Godofredo Iommi Ammunátegui

G.W. Leibniz, N. Goodman y la noción de complejidad: Lineamiento de una teoría

Resumen: *Este artículo expone, a grandes rasgos, una teoría de la complejidad basada en las contribuciones de G.W. Leibniz y de N. Goodman. El concepto de complejidad es considerado como la multiplicación de los términos que constituyen la estructura interna de un lenguaje. Se detallan, en particular, ciertos casos tratados por Leibniz*

Palabras clave: *Lenguaje. Complejidad. Notación. Sistema. Combinatoria.*

Abstract: *This article displays the main features of a complexity theory based on the contributions of G.W. Leibniz and N. Goodman. Hereafter, complexity is viewed as the multiplication of the terms which belong to the inner structure a language. We consider, specially, some examples of the Leibnizian approach to such an issue.*

Key words: *Language. Complexity. Notation. System. Combinatorics.*

I

Esta nota expone, a grandes rasgos, la estructura de una indagación acerca de la complejidad, centrada en ciertos aspectos del pensamiento de Leibniz y de Goodman. De entrada conviene precisar que no existe vínculo alguno entre tales pensadores. Sin embargo, ambos han considerado la noción de complejidad desde puntos de vista, por cierto, diferentes. Nuestro propósito es establecer, a partir de sus respectivas contribuciones, el contorno de una teoría de la complejidad, entendida como la multiplicación de los términos de un lenguaje. Y ello desde una perspectiva filosófica. Cabe esta precisión pues en la actualidad la noción de complejidad ha sido considerada desde diversas disciplinas y, por ende, sus acepciones suelen enmarcarse en múltiples contextos.

II

En la *Dissertatio de Arte combinatoria* (ref. 13), obra publicada en 1666, Leibniz establece una lógica de los predicados cuyo alcance nos parece crucial para desarrollar una doctrina de la complejidad. Viene al caso exponer de modo conciso algunos de sus aspectos fundamentales. Leibniz caracteriza lo propio de la lógica inventiva mediante la resolución de dos cuestiones: 1.- “dato subjecto praedicata; dato praedicato subjecta invenire, utraque tum affirmative, tum negative” (ref. 13, p. 39) (1.- “siendo dado un sujeto, encontrar los predicados; 2.- siendo dado el predicado, encontrar los sujetos, y en ambos casos, tanto afirmativa como negativamente”; ref. 14, p. 60). Todo lo que existe o puede pensarse está compuesto por partes más simple. Tal es la tesis que sustenta la tarea de encontrar todos los predicados (sujetos) posibles a partir de un sujeto (predicado). Para encontrar los predicados han de determinarse las partes mínimas o simples que componen el sujeto y para llevar a cabo esta descomposición Leibniz recurre al análisis: “Cualquier Término dado se resuelve en partes formales, o sea, se pone su definición; ahora bien, estas partes de nuevo se resuelven en partes formales, o sea una definición de los términos de la definición hasta que se llegue a las partes simples o términos indefinibles" (ref. 14, p. 64). La esencia de cada cosa consiste en las partes que la componen y de ella se desprende su definición: quien conozca las partes, conocerá la cosa. Pero las partes tienen la peculiaridad de ser formales. A cada paso el análisis desciende una dimensión. Al combinarse, las partes formales generan una entidad de mayor dimensión. En ningún caso se trata de una suma descriptiva de componentes. Entonces resolver en partes formales cada cosa –gradualmente- es descender hasta aquellas partes atómicas que constituyen la dimensión mínima de las cosas. A modo de ilustración, Leibniz recurre al modelo de la descomposición de un número en sus factores primos. El número 90 puede ser entendido en una dimensión menor como 10.9. A su vez estos factores se conforman en la dimensión mínima –factores primos– como 10=2.5 y 9=3.3, de modo que 90 = 2.3.3.5. Los factores primos se caracterizan por la imposibilidad de continuar la descomposición: los números 2,3,5 no pueden ser escritos de forma más simple. Cabe señalar un matiz sutil: el número primo y la parte mínima destacan algo distinto pues el número determina la cantidad al explicitarla y la parte mínima se refiere al modo de ser de dicha cantidad. Acto seguido, Leibniz señala que ha de agruparse todas las partes mínimas obtenidas mediante el análisis en una clase ("Inventi omnes termini primi ponantur in una clase", ref. 13, p. 42) y asigna a cada clase un signo distinto, es decir, las enumera. El filósofo subraya que las partes mínimas no sólo son cosas sino también modos o relaciones; luego establece un procedimiento para determinar las clases sucesivas y una nueva notación. Adviértase que la descomposición en partes simples se ha convertido en el punto de partida de nuevas combinaciones simbólicas de mayor complejidad.

A.- Análisis

Es menester exponer las fases sucesivas de esta operación: "Todos los Términos primitivos encontrados se ponen en una clase, y se los designa con algunas notas; lo más cómodo será enumerarlos" (ref. 14, p. 64). A mayor abundamiento Leibniz ilustra esta idea: "Por ejemplo: sean estos términos designados con los números 3.6.7.9; y sea el término derivado de la 3º clase, o sea compuesto por con3nación, es decir, por tres términos simples: 3.6.9, y sean de la 2ª clase estas com2naciones: (1) 3.6. (2) 3.7 (3) 3.9. (4) 6.7. (5) 6.9. (6) (6) 7.9; digo que aquél término dado de la 3ª clase puede escribirse o así: 3.6.9., expresando todos los términos simples; o expresando uno simple y, en lugar de los otros dos simples, escribiendo la com2nación, por ejemplo, así $\frac{1}{2}\cdot 9$,o así: $\frac{3}{2}\cdot 6$, o así: $\frac{5}{2}.3$".

Un poco más adelante, explica esta escritura semi-fraccionaria:

> "Cuantas veces el término derivado es citado fuera de su clase se escribe como una fracción, donde el número de arriba, o sea, el numerador es el número del lugar en la clase, y el de abajo o denominador, el número de la clase" (ref. 13, p. 65; ref. 14, p. 65).

Nótese que esta exposición toma sólo en cuenta uno de los términos de la tercera clase. De hecho los términos son cuatro:

3.6.7., 3.6.9., 6.7.9., 3.7.9. Entonces, utilizando las com2naciones se obtiene:

$$\frac{1}{2}7,\frac{2}{2}6,\frac{4}{2}3;\ \frac{1}{2}9,\frac{3}{2}6,\frac{5}{2}3;\ \frac{4}{2}9,\frac{5}{2}7,\frac{6}{2}6;\ \frac{2}{2}9,\frac{3}{2}7,\frac{6}{2}3$$

El punto de partida de esta clasificación sólo consta de los cuatro elementos 3.6.7.9. Este número inicial es arbitrario. En consecuencia, se advierte, sin dificultad, la multiplicación posible de los términos.

Esta multiplicación de los términos no acaece en virtud de un método establecido de una vez por todas. En las secciones 87 y 88 (ref. 13, pp. 70-71; ref. 14, p. 71) se expone, en apariencia, una composición análoga. Los elementos de clases sucesivas se expresan a partir de términos primitivos: Clase I.1. Punto.2. Espacio.3. Entre …6. Extremo …10. Todo …; Clase II… 2.Contorno 6.10…; Clase III.1. Intervalo 2.3.10… Etc. En rigor se está en presencia de una "versión" bien definida. Años después, en 1678, Leibniz esclarece la índole de las substituciones mencionadas con antelación (ver más arriba): "Utique, enim constabit etiam cogitationes quae characteribus subtitutis respondet, prioris characteribus qui resolvendus proponebatur significationi aequipollere" (ref. 2, p.75). Un análisis de los caracteres consiste en la substitución de ciertos caracteres por otros cuyo uso es equivalente a los anteriores; la única restricción que ha de tomarse en cuenta es que para un carácter han de substituirse varios, y para unos pocos, muchos caracteres que no coincidan entre sí. Asimismo se plantea que el pensamiento de estos últimos caracteres equivale a la significación del carácter analizado. Los comentarios certeros de Mahnke bordean esta vertiente: "Il peut y avoir une multiplicité qualitative et un arbitraire individuel presque infinis des modes d'expression malgré un accord parfait de la signification" (ref. 16, p. 168). Nótese la distinción entre "infinitos modos de expresión", y la concordancia "perfecta de la significación". En esta diferencia conceptual, Leibniz atisba y deja en suspenso una profunda intuición: la posibilidad de construir signos desprovistos de significado. Diríase que Leibniz se interna, a tientas, en un dominio desconocido.

En otro ámbito, ignorado en estas páginas, recuérdese el invento de símbolos matemáticos y lógicos dispersos por doquier en el opus del autor (ref. 1, pp. 412-429; ref. 10, pp. 289-302).

B. Lingua Universalis

En la *Dissertatio* –al pasar– el filósofo alude a una "Escritura Universal", esto es, inteligible para cualquiera que lea o sea versado en alguna lengua (ref. 14, p. 72). Si bien, más tarde, se aleja de semejante elaboración, el tema permanece en su pensamiento. En *Les Nouveaux Essais* (ref. 15, p. 239) anota que "Il y a peut être quelques langues artificielles qui sont toutes de choix et entièrement arbitraires, comme l'on croit que l'a été celle de la Chine, ou comme celles de Georgius Dalgarnus et de feu M. Wilkins, evêque de Chester", Uno de los fragmentos publicados por Couturat (ref. 2, p. 278) recoge un intento de construir una "lengua artificial":

Quoniam vero in numeris non est tot opus elementis sed tantum numeris 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. 100.1000.10000 quod si sic

a	e	i	o	u
1	10	100	1000	10000

…

b.	c.	d.	f.	g.	h.	l.	m.	n.
1	2	3	4	5	6	7	8	9

erit bodifalemu seu mubodilefa

A cada vocablo se asigna un número (mubodilefa: mu=8.10000; bo=1.1000; di=3.100; le=7.10; fa=4.1; la suma de estos resultados parciales es 81374). A nuestro parecer el interés de este intento se despliega y florece visto desde otra perspectiva. La Dissertatio está regida, en filigrana, por un principio arquitectónico denominado grupo, cuya carta de ciudadanía matemática data de la obra de Evariste Galois (ref. 9, pp. 208-223; ref. 11, pp. 235-251). Esta estructura está latente en el caso de Lingua Universalis considerado. Se define la notación bo = P_1, di = P_2, fa = P_3, le = P_4, mu = P_5; entonces bodifalemu corresponde a $(P_1, P_2, P_3, P_4, P_5)$ y mubodilefa a $(P_5, P_1, P_2, P_4, P_3)$.

Las permutaciones de estos cinco términos conforman el grupo simétrico S_5. El número de permutaciones de S_5 es 5.4.3.2.1 = 120, cada una de las cuales designa una palabra. En el ejemplo aparecen dos de las ciento veinte palabras posibles. Conviene señalar uno de los axiomas que definen a un grupo: de la combinación de dos permutaciones resulta una tercera permutación que también pertenece al grupo. Sin entrar en detalles, esta propiedad puede ilustrarse del siguiente modo; de la combinación de $(P_3, P_5, P_1, P_2, P_4)$ y $(P_2, P_4, P_5, P_1, P_3)$ se desprende $(P_5, P_3, P_2, P_4, P_1)$. O bien, en la nomenclatura de Leibniz:

> (famubodile).(dilemubofa) = (mufadilebo). Se ha compuesto, entonces, un lenguaje de ciento veinte palabras. El número de permutaciones de n elementos es n.n-1. n-2…1, de suerte que, introduciendo modificaciones pertinentes, un idioma semejante puede, en

principio, ampliarse ad libitum. El propio Leibniz ha subrayado las limitaciones de esta Lingua Generalis (ref. 15, p. 287; ref. 3, pp. 23-27). Su crítica no incide, por aguda que sea, en nuestra concepción de complejidad.

III

Una intuición fundamental atraviesa los escritos de Nelson Goodman: nuestro entendimiento (Understanding) acoge todo aquello que pueda representarse mediante símbolos. Por ello Goodman “remove the barrier between science and the arts. He did it not by simply declaring art to be a science or a science to be an art, but rather by showing that both coincide in the essential respects of creating and using symbols” (ref. 12 pp. 254-258). Nuestro proyecto se atiene a un aspecto específico de su obra: el análisis de los resultados obtenidos en sus trabajos dedicados al concepto de complejidad de un sistema de expresiones simbólicas entre las cuales existen múltiples correlaciones. Conviene tener presente que las nociones de complejidad y de simplicidad de un sistema o de una teoría guardan entre sí una íntima relación de reciprocidad. Al respecto los primeros artículos de Goodman (ref. 6, pp. 107-121; ref. 7, pp. 189-191; ref. 8, pp. 709-722) conforman un aporte crucial pues abren una brecha por la cual discurren diversos desarrollos posteriores. En efecto “simplicity is a rather new topic for philosophy” (ref. 5, p. 275). Para Goodman el grado de sistematización de una teoría depende de la simplicidad lógica o estructural de la base sobre la cual se sustenta. Ahora bien, una teoría es un conjunto de enunciados relacionados entre sí. En consecuencia el vocabulario de los términos utilizados en dichos enunciados posee especial relevancia. Goodman denomina términos lógicos a palabras o símbolos tales como “y”, “o”, “no”, “si … entonces”, “todos”, “algunos”, “=”. A semejante conjunto asigna un valor de complejidad igual a cero (ref. 5, p. 283). Su propósito es encontrar un número que indique la complejidad de un conjunto de “términos extralógicos indefinidos” de una teoría o sistema: “In summary, then, we want to find a way of measuring the structural simplicity of the set of undefined extralogical terms of a theory or a system” (ref. 5, p. 290). En Goodman la base extralógica de un sistema está compuesta por asertos del tipo: “… es ácido”; “… es mayor que …”; “… está entre … y …”, etc. Los tres ejemplos anteriores se denominan respectivamente predicados de un lugar (one-place predicate), de dos lugares (two-place predicate) y de tres lugares (three-place predicate) (ref. 5, p. 283). El estudio de la simplicidad de un sistema equivale a medir la complejidad de su base extralógica. Se precisa así el vínculo simplicidad-complejidad. Medir la simplicidad corresponde a “to assign to any set of terms a number that will indicate the complexity of that set” (ref. 5, p. 284). Goodman postula que cualquier predicado de una base extralógica tiene un valor de complejidad igual a un entero positivo: “The complexity value of every extralogical predicate is a positive integer” (ref. 4, p. 73). Reiteremos ciertas afirmaciones: medir la simplicidad de un sistema implica determinar un número que indique el grado de complejidad de un conjunto cuyos elementos, en general, pueden ser predicados de N lugares. Goodman afina la mira y muestra que un predicado cualquiera siempre puede ser reemplazado por un conjunto de predicados irreflexivos: “The complexity of any basis can be proved to be equal to that of a certain basis consisting solely of thouroughly irreflexive predicates” (ref. 5, p. 290). Recuérdese que una relación binaria R es irreflexiva si xRx no es válida en ningún caso (por ejemplo, la relación “menor que” entre los números enteros). El problema de la complejidad se convierte, por así decirlo, en el estudio de la complejidad de los predicados irreflexivos. Goodman construye algoritmos para evaluar el valor de complejidad de un predicado irreflexivo de N lugares y define tal complejidad como “complejidad primaria” (primary complexity) y denomina su valor máximo “complejidad potencial”. La “complejidad secundaria” es la diferencia entre la “complejidad potencial” y la “complejidad primaria” (ref. 4, pp. 105-106). De estas precisiones se desprende que la “complejidad primaria” es la noción fundamental pues los otros dos tipos de complejidad proceden de ella. Goodman –en colaboración con N.J. Fine– construye un algoritmo para evaluar el valor de complejidad de un predicado irreflexivo de N lugares. Denominaremos "números de Goodman-Fine" a tales valores. También –con P. Savage– obtiene una fórmula para el número de cada predicado irreflexivo de N-j lugares ("números de Goodman-Savage") (ver ref. 4, p. 104 y p. 83 respectivamente). Goodman afirma el carácter definitivo de estos resultados. Para esclarecer este punto parece pertinente aludir a una discusión entre Goodman y W.V. Quine. En una de sus obras, este último sostiene que es posible someter los términos generales a una drástica condensación: cualquier vocabulario es reducible a un solo término diádico: "… then it can be shown that any vocabulary –finite or infinite– of general terms … is reducible by paraphrase to a single dyadic term" (ref. 17, p. 232). Goodman no acepta semejante posibilidad.

En otra ocasión nos proponemos probar, mediante procedimientos combinatorios, que el valor de complejidad primaria de un predicado irreflexivo de N lugares se reduce a predicados de un solo lugar, esto es, a predicados elementales.

IV

En II(A) y II(B) hemos expuesto resultados que sustentan nuestra concepción de complejidad. En III se ha sugerido un método para reducir los predicados de N lugares –definidos por Goodman– a predicados elementales. Hasta ahora, no obstante, un rasgo crucial de este proyecto no ha sido mencionado. Nos referimos a la idea de factor invariante (caput variationis) que se despliega en la Dissertatio (ref. 13, ref. 14). "Caput Variationis est positio certarum partium; Forma Variationis omnium, quae in pluribus variationibus obtinet" (ref. 13, p. 19) ("El factor invariante de una variación es la posición de las partes fijas; la Forma de una variación es la posición de todas, la cual se obtiene de muchas variaciones"; (ref. 14, p. 34). Leibniz remite al problema 7 (el corpus de la "Dissertatio" está formado por doce problemas) cuyo enunciado es en extremo conciso: "Dado el factor invariante encontrar las variaciones" (ref. 14, p. 97). El factor invariante es una parte de una variación en todas las variaciones, Por ejemplo si los elementos son (a, b, c, d, e) y el factor invariante es ab, entonces el cálculo de todas las combinaciones posibles dentro de este conjunto determina todos los factores invariantes posibles. Puede decirse que el factor invariante es un espacio delimitado con exactitud que organiza todos los otros espacios. En breve: La "Dissertatio" funda el cálculo de todos los posibles ocupantes de tal espacio y de todos los órdenes posibles del mundo engendrado por el factor inviariante. Tres puntos son fundamentales para deslindar el territorio de la teoría de la complejidad que proponemos:

I) En Leibniz las partes mínimas obtenidas mediante el análisis forman clases y dichas clases, a su vez, se enumeran mediante diferentes signos; luego el filósofo determina un procedimiento para definir clases sucesivas, vale decir, se construyen clases a partir de las distintas combinaciones entre los términos sucesivos. Este camino de lo simple a lo complejo se profundiza pues Leibniz determina un mecanismo capaz de crear signos a partir de otros signos. Las maneras de designar a cada miembro de un conjunto aumentan con rapidez a medida que nos alejamos del conjunto primitivo. Aquí se plantea un nuevo interrogante que es menester responder: ¿es posible comprender, desde dentro, la necesidad de cierta complejidad en la institución de un lenguaje?

II) Mostrar que la reducción de la complejidad primaria de Goodman a predicados elementales no es un proceso en una sola dirección, es decir, desde lo complejo hacia lo simple. En efecto, si es posible descomponer es dable componer la complejidad a partir de los predicados elementales, esto es, ir de lo simple hacia lo complejo. Se construye entonces una vía de ida y de vuelta que permite, no sólo una mayor soltura operativa –por así decirlo– sino que desdibuja y diluye la distinción entre la complejidad y simplicidad, además este vínculo se enriquece pues ahora ambas conforman aspectos de una configuración teórica indisoluble.

III) (a) La "Dissertatio" es la doctrina del factor invariante (b) el factor invariante es un espacio o lugar (c) las combinaciones (o complexiones) determinan los posibles ocupantes de dicho lugar (d) las variaciones de orden definen todas las disposiciones posibles de los objetos a partir de todos los posibles factores invariantes. Intentaremos, a partir de estas premisas, mostrar que la doctrina del factor invariante se encarna en el cálculo de todas las figuraciones posibles del universo. Aquí figuración significa proyección del número en el espacio. Este aspecto numérico del concepto admite, pensamos, una vertiente puramente simbólica, la cual tomaremos en cuenta. El siguiente paso consiste en mostrar que (i) cualquier ente puede ser considerado factor invariante y convertirse en centro del mundo. (ii) Si cada punto del espacio teórico puede ser visto como centro de un sistema, es posible concebir un sistema de complejidad infinita.

A partir de estas tres instancias, entonces, trataremos de componer una doctrina de la complejidad, combinando las contribuciones de Leibniz y de Goodman. Tal es el horizonte de nuestra investigación. Un fragmento de la "Dissertatio" da cuenta, a su manera, de este objeto: "… se verá salir todas las cosas desde lo más hondo de la doctrina de las Variaciones, la cual conduce al alma dócil a través del todo infinito y comprende en una unidad la armonía del mundo y las construcciones últimas de las cosas y la serie de las formas…" (ref. 14, p. 54).

(Esta indagación ha sido financiada, en parte, por Fondecyt, proyecto Nº 1120019)

Bibliografía

Cajori, Florian. (1925) Leibniz, the master-builder of mathematical notation. *Isis*, 7, pp. 412-429.

Couturat, Louis. (1961) *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*. Hildesheim, Germany: Georg Olms Verlag (Primera Edición 1901).

Couturat, Louis; Leau, Léopold. (2001) *Histoire de la langue universelle*. Hildescheim, Germany: Georg Olms Verlag (Primera Edición 1903).

Goodman, Nelson. (1966) *The Structure of Appearance*. Indianapolis and New York, USA: The Bobbs-Merril Comp.

Goodman, Nelson. (1972) *Problems and Projects*. Indianapolis and New York, USA: The Bobbs-Merril Comp.

Goodman, Nelson. (1943) On Simplicity of Idea. *Journal of Symbolic Logic*, 8, 107-121.

Goodman, Nelson. (1952) The Logical Simplicity of Predicates. *Journal of Symbolic Logic*, 17, 32-41.

Goodman, Nelson. (1955) Axiomatic Measurement of Simplicity. *Journal of Philosophy*, 52, 709-722.

Iommi Echeverría, Alfonso; Iommi Amunátegui, Godofredo (2005). La Dissertatio de Arte Combinatoria de Leibniz en seconde lecture. *Studia Leibnitiana*, XXXVII/2, 208-223.

Knobloch, Eberhard. (2010) Leibniz between Ars Chacteristica and Ars Inveniendi: Unknown news about Cajori's master–builder of mathematical notations (289-302).

En Heeffer, Albrecht; Van Dyck Marteen (Ed.), Philosophical Aspects of Symbolic Reasoning in early Modern Mathematics. Ghent, Belgium: Dov Gabbay. Studies in Logic Series, Vol. 26, 2010.

Knobloch, Eberhard. (2012) The Notion of Variation in Leibniz.

En *Buchwald, Jed (Ed.), A Master of Science History – Essays in Honor of Charles Coulston Gillespie–*, (pp. 235-251). Dordrecht Heilderberg (Germany) London (England) New York (USA): Springer.

Kulenkampff, Jens. (1981) Music considered as a way of worldmaking. *The Journal of Aesthetics and Art Criticism*, 39, 3, 254-258.

Leibniz, Gottfried W. (1971) *Dissertatio de Arte Combinatoria*. Mathematische Schriften, hrsg. Gerhardt, Carl J., Band IV, Hildescheim, Germany: Georg Olms Verlag (Primera Edición 1666).

Leibniz, Gottfried W. (1992) *Disertación acerca del Arte Combinatorio*-trad. Correia-Manuel- Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago.

Leibniz, Gottfried W. (1996) *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, Brunschwig, Jacques. Paris, Francia: Garnier-Flammarion (Primera Edición 1765).

Mahnke, Dietrich. (1993) Leibniz und Goethe. Die Harmonie ihrer Weltansichte, *Philosophie*, 39-trad. Despraz, Nicole et Fichant, Michel-, 129-175: Paris, Francia (Primera Edición 1924).

Quine, Willard V.O. (1960) *Word and Object*, Cambridge Massachussets:. M.I.T. Press: USA.