Revista Educación 18(1): 73-84, 1994

EL ROL DEL PROFESOR DE MATEMATICAS EN LA EDUCACION SECUNDARIA: UN REFERENTE TEORICO PARA SU ESTUDIO

Ileana Contreras Montes de Oca

I. Introducción

El presente, es el segundo artículo acerca del rol del docente, que se deriva de un trabajo de investigación en que se abordó como objeto de estudio el rol del profesor de matemáticas en la educación secundaria, y en el que se analizaron algunas determinantes significativas de dicho rol, así como consecuencias de este. El propósito de este trabajo, es compartir el referente teórico-conceptual de dicha investigación, en lo relativo a la enseñanza de las matemáticas a nivel secundario y el rol del docente en ella. Este referente no solo constituye un aporte en sí mismo, sino además representa un requisito indispensable para la comprensión del análisis de los resultados de dicha investigación.

Las matemáticas ocupan un lugar importante en el currículum escolar, ya que se asume son un elemento indispensable para orientar y promover carreras científicas y tecnológicas, que a su vez se consideran la base para la industrialización y el desarrollo tecnológico. El nuevo programa de estudios para la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria costarricense, por ejemplo, al presentar el enfoque general de la asignatura, (MEP, 1991) señala:

> En esta época, cuya principal característica es la eficiencia, el futuro se vislumbra inmerso en un gran desarrollo científico tecnológico. Se necesitan generaciones bien preparadas, en estos campos la cantidad de personal especializado, en la Ciencia y la Tecnología, va en aumento progresivo. Es por lo anterior que la Matemática debe trabajar íntimamente relacionada con las demás asignaturas orientándose todas, hacia el desarrollo.

Sin embargo, esta asignatura es una de las áreas más débiles del currículum escolar de un gran número de países, y desde fines de la década de los cincuenta ha estado bajo continuo escrutinio. Los lemas que han caracterizado los diversos esfuerzos de reforma, son bastante familiares: matemáticas modernas, vuelta a lo básico, lo básico moderno, alfabetismo computacional, resolución de problemas.

Por otra parte, si bien las declaraciones públicas en relación con los objetivos y metas de la enseñanza de las matemáticas pueden haber cambiado, el perfil de una clase de matemáticas ha permanecido virtualmente intocable por la retórica (Schram, P. et. al., 1988). La última década de investigaciones y deliberaciones en torno a las matemáticas y a la educación matemática, ha producido resultados que ponen en cuestionamiento ese enfoque tradicional, cuya meta es la acumulación de una gran cantidad de problemas con las apropiadas soluciones algorítmicas. Así mismo, estos trabajos aportan evidencia de la necesidad de buscar formas de darle sentido a las matemáticas, de inventar procedimientos para resolver nuevos problemas, y de construir modelos para comprender las situaciones matemáticas (Schram, P., et al. , 1988).

En consecuencia, hoy se demanda un cambio de la forma en que se organiza y enseña la matemática, en las perspectivas y creencias del docente en relación con la disciplina, y del rol que este desempeña en la lección de matemáticas, así como un cambio de orientación de uno computacional a otro centrado en los conceptos. Líderes en el campo internacional de la educación matemática (La Asociación Americana para el Avance de la Ciencia, el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (USA), La Junta Nacional de la Ciencia, La Junta de las Ciencias Matemáticas) han hecho un llamado a la reorientación del currículum en matemáticas hacia el desarrollo de conceptos y resolución de problemas. Esta inquietud aparece también expresada en el enfoque general de la asignatura, especialmente en la metodología y propósitos que se plantean para su enseñanza en los programas de estudio vigentes en Costa Rica, Ministerio de Educación Pública, (1991).

En este contexto, se torna evidente la importancia de estudiar el rol del profesor de matemáticas con un enfoque como el discutido en el artículo anterior.

II. Importancia del estudio del rol del profesor de matemáticas en la educación secundaria

Schram y su equipo (1988), caracterizan la enseñanza tradicional de las matemáticas por una orientación instrumental y técnica, en la que los estudiantes son vistos como recipientes pasivos en los que se vierte el conocimiento matemático, y los docentes son considerados simples técnicos que deben implementar el curriculum diseñado por "expertos". Dentro de esta concepción, se asume que las matemáticas constituyen una disciplina estática, limitada por reglas rígidas y linealmente ordenada. Así mismo, se presume que la forma más eficaz y eficiente de organizar su enseñanza para lograr su comprensión, consiste en dividir su contenido en pequeñas piezas que puedan ser digeridas. Su aprendizaje, por otra parte, es determinado con base en exámenes escritos en los que el ser capaz de seleccionar la respuesta correcta es considerado como conocimiento.

Sin embargo, el producto de la investigación y deliberaciones en relación a la educación matemática de al menos las dos últimas décadas, ha ofrecido evidencia que pone en cuestionamiento dicha orientación tradicional para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las matemáticas como disciplina continúan desarrollándose y cambiando. Cerca de la mitad del desarrollo actual de las matemáticas se ha inventado después de la Segunda Guerra Mundial, Davis y Hersh, (1981). Por lo tanto, resulta imposible esperar que un educador maneje todo el conocimiento existente en la disciplina, o que sea capaz de predecir el contenido matemático específico de los problemas que el estudiante pueda llegar a encontrar. Si se parte de una perspectiva de las matemáticas como una actividad humana dinámica, se tendrá que valorar *el hacer matemáticas* por sobre *la acumulación de datos y hechos* acerca de las matemáticas. La enseñanza de las matemáticas que ponga el énfasis en la absorción del "historial de conocimiento" (Romberg, 1983) no resulta apropiada en esta época.

Por otra parte, las investigaciones recientes en adquisición de conceptos han venido a ampliar nuestra comprensión acerca de cómo los escolares piensan acerca de los números, los conceptos geométricos, y las relaciones entre variables Carpenter, Moser, y Romberg, (1982); Ginsberg, (1977); Resnick, (1983). Los estudiantes no son aprendices pasivos, sino que por el contrario, ellos construyen activamente, interpretan, y estructuran sus nuevos aprendizajes matemáticos. Al llegar a la escuela, los estudiantes tienen ya un bagaje de conocimientos matemáticos informales y muestran un interés y capacidad natural por comprender conceptos matemáticos. Sin embargo, la enseñanza tradicional de las matemáticas no propicia ese tipo de actividades cognitivas, ni una orientación hacia el descubrimiento en la educación matemática.

Nespor (1985), en su estudio del papel de las convicciones en la práctica de la enseñanza, encontró que los profesores de matemática que formaron parte de su estudio, conciben la disciplina como carente de ambigüedades y determinada por el libro de texto. Ninguno de los profesores de matemáticas con que trabajó, se mostraba inseguro con respecto a los contenidos que debían enseñar, ni se cuestionaban acerca del valor de éstos, a diferencia de los profesores de otras asignaturas. Para estos profesores, su problema principal se resumía en la mera decisión técnica de cómo enseñar de la mejor manera las fórmulas y logaritmos del libro de texto. Por lo tanto, Nespor concluye que, si el libro de texto es la base sobre la que se asienta el conocimiento por ser tratado en la materia o curso, el rol del profesor consiste en garantizar que ese conocimiento sea "comunicado" a los estudiantes. Por otra parte, Nespor identificó en los profesores de matemáticas con que trabajó, una orientación que pone el énfasis en el manejo de procedimientos por sobre la comprensión de los conceptos en que estos se apoyan; y en su criterio, una característica distintiva de dichos profesores, es la de un desempeño basado en "hacer" o desarrollar los contenidos más que explicarlos o hablar acerca de ellos. Para este investigador, las razones que justifican este énfasis no están del todo claras, aunque las vincula a la naturaleza de los contenidos mismos, que hacen posible el conocer "cómo hacer" matemáticas sin comprender o ser capaz de explicar "qué" se está haciendo. Con ello, Nespor hace referencia al fenómeno de aprendizaje sin comprensión que ha venido denunciando la literatura en educación matemática y al que luego haremos referencia.

Por su parte, Alan Bishop (1985), destaca la importancia de la concepción del educador como responsable de la toma de decisiones, porque permite analizar el proceso que realiza el educador al considerar las múltiples alternativas que se le presentan, antes y después de la enseñanza. En relación con esta concepción, Bishop destaca el proceso interactivo de toma de decisiones, es decir el que da cuenta de las decisiones que los educadores deben hacer durante las interacciones en el salón de clases. En su criterio, este constructo permite ligar el trabajo que se ha venido realizado en el campo de los conocimientos, ideología y actitudes de los educadores con el de su conducta, métodos, lenguaje, etc. en el salón de clase. Dentro de este enfoque, existe una gama muy amplia de aspectos del proceso de toma de decisiones que realizan los profesores de matemáticas que puede ser estudiado, como es el de enfrentar los errores e incomprensiones de los estudiantes; este aspecto, ocupa un porcentaje significativo de la actividad de los educadores matemáticos, y en la situación de clase está directamente relacionado a la percepción que estos tengan de dichos errores e incomprensiones. Esta concepción pone en relieve el hecho de que las tareas, limitaciones y problemas propias de la enseñanza, contribuyen a desarrollar ciertas formas particulares de pensamiento en los educadores, que tienen implicaciones importantes para la formación de educadores (Clark y Yinger, 1979).

Así mismo, Bishop plantea que existe un abismo entre gran parte de los resultados de la investigación en educación matemática y la situación real de la clase de matemáticas, la cual, con su atmósfera ruidosa, sus múltiples objetivos, sus períodos fijos de clase, no resulta ser el lugar más apropiado para aprender matemáticas. En su criterio, mientras que la investigación en el aprendizaje de las matemáticas se plantea cada vez en forma más sofisticada, el salón de clase se torna cada vez más en un reto para la mayoría de los docentes, y se afirma como consecuencia, que la calidad del aprendizaje está declinando. Su respuesta ante esa complejidad es la de buscar mejores formas de entender el salón de clase y su dinámica, el cual aparece complejo debido al poco conocimiento sistematizado que hemos desarrollado sobre este, afirmando que si lo pudiésemos entender e interpretar mejor, entonces tal vez podríamos manejarlo mejor.

Esta alternativa propuesta por Bishop, (1985) de profundizar el estudio y conocimiento de los procesos que ocurren al interior del salón de clases, se presenta como una nueva respuesta frente a otros dos movimientos que se han desarrollado con el propósito de buscar formas de superar el abismo que separa la investigación en educación matemática y la realidad de la clase de matemáticas. Una de ellas, ha sido el esfuerzo por producir el libro de texto "ideal". Se han realizado considerables esfuerzos e invertido tiempo y dinero, en lo que algunos injustamente denominan textos "a prueba de maestros". Se ha procurado diseñar textos que no contengan prejuicios raciales o de género, que contengan elementos que motiven el estudio de los tópicos que presentan, con reseñas históricas pertinentes, suficientes ejemplos, revisiones y prácticas, pruebas de comprobación, etc. Además, se procura que el texto del docente y el del estudiante se interrelacionen en forma precisa, y se le indica al docente qué debe hacerse en cada etapa. Si bien la producción de más y mejores textos es un aporte necesario, este enfoque tiene como consecuencia, que el educador pierde su autoridad profesional en el salón de clase, frente a la de los autores del libro de texto.

En la misma línea, puede detectarse en la investigación, una búsqueda por los componentes de una lección que pueden unirse para producir la "lección ideal" (Good y Grouws, 1979). Por lo tanto, es frecuente encontrar que la conceptualización existente en la formación de profesores de matemáticas esté dominada por la noción de la "lección de matemáticas", y se haga énfasis en el planeamiento de la lección, se analicen los componentes de la lección, y se de un esfuerzo por descomponer el currículum en lecciones. Los resultados de estos esfuerzos, si bien significativos desde la óptica de la importancia de un buen planeamiento, no inciden necesariamente en el proceso interactivo de toma de decisiones que desarrolla el docente en el salón de clase.

Otro movimiento orientado a controlar el aprendizaje en el aula fue el de los esquemas individualizados, que hasta cierto punto se apoyó en la investigación en instrucción programada. Sin embargo, existe evidencia de la forma en que dichos esquemas transforman totalmente el rol del docente, a cargo de guiar y ayudar al aprendizaje, en la de un administrador, calificador y distribuidor de papeles (Morgan, 1977). El peligro aquí estriba en que entre más sofisticado se torna el material de trabajo individual más se interpone entre el docente y el estudiante y una vez más la actividad docente se pierde en los papeles anónimos.

Frente a los dos movimientos mencionados, Bishop (1985) presenta lo que él denomina el marco de la "construcción social" como producto del amplio rango de perspectivas de investigación que han surgido para explicar los fenómenos y procesos que ocurren al interior del salón de clase. Dentro de esta perspectiva, etnógrafos del salón de clases, sociólogos, los que estudian las interacciones verbales, las decisiones del maestro, y las percepciones de alumnos y docentes, nos han ofrecido valiosa información en relación con los fenómenos del aula. Por lo tanto, hoy en día estamos más conscientes de aspectos como el miedo o ansiedad hacia las matemáticas, los efectos de las percepciones interpersonales, del stress del docente, de las interacciones estudiante-estudiante, del poder de la posición del docente en el aula y de las estrategias de los estudiantes para enfrentar su relativo escaso poder. Un elemento esencial a esta perspectiva, que aunque parezca obvio o trivial, puede fácilmente olvidarse en la discusión de componentes de la lección, por ejemplo, o cualquier otro constructo psicológico o matemático, es el hecho de que se está trabajando con seres humanos. Si bien es cierto, el salón de clase, al ser parte de una institución institucionaliza a sus participantes, también es cierto que cada grupo constituye una combinación única, con su propia identidad, atmósfera y eventos significativos. En consecuencia, cada persona dentro del grupo crea una construcción única del resto de los participantes, de sus metas, de sus interacciones con los demás, y de todos los eventos, tareas, y contenidos matemáticos que ocurren en el salón de clase. Por consiguiente, "objetos" tales como habilidades de los estudiantes, significado matemático, reglas de conducta, conocimiento del docente, no existen como hechos objetivos sino que constituyen el producto individual de la construcción de cada persona.

III. Algunos enfoques y tendencias para la enseñanza de las matemáticas

El fenómeno de aprendizaje sin comprensión en la educación matemática, que han puesto en evidencia estudios como el de Erlwanger (1973), ha conducido a reflexiones en torno a las nociones de comprensión en matemáticas y a la distinción entre comprensión instrumental y relacional, conocimiento declarativo y de procedimiento. La comprensión instrumental se refiere al conocimiento del cómo sin el conocimiento de por qué y para qué, en tanto que la comprensión relacional es la que llena ese vacío. Por otra parte, el conocimiento declarativo se refiere a la discriminación de los atributos relevantes que son necesarios para la adquisición de algún conocimiento, en tanto que el conocimiento de procedimientos se refiere a los procedimientos para realizar dicha clasificación.

En consecuencia, el aprendizaje con comprensión debe ser fundamentalmente relacional y de procedimientos (Skemp, 1976). Sin embargo, la naturaleza de las matemáticas, en las que en cierto nivel es posible poner los procedimientos como en "automático", a fin de liberar el pensamiento consciente para utilizarlo con conceptos de un nivel más alto, hace que la comprensión instrumental y declarativa constituya una parte esencial de la totalidad de la comprensión matemática y aparece junto con la comprensión relacional y de procedimientos (Pirie y Schwarzenberger, 1988). Por lo tanto, en la literatura reciente se plantea la comprensión matemática como la comprensión de conceptos, las relaciones entre estos conceptos y el lenguaje diario o los objetos físicos (relacional), así como las habilidades en el manejo de procedimientos y procesos que dependen de la familiaridad que se tenga con dichas relaciones (instrumental).

Como resultado, entre los investigadores en educación matemática se aprecia una tendencia a dirigir la atención hacia las situaciones y problemas para los cuales los conceptos y procedimientos son útiles. Se insiste en la necesidad de promover actividades que impliquen la resolución de problemas, ya que este tipo de actividades se incrementan conforme los estudiantes adquieren mayor comprensión del dominio del problema (Eylon y Linn, 1988).

De acuerdo con la teoría tradicional de los sistemas conceptuales (Harvey et. al., 1961), un concepto es un esquema o categoría en la que se ubican eventos y objetos que se relacionan con los referentes internos existentes, para que estos puedan ser experimentados y evaluados. El mecanismo básico de desarrollo conceptual consiste, de acuerdo con esta teoría, en un proceso gradual de integración y diferenciación dentro de un continuo que va de lo concreto a lo abstracto.

Un problema, en su más amplia acepción, es aquello que se da cuando un organismo *motivado* trata de alcanzar una meta pero existe un obstáculo que bloquea el logro de dicha meta; la resolución de problemas es el tipo de actividad cognitiva que se requiere para superar el obstáculo y alcanzar la meta, es decir, para obtener la solución (Houston, 1986). Algunos investigadores educativos presentan la resolución de problemas como una forma de adquirir comprensión. Dijkstra (1988), por ejemplo, afirma que la integración de conceptos de clase y de relación con principios, actividad esencial para la comprensión de la realidad, puede promoverse usando el conocimiento en resolución de problemas y con la enseñanza de procedimientos para la resolución de problemas.

De lo anterior se deduce que, para ser capaz de descubrir los patrones conceptuales básicos presentes en un problema, con frecuencia se requiere que la situación del problema sea reestructurada, a fin de que el estudiante pueda decidir a qué categoría pertenece el problema. Una vez que se ha reconocido la categoría a la que pertenece el problema, se puede identificar y aplicar un procedimiento de resolución. Por lo tanto, es evidente que la resolución de problemas es una actividad cognitiva íntimamente relacionada con la adquisición de conceptos.

Por otra parte, una comparación de los patrones de error identificados en la literatura en educación matemática y científica (Perkins y Simmons, 1988) con la conducta de los novatos descrita en los trabajos de investigación en resolución de problemas (Eylon y Linn, 1988), aporta algunos aspectos comunes que determinan el aprendizaje sin comprensión, y que son:

1) ausencia de organización, necesaria para la integración jerárquica de la información nueva con las intuiciones, significados y conocimientos previos;
2) ausencia de consistencia que permita diferenciar nociones contradictorias o que contrastan entre sí;
3) ausencia de técnicas para el control cognitivo o destrezas meta-cognitivas para la resolución de problemas.

Hewson y Hewson (1984) sugieren como estrategias para promover la conexión de ideas, las actividades de integración y diferenciación. Las actividades de integración deben orientarse a ligar concepciones consistentes aunque no directamente relacionadas. Este tipo de conexiones facilita el que el conocimiento científico pueda recordarse (puesto que promueven un grado de asimilación más profundo), y contribuyen al razonamiento.

Las actividades de diferenciación deben procurar la identificación de diferencias entre conceptos relacionados. Estos dos tipos de actividades contribuyen a que los estudiantes puedan crear estructuras conceptuales más robustas. Su importancia se hace evidente en el marco de los resultados de numerosos estudios que han mostrado que los estudiantes tienden a mezclar conceptos relacionados y que numerosos errores de razonamiento pueden atribuirse a la ausencia de discriminación entre dichos conceptos (Reif, 1986).

Por lo tanto, Hewson y Hewson sugieren que la enseñanza que explícitamente compara y contrasta concepciones ingenuas y científicas puede contribuir a que los estudiantes modifiquen sus concepciones, pero únicamente cuando decrecen las posibilidades de aceptación, o plausibilidad, de las concepciones ingenuas existentes y cuando crece la plausibilidad de las nuevas o científicas. Sin embargo, aún si se completa con éxito este proceso de contrastación, siempre es posible que los estudiantes exhiban dos posibles reacciones: pueden realmente cambiar la vieja concepción por una nueva, o compartamentalizar su conocimiento y formar concepciones múltiples, algunas ingenuas y otras científicas, generalmente las primeras en un nivel más profundo y las segundas en uno más superficial, teniendo así concepciones múltiples acerca del fenómeno estudiado.

En consecuencia, si bien la contrastación no parece ser suficiente para promover el cambio conceptual, esta actividad orienta la atención hacia el problema e incrementa las posibilidades de que los estudiantes consideren una visión alternativa.

En un esfuerzo por responder a la pregunta de qué significa comprensión de un concepto matemático dado, Herscovics y Bergeron (1984) presentan cuatro niveles de comprensión en matemáticas. Dichos niveles son:

1) *Comprensión Intuitiva:* Esta se refiere a un conocimiento matemático informal que puede caracterizarse según el caso, por preconceptos (por ejemplo, la noción de superficie es un preconcepto de la noción de área); por nociones basadas en percepciones visuales (por ejemplo, la no conservación de número); por esquemas de acción no cuantificables (por ejemplo, la unión asociada a la suma aritmética); o por estimaciones basadas en aproximaciones ordinarias (por ejemplo, más menos, pocos, muchos).
2) *Comprensión de Procedimientos:* Esta se refiere a la adquisición de procedimientos matemáticos que el estudiante pueda relacionar con su conocimiento intuitivo y usar apropiadamente. Solamente si el estudiante puede ligar estos procedimientos con su comprensión intuitiva, adquirirá un concepto que tenga significado.
3) *Abstracción Matemática:* Esta se refiere tanto a la abstracción en su sentido más amplio, como separación de todo procedimiento y representación concreta, como a la abstracción en su sentido matemático, como la construcción de invariantes, o como generalización.
4) *Formalización:* Esta se refiere a su interpretación usual, como axiomatización y prueba matemática formal, la cual, en su nivel más elemental puede ser considerada respectivamente como la identificación de axiomas y la búsqueda de justificaciones matemáticas lógicas. Sin embargo, la formalización tiene en esta secuencia dos significados adicionales, el de integrar las nociones matemáticas en una definición formal y el de utilizar el simbolismo matemático para referirse a nociones para las cuales se ha dado cierto grado de abstracción. Estas dos perspectivas hacen evidente la necesidad de precisión y de una notación eficiente en matemáticas. Sin embargo, y puesto que la simple reproducción de una definición formal o la manipulación correcta de símbolos matemáticos no pueden generalmente ser tomados como criterios de comprensión, la condición de haber alcanzado algún nivel de abstracción es esencial para que estas actividades puedan ser aceptadas como formalización.

Dentro de esta perspectiva, la formalización tiene un rol y lugar definido; el rol de constituir la cristalización de las ideas matemáticas existentes y el lugar de ubicarse en el extremo final del proceso constructivo. Por el contrario, el enfoque formalista ubica la presentación formal en la introducción de la enseñanza de las matemáticas, presentando al estudiante las matemáticas como un producto finalizado y en una forma condensada, en la que se han eliminado todas las etapas que condujeron inicialmente a su construcción. La premisa que subyace en este enfoque es que el estudiante será capaz de relacionar el concepto nuevo que se introduce con sus concepciones anteriores, con lo cual se ahorra mucho tiempo. Esta perspectiva puede resultar eficiente si la brecha que separa el nuevo concepto y el conocimiento previo del estudiante no es muy grande, pero en caso de que lo sea, el estudiante no dispondrá de las etapas que requiere para la reconstrucción del concepto, ya que en una presentación formal estas se omiten. Esto hará necesario que el estudiante tenga que reinventar dichas etapas, lo cual requiere un esfuerzo mayor que su reconstrucción; por lo tanto, la mayoría de los estudiantes que reciben una enseñanza con este enfoque no tienen otra alternativa que recurrir al aprendizaje memorístico.

Los proponentes de este modelo señalan que el enfoque formalista promueve desde el inicio una discontinuidad cognitiva entre lo que el estudiante conoce y lo que debe aprender, puesto que parte de una noción matemática dada de antemano que debe luego ser relacionada con los conocimientos previos del estudiante. Por el contrario, afirman, en el enfoque constructivo cada etapa de la construcción que se promueve constituye una extensión del conocimiento adquirido por el estudiante. Esto le garantiza continuidad al proceso de aprendizaje, ya que la enseñanza se inicia a partir del conocimiento que tiene el estudiante y se apoya en él para contribuir a que escale a las siguientes etapas. Por lo tanto, se hace indispensable que desde el inicio se determinen y valoren los conocimientos que se requieren para la construcción que se pretende promover y en qué medida los estudiantes los poseen. En este enfoque, los distintos niveles de comprensión se encuentran íntimamente interrelacionados, pues las situaciones que representan la comprensión intuitiva ofrecen el contenido para presentar los procedimientos matemáticos como una forma para resolver clases o tipos de problemas y es sobre la reflexión acerca de estos procedimientos que el estudiante puede alcanzar cierto nivel de abstracción, que es el pre-requisito para la formalización, o último nivel de comprensión.

Por otra parte, la discusión en la que participen el docente y los estudiantes, o solo los estudiantes, ha sido considerada como uno de los elementos que deben incluirse en la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles (Cockcroft, 1982). Pirie y Schwarzenberger (1988), intentan establecer una relación entre la comprensión matemática y la capacidad de realizar una discusión matemática, a partir del hecho de que la comprensión matemática puede ser inferida, aunque no directamente medida, y de que para hacer tal inferencia existen elementos importantes que pueden identificarse en una discusión matemática, aunque no solo en ella. Dentro de los elementos que anotan como indicadores de comprensión matemática están: el mostrar conciencia de las relaciones entre conceptos; la habilidad para adoptar procedimientos cuando se enfrentan variaciones ya sea en los datos, el lenguaje o el contexto; el disponer de buenos ejemplos genéricos de los conceptos abstractos en uso; el dominio del simbolismo. Sin embargo conviene señalar que, para ellos una simple confusión de lenguaje o notación no es evidencia de falta de comprensión. De igual forma, estos autores reconocen otros indicadores de la comprensión matemática que no necesariamente se pueden detectar en la discusión matemática, como son la habilidad para escribir matemáticas, de desarrollar un trabajo práctico, o de realizar con éxito una investigación.

Pirie y Schwarzenberger (Ibidem) distinguen la discusión matemática, de la discusión guiada por el docente, que en su criterio es simplemente un aditivo a la exposición tradicional, pero no puede ser considerada una discusión genuina porque en la mayor de las veces esta no consiste en una actividad en que los estudiantes formulan sus propias opiniones, sino que consiste en una adivinanza de parte de los estudiantes para tratar de ofrecer las respuestas correctas a las preguntas formuladas por el profesor. Así mismo, estos investigadores distinguen entre trabajo de grupo aparente, en el que los estudiantes se sientan en pequeños grupos pero en realidad trabajan en forma independiente y el trabajo de grupo en el que la colaboración e interacción son un pre-requisito para una discusión genuina. La discusión matemática, para ser considerada como tal por estos autores, debe tener las siguientes características: tener un propósito definido, aceptado por el grupo en su conjunto; acerca de un tema matemático; en la que se generan contribuciones genuinas de los estudiantes; hay interacción, es decir, indicadores de que el movimiento dentro de la conversación ha sido captado por los otros participantes.

Sin embargo, el análisis de sesiones de supuesta discusión matemática realizado por dichos investigadores, da cuenta de que son muy raras las sesiones de clase en que se da una discusión matemática que se ajuste a su definición. La razón más común para descalificar tales supuestas discusiones, es que no se da una real interacción entre los estudiantes; los estudiantes comúnmente hablan en voz alta acerca de un tópico matemático, pero sin evidencias de alguna reacción en los que escuchan. Otra razón menos frecuente es que, si bien interactiva, los objetivos de la discusión no se definen con claridad, y la conversación se torna en una dispersión de puntos sin ninguna dirección específica; y si bien tal lluvia de ideas puede tener un valor importante, no puede ser considerada como una discusión.

IV. El rol que se espera del profesor de matemáticas en la educación secundaria

La teoría y resultados de investigación aquí discutidos, tienen implicaciones para el rol del educador matemático, puesto que sugieren la necesidad de incorporar en la práctica docente de dichos educadores los aspectos siguientes:

1) Un enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas como punto de partida desde el cual el docente busque en la experiencia de los estudiantes situaciones apropiadas que hagan relevante el aprendizaje de las matemáticas.
2) La realización de actividades orientadas a brindar información jerárquicamente organizada y en partes integradas significativamente, que permitan a los estudiantes establecer conexiones y organizar el conocimiento. Además, el propiciar que los estudiantes dispongan de un repertorio de procedimientos específicos a fin de contribuir a que estos puedan adquirir comprensión profunda. En consecuencia, se torna necesario que el educador matemático promueva actividades de integración y diferenciación que contribuyan al desarrollo conceptual de los estudiantes y a facilitarles una construcción jerárquica y consistente del conocimiento. La enseñanza tradicional y los libros de texto asumen por lo general, que los estudiantes pueden conectar automáticamente las partes y piezas relevantes de información que se suministra y crear así una representación coherente de las relaciones entre conceptos e información. Así mismo, a menos que los tópicos puedan estudiarse a profundidad, los estudiantes pueden correr el riesgo de tener conocimiento fragmentado, por lo que otro aspecto que debe considerarse es que el estudio sistemático y sostenido de pocos tópicos centrales, permite trabajar con las nociones incompletas o incorrectas de los alumnos y simultáneamente propiciar un desarrollo o habilidad superior a una enseñanza más superficial.
3) La enseñanza en el contexto de la resolución de problemas contribuye a la adquisición de significado en el conocimiento matemático. Algunas de las relaciones existentes entre los conceptos pueden ser descubiertas únicamente en el transcurso de un trabajo activo de resolución de problemas.
4) La importancia de motivar a los estudiantes a reflexionar sobre sus ideas, de enseñarles explícitamente a controlar su pensamiento y de proveerles de una heurística para la resolución de problemas a fin de contribuir a mejorar su comprensión científica.

Por otra parte, el reconocimiento de la construcción social de los fenómenos, constituye la base para la nueva orientación de la educación matemática que propone Bishop

(1985). Esta orientación concibe la enseñanza de las matemáticas en el salón de clase como el control de la organización y dinámica del salón de clase con el propósito de compartir y desarrollar significados matemáticos. Esta orientación tiene las siguientes características:

- pone al docente en relación con todo el grupo que participa en la clase;
- enfatiza la naturaleza dinámica e interactiva de la enseñanza;
- asume la naturaleza interpersonal de la enseñanza, es decir, que el docente trabaja con aprendices y no simplemente promoviendo aprendizaje;
- reconoce la idea de conocimiento y proceso de adquisición de conocimiento, reflejando la importancia del contenido y del contexto.
- toma en consideración el conocimiento, habilidades y actitudes del estudiante, acentuando un enfoque teórico de desarrollo más que de aprendizaje;
- enfatiza el desarrollo de significado matemático como la meta general de la enseñanza de las matemáticas, incluyendo objetivos tanto cognitivos como afectivos.
- reconoce la existencia de muchos métodos y organizaciones de la clase, es decir no excluye por definición ninguna técnica metodológica establecida anteriormente;
- es una concepción que permite el desarrollo del educador a partir de la formación inicial en adelante.

Dentro de este enfoque, resulta central la idea de significado matemático, es decir, de la naturaleza personal del significado de cualquier idea matemática nueva. Una nueva idea tendrá significado en la medida en que se relacione con el conocimiento presente en el individuo, ya sea el conocimiento acerca de otros tópicos e ideas matemáticos, o con el conocimiento acerca de otros campos ajenos a las matemáticas. También puede estar relacionado con la imaginación, o en forma de analogías y metáforas, aunque dichas relaciones sean de distinta clase. La idea puede ser un ejemplo de otra idea matemática (desde que esa es la naturaleza de las matemáticas), o puede generar ejemplos propios. En consecuencia, resulta evidente que todos los participantes adquieren un conjunto de conexiones y significados distintos, en especial el docente y el estudiante, quienes necesariamente tendrán significados muy distintos asociados con las matemáticas. El educador conoce las ideas que enseña en términos de sus conexiones con el resto del conocimiento matemático. Sin embargo, el estudiante es el que les da significado en el proceso educativo y deberá ser quien establezca la conexión entre las ideas nuevas y su conocimiento previo, si lo que se pretende es que el estudiante adquiera aprendizaje con comprensión.

Este enfoque le ha permitido a Bishop, la identificación de tres aspectos fundamentales:

1) Las actividades matemáticas, las cuales deben seleccionarse de forma que enfaticen la participación dinámica del estudiante en las matemáticas en vez de la presentación del contenido por el maestro.
2) La comunicación, elegida para reforzar el proceso y el producto de compartir significados.
3) Negociación, orientada a destacar la falta de simetría de las relaciones docente-estudiante en el desarrollo de significados compartidos.

Desde esta perspectiva, se torna significativo para las decisiones que debe tomar el docente antes de la clase, el hecho de que el énfasis no estará más en cómo presentar el contenido en la lección, sino en la conversión didáctica del contenido y conocimiento matemático en actividades matemáticas apropiadas para los estudiantes. El foco de atención será entonces el determinar las actividades que deberán desarrollar los estudiantes en la clase. Esta orientación tiene implicaciones en las decisiones interactivas del docente, ya que los aspectos centrales de la enseñanza son, dentro de este enfoque, la iniciación, control, organización y utilización de la actividad del estudiante. El clima del salón de clase se torna más dinámico y caracterizado por un crecimiento orgánico en oposición a la tradicional lista de contenidos y destrezas específicas que deben ser enseñadas sobre ninguna base, y que deben concluirse en un tiempo específico.

Otro aspecto del enfoque centrado en las actividades matemáticas, es la necesidad de considerar el trabajo colaborativo y la discusión matemática. La comunicación en la educación matemática no se ha analizado o activado apropiadamente. En general, las clases de matemáticas son sitios donde se hace matemáticas pero en dónde no se discuten o comunican significados matemáticos. La comprensión y los significados se apoyan en las conexiones que se tienen entre las ideas, por lo que la comunicación en la clase de matemáticas debe orientarse a compartir significados y conexiones matemáticas. La única forma de compartir ideas es exponerlas y la discusión es evidentemente el medio más importante para exponer las conexiones que se han realizado. Además, en la comunicación de las ideas matemáticas es importante el uso de simbolismo, de diagramas para transmitir imágenes, ejemplos de contextos diferentes, de analogías y metáforas, así como informes y descripciones escritas.

Finalmente, el proceso de negociación que plantea Bishop, puede caracterizarse como la interacción dirigida al logro de determinados objetivos en que los participantes buscan alcanzar sus respectivas metas. Por lo tanto, se hace necesario negociar en la clase de matemáticas una forma de trabajo en el salón de clase, es decir, el establecimiento de reglas de disciplina, conducta y procedimiento. Se trata por lo tanto, de ofrecer una forma de adquirir conocimiento, y esto es precisamente lo que el educador trata de desarrollar al usar su propio y necesariamente más rico cono-cimiento y comprensión matemática. Este concepto de negociación logra capturar el desequilibrio necesario implícito en el proceso educativo, pero lo describe de forma tal que permite buscar alternativas para superar la mera imposición de conocimiento por parte del poderoso docente. Esto nos obliga a buscar formas en que los docentes puedan promover el proceso de negociación; incentivarlos a usar el poder y autoridad que les asigna la sociedad para la educación específica de sus estudiantes; a buscar formas de impulsar a sus estudiantes a jugar un papel mayor en el desarrollo de sus propios significados matemáticos y a reconocer en una forma más positiva, el contexto del estudiante y la estructura de la meta, así como evaluar de mejor forma el desarrollo de significados.

V. Algunas conclusiones

El material expuesto en el presente trabajo pone de relieve la existencia de una problemática y debilidad en la educación matemática, que ha sido denunciada a nivel internacional y de la cual el sistema educativo costarricense no está exento. Esta situación se torna más urgente de superar, en un contexto en donde cada día más se reconoce su importancia para fomentar el desarrollo científico y tecnológico.

Así mismo, se aporta evidencia de que existe una producción teórica, que apoyada en investigaciones recientes, aporta lineamientos importantes para la reestructuración del currículum matemático, reclama un nuevo enfoque para la educación matemática y plantea la necesidad de un nuevo rol del docente en la enseñanza de las matemáticas.

La consideración del abismo que separa la realidad del salón de clase de esta producción teórico investigativa, pone en evidencia la importancia del estudio de la realidad del aula de matemáticas y del rol que el docente desempeña en ella, así como la necesidad de identificar los factores más significativos que inciden en la forma en que este se concreta en la práctica, dentro de contextos específicos. Solo mediante la identificación de las limitaciones concretas que debe enfrentar el docente, y de las determinantes principales que condicionan el rol profesional que desempeña, es que se podrán impulsar esfuerzos tendientes a un acercamiento entre la teoría y la práctica docente, de manera que el producto de la investigación en educación matemática tenga alguna incidencia concreta en las aulas, y se supere así el nivel de la retórica.

El nuevo enfoque curricular impulsado por el Ministerio de Educación Pública, así como los nuevos programas de estudio, parecen haber incorporado, al menos en su discurso, algunos de los lineamientos descritos aquí. Sin embargo, se hace menester determinar la coherencia de dichos lineamientos en su conjunto, con las acciones tomadas para impulsarlos, así como la forma en que dichos lineamientos han sido percibidos por los educadores matemáticos, sus repercusiones en el rol que estos desempeñan y la forma concreta en que han permeado la realidad del aula de matemáticas costarricense. Este es el reto que debemos asumir los que estamos interesados en comprender la realidad de la educación matemática costarricense, a fin de ofrecer alternativas para su superación.

Referencias

Bishop, A. (1985). The social construction of meaning: A significant development for mathematics education? *For the Learning of Mathematics* 5 (1): February 1985: 24-28

Carpenter, T., Moser, J., y Romberg, T. (1982). *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Clark, C. y Yinger, R. (1979). Teachers' thinking. En: P. Peterson y H. Walberg (eds.) *Research on teaching*. Berkeley: Mc.Cutchan

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, London: HMSO.

Davis, P. J. y Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Boston: Houghton Mifflin.

Dijkstra, S. (1988). The development of the representation of conceptual knowledge in memory and the design of instruction. *Instructional Science*, 17, 339-350.

Erlwanger, S. M. (1973). Berny's conceptions of rules and answers in IPI Mathematics. *The Journal of Children's Mathematical Behavior. 1* 1973:7-26.

Eylon, B. y Linn, M.C. (1988). Learning and Instruction. *Review of Educational Research. 58*, (3), 251-301.

Ginsberg, H. (1977). *Children's aritmethic: The learning process*. New York: Van Nostrand.

Good, T. L. y Grouws, D. A. (1979). The Missouri Mathematics Effectiveness Project: an experimental study in fourth grade classroom. *Journal of Educational Psychology. 71*, (3).

Harvey, O. et. al., (1961). *Conceptual systems and personality organization*. New York: Wiley.

Herscovics, N. y Bergeron, J. (1984). A constructivist vs. a formalist approach in the teaching of mathematics. Quinto Congreso Internacional en Educación Matemática. Adelaide, Australia, agosto 24-30, 1984.

Hewson, P. y Hewson, M. (1984). The rol of conceptual conflict in conceptual change and the design of science instruction. *Instructional Science 13*, (1).

Houston, J. P. (1986). *Fundamentals of learning and memory*. San Francisco, CA: Harcourt Brace Jovanovish, In.

Ministerio de Educación Pública (MEP). (1991). *Programa de Estudios Educación Diversificada Matemática*. San José, Costa Rica: Depto. de Publicaciones del MEP.

Morgan, J. (1977). *Affective consequences for the learning and teaching of mathematics of an individualized learning program*. Proyecto DIME, Scotland: Stirling.

Nespor, J.K. (1985). *The role of beliefs in the practice of teaching: Final report of the teacher beliefs study*. Texas University, Austin: Research and Development Center for Teacher Education.

Perkins, D.N. y Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math, and programming. *Review of Educational Research. 58*, (3).

Pirie, S.E.B. y Schwarzenberger, R.L.E. (1988). Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*. 19.

Reif, F. (1986). *Scientific and mathematical concepts: Cognitive complexities and structional strategies*. Ponencia presentada en la Reunión Anual de la Asociación Americana de Investigación Educativa, San Francisco.

Resnick, L. B. (1983). Mathematics and science learning. A new conception. *Science* (220).

Romberg, T. (1983). *A common curriculum for mathematics*. Reading, P.A: Addison-Wesley.

Schram, P., Wilcox, S., Lanier, P., Lappan, G. (1988). *Changing mathematical conceptions of preservice teachers: A content and pedagogical intervention*. Ponencia presentada en la Reunión Anual de la Asociación Americana de Investigación Educativa, New Orleans, LA, abril 5-9, 1988.

Skemp, R. R. (1976). Relational and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, (77).