

Artículo científico de investigación

DOI: <http://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.58601>

## La interpretación geométrica de la derivada de una función: una estrategia didáctica para estudiantes de secundaria

### *The Geometric Interpretation of the Derivative of a Function: A Teaching Strategy for High School Students*

Dirwin Alfonso Muñoz Pinto  
Instituto Superior de Formación Docente Salomé  
Ureña  
Santiago de los Caballeros, República Dominicana  
[dirwin.munoz@isfodosu.edu.do](mailto:dirwin.munoz@isfodosu.edu.do) (Correspondencia)  
<https://orcid.org/0000-0002-2400-9064>

María Nely Calderón Mora  
Instituto Superior de Formación Docente  
Salomé Ureña  
Santiago de los Caballeros, República Do-  
minicana  
[maria.calderon@isfodosu.edu.do](mailto:maria.calderon@isfodosu.edu.do)  
<https://orcid.org/0000-0002-9248-8669>

Daniel Alejandro Paulino Peña  
Centro Educativo San Francisco de Asís  
Santiago de los Caballeros, República Dominicana  
[p.daniel.2116@gmail.com](mailto:p.daniel.2116@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-0636-2008>

Recepción: 10 de abril de 2024  
Aceptado: 15 de julio de 2024

#### ¿Cómo citar este artículo?

Muñoz-Pinto, D. A., Paulino-Peña, D. A. y Calderón-Mora, M. N. (2025). La interpretación geométrica de la derivada de una función: una estrategia didáctica para estudiantes de secundaria. *Revista Educación*, 49(1). <http://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.58601>

Esta obra se encuentra protegida por la licencia Creativa Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional



## RESUMEN

El objetivo principal de esta investigación es fortalecer el aprendizaje de la definición de derivada de una función, enfatizando la interpretación geométrica como estrategia didáctica en el alumnado de secundaria del Colegio San Francisco de Asís, en República Dominicana. Se puso en práctica una metodología cuantitativa, con el objeto de comparar dos métodos a través de un diseño cuasi experimental. Trabajamos con una muestra de 21 estudiantes, separados en dos grupos: control A y experimental B asignados no aleatoriamente. La diferencia entre las medias alcanzadas entre ambos grupos fue significativamente mayor a favor del Grupo B. En la estrategia recibida, se verificó que el Grupo A mostró valoración negativa. Sin embargo, en el Grupo B se evidenció una valoración positiva en todos los aspectos, demostrándose con esto la efectividad de la estrategia propuesta. Se recomienda partir de la interpretación geométrica para la enseñanza de la derivada de una función.

**PALABRAS CLAVE:** Estrategia didáctica, Derivada de una función, Interpretación, Geometría.

## ABSTRACT

The main objective of this research is to strengthen the understanding of the definition of the derivative of a function, emphasizing the geometric interpretation as a teaching strategy among high school students at Colegio San Francisco de Asís, in the Dominican Republic. A quantitative methodology was employed to compare two methods using a quasi-experimental design. A sample of 21 students was divided into two groups: Control Group A and Experimental Group B, assigned non-randomly. The difference in the mean scores between the two groups was significantly higher in favor of Group B. The strategy implemented for Group A received a negative evaluation. In contrast, Group B received a positive evaluation across all aspects, demonstrating the effectiveness of the proposed strategy. It is recommended to begin with the geometric interpretation when teaching the derivative of a function.

**KEYWORDS:** Teaching Strategy, Derivative of a Function, Interpretation, Geometry.

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación tiene como objetivo primordial reforzar el estudio de la derivada de una función a través de la interpretación geométrica. Uno de los grandes obstáculos del estudiantado a la hora de derivar, es el aspecto interpretativo de la derivada de funciones, las limitaciones a conceptos y aplicaciones exclusivas de propiedades para derivar funciones ha mermado significativamente el entendimiento cabal de la derivada de una función.

Se observa en la mayoría de los cursos de cálculo en secundaria que el estudiantado se limita a aplicar dichas propiedades a la hora de derivar funciones, por ejemplo, dicen que: la derivada de una constante es cero, la derivada de  $x^2$  es  $2x$ , así sucesivamente, sin entender qué están haciendo, por

qué lo están haciendo, de dónde nacen esas propiedades, ni mucho menos qué significa el resultado obtenido. De igual forma lo manifiesta [Cuesta-Borges et al. \(2021\)](#) donde expresa que los estudiantes tienen buen desarrollo procedimental, pero muchas dificultades para llevar dichos aprendizajes a problemas cotidianos.

En cuanto al tema de derivadas, en el aula de clases de cálculo existen serias dificultades en la representación de este concepto y principalmente en las aplicaciones de la derivada a la vida real. Un ejemplo de ello lo manifiesta [Hernández-Yepes \(2024\)](#), quien observó cómo “los estudiantes pudieron aplicar concretamente la derivada, llevándolos a explorar cómo la pendiente influye en el comportamiento de una función en diferentes contextos y situaciones de la vida cotidiana” (p. 65). Así, es común que se apliquen correctamente las reglas de derivación, aunque se nota que los principios conceptuales son erróneos, alejados de un aprendizaje significativo ([Rojas-Hernández, 2019](#)). Diversas investigaciones coinciden en que muchas personas estudiantes pueden resolver ejercicios con la definición de derivada y sus propiedades de manera mecánica, pero encuentran grandes dificultades para llegar a tener una comprensión real de los conceptos al momento de manejarlos y aplicarlos ([Acosta-Santisteban, 2020](#); [Riveros-Panqueva, 2019](#); [González, 2020](#)).

Son detectables los problemas que presenta el estudiantado en todos los niveles a la hora de conceptualizar la derivada de una función, como lo refiere [Salas-Rueda y Lugo-García \(2019\)](#) en un estudio realizado sobre el impacto del aula invertida en el transcurso del proceso educativo superior sobre las derivadas tomando en cuenta la ciencia de datos y el aprendizaje automático, reflejan que, 34 de 88 estudiantes bajo el estudio, aparecen en la categoría de poco con relación a su comprensión de la derivada. Este estudio fue realizado sobre estudiantes que habían cursado el nivel secundario completo.

Por otra parte, en un estudio similar realizado por [Fúneme-Mateus \(2018\)](#), en un curso básico de cálculo diferencial dirigido a 25 estudiantes de una universidad colombiana, expresa que después de aplicar la metodología de aula invertida, mostraron un mayor dominio del concepto de derivada y sus aplicaciones.

La historia educativa dominicana ha tenido grandes obstáculos para el desarrollo del aprendizaje de sus estudiantes, de tal modo que puedan competir a niveles internacionales con iguales condiciones de preparación académica. Cuando nuestras y nuestros estudiantes van al extranjero y toman exámenes de rigor con altos estándares, se evidencian muchas falencias ([Cassasus et al., 2000](#)).

Algunos de los resultados relevantes en cuanto a las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes [PISA] en República Dominicana refieren:

En matemáticas y ciencias, el desempeño del país no muestra variaciones significativas respecto a 2015. Por segunda ocasión consecutiva, los estudiantes dominicanos quedaron en el último lugar en estas disciplinas respecto de sus pares de los 79 países o regiones que participaron en PISA. ([Acción Empresarial por la Educación \[EDUCA\], 2019](#)).

Otro artículo publicado en la República Dominicana afirma que, hemos descendido unos 3 puntos respecto a la prueba anterior del 2018 ([Diario Libre, 2019](#)).

En el último cuatrienio, en la República Dominicana, se ha implementado lo que es conocido como currículo por competencias, para tratar de elevar el desarrollo académico del estudiantado. Se ha modificado el currículo, buscando llegar a esos niveles requeridos a nivel internacional ([Ministerio de Educación de la República Dominicana \[MINERD\], 2016](#)).

Dado que se han visto las grandes dificultades que existen con la definición e interpretación de la derivada de una función en el nivel secundario, resulta innegable la necesidad de desarrollar una propuesta didáctica que venga a suplir estas falencias de conceptos e interpretación, brindando al estudiantado varios enfoques e interpretaciones de la derivada de una función, enfatizando la interpretación geométrica. Así, el alumnado puede ver la derivada de una función desde diferentes puntos de vista, creando para sí una mejor y completa conceptualización e interpretación, produciendo una aplicación más eficaz, puesto que, a través de la interpretación geométrica de la derivada, no sólo podrá derivar correctamente, sino que podrá interiorizar y apropiarse de los conocimientos y competencias pertinentes.

Para lograr esto, se ha planteado este trabajo, el cual se comienza con un marco teórico donde analizamos trabajos de distintas personas autoras con temas relacionados al tratado en nuestra investigación. Posteriormente, se introducen conceptos de historia del Cálculo Diferencial, pues el tema central es el estudio de la derivada de una función desde el punto de vista geométrico, pues resulta interesante plasmar el camino que realizaron grandes matemáticos de siglos anteriores en el Cálculo Diferencial, hasta llegar a la definición formal de la derivada de una función tal y como se conoce hoy día. Luego, se muestra la metodología utilizada en el estudio, tipo de investigación, muestra, instrumentos, etc. Finalmente, se analizan los resultados obtenidos, se realiza la discusión de estos y se muestran las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos.

### **Referente Teórico**

Cuando hablamos de cálculo en el nivel secundario, especialmente en República Dominicana, estamos hablando del tema más desconocido por el estudiantado del último ciclo del bachillerato. En primer lugar, solo se ve cálculo de derivadas de funciones en el último año de secundaria, en segundo lugar, se imparte al final del año escolar, según el currículo del [Ministerio de Educación de la República Dominicana \(MINERD, 2017\)](#), en tercer lugar, casi nunca les alcanza el tiempo para que el cuerpo docente pueda darlo, y cuarto, al abordar dicho tema, la premura hace que se trate con cierta ambigüedad.

Observando los resultados presentados anteriormente, es razonable pensar que otro factor influyente en que el profesorado solo se enfoque en las propiedades de derivadas, son los textos de cálculo que se han estado utilizando para enseñar dicho tema en secundaria. En un estudio realizado por Var-

gas et al. (2018), manifiesta que la mayoría de los textos de cálculo, proponen ejercicios para resolver de forma mecánica a través de las propiedades, dejando de lado los problemas y ejercicios donde el alumnado razone y visualice desde la geometría, para que de esta forma pueda tener una visión más amplia del fenómeno estudiado.

Otro hecho importante referente a este tema es el mal uso que se le da a la tecnología para complementar los temas de matemáticas, por ejemplo, si no se le induce al estudiantado a visitar páginas web fidedignas donde puedan encontrar buen material de estudio, caen en el error de buscar cualquier página que encuentren en internet, donde se encuentran muchos videos en los cuales se cometen errores conceptuales, los cuales el alumnado absorbe sin saber, incluso, muchos textos de matemáticas proponen páginas web para que las y los estudiantes refuercen los temas vistos en clase, sin realizar un estudio exhaustivo sobre la procedencia de dichas páginas, de las cuales muchas cuentan con explicaciones de conceptos básicos mal usados y errores conceptuales de los que hablamos anteriormente, como lo manifiesta Hernández-Sánchez et al. (2023).

Si bien el cálculo diferencial ha sido parte de la espina dorsal en los anales históricos del desarrollo tecnológico de las sociedades modernas, existen serias deficiencias al momento de ser enseñado debidamente en las escuelas e incluso en las universidades. Por ejemplo, Irazoqui (2015), muestra la dificultad no solo en la enseñanza sino también del aprendizaje del cálculo diferencial entre el estudiantado de pregrado de la Universidad del Bío-Bío (UBB), la cual está situada en la octava región de Chile. De allí el autor logra lo siguiente:

Probar que el diseño curricular modular genera aprendizajes significativos, el cual se expresa en un mejor rendimiento académico final de la asignatura de cálculo diferencial, comparado con el método tradicional de enseñanza usado con los estudiantes de la Universidad del Bío-Bío. (Irazoqui, 2015, p. 36)

Por su parte, González-García et al. (2018), expresa en su investigación, que es preocupante la cantidad de errores que cometen los estudiantes debido a un aprendizaje defectuoso de conceptos y habilidades previas, corroborando de esta forma que los estudiantes cometen menos errores realizando procedimientos sistemáticos, pero fallan con mucha frecuencia en su comprensión e interpretación geométrica.

Otro hecho importante para tener un mejor desempeño en los aprendizajes del cálculo es el que manifiesta Ponciano y Sosa (2018), donde expresa que “el manejo de recursos didácticos tecnológicos, como el GeoGebra, permite conocer y reflexionar las características matemáticas para planificar y crear tareas en torno a la derivada y otros tópicos de contenido matemático” (p. 95). En la investigación realizada por Paragua-Morales et al. (2018), se propone un método de cuatro pasos para mejorar el nivel de aprendizaje de la derivada por definición, esto debido a que la asignatura de análisis matemático no es de preferencia en los estudiantes próximos a ser docentes en esta especialidad, por lo tanto, tienen dificultades en el aprendizaje de dicha asignatura.

## Historia del Cálculo Diferencial

Fulini (2017) en su trabajo sobre Historia del Cálculo Diferencial e Integral, narra cómo los primeros seres humanos vivían de la caza y recolección de frutos y raíces, y que, cómo nómadas estaban obligados a moverse de un lugar a otro. Este estudio muestra a un hombre que vivía de comer y de las supersticiones. Sin embargo, los seres humanos tuvieron que cambiar esas costumbres, apropiándose de procesos mentales efectivos para resolver problemas, surgiendo así la ciencia, donde la matemática tomó el lugar de preeminencia.

Pasaron muchos años antes que el cálculo fuera formalizado, si bien grandes matemáticos hicieron sus aportes. Según Gutiérrez-Mendoza et al. (2017), expresa que:

A lo largo de la historia humana se han hecho estudios sobre conceptos de razón de cambio promedio e instantáneo. Cabe mencionar los efectuados por Tales de Mileto (año 585 a. C) estos tratan el estudio de las razones y proporciones para comparar medidas diferentes entre segmentos y poder analizar las relaciones entre las magnitudes indicadas. De igual modo, el estudio de los triángulos semejantes hizo posible establecer la relación que existe entre los ángulos y los lados de esta figura geométrica, otros matemáticos usaron las representaciones geométricas para explicar las relaciones entre magnitudes variantes. También se realizaron estudios de un cuerpo en movimiento, el cual fue el punto de partida para vincular el tiempo y la velocidad como dos variables relacionadas en constante cambio. Luego, para 1564-1642, Galileo Galilei realizó una descripción del mundo en términos del tiempo, la distancia, la fuerza y la masa, partiendo de representaciones geométricas abordó el estudio de la velocidad para más tarde determinar el teorema de la velocidad. (p. 140)

Cabe destacar lo que expresa Fulini (2017) sobre el uso de símbolos y representaciones de objetos, además de la metodología usada en la construcción del conocimiento matemático enmarcados en cinco períodos:

1. Empírico (geometría en el Antiguo Egipto),
2. Deductivo (filosofía griega en el siglo VI a. C.),
3. Racional (Newton y Leibniz crearon el Cálculo Diferencial e Integral, para explicar los fenómenos que se están estudiando en ese momento),
4. Simbólico (siglo XIX, con las obras de Frege y luego Russell),
- y 5. Simulatorio (advenimiento de la computadora). (p. 13)

Finalmente, Apóstol (2001) afirma que “la idea central del cálculo diferencial es la noción de derivada. Igual que el cálculo integral, la derivada fue originada por un problema de geometría: el problema de hallar la tangente de una curva en un punto” (p. 191). Esta idea se refleja de manera clara y reforzada en el trabajo de Morales-Reyes (2020), donde estudia ciertos comportamientos estables de algunas gráficas, mediante el uso de la derivada, estudiando las rectas tangentes en ciertos puntos de las gráficas.

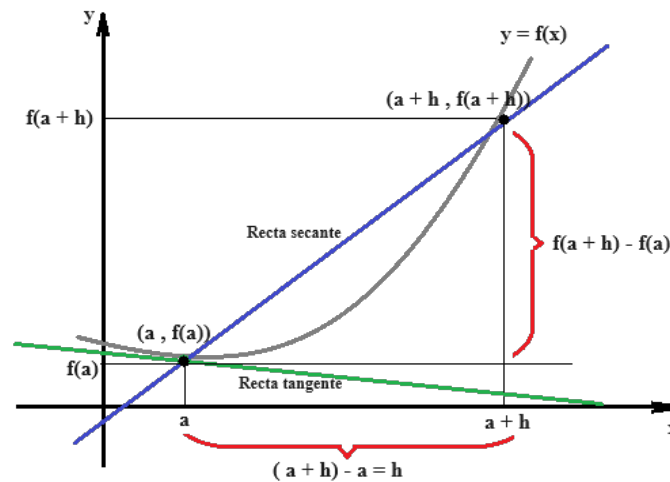
**Definición de derivada**

Para Castañeda (2016) “La derivada de una función  $f(x)$  en un valor  $x = a$ , es el valor del límite, si existe, de un cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero” (p. 66).

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

**Figura 1.**

Interpretación geométrica de la derivada en el punto  $(a, f(a))$

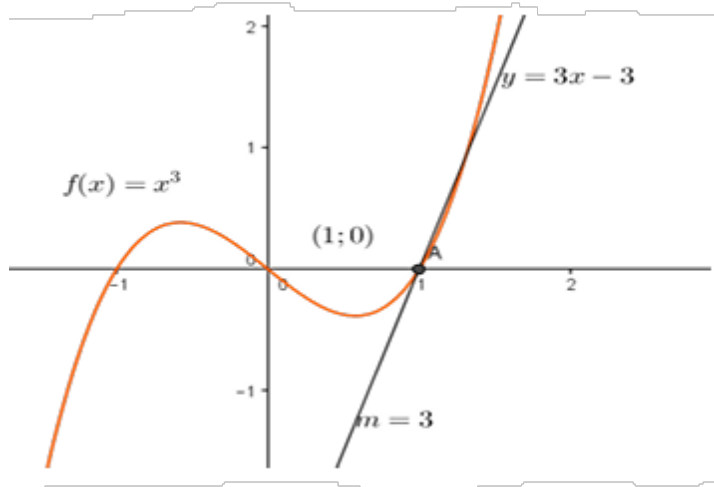


Fuente: Elaboración propia (2021).

La definición anterior se puede interpretar geoméricamente como se observa en la Figura 1.

**Figura 2.**

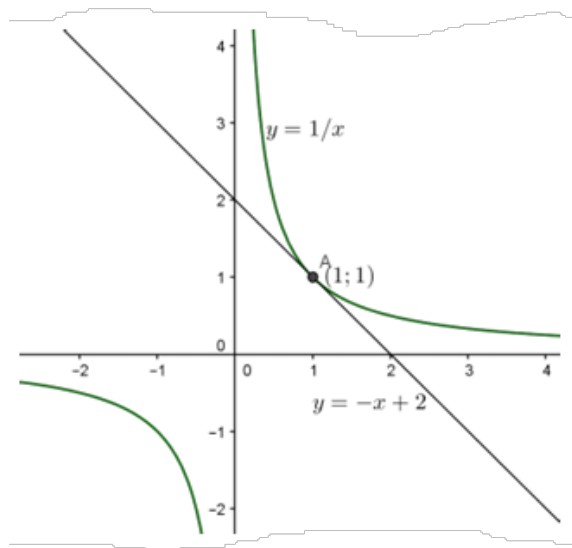
Recta tangente a la gráfica en el punto  $(1,0)$



Fuente: Paragua-Morales (2018).

**Figura 3.**

Recta tangente a la gráfica en el punto (1,1)


 Fuente: [Paragua-Morales \(2018\)](#).

Se observa de una manera más precisa cómo se presenta la recta tangente a la gráfica de una función, con los anteriores dos ejemplos particulares. [Figura 2](#) y [figura 3](#).

## METODOLOGÍA

Esta investigación, diseñada para aplicarse en el área educativa, responde a un enfoque cuantitativo, con el objeto de comparar dos métodos de enseñanza de la derivada a través de un diseño cuasi experimental. En esencia, esta investigación tiene un alcance explicativo, reflexivo y crítico.

Al realizar esta investigación, se desea determinar la eficacia que tuvo la estrategia didáctica para facilitar el aprendizaje del estudiantado de 6to. de secundaria sobre derivada de una función. La estrategia consiste en definir la derivada de una función, enfatizando la interpretación geométrica y aplicaciones a problemas de la vida cotidiana. Por lo que se dividió en dos grupos, un primer grupo: Grupo A, al cual llamamos grupo control, a éste se le aplicó la intervención en la forma como se da en la educación tradicional, la cual se enfoca en la memorización y repetición, evaluaciones estandarizadas con un currículo rígido y estructurado y un rol pasivo por parte del estudiantado, de modo que se les explicó el proceso de derivar funciones mediante propiedades y fórmulas. Al segundo grupo al cual llamamos grupo experimental, aplicamos la metodología a través de la interpretación geométrica de la derivada, para el cálculo e interpretación de problemas teóricos y de la vida cotidiana. De esta forma se observó con cuál de dichas estrategias el estudiantado desarrolla las competencias exigidas en el Diseño Curricular del [Ministerio de Educación de la República Dominicana \(MINERD, 2017\)](#).



Durante el desarrollo de los talleres se usó la estrategia de resolución de problemas, donde el estudiantado resolvía problemas de manera individual y en pequeños grupos de trabajo durante el encuentro sincrónico, y posteriormente los mismos cuestionarios para ambos grupos.

Luego, se procedió a comparar los resultados de ambos grupos para comprobar si hubo diferencias significativas o no en el desempeño para derivar una función, cuantificar su desempeño en la resolución de problemas de la vida cotidiana y la lectura e interpretación de gráficos que involucraban la derivada de una función y aplicación a la vida cotidiana.

Para el análisis de los datos usamos el estadístico descriptivo con el software estadístico SPSS.

### **Muestra**

El método de muestreo utilizado fue el de participantes disponibles o por conveniencia, considerando en total 21 personas estudiantes de 6to de secundaria del Colegio San Francisco de Asís de la ciudad de Santiago, en la República Dominicana, las cuales cursan el año escolar 2020-2021. La muestra fue no aleatoria y se dividió en dos grupos, la selección de las mismas trató de equilibrar la cantidad de personas estudiantes por sexo. Se observa que la edad de mayor frecuencia es 17 años con 8 estudiantes del sexo masculino y 5 del sexo femenino.

### **Instrumentos**

El instrumento que ha sido utilizado para recolectar los datos consta de un cuestionario cuya elaboración ha sido propia, el cual está acorde con los objetivos planteados. Dicho cuestionario determina el nivel de aprendizaje de las derivadas alcanzado por las personas estudiantes bajo dos metodologías, la metodología tradicional y la metodología propuesta bajo la interpretación de la derivada.

Para determinar la validez de contenido se seleccionaron cinco personas especialistas divididas en dos grupos: tres especialistas en contenido y dos en metodología. Dichas personas expertas fueron elegidas por su experiencia y conocimientos en las áreas específicas pertinentes al instrumento. Cada persona evaluó de manera independiente y sistemática la claridad, pertinencia y coherencia del contenido del instrumento, así como la adecuación de los procedimientos metodológicos utilizados. Se emplearon criterios predefinidos para asegurar la representatividad y la calidad de las evaluaciones, garantizando así la validez del instrumento a través de la Prueba Binomial.

El nivel alcanzado en la dimensión de Pertinencia fue de 0.03125, en la dimensión de Coherencia 0.0390625 y en la dimensión de Claridad fue de 0.046875 todos los cuales son menores a 0.05, por lo que se concluye que el instrumento es válido.

Antes de aplicar el cuestionario, se procedió a implementar 7 talleres a ambos grupos por separado, al finalizar los talleres de manera simultánea aplicamos el cuestionario a los dos grupos previamente mencionados, con el objetivo de medir el aprendizaje sobre derivadas de una función en un punto de abscisa  $x = a$  y su interpretación geométrica.

El instrumento constaba de 16 preguntas, las cuales incluyeron 3 preguntas sobre derivadas de una función y su interpretación, 6 preguntas de interpretación de gráficos, 2 preguntas sobre cociente incremental y su aplicación, 2 preguntas sobre velocidad instantánea y velocidad media, 1 pregunta sobre ejemplo del uso de la derivada en el entorno y 2 preguntas acerca de aplicación física de la derivada a la velocidad y la aceleración. El instrumento midió el desarrollo de competencias para el cálculo de la derivada de una función y su significado en un punto de abscisa  $x = a$ , donde el estudiante analizaba los ejercicios y luego seleccionaba una respuesta de las múltiples opciones que se le presentaban en cada ítem. En el Anexo se muestra el instrumento completo con las 16 preguntas que ambos grupos respondieron.

Es oportuno señalar que en los resultados mostrados más adelante, solo se hace el estudio de ambos grupos de los ítems 1 y 2 por motivos de espacio. Se escogió mostrar los datos obtenidos con estos dos ítems, pues el ítem 1 está muy relacionado con el ítem 2 y plasma claramente el problema de interpretación geométrico de la derivada de una función que tienen las personas estudiantes en el nivel secundario.

Posteriormente, se analizaron los resultados generados de la recolección de los datos arrojados por dicho cuestionario, definido para cada objetivo planteado, para de esta manera relacionar cual estrategia evidenciaba en el estudiantado un desarrollo de competencias, y así calcular e interpretar la derivada de una función y sus aplicaciones en la vida cotidiana, midiendo el rendimiento del alumado de cada grupo acorde con lo planteado en el currículo de 6to del nivel secundario, en el tema de cálculo de derivadas de una función.

Para estimar la consistencia interna del instrumento se usó el índice alfa de Cronbach a partir de las respuestas que conforman una muestra proveniente de 20 personas que presentaron la prueba descrita en el instrumento planteado en esta investigación.

Luego se realizaron las estadísticas descriptivas del instrumento, entre las cuales se midieron el coeficiente de dificultad para cada uno de los ítems por grupo (Pagano, 1999) que muestra la proporción de aciertos.

## RESULTADOS

Las estadísticas suministradas por el análisis mediaron la comparación de los grupos de estudio, la cual es corroborada en dicha investigación en base a las informaciones obtenidas. Luego de haber compilado y procesado todos los datos y convertirlos en informaciones útiles, además de la verificación ordenada de los objetivos planteados, presentamos los resultados obtenidos.

### **Verificación del nivel de aprendizaje alcanzado después de aplicar la intervención de forma tradicional en la enseñanza de la derivada**

El cuestionario consta de 16 ítems con 5 opciones de las cuales solo una es correcta, con valor de 5 puntos cada acierto, lo que suma un máximo de 80 puntos, se expresan los resultados en por ciento

para hacerlos más entendibles, tomando como parámetro que 70% es la nota mínima para aprobar en el nivel secundario. Se procedió a agrupar las calificaciones en 4 intervalos de amplitud variable, esto se visualiza en la [Tabla 1](#). Nota: como 56 puntos de 80 equivalen a 70 puntos de 100, se procedió a usar esa misma equivalencia para las demás notas. Este cuestionario se aplicó al grupo A y al Grupo B.

**Tabla 1.**

Calificaciones Agrupadas y su significado

Puntuación en base a 100 puntos	Puntuación en base a 80 puntos	Categorización
00-69	00-55	Baja
70-79	56-63	Regular
80-89	64-71	Buena
90-100	72-80	Muy Buena o Excelente

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, veremos cómo respondió el grupo A las dos primeras preguntas del cuestionario, teniendo en cuenta que la primera pregunta tiene que ver con aspectos de aplicar propiedades o fórmulas y la segunda pregunta se refiere más a analizar el significado de la respuesta de la primera.

P1.- De la lista, ¿Cuál es la función obtenida al derivar la función cuadrática  $f(x) = x^2$ ?

- $f'(x) = x$
- $f'(x) = 2x^2$
- $f'(x) = 0$
- $f'(x) = 2x$
- $f'(x) = 2x + x^2$

En la [Tabla 2](#) se muestran los resultados que obtuvo el grupo A en esta pregunta.

**Tabla 2.**

Resultados P.1 Grupo A

Valor de Verdad	Frecuencia	Porcentaje
Correcto	10	100
Incorrecto	0	0
Totales	10	100

Fuente: Elaboración propia.

Este resultado muestra que todo el estudiantado del grupo A tienen la competencia para derivar la función dada.

P2.- ¿El significado que tiene el resultado obtenido al derivar la función  $f(x) = x^2$  en el ítem anterior es?

- La función que obtuve es racional.
- La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.

- c. La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta secante a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.
- d. La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta normal a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.
- e. La función que obtuve sirve para calcular las otras curvas de iguales valores críticos a la curva de la función  $f(x) = x^2$ .

En la [Tabla 3](#) se muestran los resultados que obtuvo el grupo A en esta pregunta.

**Tabla 3.**

Resultados P.2 Grupo A

Valor de Verdad	Frecuencia	Porcentaje
Correcto	1	10
Incorrecto	9	90
Totales	10	100

Fuente: Elaboración propia.

Solo 1 estudiante del grupo A logró marcar la respuesta correcta donde se buscaba la interpretación del problema del punto anterior P1.

En general, la calificación del grupo A está entre 10 y 40 puntos en base a 80, implica entre 12.5 y 50 en base a 100 puntos. Con una media de 24 puntos en base a 80 puntos relativa a 30 puntos en base a 100 puntos y una desviación estándar de 8.4 puntos en base a 80 puntos relativa a 10.5 en base a 100.

La mitad del estudiantado obtuvo una calificación por debajo de 24 puntos de 80, es decir menos de 30 en base a 100 puntos, como lo muestra la [Tabla 4](#).

**Tabla 4.**

Puntuaciones alcanzadas por el grupo A

Puntuaciones	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
10	1	0.1	10%	10%
15	1	0.1	10%	20%
20	2	0.2	20%	40%
25	3	0.3	30%	70%
30	2	0.2	20%	90%
40	1	0.1	10%	100%
Totales	10	1	100	

Fuente: Elaboración propia.

**Determinación del nivel de aprendizaje, interpretación y aplicación alcanzado después de aplicar la estrategia didáctica propuesta como alternativa de enseñanza aprendizaje de la derivada**

De forma análoga al grupo A, veremos cómo trabajó el grupo B la primera y segunda pregunta del cuestionario y así poder realizar comparaciones.

En la [Tabla 5](#) se muestran los resultados que obtuvo el grupo B en la pregunta 1.

**Tabla 5.**

Resultados P.1 Grupo B

Valor de verdad	Frecuencia	Porcentaje
Correcto	11	100
Incorrecto	0	0
Totales	11	100

Fuente: Elaboración propia.

Este resultado muestra que todo el estudiantado del grupo B tiene la competencia para derivar la función dada.

En la [Tabla 6](#) se muestran los resultados que obtuvo el grupo B en la pregunta 2.

**Tabla 6.**

Resultados P.2 Grupo B

Valor de verdad	Frecuencia	Porcentaje
Correcto	9	81.8
Incorrecto	2	18.2
Totales	11	100

Fuente: Elaboración propia.

El 81.8% del alumnado del grupo (es decir 9 de 11) logró interpretar correctamente la función derivada obtenida en el punto anterior, evidenciando que interpretan correctamente el significado de la derivada de una función en un punto de abscisa  $x = a$ .

En la [Tabla 7](#) se comparan las calificaciones de ambos grupos.

**Tabla 7.**

Datos estadísticos grupos A y B

	Grupo A	Grupo B
Media	24	66.4
Varianza	8.4	17.9
Moda	25	75
Mínimo	10	25
Mediana	25	75
Máximo	40	80

Fuente: Elaboración propia.

En el descriptivo realizado a las calificaciones de los grupos A y B se evidencia que el grupo A obtuvo una calificación media de 24 con una desviación estándar de 2.89, mientras que el grupo B obtuvo una calificación media de 66.4 con una desviación estándar de 4.23, lo cual muestra una marcada diferencia entre los grupos.

La nota que representa la moda en el grupo A fue 25 puntos de los 80 puntos posibles con una frecuencia de 3 estudiantes, la nota que representa la moda en el grupo B fue 75 puntos de los 80 puntos posibles con una frecuencia de 5 estudiantes. Esto demuestra una superioridad estadística evidente del Grupo B sobre el Grupo A

## DISCUSIÓN

Después de realizar el análisis de los resultados que se obtuvieron en las distintas variables que han intervenido, (nivel de aprendizaje, dominio e interpretación geométrica), en la aplicación de ambos métodos, tanto la tradicional como la estrategia didáctica propuesta, se procede a realizar la comparación de los resultados obtenidos en la investigación con otras investigaciones realizadas previamente, donde se contraste o corroboren los resultados.

Los resultados obtenidos reflejan un desempeño deficiente del grupo control para aplicar e interpretar la definición de la derivada de una función en problemas prácticos de la vida cotidiana es totalmente deficiente corroborando lo estudiado por [Cuesta-Borges et al. \(2021\)](#) y [Rojas-Hernández \(2019\)](#).

La aplicación de la estrategia de la enseñanza de la interpretación geométrica de la derivada generó resultados positivos en el grupo experimental, que, comparado con lo estudiado por [Vargas et al. \(2018\)](#), se concluye que es necesario y fundamental el estudio de conceptos matemáticos desde el punto de vista geométrico para lograr un aprendizaje significativo.

De igual forma, con la aplicación del cuestionario, se corrobora lo expresado por [González-García et al. \(2018\)](#), donde se observó que ambos grupos no mostraron mayor dificultad a la hora de realizar ejercicios donde se aplicaban propiedades y tablas, mientras que los ejercicios donde requerían analizar el significado de conceptos y propiedades geométricamente, el grupo control mostró muy bajo rendimiento en contraste con el grupo experimental.

## CONCLUSIONES

Al aplicar la metodología tradicional para hallar la derivada de una función, los resultados obtenidos en esta investigación a través de la aplicación del instrumento de evaluación del aprendizaje para derivar, se concluye que el nivel de aprendizaje del estudiantado del grupo A de 6to. de secundaria del Colegio San Francisco de Asís de la ciudad de Santiago fue muy bajo, ninguna persona del alumnado alcanzó el mínimo aprobatorio para el grado, por lo que la estrategia metodológica tradicional para el aprendizaje del cálculo de la derivada de una función, según este estudio, no es eficaz para dichos

finés. El alumnado del grupo A mostró bajo rendimiento en aspectos como interpretación, contexto y aplicaciones, pero buen rendimiento en la aplicación de las propiedades para derivar una función.

Mientras que la estrategia didáctica propuesta para el aprendizaje del cálculo de la derivada de una función mediante la interpretación geométrica, aplicado al grupo B, muestra un aprendizaje significativo del estudiantado. La aplicación e interpretación a situaciones del contexto en situaciones gráficas de la derivada, promueve dicho aprendizaje, por lo que el nivel de aprendizaje determinado por este estudio es eficaz.

Se deben enfatizar en 5to. de secundaria las explicaciones y aplicaciones de la recta tangente, las ecuaciones de la recta y la ecuación de la recta normal, sobre todo la pendiente de la recta, pues estos son saberes previos, para en el grado siguiente tener una base sólida para razonar y entender la derivada de una función y su interpretación geométrica. Se recomienda al iniciar el tema de la derivada de una función, utilizar el contexto como referencia, usar ejemplos creativos como el análisis de una montaña rusa, una cuesta conocida, entre otros.

De igual forma explicar el comportamiento en el plano de cómo la recta que corta dos puntos de una curva, se mueve uno de los puntos haciendo que la distancia entre dichos puntos tienda a cero. Desde aquí ilustrar dicho comportamiento para introducir la derivada de la función en ese punto. En cuanto a las representaciones del plano cartesiano, es importante deducir las propiedades de la derivada para hacer menos complejo el proceso de derivar, pero sin perder la generalidad y la rigurosidad del tema. De esta forma poder generalizar la derivada.

Para motivar al estudiantado se deben aprovechar los beneficios que brinda poder entender y aplicar la derivada de una función en distintos contextos de la vida cotidiana, dada la correcta interpretación geométrica de la misma, así como evaluar las competencias específicas como modelar diversas situaciones del contexto usando derivada de funciones, del currículo de 6to. de secundaria de la República Dominicana.

Es importante desarrollar en el curso de matemática del currículo de 6to. de secundaria de la República Dominicana la interpretación geométrica de la derivada de una función y no depender solo de las propiedades, consecuentemente, hacer del aula un laboratorio de ensayo y error, integrando el contexto, de tal forma que el estudiantado pueda desarrollar con confianza sus destrezas.

Al cerrar este estudio, se han identificado varias áreas que merecen una exploración más profunda en investigaciones futuras. Uno de los temas críticos que merece atención adicional es realizar un instrumento que mida la valoración por parte de las personas estudiantes sobre la estrategia propuesta. Este aspecto no solo es crucial para entender lo beneficioso que sería contar con esta estrategia, sino que también podría ofrecer nuevas perspectivas sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje de la derivada de una función y su significado geométrico. Investigar estos aspectos podría contribuir sig-

nificativamente a mejorar de manera cognitiva el razonamiento lógico del tema bajo estudio. Además, sería beneficioso explorar otras posibles áreas de investigación relacionadas o complementarias para ampliar aún más nuestro entendimiento del significado geométrico de la derivada de una función en un punto de abscisa  $x = a$ .

## REFERENCIAS

- Acosta-Santisteban, I. (2020). *Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas en calculo diferencial en el área de matemáticas en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil, Universidad Nacional San Martín, 2017* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. Repositorio Institucional UNPRG. <https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/8067>
- Apóstol, M. (2001). *Calculus. Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal* (2da ed.). Prensa de la Universidad de Oxford.
- Cassasus, J., Cusato, S., Froemel, J. E. y Palafox, J. C. (2000). *Primer estudio internacional comparativo: sobre lenguaje, matemática y factores asociados para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica. Segundo informe.* <https://mapeal.cippec.org/wp-content/uploads/2014/06/PERCE-2doInforme.pdf>
- Castañeda, R. (2016). *Formulación de una estrategia para la enseñanza del concepto de la derivada a partir de los conocimientos previos de estudiantes de primer semestre de ingeniería* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/1023/restricted-resource?bitstreamId=1443>
- Cuesta-Borges, A., Garza-González, B. y Herrera-López, H. (2021). Habilidades procedimentales del Calculo Diferencial en el Bachillerato. *Revista Tecnológica Educativa Docentes 2.0*, 11(1), 166-173. <https://doi.org/10.37843/rted.v11i1.209>
- Diario Libre. (2019, 03 de diciembre). *República Dominicana empeora en la prueba PISA.* <https://www.diariolibre.com/actualidad/republica-dominicana-empeora-en-la-prueba-pisa-FH15654450>
- Educa. (2019, 3 de diciembre). *PISA 2018: “República Dominicana puede y debe rendir más”.* <https://educa.org.do/2019/12/03/pisa-2018-republica-dominicana-puede-y-debe-rendir-mas/>
- Fulini, M. (2017). *Historia do cálculo diferencial e integral* [Tesis de licenciatura, Universidad de federal de São João del-REI]. Repositorio dspace.nead.ufsj.edu.br <http://dspace.nead.ufsj.edu.br/trabalhospublicos/handle/123456789/86>
- Fúneme-Mateus, C. (2018). El aula invertida y la construcción de conocimiento en Matemáticas. El caso de las aplicaciones de las derivadas. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (45), 159-174. [http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-38142019000100159&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-38142019000100159&script=sci_arttext)
- González, H. (2020). Diálogo de Saberes, Aprendizaje Significativo y Formación en la Educación Media Venezolana. *Educ@ción en Contexto*, 6(12), 73-109. <https://educacionen-contexto.net/journal/index.php/una/article/view/128>



- González García, A., Muñiz-Rodríguez, L y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2018). Un estudio exploratorio sobre los errores y las dificultades del alumnado de Bachillerato respecto al concepto de derivada. *Aula abierta*, 47(4), 449-462. <https://doi.org/10.17811/ri-fie.47.4.2018.449-462>
- Gutiérrez-Mendoza, L., Buitrago-Alemán, M. R. y Ariza-Nieves, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137-153. [http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S190065862017000200137&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S190065862017000200137&script=sci_arttext)
- Hernández-Sánchez, J. A., Padilla-Márquez, C. A. y Briceño-Solís, E. C. (2023). Dimensiones tecnológicas en tareas de libros de texto de matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 25, 1-17. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e19.4527>
- Hernández-Yepes, J. (2024). *Secuencia didáctica que contribuya a la enseñanza – aprendizaje del proceso de derivación e integración, a partir del análisis gráfico desde la cinemática en el grado undécimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/85821>
- Irazoqui, E. (2015). *El aprendizaje del cálculo diferencial: una propuesta basada en la modularización* [Tesis doctoral, Universidad Nacional de Educación a Distancia]. Repositorio e-spacio UNED. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/dctes?codigo=47812>
- Ministerio de Educación de la República Dominicana [MINERD]. (2016). *Bases de la revisión y actualización curricular; Currículo Dominicano*. <https://www.calameo.com/read/00562746756427c1477ba>
- Ministerio de Educación de la República Dominicana [MINERD]. (2017). *Diseño Curricular Nivel Secundario, Segundo ciclo (4to, 5to y 6to). Componente Académico, Modalidad Técnico-Profesional y Modalidad en Arte. Versión Preliminar Para la Revisión y Retroalimentación*. Ministerio de Educación. <https://www.ministeriodeeducacion.gob.do/docs/direccion-general-de-curriculo/An9x-secundaria-segundo-ciclo-modalidad-academicapdf.pdf>
- Morales-Reyes, J. L. (2020). *Resignificación de los usos de la derivada en un diseño escolar con perspectiva de dialéctica exclusión-inclusión: predicción, comportamiento tendencial y analiticidad* [Tesis de maestría]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN Departamento de Matemática Educativa. Repositorio Cinvestav.mx <https://repositorio.cinvestav.mx/bitstream/handle/cinvestav/3898/SSIT0016947.pdf?sequence=1>
- Pagano, R. (1999). *Estadística para las ciencias del comportamiento*. International Thomson Editores.
- Paragua-Morales, M., Pasquel-Loarte, L., Paragua-Macuri, C. A., Paragua-Macuri, M. G. y Cajas-Bravo, T. V. (2018). Método cuatro pasos y el aprendizaje de la derivada por definición. *Comuni@cción*, 9(1), 48-55. [http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S2219-71682018000100005&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S2219-71682018000100005&script=sci_arttext)
- Ponciano, E. y Sosa, L. (2018). Reflexión sobre el conocimiento del profesor. El caso de la enseñanza de la derivada. *El Cálculo y su Enseñanza*, 11, 53-66. [http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el\\_calculo/](http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/)

Riveros-Panqueva, C. F. (2019). *Desarrollo del pensamiento matemático en el aprendizaje de la derivada* [Tesis doctoral, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia]. Repositorio Institucional UPTC. <http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2989>

Rojas-Hernández, J. P. (2019). *Estrategias pedagógicas e interpretaciones del objeto derivada en el marco del programa de Ingeniería Industrial Virtual* [Trabajo docente, Iberoamericana Corporación Universitaria]. Repositorio ibero. <https://repositorio.ibero.edu.co/handle/001/947>

Salas-Rueda, R. A. y Lugo-García, J. L. (2019). Impacto del aula invertida durante el proceso educativo sobre las derivadas considerando la ciencia de datos y el aprendizaje automático. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*, 8(1), 147-170. <https://doi.org/10.21071/edmetic.v8i1.9542>

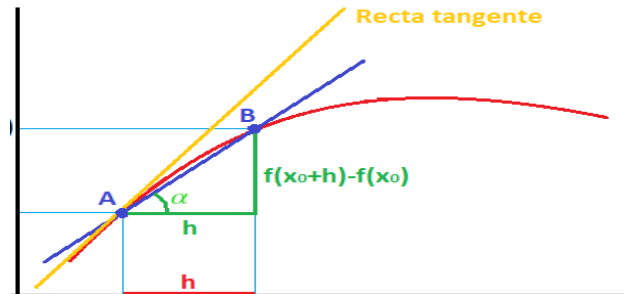
Vargas, M. F., Fernández-Plaza, J. A. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2018). *Tareas propuestas por los libros de texto de 1° de bachillerato para el tema de derivada*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática [SEIEM]. [https://www.unioviedo.es/XXIISeiem/wp-content/uploads/2018/07/22\\_SIMPOSIO\\_SEIEM\\_Comunicacin\\_defini\\_15.pdf](https://www.unioviedo.es/XXIISeiem/wp-content/uploads/2018/07/22_SIMPOSIO_SEIEM_Comunicacin_defini_15.pdf)

## ANEXO

### Cuestionario aplicado a los dos grupos

- De la lista, ¿Cuál es la función obtenida al derivar la función cuadrática  $f(x) = x^2$ ?
  - $f'(x) = x$
  - $f'(x) = x$
  - $f'(x) = 0$
  - $f'(x) = 2x$
  - $f'(x) = 2x + x^2$
- ¿El significado que tiene el resultado obtenido al derivar la función  $f(x) = x^2$  en el ítem anterior es?
  - La función que obtuve es racional.
  - La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.
  - La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta secante a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.
  - La función que obtuve sirve para calcular la pendiente de la recta normal a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en cualquier punto de su dominio.
  - La función que obtuve sirve para calcular las otras curvas de iguales valores críticos a la curva de la función  $f(x) = x^2$ .
- La pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa  $x = a$ , a la gráfica de una función, representa:
  - El Límite de la función en abscisa  $x = a$ .

- b. El Límite al infinito de la función.
  - c. La Derivada de una función en la abscisa  $x = a$ .
  - d. Discontinuidad de una función en el punto de abscisa  $x = a$ .
  - f. No tengo idea de su significado.
4. De acuerdo a la figura:

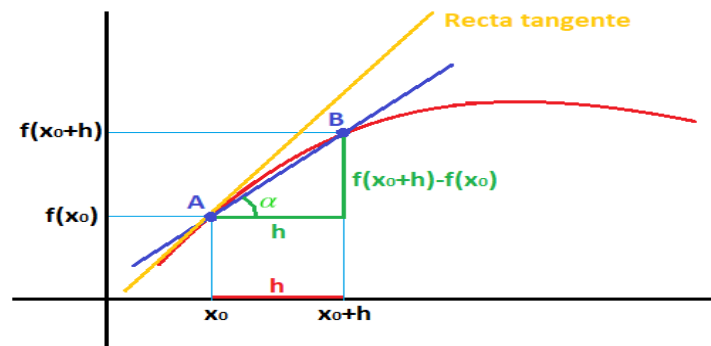


Fuente: Elaboración Propia

Los puntos  $(x_0, f(x_0))$  y  $(x_0 + h, f(x_0 + h))$ , representan:

- a. La curva sobre el plano.
- b. Los puntos por donde corta la recta secante a la curva.
- c. Los puntos por donde corta la recta tangente a la curva.
- d. Discontinuidad.
- e. Los puntos por donde cortan la recta normal a la curva.

5. De acuerdo a la figura:



Fuente: Elaboración Propia.

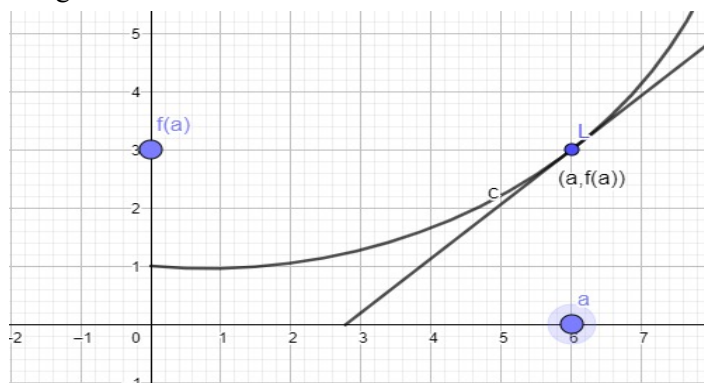
El punto  $(x_0, f(x_0))$ , representa:

- a. El punto de tangencia de la recta (amarilla) con la curva.
- b. El punto de tangencia de la recta (azul) con la curva.
- c. El punto no guarda relación alguna con la curva y la recta.

d. El límite del punto  $(x_0, f(x_0))$ .

e. La imagen de cualquier punto.

6. De acuerdo con la figura:



Fuente: Elaboración Propia.

El concepto de derivada representado en ella, se corresponde a:

a. El arco formado por la curva.

b. El área bajo la curva.

c. La pendiente de la recta secante en dos puntos de la trayectoria de la curva.

d. El área sobre la curva.

e. La pendiente de la recta tangente en el punto  $(a, f(a))$  de la trayectoria de la curva.

7. ¿Cuál es el significado del cociente incremental?

a. Es la pendiente de la recta secante a la curva.

b. Es un número mágico.

c. Es el cociente de la recta tangente a la curva.

d. Es la pendiente de la recta normal a la curva.

e. Es la pendiente de la recta tangente a la curva.

8. Dado el gráfico:

El significado que tiene la recta vertical que pasa por el punto A y que corta la parábola en ese mismo punto es:

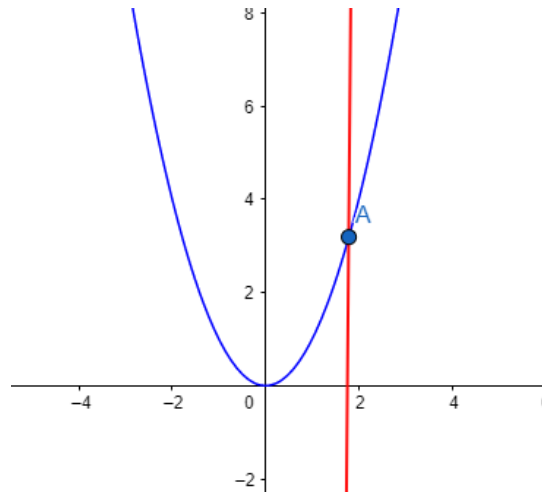
a. La recta como es vertical es una recta secante a la parábola.

b. El valor de la pendiente de la recta que corta la parábola en el punto A es indeterminado.

c. El valor de la pendiente de la recta que corta la parábola en el punto A es igual a 0.

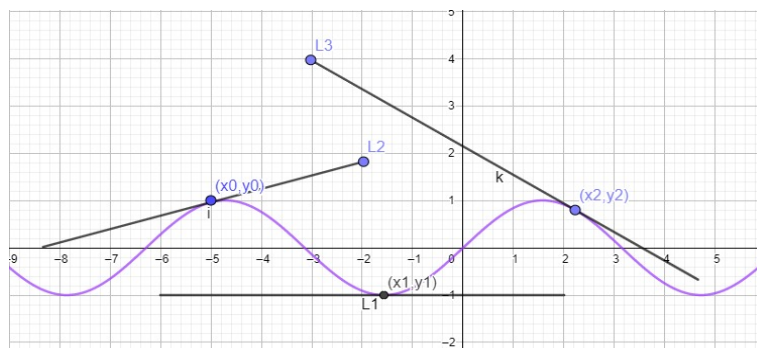
d. El valor de la pendiente de la recta que corta la parábola en el punto A es positivo.

e. No conozco el significado.



Fuente: Elaboración Propia.

9. Dado el gráfico:



Fuente: Elaboración Propia.

¿El valor de la derivada en el punto  $(x_0, y_0)$  de la intersección de la recta  $L_2$  con la curva, representado en la gráfica es?

- Positiva, implica un crecimiento de la curva en ese punto.
- Negativa, implica un crecimiento de la curva en ese punto.
- No es posible determinar si es positiva o negativa, aunque la gráfica es creciente.
- Es cero y la gráfica crece en ese punto.
- No interpreto el gráfico.

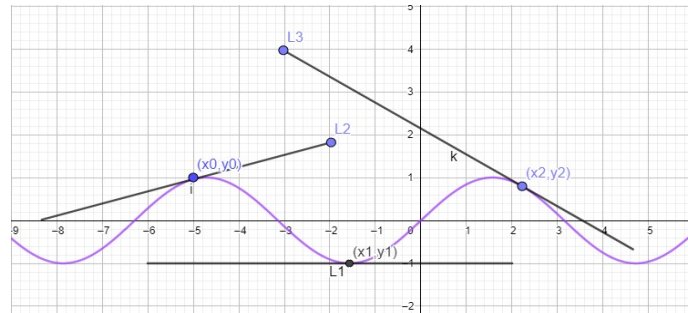
10. Dado el gráfico:

El valor de la derivada en el punto  $(x_1, y_1)$  de la intersección de la recta  $L_1$  con la curva, representado en la gráfica es:

- Indeterminado.
- Infinito.
- Cero.

d. Menor que cero, es decir, negativo.

e. Mayor que cero, es decir, positivo.



Fuente: Elaboración Propia.

11. La relación entre la distancia recorrida en metros (m) por un móvil y el tiempo en segundos (seg.) es  $f(t) = 6t^2$ . Para calcular la velocidad media entre  $t = 1 \text{ seg.}$  y  $t = 4 \text{ seg.}$ , el proceso correcto es: (Recuerda que  $v(m) = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$ ).

a.  $v(m) = \frac{4-1}{4-1} = \frac{3}{3} = 1 \frac{m}{seg}$ .

b.  $v(m) = \frac{6(4)-6(1)}{4-1} = \frac{24-6}{3} = \frac{18}{3} = 6 \frac{m}{seg}$ .

c.  $v(m) = \frac{6(4)^2 - 6(1)^2}{4-1} = \frac{(24)^2 - 6^2}{3} = 180 \frac{km}{seg}$ .

d.  $v(m) = \frac{6(4)^2 - 6(1)^2}{4-1} = \frac{96-6}{3} = \frac{90}{3} = 30 \frac{m}{seg}$ .

e.  $v(m) = \frac{1-4}{4-1} = \frac{3}{-3} = -1 \frac{m}{seg}$ .

12 La relación entre la distancia recorrida en metros por un móvil y el tiempo en segundos es  $f(t) = 6t^2$ . El proceso correcto de la velocidad instantánea en  $t = 4 \text{ seg.}$  es: (Recuerda que:

$v(t) = \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  o bien las propiedades).

a.  $0 \frac{m}{seg}$ .

b.  $22 \frac{m}{seg}$ .

c.  $12 \frac{seg}{m}$ .

d.  $12 \frac{m}{seg}$ .

e.  $48 \frac{m}{seg.}$

13. De las relaciones anteriores, donde se ha calculado la velocidad media y la velocidad instantánea, ¿Qué se puede deducir?

- a. La velocidad instantánea y la velocidad media son las mismas.
- b. La velocidad media es el valor de la pendiente recta secante y la velocidad instantánea es el valor de la pendiente de la recta tangente.
- c. Es imposible conocer el valor de la velocidad media.
- d. La velocidad instantánea es un valor indeterminado.
- e. No sé la relación.

14. Un ejemplo habitual de la derivada es:

- a. Un camión corriendo a la misma velocidad que una guagua del transporte público.
- b. Una bicicleta estacionada con la goma delantera levantada.
- c. Estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad del objeto.
- d. Un carro que está derramando gasolina debido a que su tanque está en mal estado.
- e. No interpreto la relación.

15. La distancia recorrida por un móvil viene dada por la función  $f(t) = 3t^2 - t + 1$ . La distancia se mide en metros y el tiempo en segundos. La ecuación de la velocidad es:

- a.  $6t^2 - 1$
- b.  $6t - 1$
- c.  $t - 1$
- d.  $-1$
- e.  $0$

16. Con el resultado del ítem anterior, donde se halla la ecuación de la velocidad a partir de la función  $f(t) = 3t^2 - t + 1$ , ¿Cuál es la ecuación de la aceleración?

- a.  $0$
- b.  $5 \frac{m}{seg.^2}$
- c.  $6 \frac{m^2}{seg.}$
- d.  $6t$
- e.  $6 \frac{m}{seg.^2}$