más importante en la preparación de un niño en la resolución de problemas matemáticos. En ella deberán hacerse dos cosas: una, la más importante y la que no debería faltar nunca, consiste en repasar cuidadosa y conscientemente los pasos dados en la resolución del problema. La segunda consiste en crear variaciones del problema que acaba de ser resuelto o crear problemas totalmente nuevos sugeridos por el que los niños acababan de resolver.

He aquí algunas indicaciones o preguntas que el maestro podría hacer en la primera parte de esta etapa:

Díganos Ud. cómo pensó la resolución del problema.

Muéstrenos, usando la pizarra, cómo la resolvió Ud.

¿Cuál estrategia usó Ud. para resolverlo?

¿Cómo podemos asegurarnos de que esta respuesta es correcta?

¿Le parece a Ud. que esta respuesta es razonable? ¿Suena bien?

¿Podrá haber otra respuesta correcta además de ésta?

Las seis intervenciones del maestro arriba citadas, tienen la intención de lograr que el niño se detenga a examinar sus propios pensamientos y la manera en que pensó la resolución del problema. Este examen beneficia al niño que hace tal introspección y beneficia a los demás niños de la clase quienes tienen la oportunidad de escuchar de qué manera otras personas piensan de modos diferentes acerca de la misma situación problema.

Nos permitimos insistir en el hecho de que esta es la actividad más importante de la instrucción en resolución de problemas.

Ahora bien, según se dijo arriba, la segunda parte de esta cuarta etapa consiste en crear variaciones o extensiones del problema que acabamos de resolver. Para introducir tales extensiones, el maestro podría agregar preguntas como las siguientes:

¿Y si el número de botellas vendidas aquel día hubiese sido 700? ¿Podríamos resolver el problema aplicando la misma estrategia?

Supongamos que el tendero pone las cajas en

cajones de cuatro cajas cada una. ¿Cuántos cajones habría llenado?
¿Cuánto habría ganado el tendero si él gana doce céntimos por cada botella vendida?

Resolución de un Problema Proceso

Procedamos ahora a resolver un problema proceso mostrando cómo podría desarrollarse en la escuela, con los niños, cada una de las etapas de la resolución de un problema. El siguiente es un ejemplo de resolución de un problema proceso presentado por LeBlanc (1977). He aquí el enunciado:

Hay ocho personas en una fiesta. Si cada persona le da la mano a cada una de las demás, ¿cuántos apretones de manos hubo?

1.- *Entender el problema.* Como en el caso del problema típico de libro de texto, el maestro ayudará al niño a entender el problema con preguntas apropiadas:

¿Cuántos invitados había en esa fiesta?
Si Jaime le da la mano a Carmen, ¿tendrá entonces Carmen que darle la mano a Jaime?
Si Ud. fuera uno de los invitados en la fiesta, ¿a cuántas personas tendría Ud. que dar la mano?
¿Quién puede decirnos este problema usando sus propias palabras?

2.- *Diseñar un Plan para la Resolución.* Tenemos presente que la gran ventaja del problema proceso es que puede ser resuelto mediante una variedad de estrategias distintas. Las siguientes son algunas sugerencias hechas por niños de cuarto y quinto grados:

Hagamos aquí un grupito de ocho niños en rueda, y "actuemos" el problema (estrategia del experimento).

Yo voy a dibujar el problema poniendo ocho puntos sobre una circunferencia. Después dibujaré líneas que representarán los apretones de manos (estrategia del diagrama o figura).

Voy a poner un nombre a cada uno de los ocho invitados y después haré una lista de las personas a las cuales cada uno da la mano (estrategia de la confección organizada de listas).

Me pregunto si existirá un patrón. Veamos: si hay sólo dos invitados, habrá sólo un apretón de manos. Si hay tres invitados, habrá tres apretones de manos... (estrategia de la tabla para descubrir un patrón).

número de personas

1	2	3	4	5	...
---	---	---	---	---	-----

número de apretones
de manos

0	1	3	6	...
---	---	---	---	-----

A ver... si cada persona da la mano a cada una de las demás, entonces las ocho personas darán la mano a otras siete, de modo que tendremos ocho veces siete apretones de manos, ... pero... (estrategia de la deducción).

3.- *Aplicar el Plan y Resolver el Problema.* Los niños no suelen tener mayores dificultades en resolver el problema planteado una vez que han seleccionado una determinada estrategia de resolución. En los casos en que el niño escoge una estrategia que no es la apropiada, la introspección realizada en la aplicación de esa estrategia no apropiada lo ayudará a escoger otra que le permita resolver el problema.

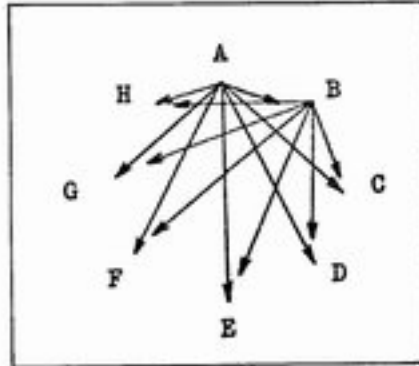
4.- *Repasar la Solución y el Problema Mismo.* Por distintas vías, o sea, aplicando distintas estrategias, la clase obtuvo la solución del problema planteado. Es hora de dedicar un rato a la introspección. Los niños reflexionarán sobre los procesos seguidos en la resolución. Veamos unas cuantas intervenciones posibles, por parte de los niños:

MAESTRO (al primer estudiante): Ud. y su grupo aplicaron la estrategia del experimento. ¿Podrían Uds. mostrar al resto de la clase cómo resolvieron el problema?

PRIMER NIÑO: Teresa le da la mano a siete personas; Marta da la mano a seis personas; Enrique da la mano a cinco invitados; Ana le da la mano a cuatro; Carmen a tres; Cristina a

dos; finalmente, Bernardo a una persona solamente.
SEGUNDO NIÑO: ¡Miren esto! Es lo mismo que obtuvimos nosotros con nuestra figura. Hay siete líneas saliendo del punto A; seis líneas saliendo del punto B; cinco saliendo de

C; cuatro desde D; tres desde el punto E; dos desde F; y, por último, una desde G. Sólo dibujamos líneas desde A y B, pero eso es suficiente para descubrir el patrón. También nosotros obtuvimos veintiocho apretones de manos



TERCER NIÑO: A nosotros también nos resultaron veintiocho apretones de manos pero

nuestro método nos gusta más. Nosotros hicimos la siguiente lista:

d	Ana	Luis	Marta	Rosa	Olga	Lidia	Diego	María	
a	Luis	Marta	Rosa	Olga	Lidia	Diego	María		
l	Marta	Rosa	Olga	Lidia	Diego	María			
a	Rosa	Olga	Lidia	Diego	María				
m	Olga	Lidia	Diego	María					
a	Lidia	Diego	María						
n	Diego	María							
o	María								
a									
		7	6	5	4	3	2	1	= 28

CUARTO NIÑO: Yo creo que nosotros descubrimos algo. Cuando nosotros usamos un patrón hallamos que ahora somos capaces de decir cuántos apretones de manos habrá en cualquier fiesta, con cualquier número de invita-

dos. Fíjese bien: con cada nueva persona en la fiesta, el número de apretones de manos aumenta en el nuevo número de personas menos uno.

número de personas	2	3	4	5	6	7	8	9	...
número de apretones de manos	1	3	6	10	15	21	28	36	...
nuevos apretones de manos	2	3	4	5	6	7	8		...

QUINTO NIÑO: ¿Qué es lo que está mal en mi razonamiento? Yo obtuve cincuenta y seis apretones de manos. Como cada persona estrecha la mano de otras siete, deberían haber ocho veces siete apretones de manos.

MAESTRO: ¿Quién puede decirnos qué es lo incorrecto en este razonamiento? A mí me suena bien.

Recordemos que en la segunda parte de la cuarta etapa deberíamos introducir algunas extensiones o variaciones del problema recién resuelto. El maestro podría proponer las siguientes:

¿Cuántos apretones de manos habría en la familia suya?

¿Cuál sería el número de apretones de manos en esta clase?

¿Cuántos apretones de manos habría aquí, en la clase, si los niños dieran la mano sólo a las niñas?

Recomendaciones Finales para el Maestro

Para concluir, deseamos dar fin a este artículo con algunas recomendaciones prácticas para el maestro que desea preparar a los niños en la resolución de problemas:

1.— Haga que sus alumnos resuelvan problemas de ambas clases: problemas típicos de libro de texto, y problemas proceso.

2.— Tenga siempre presente que los aspectos afectivos envueltos en la resolución de problemas son de vital importancia. Su misión no es simple-

mente preparar niños que hayan resuelto muchos problemas, sino preparar niños muy interesados y muy entusiasmados por la resolución de problemas.

3.— Lleve a la clase problemas que reúnan estas tres condiciones: que sean interesantes y atractivos para los niños; que puedan ser resueltos de distintas maneras aplicando distintas estrategias; y, finalmente, que no requieran una dosis demasiado grande de matemática formal.

4.— Siga Ud. la atinada recomendación de T. Slesnick (1984) y extienda la resolución de problemas a todas las otras asignaturas que se enseñan en la educación primaria.

5.— Aproveche toda oportunidad para ejercitar a sus alumnos en la resolución de problemas. Utilice problemas sugeridos por situaciones en el aula, por el libro de texto, por la comunidad, las últimas noticias nacionales o internacionales, etc., etc.

6.— Recuerde que el más importante requisito para la adquisición de destreza en la resolución de problemas es una abundante experiencia en la resolución de muchas clases de problemas distintos, aplicando muchas estrategias distintas (Slesnick, 1984)

La instrucción en resolución de problemas no es un problema insuperable. Este tercer aspecto de la educación matemática de los niños está lleno de gratas sorpresas para el maestro quien se sentirá fuertemente motivado y generosamente recompensado cuando, al cabo de cierto tiempo, observe a sus jóvenes alumnos emprender alegremente la resolución de toda clase de problemas de matemática.

BIBLIOGRAFIA

- Buján Delgado, V. Una evaluación del aprendizaje de algunos conceptos matemáticos básicos impartidos en la escuela primaria costarricense. *Revista de la Universidad de Costa Rica*, número 37, 1974.
- Buján Delgado, V. "A study of the relationships between socioeconomic characteristics and aspects of mathematical achievement of primary school children of grades four and six in Costa Rica" Tesis doctoral no publicada. The Ohio State University, 1982. Columbus, Ohio, EE.UU.
- Jiménez Carrillo, M.A. "A study of the effects of certain variables upon 4th and 6th grade Costa Rican children's ability to solve arithmetic word problems." Tesis doctoral no publicada. The Ohio State University, 1983. Columbus, Ohio, EE.UU.
- LeBlanc, J.F. You Can Teach Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, 1977, 25 (2).
- LeBlanc, J.F., Proudfit, L. y Putt, L.J. Teaching Problem Solving in the Elementary School. In Stephen Krulik y Robert Reys (editores). *Problem Solving in School Mathematics*. NCTM Yearbook, Reston, Va: 1980.
- Moya Ramírez de Garófalo, Ana Lucía. "Resolución de problemas aritméticos en tercer año de secundaria (tercer ciclo)", trabajo de investigación presentado ante la Escuela Normal Superior para optar al título de Profesora de Estado en la especialidad matemática. Heredia, Costa Rica, 1972.
- Polya, G. *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press, 1957.
- Slesnick, T. Problem solving: some thoughts and activities. *Arithmetic Teacher*, 1984, 31 (7).
- Vargas Salazar, Guillermo. "Evaluación del aprendizaje de algunos conceptos matemáticos básicos en estudiantes de undécimo año." Tesis de licenciatura en administración escolar, Facultad de Educación: Universidad de Costa Rica, 1975.