

PROCEDIMIENTO MECANICO DE LA MULTIPLICACION Y LA DIVISION VERSUS EL RAZONAMIENTO DE ESAS OPERACIONES

*Zayra Méndez Barrantes.
Patricia Montero Jiménez.*

I. INTRODUCCION.

Es frecuente la queja sobre la falta de comprensión y manejo adecuado, por parte de los escolares, de conceptos matemáticos básicos. El problema se percibe como grave cuando los aprendizajes deficientes se refieren a las operaciones aritméticas elementales, ya que los programas oficiales introducen su estudio desde el primer año de enseñanza primaria, y se enfatiza luego ese aprendizaje a lo largo de todos los años escolares.

El Dr. Juan Manuel Esquivel y colaboradores del IIMEC (Esquivel, Delgado y Peralta, 1983), completaron un exhaustivo diagnóstico sobre la enseñanza de la matemática en nuestro país, habiendo señalado un déficit importante en el dominio de objetivos pedagógicos relativos a las cuatro operaciones fundamentales, particularmente en cuanto a multiplicación y división. Partiendo de esos resultados, se plantea la necesidad de ahondar en las posibles causas psicopedagógicas que han originado esas dificultades, con el objeto de contrarrestarlas, ofreciendo al maestro estrategias de aprendizaje más eficientes. La inversión que hace nuestro país, tanto en recursos humanos como materiales en Educación, es contradictoria con el bajo rendimiento cuantitativo y cualitativo que numerosas investigaciones han demostrado que es un hecho en nuestras escuelas y colegios (Esquivel, J.M. y cols., 1983; Méndez, Chavez y Escalante, 1983; Lafourcade, P., 1982).

Hasta ahora, los programas oficiales y libros de texto que se usan en Costa Rica, no se basan en el conocimiento de las características del desarrollo cognoscitivo del niño que asiste a nuestras escuelas. Este trabajo, conjuntamente con los demás estudios del Programa de Investigación en Epistemología Genética y Educación del IIMEC, busca mediar, hasta donde sea posible, esa grave laguna.

Para esto se hace necesario conocer los mecanismos de construcción de los diferentes contenidos escolares, para así poder realizar un aprendizaje operatorio, "es decir, un aprendizaje en el que el niño pueda construir realmente sus conocimientos y en el que el papel del maestro sea el de, respetando los intereses del grupo, proponer las situaciones más adecuadas para que mediante la búsqueda de soluciones, la discusión y la contratación de las mismas, cometiendo errores y superándolos, inventando y creando, se pueda dar esta construcción" (Gómez, C. en Moreno, M., 1984, p.220).

Con base en lo anterior, este estudio busca definir la psicogénesis que el alumno sigue en sus razonamientos hasta llegar a una total comprensión de las operaciones de multiplicación y división. Como son numerosos los conceptos que el alumno ha de entender para el manejo adecuado de esas operaciones, se ha intentado determinar cuáles son los más importantes, así como la relación que tienen entre sí. La noción de "campo conceptual" explicada por Vergnaud (1981), ha orientado la agrupación que en este estudio se ha realizado de los conceptos matemáticos subyacentes en las operaciones multiplicativas. Según este autor, "la noción de campo conceptual permite estudiar de manera más integrada el desarrollo simultáneo y coordinado de diversos conceptos necesarios para la comprensión de un conjunto organizado de problemas..." (Vergnaud, 1981, p.134).

La noción de campo conceptual es útil no sólo para el estudio psicogenético de la matemática, sino para cualquiera de las asignaturas básicas que conforman nuestros planes de estudio. El esfuerzo que haría el investigador por definir y clasificar, de acuerdo con sus interrelaciones, los conceptos fundamentales que el estudiante ha de comprender para alcanzar una adecuada asimilación de esas materias, es de gran provecho didáctico. El educador

puede, con esa información, planear mejor la enseñanza de los temas que aparecen en los programas ya que sabrá qué contenidos debe enfatizar y además podrá facilitar su aprendizaje según la interrelación que la investigación haya determinado que existe entre unos y otros.

Del conjunto de aspectos relativos al aprendizaje de las operaciones multiplicativas que se analizó, en este estudio, se abordarán únicamente los siguientes en el presente artículo:

1. Observar la forma en que el niño se enfrenta ante una situación en que se le pide inventar un problema en el que se necesita multiplicar o dividir para encontrar la respuesta. Para ello el niño requiere tener una comprensión de las operaciones.
2. Analizar la evolución del niño en la solución de problemas mecánicos de multiplicación y división.
3. Comparar la evolución que en la muestra estudiada se da entre la comprensión y el manejo mecánico de las operaciones.

II. METODOLOGIA.

Se entrevistó a 20 alumnos por nivel escolar de tercero a sexto grado en una escuela pública del Area Metropolitana, que de acuerdo con el criterio del Departamento de Estadística del Ministerio de Educación (MEP), corresponde a la categoría de escuela urbana grande. Se empleó el método de interrogatorio clínico establecido por Piaget y sus colaboradores en la Universidad de Ginebra (Piaget, 1975).

Los alumnos fueron entrevistados individualmente por los investigadores en sesiones de aproximadamente 30 a 40 minutos. Se hizo un registro minucioso de las respuestas de cada sujeto interrogado, anotándose, además, sus dudas, sus preguntas y cualquier otra información que diera luz acerca de su nivel de desarrollo psicogenético.

Dentro de la metodología de la Escuela de Ginebra, el investigador evita al máximo limitar, deformar o influir, por la forma de las preguntas, sobre el pensamiento del sujeto. Interesa la acción reflexiva del sujeto frente a los problemas planteados, la que revela al investigador la calidad de su capacidad operatoria.

El instrumento elaborado estudia varios conceptos relacionados con las operaciones de multiplicación y división, los que han sido abordados desde varios puntos de vista: la comprensión que el alum-

no tiene de las nociones estudiadas, el modo como enfrenta los procedimientos mecánicos vinculados con ellas y en tercer lugar el uso de los signos matemáticos correspondientes.

Este instrumento comprende tres clases de preguntas:

- Abiertas; en donde el niño tiene la libertad de responder como quiera. Por ejemplo en la que se le pide que invente y resuelva un problema en el que tenga que hacerse una multiplicación.
- Preguntas de completar; en las que se da al niño una parte del proceso ya realizado y él debe completarlo. Por ejemplo:

$$4 \times 3 = \square$$

$$\square \times 5 = 15$$

$$6 \times \square = 24$$

- Preguntas planteadas en forma de problema; en éstas el niño tiene primero que analizar la acción que el investigador hace frente a él con material concreto y luego representar lo realizado en el papel. Por ejemplo, se muestra al niño con material concreto lo siguiente:

"tenemos 12 bolsitas y en cada una de ellas hay 6 fichas, vamos a ir poniéndolas una a una en este lugar".

Posteriormente el niño representa de acuerdo con la comprensión que haya tenido de esta acción.

La confiabilidad del instrumento fue alto 0,85 (α de Cronbach).

Se describirán aquí solo los ítemes de las preguntas seis, ocho y nueve que son las que corresponden a los aspectos analizados en este artículo.

El ítem seis consta de cinco multiplicaciones y cinco divisiones de complejidad creciente, empezando con operaciones que involucran, ya sea multiplicación o división de un dígito por un dígito, dos por uno, tres por uno, dos por dos y tres por dos.

Los ítemes ocho y nueve son preguntas abiertas en las que se pide al alumno inventar un problema en que se necesite, para encontrar la respuesta, hacer una multiplicación o una división.

El análisis de los resultados de los ítemes anteriores se realizó de la siguiente manera; el primer

paso consistió en hacer una clasificación de las respuestas presentadas, habiéndose establecido las siguientes categorías:

Pregunta No. 6

Categoría 6a:

Mal resultado por errores en el procedimiento que se presentan en la multiplicación de cantidades de dos o más dígitos, debidos al hecho de que el sujeto no respeta las columnas que corresponden a unidades, decenas, etc. Así, al multiplicar cantidades cuyo resultado sea superior a la decena, por ejemplo 13×4 , el sujeto anota 412, en vez de 52. Otros consisten en que en el alumno se salta algunos de los pasos del procedimiento.

Categoría 6b:

Confunde el procedimiento mecánico de unas operaciones con otras, por ejemplo el de multiplicación con el de división o el de división con el de suma o resta.

Categoría 6c:

Mal resultado por simple error de cálculo.

Categoría 6d:

Operación resuelta correctamente.

Categoría B:

No responde.

Pregunta No.8

Categoría 8a:

El niño no sabe cómo enfrentarse al problema planteado, por lo que reacciona de diferentes maneras, ya sea realizando la operación mecánica de tipo escolar o presentando un planteamiento confuso, que refleja siempre una incomprensión del significado de las operaciones.

Categoría 8b:

El niño plantea un problema de suma o resta, pero lo resuelve como si fuera de multiplicación.

Categoría 8c:

En el planteamiento del problema que el alumno hace se observa una confusión entre la multiplicación y la división; así, pareciera que el sujeto está planteando una división en vez de una multiplica-

ción. En algunos casos, el alumno sólo plantea la operación pero no la realiza; en otros casos realiza una operación de división.

Categoría 8d:

El niño plantea y resuelve correctamente un problema de multiplicación.

Categoría B:

No responde.

Pregunta No.9.

Categoría 9a:

El niño no sabe cómo enfrentarse al problema planteado por lo que reacciona de diferentes maneras, ya sea realizando la operación mecánica de tipo escolar o presentando un planteamiento confuso, reflejando siempre una incomprensión del significado de las operaciones.

Categoría 9b:

El niño plantea un problema de suma o resta, pero lo resuelve como si fuera de división. En algunos casos el niño se da cuenta de que esa no es la operación que conviene pero se puede ver la confusión en el planteamiento.

Categoría 9c:

En el planteamiento del problema que el alumno hace, se observa una confusión entre la multiplicación y la división; así, pareciera que el sujeto está planteando una multiplicación en vez de una división. En algunos casos, el alumno sólo plantea la operación pero no la realiza; en otros casos realiza una operación de multiplicación.

Categoría 9d:

El niño plantea y resuelve correctamente un problema de división. En algunos casos hay fallas de procedimiento mecánico para resolver la división.

Categoría B:

No responde.

El segundo paso realizado consistió en determinar la frecuencia y porcentaje de alumnos de cada uno de los niveles escolares estudiados que se situaban en las diferentes categorías. Se ha empleado aquí el criterio de que un ítem es dominado por un grupo cuando hay al menos un 70% de los sujetos que lo han resuelto correctamente.

III. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

CUADRO 1

Frecuencia y porcentaje de estudiantes de tercero a sexto año escolar en las diferentes categorías de respuestas dadas en los ítemes de 6:1 a 6:5 de la pregunta No. 6 referente, a multiplicación

| Año escolar | 3º | | 4º | | 5º | | 6º | | |
|-------------|-----|----|----|----|-----|----|-------|----|-----|
| | F | % | F | % | F | % | F | % | |
| a | 6:1 | | | | | | | | |
| | 6:2 | 5 | 25 | 3 | 15 | | | | |
| | 6:3 | 3 | 15 | 2 | 10 | | | | |
| | 6:4 | 5 | 25 | 4 | 20 | | 2 | 10 | |
| | 6:5 | 2 | 10 | 3 | 15 | 1 | 5 | 1 | 5 |
| b | 6:2 | | 1 | 5 | | | | | |
| | 6:1 | 2 | 8 | | | | | | |
| c | 6:2 | 2 | 8 | | | | | | |
| | 6:3 | 2 | 10 | 1 | 5 | 2 | 11.77 | | |
| | 6:4 | | | 1 | 5 | | | | |
| | 6:5 | 2 | 10 | | | 4 | 23.53 | | |
| | 6:1 | 17 | 85 | 20 | 100 | 17 | 100 | 20 | 100 |
| d | 6:2 | 6 | 30 | 16 | 80 | 17 | 100 | 20 | 100 |
| | 6:3 | 7 | 35 | 17 | 85 | 15 | 88.23 | 20 | 100 |
| | 6:4 | 2 | 10 | 15 | 75 | 17 | 100 | 18 | 90 |
| | 6:5 | | | 15 | 75 | 12 | 70.59 | 19 | 95 |
| | 6:1 | 1 | 5 | | | | | | |
| B | 6:2 | 7 | 35 | | | | | | |
| | 6:3 | 8 | 40 | | | | | | |
| | 6:4 | 13 | 65 | | | | | | |
| | 6:5 | 16 | 80 | 2 | 10 | | | | |

Con respecto a los ítemes 6:1 a 6:5 que se refieren a procedimientos mecánicos de multiplicación, el cuadro 1 permite apreciar que a partir de cuarto año de primaria los alumnos logran un dominio de los ítemes propuestos (ver frecuencia y porcentaje de sujetos en la categoría d que corresponde a operación resuelta correctamente). Los estudiantes de tercer año son los que presentan limitaciones en el manejo de estos ítemes, salvo en el 6:1 (multiplicación de un dígito por un dígito). En los demás ítemes que examinan procedimientos mecánicos de multiplicación (6:2 a 6:5), los porcentajes de alumnos de tercer año que los resuelven con éxito, oscilan entre 0 y 35%. Hay sólo un 30% de sujetos que multiplican correctamente un número de dos cifras por uno de una cifra. Ninguno de los alumnos de este nivel escolar logra realizar correctamente la multiplicación de un número de tres cifras por uno de dos cifras. Los errores más cometidos por los estudiantes de tercero y

cuarto año, son en el procedimiento (categoría a) o dejar en blanco el ejercicio (categoría B).

Los sujetos de quinto año no cometen muchos errores en estos ítemes. Hay sólo un alumno de este nivel que se sitúa en la categoría 6a, es decir, que presenta errores en el procedimiento. El simple error de cálculo (categoría 6c) se encuentra en dos de los estudiantes en el ítem 6:3 y en cuatro en el ítem 6:5. No hay sujetos de este nivel que dejen ítemes sin contestar (categoría B).

En sexto año hay un dominio casi total de todos los ítemes; sólo hay errores en el procedimiento en dos de los estudiantes en el ítem 6:4 y en uno de ellos en el ítem 6:5.

El error categorizado como 6b que consiste en confundir el procedimiento mecánico de la multiplicación con el de la división, es casi inexistente en esta muestra de alumnos, se presenta sólo en un estudiante de 4o. año.

CUADRO 2

Frecuencia y porcentaje de estudiantes de tercero a sexto año escolar en las diferentes categorías de respuestas dadas en los ítemes 6:6 a 6:10 de la pregunta No. 6 referente a división

| Año escolar | 3º | | 4º | | 5º | | 6º | | |
|-------------|------|----|----|----|-----|----|-------|----|-----|
| | F | % | F | % | F | % | F | % | |
| a | 6:6 | 1 | 5 | | | | | | |
| | 6:7 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 5.89 | 1 | 5 |
| | 6:8 | 3 | 15 | 3 | 15 | 1 | 5.89 | 2 | 10 |
| | 6:9 | 2 | 10 | 4 | 20 | 2 | 11.77 | 2 | 10 |
| | 6:10 | 1 | 5 | 2 | 10 | 4 | 23.53 | 2 | 10 |
| b | 6:6 | 2 | 10 | | | | | | |
| | 6:7 | 2 | 10 | | | | | 2 | 10 |
| c | 6:8 | | | 2 | 10 | | | | |
| | 6:9 | | | 1 | 5 | | | | |
| | 6:10 | | | 1 | 5 | | | | |
| | 6:6 | 15 | 75 | 20 | 100 | 17 | 100 | 20 | 100 |
| c | 6:7 | 15 | 75 | 18 | 90 | 16 | 94.12 | 17 | 85 |
| | 6:8 | 13 | 65 | 14 | 70 | 16 | 94.12 | 18 | 90 |
| | 6:9 | 2 | 10 | 12 | 60 | 15 | 88.23 | 18 | 90 |
| | 6:10 | | | 10 | 50 | 13 | 76.47 | 18 | 90 |
| | 6:6 | | | | | | | | |
| B | 6:7 | 4 | 20 | 1 | 5 | | | | |
| | 6:8 | 4 | 20 | 1 | 5 | | | | |
| | 6:9 | 16 | 80 | 3 | 15 | | | | |
| | 6:10 | 19 | 95 | 7 | 35 | | | | |

La frecuencia de las respuestas en la categoría a (errores en el procedimiento) es muy baja, no sobrepasando el 15% en ninguno de los niveles escolares. Sin embargo, se puede destacar que aún en sexto año hay algunos estudiantes que se clasifican en esta categoría, lo que es sorprendente para este nivel escolar. En posteriores estudios es importante determinar si esta carencia de dominio del procedimiento mecánico de las operaciones obedece a deficiencias en el sistema o a limitaciones cognoscitivas propias de ciertos estudiantes.

En la categoría b, que se refiere a una confusión del procedimiento mecánico de unas operaciones con otras, en este caso de la división con la suma o la resta, se presenta sólo en dos alumnos de tercer año (10% de la muestra de ese nivel escolar).

La categoría c, que corresponde a mal resultado por simple error de cálculo es poco frecuente. Se presenta en pocos casos de cuarto y sexto año (los

porcentajes nunca son superiores al 10%). Probablemente se trata de alumnos con acentuada dificultad para la matemática.

Los resultados de la muestra en la categoría d que se refiere a resolver con éxito los problemas, permiten decir que hay dominio del procedimiento mecánico de la operación de división en todos los ítemes a partir de quinto año escolar en que los porcentajes oscilan entre 76,47 y 100%. En tercero y cuarto año hay éxito en la división de números de una cifra por una cifra, de dos cifras por una cifra y de tres cifras por una cifra.

En tercero sólo hay dos estudiantes (10%) que resuelven correctamente la división de un número de dos cifras por uno de dos cifras y ninguno que divide bien cantidades de tres cifras por números de dos cifras. En cuarto año, los respectivos porcentajes de éxito son de 60% y de 50%.

Hay una relación inversa en los porcentajes en la categoría d (éxito en el ítem) y en la categoría B (dejar el ítem sin responder). Es probable que aquellos sujetos que no saben responder al ítem son los que no tienen dominio del procedimiento mecánico de la operación. Se observa así, que en tercer año escolar los porcentajes de niños en la categoría B son altos sólo para los ítems 6:9 y 6:10 (división de dos cifras por dos cifras y de tres

cifras por dos cifras), precisamente en los que los porcentajes de éxito son bajos. En cuarto año sólo en el ítem 6:10 (división de tres cifras por dos cifras) hay un porcentaje relativamente alto (35%) de sujetos; en los demás ítems casi no hay sujetos de 4o. año que dejen sin respuesta los problemas (porcentajes que oscilan entre 5 y 15%). A partir de quinto año, no se encuentra alumno que deje los ítems sin responder.

CUADRO 3

Frecuencia y porcentaje de estudiantes de tercero a sexto año escolar en las diferentes categorías de respuesta dadas en la pregunta No. 8

| Año escolar | 3 ^o n = 20 | | 4 ^o n = 20 | | 5 ^o n = 17 | | 6 ^o n = 20 | |
|-------------|--------------------------|----|--------------------------|----|--------------------------|-------|--------------------------|----|
| | F | % | F | % | F | % | F | % |
| a | 3 | 15 | 3 | 15 | 2 | 11.76 | 2 | 10 |
| b | 9 | 45 | 3 | 15 | 6 | 35.29 | | |
| c | 2 | 10 | 1 | 5 | | | 1 | 5 |
| d | 4 | 20 | 10 | 50 | 9 | 52.94 | 14 | 70 |
| B | 2 | 10 | 3 | 15 | | | 15 | 8 |

La frecuencia de las respuestas en la categoría a que corresponde a una total incomprensión de la tarea que se pide, es baja; no sobrepasa el 15% en ninguno de los niveles escolares. Sin embargo, se puede destacar que aún en sexto grado hay algunos estudiantes que se clasifican en esta categoría, lo que es sorprendente para este nivel escolar.

La categoría b, que se refiere a una confusión de la multiplicación con la suma o la resta, no desaparece sino hasta en cuarto grado. En los niveles de tercero a cuarto los porcentajes oscilan entre un 15% y un 45% lo que, a nuestro entender refleja la dificultad que el alumno tiene para dominar el razonamiento multiplicativo, aferrándose a esquemas aditivos característicos de etapas previas de evolución.

La categoría c, que corresponde a una confusión de la multiplicación con la división es poco frecuente; se encuentra mayormente en tercer grado y sólo aparece un caso en cuarto y uno en sexto ubicados en esta categoría, tratándose probable-

mente de estudiantes con una acentuada dificultad para la matemática.

Por los porcentajes obtenidos en la categoría d, que es la que se refiere a resolver con éxito la pregunta, se puede decir que no es sino hasta en sexto año escolar que hay un porcentaje alto (70%) de alumnos que tienen una adecuada comprensión de la multiplicación. No se observa mayores diferencias en el éxito a esta pregunta de los estudiantes de cuarto y quinto año, cuyos porcentajes en esta categoría oscilan alrededor del 50%. De acuerdo con los resultados en este ítem, se puede decir que en términos de la población total, hay un dominio cada vez mayor de la comprensión de la operación de multiplicación de tercero a sexto año, aunque no se alcanza nunca el 100% de éxito.

La frecuencia de las respuestas ubicadas en la categoría B (dejar el ítem sin responder) es relativamente baja, sin embargo llama mucho la atención que aún en niveles como sexto haya un 15% de estudiantes que dejen en blanco este tipo de preguntas.

CUADRO 4

Frecuencia y porcentaje de estudiantes de tercero a sexto año escolar en las diferentes categorías de respuesta dadas en la pregunta No. 9

| Año escolar | 3º n = 20 | | 4º n = 20 | | 5º n = 17 | | 6º n = 20 | |
|-------------|--------------|----|--------------|----|--------------|-------|--------------|----|
| | F | % | F | % | F | % | F | % |
| a | 2 | 10 | 1 | 5 | 2 | 11.76 | 1 | 5 |
| b | 4 | 25 | 4 | 25 | 3 | 17.65 | 2 | 10 |
| c | 1 | 5 | | | | | | |
| d | 12 | 60 | 12 | 60 | 12 | 70.59 | 15 | 75 |
| B | 1 | 5 | 3 | 15 | | | 2 | 10 |

La frecuencia de las respuestas dadas en la categoría a, que revela total incomprensión de lo que se pregunta, es baja; no sobrepasan el 11,76% en ninguno de los niveles escolares. Interesa señalar, no obstante, que es un tipo de respuesta que está presente desde tercero hasta sexto año escolar, lo que implica que aún en quinto y sexto año hay alumnos que están confundidos al enfrentar problemas de este tipo.

La confusión de la división con la suma y la resta, es otra categoría de respuesta que está presente en todos los niveles escolares. Este tipo de errores señala la dificultad que algunos alumnos tienen para abandonar estructuras aditivas de pensamiento y llegar a construir estructuras multiplicativas.

La categoría c, es decir el enfrentar el problema como si fuera de multiplicación en vez de división, es casi inexistente en los alumnos estudiados. Sólo se observa en baja frecuencia en tercer año.

Los porcentajes más altos en todos los niveles escolares se sitúan en la categoría d (éxito total en el ítem); sin embargo, no alcanzan el 70% hasta en quinto y sexto años, por lo que se puede señalar que antes del segundo ciclo, los sujetos de la muestra no poseen una adecuada comprensión de la operación de división.

Dejar sin responder el ejercicio (categoría B) es otra forma de indicar que el problema no ha sido comprendido. Aunque en porcentajes bajos, se encuentra este tipo de respuesta en todos los grupos escolares, excepto en quinto año.

Los cuadros 5 y 6 permiten poner en evidencia que es mayor el éxito en las preguntas relativas al uso de procedimientos mecánicos de multiplica-

ción y división (6:1 a 6:10) que en las preguntas que exigen una comprensión de esas operaciones (8 y 9).

CUADRO 5

Promedio de porcentajes de éxito de los estudiantes de tercero a sexto año en procedimientos mecánicos de multiplicación (ítems 6:1 a 6:5) versus éxito en comprensión de la operación (categoría d de la preg. No. 8)

| Año escolar | 3º n = 20 | 4º n = 20 | 5º n = 17 | 6º n = 20 |
|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pregunta No. 6 (6:1 a 6:5) | 32 | 83 | 91.76 | 97 |
| Pregunta No. 8 | 20 | 50 | 52.94 | 70 |

CUADRO 6

Promedio de porcentajes de éxito de los estudiantes de tercero a sexto año en procedimientos mecánicos en división de (ítems 6:6 a 6:10) versus éxito en comprensión de la operación (categoría de la preg. No. 9)

| Año escolar | 3º n = 20 | 4º n = 20 | 5º n = 17 | 6º n = 20 |
|--------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pregunta No. 6 (6:1 a 6:10) | 45 | 74 | 90.58 | 91 |
| Pregunta No. 9 | 60 | 60 | 70.59 | 75 |

La experiencia personal nos ha permitido observar que algunos educadores suelen enfatizar en los aspectos de procedimientos mecánicos e insistir menos en los aspectos de comprensión. Así mismo el desempeño de los niños suele ser mejor cuando se enfrentan a problemas mecánicos que a aquellos que demandan mayor comprensión, según los resultados de estudios previos (Méndez y Pereira, 1985).

Pareciera existir la idea de que si el alumno conoce las tablas de multiplicación y los procedimientos para multiplicar y dividir, ya domina esas operaciones. Los resultados encontrados nos hacen dudar de ese planteamiento que tantos de nuestros educadores suelen hacerse.

IV. CONCLUSIONES

1. Con respecto al empleo de procedimientos mecánicos de multiplicación, los sujetos de la muestra tienen éxito en:

- un dígito por un dígito en todos los niveles escolares (de tercero a sexto).
- dos y tres dígitos por un dígito a partir de cuarto grado.
- dos y tres dígitos por dos dígitos a partir de cuarto grado.

2. Los ítemes 6:1 a 6:5 de la pregunta 6 (procedimientos mecánicos de multiplicación) son progresivamente más difíciles, como se puede observar por los porcentajes de éxito decrecientes que en los mismos obtienen los alumnos de tercer año escolar.

3. Desde el punto de vista de los errores cometidos en los procedimientos mecánicos de multiplicación, se observa que:

- aquéllos debidos a un inadecuado manejo de ese procedimiento son frecuentes en tercero y cuarto años.
- en quinto año, los alumnos casi sólo cometen errores de cálculo, particularmente en la multiplicación de tres dígitos por dos dígitos, pero ya parecen conocer bien los pasos del procedimiento mecánico de multiplicación.
- en sexto año, los alumnos casi no cometen errores de ninguna índole, se observa sólo un 8% de errores de cálculo en la multiplicación de tres dígitos por dos dígitos.

4. Con respecto al empleo de procedimientos mecánicos de división hubo éxito en:

- divisiones de uno y dos dígitos por un dígito en todos los niveles escolares (de tercero a sexto).
- división de tres dígitos por un dígito a partir de cuarto año.
- divisiones de dos y tres dígitos por dos dígitos en quinto y sexto años.

5. Con respecto a los errores cometidos en los procedimientos mecánicos de división, se puede concluir que:

- se observa la presencia de errores que consisten en no realizar todos los pasos del procedimiento (error tipo a) en todos los niveles escolares. Sin embargo los porcentajes de este tipo de error son bajos.
- confundir la división con la multiplicación (error tipo b) es muy poco usual y se presenta sólo en un 8% de los alumnos de tercer año.
- el error tipo c, es decir el mal resultado por simple error de cálculo, se da poco (porcentajes fluctúan entre 4 y 8%), pero se encuentra en todos los niveles escolares estudiados.
- el dejar en blanco la hoja de respuesta (error B), es una conducta que se encuentra sólo entre los alumnos de tercero y cuarto año.

6. Se observa, en la muestra estudiada, un dominio progresivo de la pregunta No.8, relativa al razonamiento y comprensión de la operación de multiplicación de tercero a sexto año escolar. Se puede apreciar (ver cuadro No.3) un aumento gradual del porcentaje de alumnos que se sitúan en la categoría correspondiente al éxito total en la pregunta 8. Sin embargo, no es sino en sexto año que se observa un porcentaje alto de alumnos con total éxito en esta pregunta (70%).

7. El razonamiento y comprensión de la operación de división aumenta de tercero a sexto año escolar (ver porcentaje de alumnos en la categoría d en el cuadro No.4). Al comparar estos resultados con los de las operaciones de multiplicación, sorprende constatar que son más altos los porcentajes de éxito en problemas de división. Si este resultado se confirmara posteriormente con muestras mayores de sujetos, se podría pensar que es más fácil para el niño repartir, fraccionar o dividir que multiplicar. La implicación pedagógica podría ser que convendría abordar el estudio de las estructuras multiplicativas a partir de la división y no de la multiplicación como usualmente se hace.

8. Es superior el éxito en las preguntas relativas al uso de procedimientos mecánicos de multiplicación y división que en las que investigan la com-

comprensión y el razonamiento sobre esas operaciones. Lo anterior hace pensar que no es suficiente enfatizar el aprendizaje de esos procedimientos para que el alumno alcance un dominio de los procesos mentales subyacentes a las operaciones mencionadas.

V. DISCUSION

De las conclusiones anteriores, se desea destacar el hecho de que los alumnos estudiados logran mejores resultados en los procedimientos mecánicos de multiplicación y división que en la comprensión y razonamiento subyacentes a esas operaciones. Investigaciones ulteriores deberán esclarecer las causas pedagógicas de ese fenómeno, ya que las consecuencias desde el punto de vista del aprendizaje y de la motivación del alumno para la matemática, pueden ser negativas.

La teoría psicogenética del desarrollo intelectual (Piaget, 1976), elaborada por Piaget en la Escuela de Ginebra, afirma que el aprendizaje es el fruto de una construcción basada en la llamada abstracción reflexionante. Esta abstracción consiste esencialmente en establecer relaciones entre fenómenos o hechos; difícilmente ocurre en los procedimientos mecánicos que con frecuencia se enfatizan en la Escuela, mientras que la resolución de problemas no es posible sin que se susciten esas interrelaciones mentales. Esto hace pensar que sería de mayor estímulo al desarrollo cognoscitivo de los escolares, disminuir los esfuerzos que actualmente se dirigen al aprendizaje de tablas de multiplicación, aplicación de fórmulas, repetición de definiciones, empleo memorístico de signos matemáticos para dar más importancia al planteamiento y resolución de problemas por parte de los estudiantes.

El escolar se encuentra en la etapa cognoscitiva de las operaciones concretas, por lo que el maestro podría crear situaciones en que los estudiantes deban plantearse problemas de índole práctica, asociados a circunstancias de su vida cotidiana o de la escuela. Conviene que sean los niños y no el educador quien se enfrente a esos problemas y evitar que sean de naturaleza estereotipada o repetitiva ya que entonces provocarán desinterés.

Los aprendizajes mecánicos no sólo aburren al niño sino que su transferencia es limitada, ya que es difícil que pueda darle significado a una tarea ajena a sus vivencias, y por tanto artificial. La generalización se reduce a tareas escolares de índole

semejante, no habiendo aplicación ni a la vida cotidiana ni a aprendizajes matemáticos de mayor abstracción y complejidad como por ejemplo, el álgebra.

La motivación o interés que el escolar pueda sentir por el estudio de la matemática también se puede afectar negativamente cuando el énfasis de las experiencias de clase se pone en lo mecánico. Es de todos conocido el hecho de que una mayoría importante de nuestros estudiantes sienten aversión hacia la matemática, con lo que se limitan en su posible evolución académica, por la influencia que esa ciencia tiene hoy día. Vale la pena cuestionarse hasta dónde esa falta de motivación tiene relación con el tipo de situación de aprendizaje que en esa materia suele ofrecer la escuela.

Si tenemos como un objetivo educacional el desenvolvimiento de las potencialidades del niño, es evidente que hay que hacer un esfuerzo por estimular al maestro para que cree situaciones de aprendizaje que estimulen el razonamiento, la imaginación y la creatividad del alumno o que den menor importancia a los procedimientos puramente mecánicos.

BIBLIOGRAFIA

- Esquivel, J.M., Peralta, T. y Delgado V. (1983): "Desarrollo y validación de pruebas de conocimientos mínimos en Matemática y su aplicación en una muestra nacional en escuelas y colegios. *Revista Universidad de Costa Rica Educación*. V.(7). No.1 y 2, 125-134.
- Gómez, G. (1982): "Aprendizaje psicogenético de la multiplicación" en *Pedagogía operatoria*, editado por Moreno, M., Barcelona: LAIA.
- Lafourcade, P. y otros (1982): *Investigación para promover la atención y el desarrollo del talento, la criticidad y la creatividad en niños y jóvenes del sistema educativo costarricense*. Publicación del CEMIE, MEP, OEA. San José. Costa Rica.
- Méndez, Z., Chaves, C. y Escalante, A.C. (1983): *Estudio del pensamiento formal en jóvenes estudiantes de liceos del Area Metropolitana de San José, Costa Rica*. San José: Editorial EUNED.
- Méndez, Z. y Pereira, Z. (1985): *Estudios psicogenéticos sobre el proceso de enseñanza aprendi-*

- zaje de la matemática*, fascículo 1. IIMEC/MEP. Publicaciones Universidad de Costa Rica.
- Piaget, J. (1975): *La representación del mundo en el niño*. Madrid: Ediciones Morata (París: PUF, 1926).
- Piaget, J., (1976): *Problemas de psicología genética*. Barcelona: Editorial Ariel (París Denoel, 1972).

Vergnaud, G. (1982): "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" = *Recherches en didactique des mathématiques* Vol.2,215-232.