

Lorenzo Boccafogli

¿Un mundo o muchos mundos? Morfismos y “objetos finos” (Algunas líneas guía para una filosofía común de física y matemática)

Resumen: *La física teórica contemporánea problematiza sistemáticamente el concepto de realidad, con fuertes implicaciones epistemológicas y ontológicas. En las últimas décadas, algunas pretensiones del reduccionismo fiscalista parecen convergir con el platonismo matemático. Desde un punto de vista lógico-filosófico abstraccionista, se evidenciarán algunos límites y alcances de tal “Physicalist World Picture”.*

Palabras clave: *Lógica. Epistemología. Física. Matemática. Ontología.*

Abstract: *Contemporary theoretical physics systematically problematizes the concept of reality, with important epistemological and ontological implications. In recent decades, some claims of physicalist reductionism seem to converge with mathematical platonism. From an abstractionist point of view, I will underline some limits and scope of such “Physicalist World Picture”.*

Keywords: *Logic. Epistemology. Physics. Mathematics. Ontology.*

¿Son reales los quarks?

Durante una larga entrevista publicada online en el 2016, Murray Gell-Mann comenta

su descubrimiento de partículas elementales más fundamentales que los hadrones, lo cual aconteció en el lejano 1964. Se trató de la introducción de entidades aún inéditas en mundo de la física, los *quarks* - un acontecimiento, que señaló el inicio de un nuevo capítulo de la historia de esta ciencia.

El evento conllevó la muy discutida temática del *confinamiento* - una propiedad particular, introducida para clarificar el hecho de que estas nuevas partículas no se pueden encontrar separadas (es decir, *individualmente*). Se trata de la atribución de una especie de grado ulterior de libertad a los *quarks* (y a los *gluones*), concebido también como explicación de sus cargas no enteras.

El descubrimiento fue continuado en 1973 por una nueva formalización matemática (Gell-Mann, Fritzsche, Leutwyler: introducción del concepto de *color* en el marco de la *Cromodinámica cuántica*). Esta formulación, la cual se basa sobre teorías de Gauge no conmutativas (teoría de Yang-Mills, a la base del *Modelo estándar*), todavía se encuentra no probada analíticamente. Considerando este particular marco teórico, el premio Nobel se lamenta de un posible error expositivo (considerando aquel particular contexto histórico), por haber introducido tales partículas como “entes no reales” (“matemáticos” o “ficticios”) frente a los filósofos, y recuerda con tonos casi sarcásticos la teoría de construcción social, de matriz kuhniana, avanzada por el



filósofo Andrew Pickering como respuesta al particular avance científico conseguido. Por su importancia central, cito el discurso entero:

I did something that has caused problems ever since. I needed a word to describe particles that actually came out and could be seen and used in the laboratory and used for industrial purposes and so on and so on. And I chose the word 'real' for that, reserving 'mathematical' or 'fictitious' for a particle that couldn't be directly, singly observed in the laboratory, utilized for industrial purposes and so forth. Well, this was a huge mistake. The reason I did it was that I imagined myself in a debate with philosophers, who would ask, 'If this particle doesn't come out to be seen singly by itself and so on, how can you say it's there? How can you say it's real?' And in fact people said that kind of thing. There's a historian of science – he must be a very silly person – called Pickering, Andy Pickering, who wrote something called *Constructing Quarks*. He's one of these 'social construction of science' people, I guess, or is close to it anyway. And he said in this book, written many years later, that he doesn't think quarks are part of the furniture of the universe. Anyway, it was that kind of thing that I was thinking of when I used this word 'real'. So then I said, well of course, the quarks are less likely to be real than if we have the other scheme with the three particles with integral charges and the fourth one... fourth one as a singlet. I didn't mean that the quarks were less likely to be the right solution, but they were... if they were the solution, they were more likely to be trapped inside because that would account for nobody ever having seen a fractionally charged particle, and so on and so forth. Of course, if they were very heavy, they wouldn't have been seen anyway. But then I had to have some way to describe to people what I meant by their being mathematical, so in that letter I said well, imagine the mass of the quark goes to infinity, that's the kind of thing I mean by mathematical [...]

In 1966, to jump ahead a bit, when I was invited to give the introductory talk to the

International Conference on Particle Physics at Berkeley, I used a different description of what I meant. Instead of talking about infinite mass, I said that if the quarks were not real they would... it would be like a situation in which they were trapped in a infinitely high potential barrier and couldn't get out. Well, that's exactly what we believe today to be the case, so my unreal or mathematical or fictitious quarks were precisely the kinds of quarks we believe in today. But many people have alleged that that isn't what I meant at all, that I meant I didn't believe the quarks, that they were a dumb idea and so on and so on, which was not at all the case. (Gell-Mann, 2016)

La realidad de los objetos físicos y la identidad de los objetos ordinarios

Sobre la base de esta preliminar *mémoire* y de su importante trasfondo científico-filosófico, intentemos sopesar el significado de los adjetivos *real*, *matemático* y *ficticio*, utilizados por Gell-Mann, cuestionando inicialmente dos asuntos inherentes a la predicación de *realidad* referida a objetos físicos:

1. Asunto de sentido común– que definir reales los *objetos físicos* equivale a predicar de esos el tipo de identidad individual, comúnmente atribuida a los objetos ordinarios; una identidad que *implica* –aquí en sentido eminentemente intuitivo, no definitorio– propiedades de tipo diferentes. Los leibnizianos las distinguirían, sucesivamente, entre propiedades y relaciones, o denominaciones intrínsecas y denominaciones extrínsecas, hasta propiedades puras e impuras. Tal presuposición es equivocada, tanto en relación a las partículas clásicas, cuanto también a la no clásica, cuyos criterios de identidad son aún más débiles. Partículas del mismo tipo difieren *solamente* por sus relaciones espacio-temporales (sus *estados* y sus trayectorias sin superposición) en el caso de las clásicas (modelo Maxwell-Boltzmann),

y tampoco desde este punto de vista, en el caso de las cuánticas.

Este preconceito se podría definir como una *concepción de la realidad física como aprehensión intuitiva (preteórica) de la identidad del objeto*.

2. (Como aclaración conceptual de 1, o sea como reformulación teórica en la herencia de una problemática aristotélico-escolástica) - Que la identidad de los *objetos físicos* tenga todavía que ser considerada en sentido leibniziano, o sea, tal que dos objetos *a* y *b* resultarán indiscernibles si y solo si para cualquier predicado *Fa* valdrá también *Fb*, eventualmente incluyendo en la definición las propiedades extrínsecas, sin embargo excluyendo propiedades impuras (para no trivializar el principio mismo). Se podría entonces recurrir a un concepto primordial de *haecceitas*, para distinguir partículas sin propiedades intrínsecas distintas (como si se tratara de una “historia virtual” de la partícula, la cual se actualiza en su observación). Sin embargo, el hecho de que dos o más partículas, en sentido cuanto-mecánico, puedan resultar recíprocamente permutables sin que se modifiquen las probabilidades inherentes el acto de medida, podría llevarnos a afirmar la completa inaplicabilidad de este principio.

French se expresó claramente sobre la no validez de cualquier criterio de discernibilidad en ámbito cuanto-mecánico, tampoco en su versión débil, aun manteniendo una validez puramente contextual del PII (French, 2015). Saunders, por otro lado, criticando la clásica contra-interpretación del PII propuesta por Max Black, sostuvo la validez del principio –en su versión débil– en relación a los fermiones, negando pero a los bosones el estatuto de objeto (Saunders, 2006). Más adelante, el autor utilizó expresamente el PII para negar la individualidad de los fermiones mismos, en una moderna relectura de Weyl, conducida en conjunto con Muller:

Leibniz’s PII is being used to identify global states of affairs that one would have thought distinct were electrons “to have an identity”. (Muller y Saunders, 2008)

Esta disputa metafísica se debe a la representación de las partículas en términos de grupos de simetrías (simetrías de la estadística Bose-Einstein y anti-simetrías de la estadística Fermi-Dirac; eventuales supersimetrías), que implica una reformulación conceptual de la relación entre permutabilidad y discernibilidad. Contraponiendo el primado de la estructura (de la relación) al objeto (los relatos), la representación estructural parece de hecho obstaculizar *cualquier* aplicación de criterios de identidad individual. Se trataría entonces o de negar el estatuto de objeto a la partícula (siguiendo Quine, 1969) o de hacer valer para esta un concepto de objeto físico no reducible a criterios fuertes de discernibilidad, aceptando una versión débil (y contingente, en el caos de los bosones) del PII en relación a la estadística clásica.

Queriendo mantener el principio leibniziano, se asiste entonces a la contraposición entre dos metafísicas, en las predicaciones de propiedades exquisitamente estructurales (en el sentido de un realismo estructural matemático) vs. propiedades intrínsecas mínimas (*hecceidad*) de objetos, que no poseen de hecho ninguna propiedad intrínseca distintiva¹.

La oscilación, diría casi la indecidibilidad, entre las dos concepciones, es fuente de ambigüedad también por varios físicos teóricos, llevando posiblemente a la confusión de objetos físicos con objetos matemáticos.

La realidad como existencia y la “realidad profunda” del existente

El concepto de *realidad*, como indicativo de una dimensión o un nivel *fundamental* de análisis, es ampliamente utilizado en la física teórica actual, y la cosa tiene consecuencias desde el punto de vista filosófico². Esta situación se debe primariamente a la confirmación de la no localidad de los fenómenos cuanto-mecánicos sobre la base de las desigualdades de Bell (el experimento más noto es aquello de Aspect, 1982), y al consecuente cuestionamiento radical de la *objetividad* de la *realidad física*. Se rindió así necesaria una interpretación ontológica del

mundo de los *cuanta* - dimensión, demostrada incompatible con el realismo ingenuo del sentido común, así como con el determinismo científico propio de la física einsteniana. La *redefinición del real*, parcial y siempre en acto, tendría que no implicar la consciencia del observador como causa del colapso de la función de onda (Maudlin, 1994), ni, posiblemente, el desmembramiento de nuestro común concepto del mundo físico en una serie discontinua y no reducible de eventos observativos, sin trama espacio-temporal (Susskind, 2016).

Sucesivamente, la formalización de los grupos de simetrías en el ámbito de la teoría cuántica de campos, abrió las puertas a descripciones de tipo estructural (Smolin, 2006, 45-71). Consecuentemente, el concepto suspendido o incompleto de “realidad”, que domina el discurso de la física teórica actual, se diferencia desde aquel común de “existencia” orientándose más decisivamente en dirección del realismo matemático (sobre todo, en su declinación estructuralista *ante rem*) - una concepción frecuentemente adoptada entre los físicos y hasta dominante entre los matemáticos (las formas ideales como “más reales” que las existentes, como en el *Timeo*, y como también repropone el actual “ultraplatonismo” de Tegmark³).

Considerando esta condición inicial de nuestro problema *epistemológico y ontológico*, parece que la perspectiva de una reformulación deflacionista del concepto de “realidad”, siguiendo la fructífera traza de una definición deflacionista de aquel de “existencia”, es menos plausible (Bacigalupo, 2016).

También para fuera del ámbito teórico, la física se entiende generalmente y a gran mayoría del pueblo como la *ciencia fundamental*. Esto se debe primariamente a un acontecimiento central para la historia de la ciencia. Me refiero a la época en la cual la física brindó un marco de fundamentación unívoco (por medio de la evolución de la teoría atómica, estableciendo el significado de los niveles energéticos de los orbitales electrónicos) a una química de finales del ochocientos / principios del novecientos todavía incierta sobre sus mismos fundamentos, admitiendo formulaciones teóricas diferentes como equivalentes por principio, o sea básicamente

indecidibles. El famoso chiste académico estadounidense, relativamente al “hecho” que la psicología no es más que una rama de la biología, sostenida sobre la química en sus formulaciones objetivas, donde la química derive su estabilidad desde la física, muy probablemente trae su origen desde aquí, y la famosa formulación de Putnam - Oppenheim (1958), ampliamente contestada en ámbito filosófico, es profundamente radicada en el sentido común. Lo podríamos nombrar “chiste reduccionista”. Es del par evidente, que el primado atribuido a la física se debe a su grado máximo de matematización, reflejado en la continuidad de su historia con aquella de las matemáticas (en particular, en relación al cálculo infinitesimal y a la insurgencia de las geométricas no euclidianas, como subraya Shapiro (1997, 14, 170).

En estos términos, la física repite y reafirma su vocación de fundar lo real “en sí”, presentándose *tout court* como teoría de la materia, teoría de la energía, teoría del espacio y del tiempo.

¿Pero, en qué sentido –yendo más allá de los quarks de Gell-Mann– son *reales* las dimensiones espaciales extra, las cuerdas, hasta el *landscape*? ¿Dónde empieza, una visión metafísica de base platónico-matemática, que no se puede más llamar “física”, si con “física” seguimos entendiendo, un estudio empírico y experimentalmente confiable, de los fenómenos naturales que observamos?

Jugando un poco con las palabras, se podría decir, que entre la *realidad* de los objetos intrateóricos de la física, y la *existencia* de los objetos sustanciales del sentido común (la silla sobre la cual estoy ahora asentado) no puede subsistir ningún isomorfismo. Buena parte del intento actual de construir una *filosofía común de física y matemática*, como en el caso de Omnès (2005), se funda de hecho sobre la posibilidad de reconciliar sentido común y física contemporánea.

El realismo

En este contexto, es también oportuno subrayar (como hizo Einstein en su célebre carta a Born (Born, Einstein, 2004, 132), y como recuerda Maudlin (2012, 14-16)), que nuestro sentido común - fundamentalmente realista, desde un

punto de vista metafísico - involucra presupuestos de predicación no obvios en relación a los que llamamos cuerpos: presuponemos de hecho la geometría euclidiana (la cosas reales “existen” en 3D); el espacio absoluto newtoniano (ej.: las “posiciones” que asume la tierra en el curso del año “dibujadas” en un espacio completamente neutro); los cuerpos sólidos platónicos (el cuerpo, que se mueve desde a hasta b permaneciendo idéntico). Brevemente, cuando seleccionamos propiedades medibles para definir los objetos físicos, nos basamos sobre preconceptos usuales de naturaleza no trivial.

Quiero ahora ponderar, una posible concepción realista de objetos semi-abstractos o intrateóricos sin implicar un platonismo clásico, buscando elementos de continuidad entre el “realismo ingenuo”, el sentido común y el “compromiso ontológico” de Quine, que se supone que contraemos con nuestras mejores teorías científicas. Ya que, queremos cuestionar si y en cual medida la física puede ser considerada como *la ciencia fundamental*, emergen aquí necesariamente algunas problemáticas inherentes de una posible ontología básica común para todas las ciencias.

La concepción realista en cuestión, tiene entonces que ser cuestionada y reconsiderada en relación a aquel realismo científico / realismo matemático, que parece constituir la necesaria contraparte de una (*ir*)razonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales, para parafrasear a Wigner (1960) y a Putnam (1975).

Los saberes

Las ciencias resisten al fisicalismo clásico implicado por nuestro “chiste reduccionista”. Mencionando a Chomsky, el reduccionismo en relación al *mind-body problem* no puede ser considerado una opción defendible: de hecho, el problema no tanto es la indefinibilidad o la inconsistencia de la dimensión psíquica emergente, cuanto la inexistencia de una teoría completa de la materia (Chomsky, 1980, 5-6).

Hasta en diferentes ramas del desarrollo de una misma área científica, las direcciones

de investigación pueden ser difícilmente unificables, como efectivamente muestra (ejemplo paradigmático) la no reducibilidad jerárquica de los planos o niveles de análisis del cerebro: biomolecular, comportamental, de función simbólica, etc. No existe actualmente, ni quizás puede existir por principio, una unidad de dominio objetual de algo que se pueda llamar la ciencia del cerebro.

La incompatibilidad (o mejor: la aparente irreductibilidad) de relatividad general y mecánica cuántica, que llevó a la problemática elaboración de las teorías del todo, afecta actualmente a la que podemos definir “nuestra general visión del cosmos” - la que sería oportuno mostrar al hipotético alienígena en visita en la Tierra - y se ofrece a la reflexión precisamente en estos términos: como un *problema de unificación*, que como tal no es puramente físico, si no también matemático y metafísico. Toda la historia de la física, de hecho, podría ser considerada como una historia de progresivas unificaciones (Smolin, 2006, 21-30).

Nos preguntamos entonces cómo y en qué medida, maneras diferentes de hablar del mundo físico entendido como “todo lo que existe” (cada forma de interacción e información, incluidas nuestras representaciones mentales), sean tratables en los términos de una *upper ontology* no reduccionista. Se podría decir, descartando el reduccionismo fisicalista como base posible (pero no necesariamente como *hipótesis*), ya que nuestra teoría de la materia no es todavía completa (y quizás, si lo será un día), nos encontramos en busca de una mereología en la tradición Aristóteles - Husserl.

Entre otras, la obra de Barry Smith, ofrece un caso ejemplar - ya que sus ontologías formales, las cuales tuvieron algunos importantes éxitos en los ámbitos biomédico y geográfico, fueron establecidas según una concepción mereológica de directa filiación husserliana, y se opusieron directamente al *mainstream* formal de la lógica fregeana. Estos logros representarían una autonomización de la ontología desde su matriz filosófica clásica (Smith, 1982). En particular, Smith rechaza las argumentaciones de Frege en favor de un acercamiento primariamente semántico,

entendiendo la de Frege como una teoría de la referencia, y no del significado.

Pero también, este alcance tiene evidentes límites, ya que temprano nos podemos dar cuenta, como antes mencionado, de que los que consideramos entes, cuerpos, substancias, espacio, tiempo, etc., no se basan sobre presupuestos neutrales o triviales - en particular si confrontados con el mundo de los *cuanta*. ¿Cómo definir entonces una ontología general, que no sea una réplica ingenua del sentido común, sin referirnos a las reformulaciones conceptuales, actuadas por las ciencias (Putnam, 1975)? ¿Y cómo - esta es quizás la pregunta principal, para un filósofo analítico - en ausencia de una *teoría completa del significado*, como se expresa Dummett, sosteniendo la necesidad de una posición semántica antirealista (1975)?

El problema principal, sería aquello de conectar la *upper ontology*, toda *a priori*, con las ontologías locales (los específicos dominios de los entes en las varias ciencias). Rápidamente, en nuestro caso, ya que involucramos la física, se presentaría el problema de la *quantum logic*, fundamentalmente refractaria a las comunes predicaciones relativas a los entes (al álgebra de Boole y a la lógica clásica, nuestras inmediatas instancias de apelación), y en base a la cual, estas últimas tienen un carácter derivado o secundario. Si no queremos recaer en el mencionado rechazo quineano, nos encontramos ya a un *dead-end* (Quine, 1969). Se podría definir un problema de semantización, en el cual el *feedback* (desde las ontologías locales hacia la superior), es de suma importancia. La construcción del sistema *a priori* (definición de ente y partes, de colocación espacio temporal de objetos físicos, etc.) dependería esencialmente desde las cuestiones, que las ontologías locales levantarían. El mismo universo del discurso tendría que ser siempre reconfigurado sobre la base de estos *feedbacks*.

Evaluando esta “vuelta mereológica” en dirección de una ontología más general, confirmamos sin duda, que esta última involucraría siempre principios de localidad e isomorfismos entre objetos macroscópicos y microscópicos como en el modelo ingenuo del atomismo antiguo.

Nos proponemos entonces una tarea parcial, un primer paso: intentar de diferenciar los objetos sustanciales en general desde los objetos matemáticos en base a un concepto general lo más amplio posible de *realidad objetual*, y al mismo tiempo de demostrar, que una teoría semántica y una teoría de la referencia son contiguas. Nos dejamos así en un marco argumentativo clásico, aquello de la relación entre predicación en el lenguaje común y naturaleza de los objetos matemáticos, evitando de tratar directamente la correlación entre lógica / ontología del mundo cuántico-mecánico y filosofía de la matemática - un segundo paso para la instauración de una filosofía común de las dos disciplinas.

Por consecuencia, nos orientamos más favorablemente a ponderar las resoluciones de los problemas relativos a la lógica de Frege, propuestas por las corrientes abstraccionistas / neologicistas. De hecho, el conflicto entre dominios de las extensiones y dominios de los conceptos en las famosas proposiciones de Frege sobre la definición del número como objeto lógico (*Hume Principle* y *Ley Básica V*), puede ser enmendado adoptando una declinación potencialista del abstraccionismo, o sea orientándonos en dirección modal y asumiendo una lógica semi-intuicionista (lógica intuicionista con cuantificación de tipo clásico).

La particular lógica de predicación relativa a entes / estructuras subatómicas (en particular en relación a la aplicabilidad del lebniziano *Principio de Identidad de los Indiscernibles* al interior de grupos de simetrías, así como en términos de supersimetrías) merecerá un tratamiento a parte.

Frege: lógica y matemáticas

1. Como es conocido, el realismo de Frege vacila frente a la célebre *Paradoja de Russell*, y con esto el sueño de una inmediata expresibilidad extensional del concepto intensional. Considerando en esta luz la aplicabilidad de sistemas lógicos en relación a los saberes científicos, se trata entonces de clarificar problemáticas *condiciones de afirmabilidad* inherentes el desarrollo concreto de las ciencias. En otras palabras, en relación a nuestra

posible distinción entre objetos sustanciales y no sustanciales, se trata de evaluar la importante herencia de los neo-logicistas (Wright, Hale) en la luz de la crítica aportada a Wright por Michael Dummett en su lectura de Frege (1991).

Un importante objeto de reflexión, está entonces constituido, por las afirmaciones de carácter normativo (*statements*) actualmente empleadas en teorías, ya que estas afirmaciones implican la especificación de criterios *de referencia* para definir coherentemente sus objetos intrateóricos.

Hablamos aquí del *proceso* de abstracción, por el cual los objetos de las ciencias llegan a ser descritos estructuralmente: tales como, pero no solamente, en ecuaciones. Los *principios de abstracción* pueden variar sensiblemente de teoría en teoría, según diferentes maneras de acceder a la cuantificación, o sea de definir lógicamente y estructuralmente los datos observativos. Un ejemplo paradigmático, es la redefinición einsteiniana del campo como objeto físico fundamental por medio de las variedades riemannianas y de la geometría de los tensores métricos: las leyes de la física resultarán iguales para cualquier tipo de observador, en moto inercial o acelerado. La relatividad general redefine así nuestra condición común de observadores (desde la cual depende la validez local de la física clásica) como caso particular en una variedad más general.

La particular realidad / naturaleza abstracta de los vectores de estado y de la “onda de materia” u “onda matemática” descrita por la homónima función, representan otro ejemplo celebre de abstracción, constituyendo un nuevo uso de los operadores para representar relaciones contraintuitivas entre los observables, en sistemas que incluyen el rol del evento de medición (Penrose (2004, 493) y Omnès (2005,106-113)).

2. Frege nos dice - y esto parece contradecir algunos aspectos de su particular concepción platónica de los “objetos matemáticos” - que los nombres tienen un significado solamente al interior de una proposición (véase Frege, 1884). El problema de establecer el significado de enunciados completos, es entonces prioritario en relación

a aquello de determinar la referencia de nombres aislados.

Transponiendo el discurso, en el ámbito específico de la filosofía de la matemática, se puede afirmar que el problema no es primariamente establecer la existencia del objeto matemático, sino establecer la objetividad del discurso matemático (Kreisel⁴). Esto significa, que no tenemos un acceso directo a los objetos matemáticos, sino que “llegamos” a esos por medio de enunciados verdaderos, en los cuales son involucrados. Los *Grundlagen* abundan en estos tipos de definiciones.

El número, no perteneciendo al dominio de los objetos empíricos (no averiguamos empíricamente la verdad de un enunciado matemático), tendría que depender desde la semántica formal del enunciado, el cual lo involucra. De esto deviene el asunto central, de los más tardos *Grundgesetze*. El gran problema ontológico de Frege, se presentó, por consecuencia, en definir el número independientemente de las condiciones concretas de referencia de los términos, los cuales componen el enunciado.

Instead of asking Frege’s question of whether there are existence claims that are analytic, we can ask the broader question of whether there are existence claims that are “non-demanding”. (Linnebo, 2018, 3)

De hecho, la posición de Frege en los *Grundlagen* parece más “contextualista”, que en las más tardías *Grundgesetze*, donde tiende mucho más a una visión “composicionalista”, y por consecuencia a un determinado platonismo de los objetos. Al considerarlos bien, los dos asuntos no son contradictorios, ya que el principio contextual es de carácter metasemántico, y el principio composicional simplemente semántico.

El análisis de los enunciados fregeanos sobre los objetos abstractos (por ejemplo, el famoso ejemplo de Frege relativo a las rectas paralelas, para introducir el concepto de dirección), nos revela cómo se constituye la referencia (Linnebo, 2018, 33-34, 123-127; 2017, 28-32). En el ejemplo mencionado, la recta y la relación unitaria son de hecho suficientes, para referirse al objeto

abstracto (la dirección), del cual la recta misma no es que instanciación o especificación - ya que la posibilidad de *referirse* a la dirección se abstrae nada más que de la recta misma y de la relación de paralelismo.

First, observe that a specification u and an intrinsic unity relation \sim with u in its field suffice, all by themselves, to determine a referent. For example, a line and the unity relation of parallelism suffice, all by themselves, to determine a direction. By contrast, a parcel of matter and the unity relation for bodies do not suffice to determine a body. The parcel is capable of belonging to many different bodies. So we cannot determine to which body, if any, the parcel of matter belongs merely by considering the parcel itself. We need to look beyond the parcel at the surrounding reality. And we can generalize. When a unity relation is intrinsic, a specification u suffices to determine the object $\$u$ of which u is a specification, with no further input from reality required. (Linnebo, 2018, 198)

Igualmente, para fuera de la simetría, que Hale y Wright atribuyen a lado izquierdo y derecho del famoso Hume-Principle (“el número asociado a F es el mismo número asociado a G , *si y solamente si* F y G se pueden correlacionar de manera biunívoca”), se considera la *introducción* del principio de identidad como base para la *constitución* de un tipo de referencia inédito: al objeto, del cual los dos conceptos son instanciaciones. La definición de la extensión de los conceptos emerge con el nuevo objeto, el cual no tiene un valor semántico involucrando “what is the case” en el mundo sustancial o de la experiencia, ni en otro mundo.

The context principle is concerned with a metasemantic question, namely how reference is constituted. It is not a primitive metaphysical fact that an expression refers to some object. There are some more basic facts in virtue of which the relation of reference obtains. *Perhaps the more basic facts in virtue of which an abstraction term refers to an abstract object need not mention or otherwise involve this abstract object.*

So if this strategy is to work, mathematical objects would have to be constituted, as it were, along with their modal profile as necessary existents. (Linnebo, 2018, 128)

Es necesario, considerar la abstracción en sentido *dinámico* - o sea como *instauración de un nuevo nivel ontológico*, que la especificación no “contiene” en sí.

On the neo-Fregean approach, the abstract objects obtained by some form of abstraction are always assumed to belong to the domain of objects with which we began. Neo-Fregean abstraction is in this sense “static”. It always takes place relative to some fixed domain of objects.

[...]

There is also a “dynamic” conception on which abstraction may result in “new” domain that lay outside the “old” domain with which we began.

Every question about the “new” objects reduces to a question about the “old” objects, with we may thus assume to have been answered. (Linnebo, 2017, 136)

Estructuralismo y logicismo

El estructuralismo, fundamental tanto para la filosofía de la matemática, cuanto para la reciente filosofía de la física, trata tradicionalmente sobre la relación entre estructura abstracta y sistemas de objetos sustanciales, en la medida en la cual, una descripción objetiva de un sistema no puede no ser sino estructural. Shapiro ofrece ejemplos paradigmáticos para presentar este punto de vista:

I define a *system* to be a collection of objects with certain relations. An extended family is a system of people with blood and

marital relationships, a chess configuration is a system of pieces under spatial and “possible-move” relationships, a symphony is a system of tones under temporal and harmonic relationships, and a baseball defense is a collection of people with on-field spatial and “defensive-role” relations. A *structure* is the abstract form of a system, highlighting the interrelationships among the objects, and ignoring any features of them that do not affect how they relate to other objects in the system. (Shapiro, 1997, 73-74)

En la perspectiva abstraccionista de Linnebo, es necesario reformular tal concepción estructuralista sobre la base de un principio meta-ontológico fundamental: *lo real no se compone de una única clase de objetos, ni implica una estructura jerárquica originaria.*

The *rigid conception* holds that reality is “carved up” into objects in a unique way that is independent of the concepts that we bring to bear.

The *flexible conception*, on the other hand, insists that reality is articulated into objects only through the concepts that we bring to bear. (Linnebo, 2018, 31)

We have talked about objects being thin *in an absolute sense*, namely that their existence does not make a substantial demand on the world. An object can be thin also *relative* to some other object if, given the existence of these other objects, the existence of the object in question makes no substantial further demand.

[...]

Minimalists need not hold that all objects are thin. Their claim is that our concept of an object *permits* thin objects. Additional “thickness” can of course derive from the object in question. Elementary particles,

for example, are thick in the sense that their existence makes a substantial demand on the world. But their thickness derives from what is to be an elementary particle, not from what it is to be an object. (Linnebo, 2018, 4)

Esto significa, buscar una continuidad entre el supuesto primado de las estructuras sobre los objetos (de las *relaciones* sobre los *relata*, según un estructuralismo *ante rem*), y los principios lógicos de constitución de la referencia, los cuales implican diferentes criterios para distinguir entre objetos físicos y matemáticos. El principio metasemántico de contextualidad ofrece una posibilidad en este sentido, la cual no puede no tener repercusiones también en el mundo de la filosofía de la física.

Consider physical objects, which have intrinsic properties. [...] Noneliminative structuralists take mathematical objects to be very different. Michael Resnik provides a widely endorsed statement of the view:

“In mathematics, I claim, we do not have objects with an ‘internal’ composition arranged in structures, we have only structures. The objects of mathematics [...] are structureless points or positions in structures. As positions in structures, they have no identity or features outside a structure.”

According to this *incompleteness claim*, as I shall call it, mathematical objects differ from physical objects by having no internal nature or composition, and no nonstructural properties.

[...]

The incompleteness claim is deeply problematic, however. Natural numbers appear to have a wide variety of nonstructural properties, such as being abstract, being a natural number, being the number of planets, and being Dedekind’s favorite number.

Moreover, many cross-category identities appear to be false, not indeterminate.

[...]

The most one can hope for is that some qualified version of the incompleteness claim might be acceptable. Although mathematical objects do have nonstructural properties, perhaps all of their properties from some important class are purely structural. [...] For this response to be acceptable, however, the structuralists need to circumscribe the mentioned class of properties—and to do so in a way that makes the resulting view both interesting and true. This is not an easy task. (Linnebo, 2017, 162-163)

Para un estructuralista, las propiedades predicables de un objeto matemático serían entonces solamente aquellas intrínsecas, por lo tanto, estructurales. De hecho, estas propiedades *definen* el objeto. Lo mismo vale para las relaciones.

Por el contrario, un abstraccionista considera todas las clases de predicaciones posibles; además, las diferentes propiedades relacionales expresables por una proposición, consideradas sobre la base de las específicas condiciones de referencia a los objetos involucrados, implican diferentes propiedades modales o de “transmundanidad”, por lo tanto, no necesariamente expresan relaciones intrínsecas. En otras palabras, las condiciones “intramundanas” de instanciación de la relación no son nunca triviales. Se pueden hacer diferentes predicaciones sobre los números y sobre las estructuras, y no todas proveerán referencias a nuevos objetos finos o explicitarán ulteriores propiedades estructurales (isomorfismos entre estructuras como proceso de abstracción de otras estructuras).

En este marco es importante notar, que cada predicación, la cual se aplique a una pluralidad, *implica potencialmente* un criterio de identidad unívoco para los individuos, los cuales caen bajo el concepto. Esta condición coincide con una posible representación conjuntista, desde la cual depende el criterio metasemántico de abstracción, que se funda sobre las extensiones.

Por lo tanto *es necesario* que una expresión de la predicación plural como conjunto sea *posible*.

Tal afirmación no significa, obviamente, que de cada concepto determinamos extensiones, o que todos conceptos deriven desde las extensiones, ni que determinadas predicaciones no puedan ser fundamentalmente inadaptadas a una reformulación conjuntista. Pero la definición extensional es siempre *posible*, en el sentido, que esa es fundamentalmente *potencial, no actual* - conformemente a la incompletabilidad propia del mundo de los sets, y de los objetos matemáticos en general, la cual no significa nada más, que su indefinida extensibilidad.

En síntesis, antes de concluir ...

En nuestra breve investigación sobre el concepto de una realidad física fundamental, no pudiendo confiar en ninguna teoría definitiva de la materia, nos encontramos en la mutua intersección de tres opciones posibles: u optamos para una totalmente incognoscible *Ding an sich* kantiana, como se decía al principio; o presuponemos como cierta una teoría final unívoca y única que no tenemos; o bien decidimos considerar una realidad del mundo que incluye *a su nivel fundamental* diferentes criterios de identidad de los objetos, dependientes desde los conceptos empleados.

Quiero subrayar que se trata de una *decisión*, la cual despeja nuestra situación contingente - tanto en física teórica, cuanto en filosofía de la lógica. La cuestión físico-teórica de la unificación no se puede considerar como definitivamente resuelta, aunque propendemos a atribuir la última palabra al potencialismo, y por consecuencia a un pluralismo ontológico, el cual prevé una extensibilidad indefinida solamente para los objetos finos - sin implicar una infinidad actual de objetos físicos.

Adhiriendo al abstraccionismo, la afirmación del realismo objetual se hace más simple: la realidad no se reduce ni a la corporeidad, ni a las ideas - ni a una constitución unívoca y “natural” de los objetos. Nuestra tarea, es clarificar, cómo se constituye *la relación de referencia*.

Estos asuntos no solamente nos alejan de las posiciones extremas del platonismo, sino que también nos brindan criterios no triviales para comparar los diferentes principios de identidad, que valen para objetos sustanciales y objetos “finos”:

Reference to abstract objects differs from reference to concrete ones, not by being “semantically idle”, but with regard to how the relation of reference is *constituted*. Criteria of identity can contribute to the constitution of reference to concrete and abstract objects alike. Only in the latter case, however, is the unity relation intrinsic. And it is this that gives rise to objects with a shallow nature. (Linnebo, 2018, 194-196)

Consideraciones conclusivas

Ninguna especificación es intrínseca para los objetos concretos (o sustanciales): también para partículas del mismo tipo, los grupos de simetría no representan una “relación de unidad intrínseca”. Diferentes objetos implican diferentes pretensiones sustanciales, pero se queda clara y inamovible, la distinción entre *thick* y *thin object*. El abstraccionismo puede aquí encontrar un importante punto de convergencia no tanto con el realismo estructural matemático, sino más profundamente con el *Realismo estructural óntico* en filosofía de la física, el cual redefine nuestros compromisos ontológicos con las teorías científicas en términos estructurales, sin todavía renunciar a la preservación de las condiciones de discernibilidad de los objetos involucrados en los términos modales del *entity realism* (Hacking). La correlación entre realismo estructural y estructura modal, se basa sobre la discernibilidad débil (*weak discernibility*) de los objetos en cuestión.

En base a estas consideraciones, traemos dos conclusiones. Si a este punto es evidente, que *la física teórica redefine constantemente sus “objetos últimos”*:

1. El problema fundamental, para definir “reales” algunos de estos objetos, se manifiesta por un lado en la resistencia de nuestro filósofo, a considerar reales las estructuras matemáticas, las cuales solamente encuentran posible lograr coherencia teórica a pesar de premisas contra-intuitivas (la suspensión de la lógica clásica y del álgebra de Boole no significa, como ampliamente demostrado, que la teoría correspondiente no pueda dar óptimas pruebas de validez gracias a su formulación matemática⁵).
2. Por otro lado, varios problemas surgen por causa de la tendencia a introducir sin solución de continuidad objetos matemáticos (objetos, cuya identidad es *completamente y contextualmente definida en base a estructuras abstractas*) *qua* objetos físicos (objetos *describibles solamente en base a estructuras abstractas* por su débil discernibilidad o aún efectiva indiscernibilidad).

These questions [about discernibility] arise within one particular structure, which represents a way the world could be. The notions of discernibility are in this sense concerned with ‘intra-world’ matters. By contrast, permutations are concerned with what happens when objects change their positions in a structure, and symmetries are just the special case where this change of positions preserves all structural relations. Permutations and symmetries raise hard philosophical questions about the extent to which objects are independent of their positions in a relational structure. If objects are independent in this way, then the result of carrying out a non-trivial permutation will result in a new and distinct way the world could be; and if not, not. The philosophical questions raised by permutations and symmetries are thus transworld questions, concerned with the identification of objects across different possible worlds or situations. (Ladyman, Linnebo and Pettigrew, 2011, 30)

Las necesidades teóricas y expositivas inducen quizás a “ontologizar” antes de tiempo estos entes “híbridos” de la manera más coherente posible. La introducción de los *quarks*, representa en este sentido un momento de vuelta, ya que

representó probablemente el paso decisivo, que llevó al triunfo de las simetrías de Gauge, y con esas, de una fuerte aceleración en dirección reduccionista en cuanto estructural / formal (Smolin, 2006, 56-57).

Se abrió la vía, que conduce hasta a las *Teorías de las cuerdas*, las cuales dominaron el panorama científico (en particular: estadounidense) durante los últimos cuarenta años. Dicho un poco brutalmente, sería la *belleza* cristalina de una teoría física puramente matemática (su naturaleza abstractiva, cuyo modelo podría ser bien ejemplificado por la *M-theory* de Witten), la que tendría el poder explicativo de grado máximo. Es una tendencia, que tiene de hecho sus raíces en Einstein, y prosigue con Weinberg (Véase Wigner, 1960).

El gran físico matemático Roger Penrose comenta críticamente:

Now let us turn to the fundamental role of symmetry in modern physical theory. There is no doubt about the utility of this notion. Both relativity theory (in relation to the Lorentz group) and quantum theory make highly significant use of it. But are we to regard symmetry as fundamental to Nature's ways, or an incidental or approximate feature?

It seems to be a tenet of many of the modern approaches to particle physics to take symmetry as being indeed fundamental, and to regard the presently seen deviations from symmetry as a feature of symmetry breaking in the early universe.

[...]

Are we entitled to infer from the undoubted fact that string theory has supplied deep and previously unexpected insights into mathematics that it must also have a deep physical correctness? This answer to this enigma is far from obvious. (Penrose, 2004, 1036, 943)

Que una teoría final sea posible, más allá del dominio de las explicaciones de tipo causal, es un *Leitmotiv* de la física teórica contemporánea. Se buscaron y se buscan las *condiciones iniciales* del universo en cuanto todo lo que existe, a un nivel en el cual no tiene ningún sentido hablar más de tiempo.

Pasando por alto el auténtico ámbito físico teórico y cosmológico, me limito a notar, que también en una perspectiva lógico-filosófica, la exclusión en principio de esta opción es problemática.

Mi presente afirmación puede quizás sorprender, a final de la presente exposición; pero hay varias razones para creer, que también un acercamiento lógico-filosófico abstraccionista, como lo que yo voy apoyando, no logre excluirla totalmente.

La filosofía de la matemática se encuentra todavía en una situación de hesitación entre el pluralismo fundacional (paradigmático el ensayo de Benacerraf *Mathematical Truth*, en Benacerraf y Putnam, 403-420) y un anti-pluralismo más o menos platonista. Todas las numerosas formas de realismo oscilan entre los dos polos. La situación actual en física fundamental, así como en filosofía de la física, es muy parecida.

Este difícil nexo será tema de posteriores investigaciones. En este contexto es suficiente recordar, que una teoría física *definitiva* y *única* es una eventualidad, que al estado actual es bastante especulativo presuponer como cierta. En una conferencia del 2002, Hawking critica precisamente la búsqueda de una tal teoría, a la cual el mismo dedicó mucho tiempo de su vida.

Some people will be very disappointed if there is not an ultimate theory that can be formulated as a finite number of principles. I used to belong to that camp, but I have changed my mind. I'm now glad that our search for understanding will never come to an end, and that we will always have the challenge of new discovery. Without it, we would stagnate. Gödel's theorem ensured there would always be a job for mathematicians. I think M-theory will do the same for physicists. I'm sure Dirac would have approved. (Hawking, 2002)

El siguiente paso de Ladyman constituye por cierto una posible glosa a la reflexión de Hawking, que nos reconduce a la realidad de la estructura modal y de las “propiedades emergentes”:

Modality is the key to the real-patterns account of ontology, which harmonizes entity realism and ontic structural realism, because featuring in projectible models and/or statements is taken to be the criterion of reality.

[...]

Weak forms of emergence allow that emergent entities are epistemologically and semantically irreducible, but take it that strong emergence, and full ontological status, would be ruled out by any claim that genuine causal power resides only at the fundamental level. However, if the latter claim is false then that modal structure at all scales could be considered real. (Ladyman, 2016, 105)

Resumen conclusivo

Un primero paso en dirección de una filosofía común de física y matemáticas, puede ser intentado en dirección del realismo objetual, sostenido por las corrientes lógico-filosóficas abstraccionistas. Esto nos permite trazar una convergencia con el realismo estructural óntico, en base al cual nuestro compromiso ontológico con las mejores teorías científicas es relativo a las estructuras, no a los entes intrateóricos. Por consecuencia, los entes de la física fundamental, en cuanto disciplina de confin, no pueden ser introducidos ni como sustanciales en sentido común, ni como puramente matemáticos.

Notas

1. Sobre la distinción lógica entre entrelazamiento y indiscernibilidad de las partículas, véase el artículo de Bigaj, T., Ladyman, J. Y Linnebo, Ø. (2013).
2. Algunos títulos ejemplares: *Reality is not what it seems - The journey to Quantum-Gravity* (Rovelli, 2016). *The Road to Reality - A Complete Guide to the Laws of the Universe* (Penrose, 2004). *Our Mathematical Universe: My Quest for the Ultimate Nature of Reality* (Tegmark, 2014).
3. Véanse las afirmaciones radicales de Tegmark (2014), sobre un universo *fundamentalmente matemático*, no simplemente *expresible únicamente por medio de las matemáticas*. De interés la famosa afirmación de Heisenberg (1981, 35): “I think that modern physics has definitely decided in favor of Plato. In fact the smallest units of matter are not physical objects in the ordinary sense; they are forms, ideas which can be expressed unambiguously only in mathematical language.”
4. Reportado y comentado en Dummett (1978, xxxviii).
5. Celebre es la frase de Bohr, mencionada por Heisenberg (1975, 137): “Our washing up is just like our language. We have dirty water and dirty dishcloths, and yet we manage to get the plates and glasses clean. In language, too, we have to work with unclear concepts and a form of logic whose scope is restricted in an unknown way, and yet we use it to bring some clarity into our understanding of nature.”
Una igualmente famosa frase del mismo Heisenberg, sirve como comentario a la reflexión de Bohr: “When this vague and unsystematic use of the language leads into difficulties, the physicist has to withdraw into the mathematical scheme and its unambiguous correlation with the experimental facts” (Heisenberg, 1958, 179).

Bibliografía

- Aspect, A.; Grangier, P. y Roger, G. (1981). Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities. *Phys. Rev. Lett.* 49 (2), 91-97.
- Bacigalupo, G. (2016). Whose Existence? A Deflationist Compromise to the Fregean/Neo-Meinongian Divide. *Argumenta*, 1 (2), 5-24 .

- Benacerraf, P. y Putnam, H. (Comp.). (1983). *Philosophy of mathematics* (2a ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Bigaj, T.; Ladyman, J. y Linnebo, Ø. (2013). Entanglement and non-factorizability. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 3 (44), 215-221.
- Born, M.; Einstein, A. (2004). *Born-Einstein Letters, 1916-1955: Friendship, Politics and Physics in Uncertain Times*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Chomsky, N. (1980). *Rules and Representations*. New York: Columbia University Press.
- Dummett, M. (1973). *Frege: Philosophy of Language*. London: Duckworth Overlook.
- . (1975). *What is a Theory of Meaning?* In S. Guttenplan (ed.) *Mind and Language*. Oxford: Oxford University Press, 97-138.
- . (1978). *Truth and Other Enigmas*. Cambridge: Harvard University Press.
- . (1991). *Frege: Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Harvard University Press.
- Frege, G. (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik: Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslau: W. Koebner.
- . (1893). *Grundgesetze der Arithmetik*, Band I. Jena: Verlag Hermann Pohle. (1903) Band II.
- French, S. (2015) *Identity and Individuality in Quantum Theory*. Stanford Encyclopedia of Philosophy, online, <https://plato.stanford.edu/entries/qt-idind/>
- Gell-Mann, M. (2016). Writing up the quarks. Real, mathematical or fictitious particles (113/200). *Web of Stories - Life Stories of Remarkable People / Murray Gell-Mann (Scientist)*. <https://www.youtube.com/watch?v=V0kZLSai4tc>
- Gödel, K. (1964). *What is Cantor's Continuum Problem?* In: Benacerraf and Putnam (1983), 470-485.
- Hawking, S. (2002). Gödel and the end of the universe. *Stephen Hawking - Official Website*. <http://www.hawking.org.uk/godel-and-the-end-of-physics.html>
- Heisenberg, W. (1958). *Physics and Philosophy*. Northampton: John Dickens & Co.
- . (1970). *Natural Law and the Structure of Matter*. London: Rebel.
- . (1972). *Physics and beyond: encounters and conversations*. New York: Harper & Row.
- Hilbert, D. (1902). Mathematical Problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 8 (10), 437-479.
- Ladyman, J. (1998). What is Structural Realism? *Studies in History and Philosophy of Science*, 29, 409-424.
- . (2007). Scientific Structuralism: On the Identity and Diversity of Objects in a Structure. *Proceedings of the Aristotelian Society* 81, 23-43.
- . y Bigaj, T. (2010). The Principle of Identity of Indiscernibles and Quantum Mechanics, *Philosophy of Science*, 77, 117-136.
- . y Linnebo, Ø, Pettigrew, R. (2011). Identity and discernibility in philosophy and logic, *The Review of Symbolic Logic*, 5 (1), 162-186.
- . (2018). Scientific Realism Again. *Spontaneous Generations: A Journal for the History and Philosophy of Science*. 9 (1), 99-107.
- Linnebo, Ø. (2018). *Thin Objects: An Abstractionist Account*. Oxford: Oxford University Press.
- . (2017). *Philosophy of Mathematics*. Princeton: Princeton University Press.
- Maudlin, T. (1994). *Quantum Non-Locality and Relativity: Metaphysical Intimations of Modern Physics*. Oxford: Basil Blackwell.
- . (2012). *Philosophy of Physics - Space and Time*. Oxford and Princeton: Princeton University Press.
- Muller, F., Saunders, S. (2008). Discerning Fermions, *British Journal for the Philosophy of Science*, 59, 499-548.
- Omnès, R. (2005). *Converging Realities - toward a Common Philosophy of Physics and Mathematics*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- Oppenheim, P. Y Putnam, H. (1958). Unity of science as a working hypothesis. in H. Feigl, G. Maxwell y M. Scriven, *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, 2, 3-36.
- Penrose, R. (2004). *The Road to Reality - A Complete Guide to the Laws of the Universe*. London: Jonathan Cape.
- Putnam, H. (1975). *Mathematics, Matter and Method*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Quine, W.V.O. (1969). *Speaking of Objects, Ontological Relativity and Other Essays*, New York: Columbia University Press.
- Rovelli, C. (2016). *Reality Is Not What it Seems - The Journey to Quantum-Gravity*. UK: Penguin Random House.
- Saunders, S. (2003). Physics and Leibniz's Principles. In Brading, K. and Castellani, E., *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge: Cambridge University Press.
- . (2006). Are Quantum Particles Objects? *Analysis* (66), 52-63.
- Shapiro, S. (1997). *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford: Oxford University Press.
- Smith, B. (1982). *Parts and Moments. Studies in Logic and Formal Ontology*. Munich/Vienna: Philosophia.
- Smolin, L. (2006). *The Trouble with Physics - The Rise of String Theory, the Fall of a Science and What Comes Next*. London: Penguin.
- Susskind, L. (2016). *Copenhagen vs Everett, Teleportation, and ER=EPR* (ArXiv online).

- Tegmark, M. (2014). *Our Mathematical Universe: My Quest for the Ultimate Nature of Reality*. New York: Knopf.
- Wang, H. A (1996). *Logical Journey: From Godel to Philosophy*. Boston: MIT Press.
- Welch, P. D. y Horstein, L. (2016). Reflecting on absolute infinity. *The Journal of Philosophy* 113 (2), 89–111.
- Wigner, E. (1960). The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13 (1). New York: John Wiley & Sons.

Dr. Lorenzo Boccafogli. boccafoglilorenzo@gmail.com

Profesor asociado UCR, Escuela de Filosofía, Facultad de Letras.

Estudios:

- Dr. Phil., Universität Bern, 2012.
- Dr (Disciplinas Histórico-Filosóficas), Freie Universität Berlin, 2005-2011.
- M.Phil., Universidad de Bologna, Italia, 2002.
- Lic. Phil., Universidad de Bologna, Italia, 2002.

Áreas de especialidad:

Germanística, teoría de la traducción, filosofía de la matemática, filosofía del lenguaje.

Publicaciones:

Libros:

- Boccafogli, L.; Pizzingrilli, M.; Turchetti, P. M., Celan-Lexikon. Macerata: Quodlibet (por aparecer).
- Boccafogli, L. (2012) “Wege, auf denen die Sprache stimmhaft wird” Die Übersetzung von einundzwanzig Sonetten Shakespeares durch Paul Celan. Dissertation, Universität Bern, Philosophisch-historische Fakultät, Institut für Germanistik / Komparatistik.

Artículos:

- Boccafogli, L. (2007) Note a Schneepart. Dello scrivere e del Tradurre. Napoli: Università “L’Orientale”, 175-181.
- Boccafogli, L. (2007) I pronomi in traduzione. L’opera e la vita. Atti del convegno di Napoli, 22-23 gennaio 2007, 149-168.
- Boccafogli, L. (2006) Michel Foucault e il dibattito sul postmodernismo. Discipline Filosofiche. Macerata: Quodlibet, 127-142.

Recibido: 21 de abril de 2019

Aprobado: 17 de junio de 2019