

<http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/ingenieria>  
ISSN 2215-2652

# Ingeniería

Revista de la Universidad de Costa Rica

AGOSTO/DICIEMBRE 2013 - VOLUMEN 23 Número (2)



# DETERMINACIÓN DE UNA CORRELACIÓN PARA ESTIMAR EL COEFICIENTE DE PELÍCULA EXTERNO PARA SERPENTINES EN TANQUES AGITADOS

*Bárbara Miranda Morales*

## Resumen

En esta investigación se determinó experimentalmente los parámetros  $\alpha$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$  y  $n$  del modelo:  $Nu = \alpha Re^p Pr^q (\mu/\mu_w)^r (D_a/D_t)^n$  que describe el coeficiente de película externa de transferencia de calor de líquidos newtonianos calentados mediante serpentín (helicoidal y de tubos verticales) en un tanque con agitación. Las variables estudiadas fueron: tipo de fluido, velocidad de agitación, tipo de agitador y diámetro de agitador. Con los datos obtenidos se calculó el coeficiente de película y se ajustó al modelo propuesto. Con el fin de mejorar la correlación del modelo con los datos experimentales, los exponentes del número de Reynolds y de la razón  $\mu/\mu_w$  se establecieron en 2/3 y 0,14, respectivamente. El uso de los modelos obtenidos debe restringirse a fluidos newtonianos y en las siguientes condiciones de trabajo:  $1700 < Re < 6 \times 10^5$  y  $2,0 < Pr < 149$ . Estos modelos describen satisfactoriamente el comportamiento del coeficiente de película externa de los serpentines en tanques con agitación, bajo las condiciones de estudio.

**Palabras clave:** Transferencia de calor, reología, agitación, coeficiente de película.

## Abstract

In this research were experimentally determined the parameters  $\alpha$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $n$  of the model:  $Nu = \alpha Re^p Pr^q (\mu/\mu_w)^r (D_a/D_t)^n$  that describes the external film heat transfer coefficient of newtonian fluids heated by a spiral coil or by a straight tubes coil in an agitated vessel. The variables studied were: type of fluid, speed of agitation, type of agitator and diameter of agitator. The experimental heat transfer coefficient was calculated for each experiment and the data were fitted to the proposed model. In order to improve the correlation of the model with the experimental data, the exponents of Reynolds number and the ratio  $\mu/\mu_w$  were established in 2/3 and 0,14, respectively. The application of the proposed models have to be restricted to newtonian fluids and in the following conditions:  $1700 < Re < 6 \times 10^5$  and  $2,0 < Pr < 149$ . These models describe satisfactorily the behavior of the external film heat transfer coefficient of the coils in agitated vessels, under the conditions studied

**Keywords:** Heat transfer, reology, agitation, film coefficient.

**Recibido:** 2013 • **Aprobado:** 2013

## 1. INTRODUCCIÓN

En la literatura abierta disponible, existe poca información satisfactoria que pueda utilizarse para estimar coeficientes de película de transferencia de calor para líquidos newtonianos en tanques con agitación, calentados o enfriados tanto por un serpentín helicoidal como por uno de tubos verticales. Los datos existentes describen dicho parámetro para el caso particular de impulsores

de hélices y turbinas en general, sin tomar en cuenta los diferentes tipos existentes y sus diferentes diámetros. Con este trabajo se pretende llenar parte de este vacío tecnológico, ampliando los datos existentes para tomar en cuenta la variación de los diámetros de los diferentes tipos de agitadores. Zawadski (2002) evaluó el coeficiente de película de transferencia de calor para varios tipos de agitadores y para un serpentín de diámetro fijo; en dicho estudio se utilizaron



únicamente agitadores de un diámetro específico, lo cual limita la aplicación de las ecuaciones que obtuvo. En la presente investigación, se pretende resolver esta limitación, utilizando diferentes agitadores y variando la relación  $D_a/D_t$ .

El objetivo de este trabajo es determinar experimentalmente el coeficiente  $\alpha$  y los exponentes  $p$ ,  $q$ ,  $r$  y  $n$  del modelo:  $Nu = \alpha Re^p Pr^q (\mu/\mu_w)^r (D_a/D_t)^n$  que describe el coeficiente de película externo de transferencia de calor para líquidos newtonianos, utilizando diferentes tipos de agitadores en un tanque agitado calentado tanto por un serpentín helicoidal como por uno de tubos verticales.

## 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

### 2.1 Fluidos newtonianos

La reología es la ciencia que estudia la deformación y el flujo de la materia. Se refiere a cómo un material responde a una fuerza aplicada sobre él. La clasificación general de los fluidos se divide en fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos, y se basa en los diferentes comportamientos reológicos existentes. Para un fluido newtoniano, el esfuerzo cortante es una función lineal de la velocidad de corte y la constante de proporcionalidad para la relación,  $\mu$ , se conoce como la viscosidad dinámica. Reciben este nombre puesto que pueden ser modelados con la ley de viscosidad de Newton. La viscosidad es la pendiente de la línea y es independiente de la velocidad de corte. Algunos ejemplos de fluidos newtonianos son: agua, aire, glicerina, gasolina, keroseno, benceno. Los fluidos no newtonianos son aquellos en los cuales la viscosidad varía con la temperatura y el esfuerzo cortante que se les aplica; como resultado, un fluido no newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante. La leche, gelatina y sangre, son ejemplos de fluidos no newtonianos (Sharma, 2003).

### 2.2 Agitación y mezclado

Muchas operaciones de procesos dependen para su éxito de la agitación y el mezclado efectivo de fluidos. Aunque confundidos a

menudo, la agitación y el mezclado no son sinónimos. La agitación se refiere al movimiento inducido de un material de una manera específica, usualmente en un patrón circular dentro de algún tipo de contenedor. El mezclado es la distribución al azar dentro y a través de una en otra, de dos o más fases inicialmente separadas (Rivera, 2008). Los líquidos se someten a agitación y mezclado para un número de propósitos, dependiendo de los objetivos del paso de procesamiento. Estos propósitos incluyen suspensión de partículas sólidas, mezclado de líquidos miscibles, dispersión de un gas en un líquido en forma de burbujas pequeñas y promover la transferencia de calor entre un líquido y un serpentín o chaqueta.

Los líquidos se agitan en alguna clase de tanque o recipiente, usualmente de forma cilíndrica y con un eje vertical. La parte superior del recipiente puede estar abierta al aire o cerrada. Las proporciones del tanque varían ampliamente, dependiendo de la naturaleza del problema de agitación. Sobre el eje se monta un impulsor, el eje es movido por el motor, algunas veces conectado directamente al eje pero más a menudo conectado a él, a través de una caja reductora que disminuye la velocidad. También se incluyen a menudo accesorios como líneas de entrada y salida, serpentines, chaquetas y pozos para termómetros u otros aparatos de medición de temperatura (Rivera, 2008).

Los impulsores se dividen en dos clases: los que generan corrientes paralelas al eje del impulsor y los que generan corrientes en dirección radial. Los primeros se llaman impulsores de flujo axial, los segundos impulsores de flujo radial (Oldshue, 1983). Los tres tipos principales de impulsores son hélices, paletas y turbinas. Cada tipo incluye muchas variaciones y subtipos. Una hélice es un impulsor de flujo axial, de alta velocidad para líquidos de viscosidad baja, las más comunes son las hélices marinas estándar de tres aspas; para propósitos especiales se usan hélices con cuatro aspas, dentadas y de otros diseños. Las paletas giran a velocidades lentas o moderadas, empujan el líquido radial y tangencialmente, son comunes las paletas de dos y cuatro hojas, las hojas pueden ser rectas o inclinadas. Las turbinas se asemejan a las paletas, las aspas pueden ser rectas o curvas, inclinadas o verticales, las corrientes principales son radiales y

tangenciales, son efectivas sobre un ámbito muy grande de viscosidades (Edward, 2004).

### 2.3 Transferencia de calor

La transferencia de calor (o calor) es la energía en tránsito debido a una diferencia de temperaturas. El proceso se llama convección si la transferencia de calor ocurre entre una superficie y un fluido en movimiento que se encuentran a distintas temperaturas. La convección libre o natural ocurre cuando el movimiento del fluido no se complementa por agitación mecánica. Pero, cuando el fluido se agita mecánicamente el calor se transfiere por convección forzada. La convección tanto libre como forzada ocurren a diferentes velocidades, la última es la más rápida y por lo tanto, la más común (Incropera & DeWitt, 1999). Sin importar la naturaleza particular del proceso de transferencia de calor por convección, la ecuación o modelo apropiado es de la forma:

$$Q = h(T_s - T_\infty) \quad (1)$$

La Ecuación (1) es la ecuación de enfriamiento de Newton. Donde Q, el flujo de calor por convección (W/m<sup>2</sup>), es proporcional a la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido,  $T_s$  y  $T_\infty$ , respectivamente. La constante de proporcionalidad  $h$  (W/(m<sup>2</sup>K)) se denomina coeficiente de transferencia de calor por convección o coeficiente de película (Incropera & DeWitt, 1999). Este coeficiente es una medida del flujo de calor por unidad de superficie y por unidad de diferencia de temperatura; además, indica la razón o velocidad a la cual fluidos que tienen una variedad de propiedades físicas y bajo diferentes grados de agitación, transfieren calor (Cengel, 2011).

El coeficiente de transferencia de calor es un parámetro que es función de la geometría del sistema, de las propiedades del fluido y de las condiciones de flujo. Con tantas variables, y cada una teniendo su propio grado de influencia en la razón de transferencia de calor, es fácilmente comprensible porque no hay una derivación racional que permita un cálculo directo de los coeficientes de película. Por otra parte, no es práctico efectuar un experimento para determinar

el coeficiente cada vez que se deba añadir o remover calor de un fluido. En lugar de esto, es deseable estudiar algún método de correlación mediante el cual y con la ejecución de algunos experimentos básicos, con un amplio ámbito de variables, obtener relaciones que mantengan su validez para cualesquiera otras combinaciones de variables (Kern, 2004).

Para transferencia de calor en tanques agitados, por medio de análisis dimensional se ha desarrollado una expresión que permite relacionar las variables que afectan el sistema de transferencia de calor y su influencia sobre el coeficiente de transferencia de calor:

$$Nu = \alpha Re^p Pr^q \phi^r S^n \quad (2)$$

Donde:

Nu: Número de Nusselt

Re: Número de Reynolds

Pr: Número de Prandtl

$\phi$ : Factor adimensional que relaciona la viscosidad a la temperatura promedio del fluido con la viscosidad del fluido a la temperatura de la superficie de transferencia de calor (Sieder & Tate, 1936)

S: Factores de forma

$\alpha, p, q, r$  y  $n$ : Coeficientes

Desarrollando cada uno de los números adimensionales, la Ecuación (2) queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{h_o D_H}{k} = \alpha \left( \frac{n D_a^2 \rho}{\mu} \right)^p \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^q \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^r \left( \frac{D_a}{D_T} \right)^n \quad (3)$$

Donde:

$h_o$ : Coeficiente de transferencia de calor del fluido

$D_H$ : Diámetro del serpentín

$k, \rho, \mu, C_p$ : Conductividad térmica, densidad, viscosidad y capacidad calorífica del fluido, respectivamente

$n$ : Velocidad de agitación

$D_a$ : Diámetro del impulsor

$D_T$ : Diámetro del tanque



## 2.4 Superficies disponibles para transferencia de calor en tanques agitados

En operaciones con tanques agitados, el calor puede agregarse o removerse del fluido de proceso por contacto con una superficie de calentamiento o enfriamiento. La configuración de esta superficie influencia la tasa de transferencia de calor. Entre las configuraciones disponibles se encuentran a) la chaqueta del tanque que puede cubrir solo los lados, o ambos lados y el fondo del tanque; b) la configuración de serpentín helicoidal que envuelve uno o más bobinas de tubo montadas coaxialmente al eje del agitador y c) los tubos verticales que sirven para doble propósito, como superficie de transferencia de calor y como deflectores para el tanque (Dickey & Hicks, 1976).

## 3. EQUIPO, MATERIALES Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

El objetivo principal de esta investigación fue encontrar una correlación para estimar el coeficiente de película externo de un serpentín en un tanque agitado, con el fin de utilizar este parámetro en los cálculos referentes a la transferencia de calor de dicho sistema a un fluido agitado y servir para un posible escalamiento. Para realizar una evaluación del modelo que describe el sistema, se necesita identificar los diferentes parámetros que lo afectan directamente, tanto para el diseño mecánico del equipo de agitación, como las variables que afectan claramente todos los fenómenos que se presentan en el medio de experimentación. Además, determinar los ámbitos de operación y las restricciones de operación de las variables a utilizar.

### 3.1 Variables del proceso

Para el estudio del coeficiente de película en tanques agitados, se deben de tomar en cuenta variables contempladas tanto para el diseño mecánico del equipo, las de operación del sistema y las relacionadas con los fluidos a utilizar. Las variables del diseño mecánico, son las que se refieren a los aspectos de dimensionamiento,

construcción y forma de los equipos a utilizar. A continuación se mencionan algunos ejemplos de dichas variables para el sistema de trabajo a utilizar:

- Para el tanque: diámetro, altura, volumen, material de construcción, uso de aislante, uso de deflectores (ancho y número).
- Para el agitador: tipo, diámetro, número de aspas, posición respecto al fondo del tanque, posición respecto al serpentín, posición respecto a la pared del tanque, inclinación.
- Para el serpentín: tipo, diámetro, espesor, material, número de pasos, distancia entre vueltas.

Algunas de las variables que afectan la operación del sistema a utilizar, las cuales afectan directamente las condiciones de medición y limitan el funcionamiento del equipo son: tipo de proceso, tiempo de operación, velocidad de agitación, flujo de alimentación del fluido a calentar y del fluido térmico, temperatura meta del fluido a calentar, régimen de flujo, potencia aplicada al agitador, temperatura y presión ambiente. Entre las variables relacionadas con los fluidos a utilizar, las cuales afectan directamente las condiciones para el cálculo del coeficiente de película están: tipo de fluido a calentar, tipo de fluido térmico, propiedades fisicoquímicas del fluido a calentar y del fluido térmico, temperatura de alimentación del fluido a calentar y del fluido térmico, entre otras.

Tomando en cuenta todas las variables expuestas anteriormente, se presentan a continuación las variables estudiadas en la fase experimental de esta investigación:

- Variables experimentales: tipo de fluido, tipo de agitador, diámetro de agitador y velocidad de agitación.
- Variables fijas: dimensiones mecánicas del tanque y los serpentines, cambio de temperatura (°C) del fluido a calentar, presión y temperatura del fluido térmico.
- Variables de respuesta: volumen de condensado, tiempo de operación y coeficiente de película (variable de respuesta indirecta).
- Parámetros: temperatura y presión ambiente,

### 3.2 Modelo de correlación

Según investigaciones previas (Oldshue, 1983; Dickey & Hicks, 1976) y tomando en consideración las variables experimentales escogidas en la presente investigación, el modelo de correlación a estudiar es el siguiente:  $Nu = \alpha Re^p Pr^q \phi^r S^n$ . Desarrollando cada uno de los números adimensionales, el modelo queda expresado como la Ecuación 3 (mencionada en la sección de Fundamento Teórico).

### 3.3 Equipo y metodología empleados durante la experimentación

Se utilizó un tanque de diseño estándar, de acero al carbono, con un diámetro interno de 0,32 m, de fondo plano y con tapa. Se colocaron cuatro deflectores ubicados a 90° para evitar la formación de vórtices. El tanque se aisló con lana de fibra de vidrio para evitar pérdidas de calor al ambiente. Se empleó un serpentín helicoidal construido con tubo de cobre de 0,0127 m diámetro externo con 6 vueltas, la primera vuelta ubicada a 0,03 m desde el fondo del tanque y la última vuelta ubicada a 0,01 m del nivel del fluido a calentar; y también un serpentín de tubos verticales construido con tubo de cobre de 0,0127 m diámetro externo, compuesto por 18 tubos de 0,26 m de longitud y 15 codos de 0,06 m de longitud, la parte inferior del serpentín se ubicó a 0,03 m desde el fondo del tanque y la parte superior a 0,01 m del nivel del fluido a calentar.

Se utilizó vapor como fluido térmico proveniente de una caldera pirotubular vertical y que pasa a través de una válvula reguladora de presión antes de llegar al serpentín. Para controlar que la temperatura del volumen total de fluido a estudiar se mantuviera uniforme durante cada corrida experimental, se utilizó un termopar de cuatro canales ubicados en cuatro puntos distintos dentro del tanque. El fluido a estudiar fue transportado hacia y desde el tanque a través de una bomba peristáltica.

Como sistema de agitación se colocó un equipo Lightning LabMaster Mixer®, que es totalmente digitalizado y permite registrar las revoluciones por segundo, así como el torque y la potencia mecánica; sobre su eje ubicado

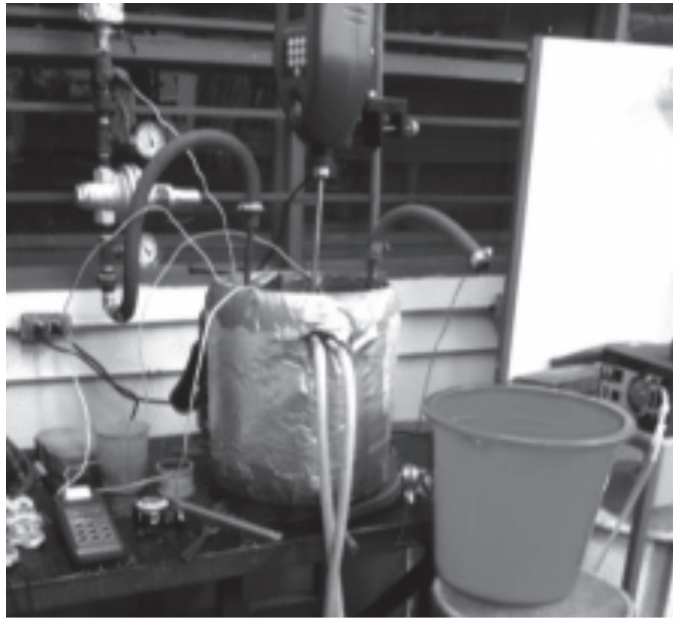
centralmente en el tanque, se colocó el agitador a una altura desde el fondo del tanque, igual al diámetro del agitador. En esta investigación se estudiaron diferentes tipos de agitadores y con distintos diámetros. En la Figura 1 se muestra el montaje del equipo empleado y algunos de los agitadores estudiados.

Se realizó una prueba del funcionamiento del equipo utilizando agua como fluido de trabajo. Una vez comprobado el correcto funcionamiento del equipo, se escogieron los niveles a estudiar para cada una de las variables dentro del sistema y se estableció la metodología de trabajo para determinar el coeficiente de película externo de fluidos newtonianos en tanques agitados con calentamiento. Se plantearon los siguientes niveles a estudiar para cada una de las variables de experimentación:

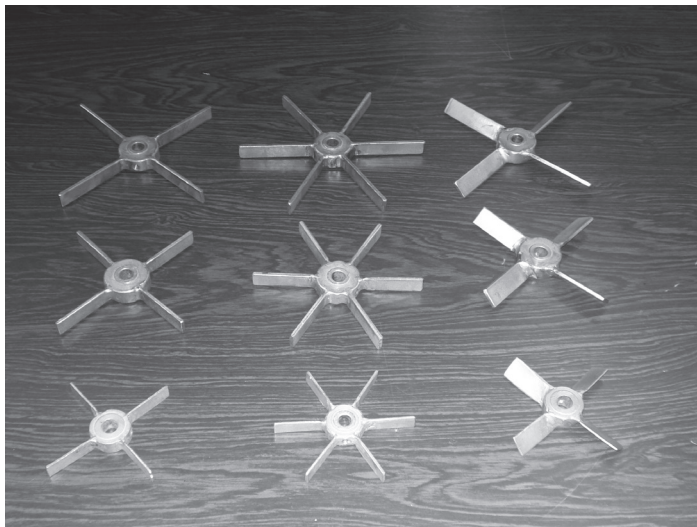
- Fluidos: Agua, Glicerina al 50%, Etilenglicol
- Tipo de agitador: Turbina de 4 aspas rectas, Turbina de 6 aspas rectas, Turbina de 4 aspas inclinadas a 45°, Turbina de 6 aspas inclinadas a 45°, Turbina de disco de 6 aspas, Hélice plana y Hélice floreada
- Diámetro de agitador: 0,09 m, 0,12 m.
- Velocidad de agitación: (200, 400, 600, 800 y 1000) rev/min.

A continuación se da un ejemplo de la metodología de trabajo. Para este ejemplo se escogen los siguientes niveles de las variables en estudio: agua como fluido, con la turbina de 4 aspas inclinadas y 0,09 m de diámetro como agitador y se coloca a una velocidad de agitación de 200 rev/min. Dentro del tanque se encuentra colocado el serpentín helicoidal a través del cual se hace pasar el vapor, se mide el tiempo y cantidad de vapor condensado requerido para provocar un cambio de 5 °C en la temperatura inicial del agua. Este mismo procedimiento se repite para cada uno de fluidos en estudio, cambiando el tipo de agitador y su diámetro, así como la velocidad de agitación empleada, hasta completar un total de 70 corridas experimentales para cada fluido de trabajo. Además, se repite todo el trabajo cambiando el serpentín helicoidal por el serpentín de tubos verticales como superficie de intercambio de calor.





(a)



(b)

**Figura 1.** (a) Ilustración del montaje del equipo empleado en el trabajo experimental y (b) algunos de los agitadores estudiados

Fuente: Elaboración propia, 2013.

Las propiedades fisicoquímicas de los fluidos fueron obtenidos de la literatura en función de su temperatura y pureza (Kern, 2004; Perry, 1973). Se calcularon los valores del número de Reynolds, del número de Prandtl, de la relación diámetro del agitador a diámetro del tanque y de la relación de viscosidades. Una vez obtenidos los datos experimentales, se procede a calcular el coeficiente de película de los fluidos newtonianos para cada una de las corridas, y con ello, el número de Nusselt experimental. Luego se utilizó una hoja de cálculo de la Herramienta de Análisis de Microsoft Office Excel 2007, con la función Solver de este software se procede a realizar el ajuste de los datos para determinar los parámetros del modelo a utilizar dado por la Ecuación (3).

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En investigaciones como la de Zawadzki (2002), se encontró que las variables de velocidad de agitación, propiedades físicas de los fluidos y el tipo de agitador utilizado, tienen un efecto significativo sobre el coeficiente de película. Por lo que en la presente investigación se estudiaron éstas variables como parte de la obtención de un modelo para el cálculo del coeficiente de película externo en serpentines mediante transferencia

de calor por convección forzada en tanques con agitación utilizando fluidos newtonianos.

El número de Nusselt obtenido con cada uno de los primeros modelos ( $Nu_{calc}$ ) determinados presentaron grandes diferencias con respecto a los valores de número de Nusselt experimentales ( $Nu_{exp}$ ), por lo que se procedió a realizar pruebas de normalidad Z, para el descarte de datos atípicos y con altos porcentajes de error ( $(Nu_{exp}-Nu_{calc})/Nu_{exp}$ ). Estos primeros modelos y datos descartados no se muestran. Además, se tomó la decisión de mantener constantes los exponentes del número de Reynolds (p) y de la relación de viscosidades (r) en 2/3 y 0,14, respectivamente. Los anteriores son valores establecidos por autores tales como Dickey & Hicks (1976).

Con estas nuevas condiciones se procedió al ajuste de los datos experimentales al modelo (Ecuación 3) y se obtuvieron nuevos valores para el coeficiente  $\alpha$  y exponentes (q, n) para cada tipo de agitador por separado, según el serpentín empleado. Los nuevos modelos obtenidos con el porcentaje de error promedio (% error) y el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) de cada uno se muestran en los Cuadros 1 y 2. Los valores del coeficiente de correlación son en su mayoría superiores a 0,90; lo que indica que existe una correlación directa entre las variables dependientes con las independientes, además

**Cuadros 1.** Modelos obtenidos empleando el serpentín helicoidal

Tipo de agitador	Modelo	$R^2$	% error
Turbina 4 aspas rectas	$Nu = 0,0448Re^{2/3}Pr^{0,71}\phi^{0,14}S^{0,97}$	0,94	3 %
Turbina 4 aspas inclinadas	$Nu = 0,0204Re^{2/3}Pr^{0,69}\phi^{0,14}S^{-2,10}$	0,90	4 %
Turbina 6 aspas rectas	$Nu = 0,139Re^{2/3}Pr^{0,75}\phi^{0,14}S^{-0,10}$	0,90	9 %
Turbina 6 aspas inclinadas	$Nu = 0,196Re^{2/3}Pr^{0,84}\phi^{0,14}S^{-1,58}$	0,90	10 %
Turbina de disco 6 aspas rectas	$Nu = 0,104Re^{2/3}Pr^{0,67}\phi^{0,14}S^{-0,73}$	0,91	5 %
Hélice plana	$Nu = 0,00336Re^{2/3}Pr^{0,89}\phi^{0,14}S^{-1,04}$	0,90	7 %
Hélice floreada	$Nu = 0,00139Re^{2/3}Pr^{0,76}\phi^{0,14}S^{-2,12}$	0,88	7 %

Fuente: Elaboración propia, 2013.



**Cuadro 2.** Modelos obtenidos empleando el serpentín de tubos verticales

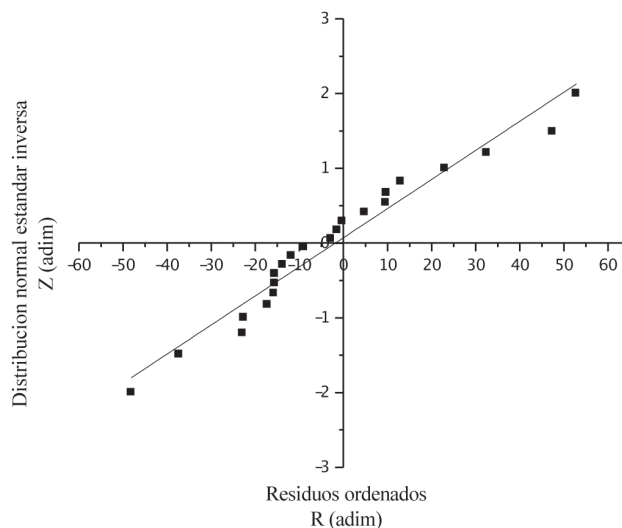
Tipo de agitador	Modelo	R <sup>2</sup>	% error
Turbina 4 aspas rectas	$Nu = 0,00837Re^{2/3}Pr^{0,77}\phi^{0,14}S^{-0,72}$	0,86	6 %
Turbina 4 aspas inclinadas	$Nu = 0,00499Re^{2/3}Pr^{0,76}\phi^{0,14}S^{-1,12}$	0,88	2 %
Turbina 6 aspas rectas	$Nu = 0,00192Re^{2/3}Pr^{0,56}\phi^{0,14}S^{-2,64}$	0,91	2 %
Turbina 6 aspas inclinadas	$Nu = 0,00399Re^{2/3}Pr^{0,64}\phi^{0,14}S^{-1,63}$	0,90	3 %
Turbina de disco 6 aspas rectas	$Nu = 0,00363Re^{2/3}Pr^{0,70}\phi^{0,14}S^{-1,69}$	0,88	8 %
Hélice plana	$Nu = 0,00128Re^{2/3}Pr^{0,69}\phi^{0,14}S^{-0,45}$	0,93	1 %
Hélice floreada	$Nu = 0,00202Re^{2/3}Pr^{0,82}\phi^{0,14}S^{0,30}$	0,94	1 %

Fuente: Elaboración propia, 2013.

que la correspondencia del modelo con los datos experimentales es alta.

En adelante los análisis que se muestran corresponden a los modelos obtenidos con el serpentín helicoidal.

Se realizó un análisis de normalidad para los modelos y en la Figura 2 se muestra la gráfica de normalidad para la turbina de cuatro aspas rectas, se observa que los residuos (R) entre el  $Nu_{exp}$  y el  $Nu_{calc}$  se distribuyen con una



**Figura 2.** Gráfico de la distribución normal estándar inversa contra los residuos ordenados, para el modelo obtenido para la turbina de cuatro aspas rectas

Fuente: Elaboración propia, 2013

tendencia lineal, puede decirse que los datos se comportan normalmente, al ser graficados contra la distribución normal estándar inversa ( $Z$ ).

Un análisis de los residuos entre los valores obtenidos experimentalmente y los calculados con los modelos conlleva a analizar si el error experimental tiene alguna tendencia que ponga en duda la validez de los modelos obtenidos. El resultado de este análisis para la turbina de cuatro aspas rectas se muestra en la Figura 3, donde se observa que los residuos se encuentran distribuidos aleatoriamente dentro de la banda horizontal sin una tendencia específica, lo cual indica que el modelo cumple con el supuesto de varianza constante.

En la Figura 4 se visualiza el comportamiento del modelo propuesto para la turbina de cuatro aspas rectas respecto a los

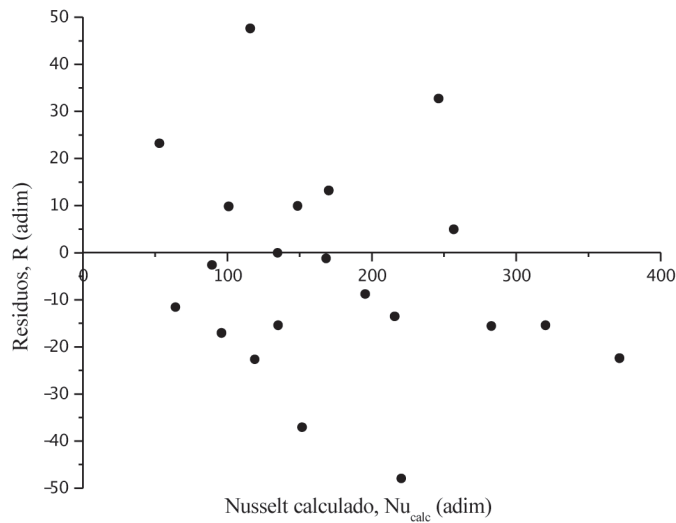
valores experimentales, se observa un buen ajuste entre los valores del  $Nu_{exp}$  y el  $Nu_{calc}$ , presentan un coeficiente de correlación de 0,94. Como prueba del ajuste del modelo con los datos experimentales se realiza una prueba F, en un análisis de varianza de un factor que sería el número de Nusselt, en dos niveles, el experimental y el obtenido con el modelo. Las hipótesis a probar son:

*Hipótesis nula:*

$$H_0 : \mu_{exp} = \mu_{calc} = \mu \quad (4)$$

*Hipótesis alternativa:*

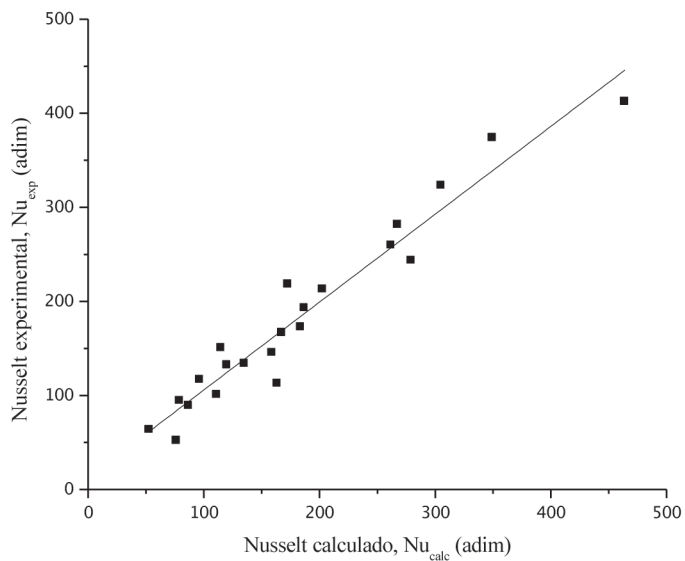
$$H_A : \mu_{exp} \neq \mu_{calc} \quad (5)$$



**Figura 3.** Gráfico de residuos contra el Nusselt calculado con el modelo de la turbina de cuatro aspas rectas

Fuente: Elaboración propia, 2013





**Figura 4.** Comparación gráfica entre el número de Nusselt experimental y el número de Nusselt calculado con el modelo para la turbina de cuatro aspas rectas

Fuente: Elaboración propia, 2013

**Cuadro 3.** Análisis de varianza para la turbina de cuatro aspas rectas.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados libertad	Promedio cuadrados	F	Prob	Valor crítico para F
Entre grupos	38,01	1	38,01	0,00384	0,95	4,07
Dentro grupos	415 994,25	42	9904,62			
Total	416 032,26	43				

Fuente: Elaboración propia, 2013.

El análisis de varianza para la turbina de cuatro aspas rectas se llevó a cabo a través de una hoja de cálculo de la Herramienta de Análisis de Microsoft Office Excel 2007, los resultados se muestran en el Cuadro 3. El valor del estadístico de Fisher calculado  $F_o = 0,00384$  es mucho menor al estadístico de Fisher crítico  $F_{0,05;1;43} = 4,07$ , se puede decir con un 95% de confianza que no existe diferencia significativa entre el número de Nusselt experimental y el calculado a través del modelo para una turbina de cuatro aspas rectas.

Se observa que todas las pruebas realizadas anteriormente dan positivas por lo cual se establece que el modelo propuesto para la turbina de cuatro aspas rectas se ajusta a los valores encontrados experimentalmente, y que igualmente todos los modelos propuestos (Cuadro 1 y Cuadro 2) son apropiados para utilizarlos en el cálculo del coeficiente de película, siempre y cuando se cumplan las condiciones de trabajo similares tales como trabajar con fluidos newtonianos y en los siguientes ámbitos de trabajo:  $1700 < Re < 6 \times 10^5$ ;  $2,0 < Pr < 149$  y  $0,28 < D_a/D_t < 0,38$ .

Como se mencionó anteriormente, en los modelos obtenidos el exponente del Número de Reynolds se fijó en  $2/3$ , el cual es un valor encontrado en otras investigaciones (Dickey & Hicks, 1976; Chilton, Drew, & Jebens, 1944). En la Figura 5 se presentan los valores de Nusselt experimental y el predicho por el modelo, contra el número de Reynolds, para la glicerina al 50 % y el etilenglicol como fluidos de trabajo. Se observa como los valores predichos por el modelo para la turbina de 4 aspas rectas siguen una trayectoria muy similar a la de los valores experimentales, mostrando diferencias mayores para el caso de la glicerina al 50 %.

Además, en la Figura 5 se observa como el número de Nusselt es directamente proporcional al número de Reynolds, pues al aumentar  $Re$  también aumenta  $Nu$ . A la vez el número de Reynolds es proporcional a la velocidad de agitación, se muestra que al aumentar la velocidad de agitación, aumenta el valor del Reynolds y a la vez el valor del coeficiente de película ya que se da la transferencia de calor por convección forzada.

McCabe (2007) sugiere que los valores del exponente de la relación de viscosidades pueden variar de 0,14 para aceites viscosos, hasta valores de 0,24

para líquidos ligeros; en esta investigación se hizo una prueba con ambos valores y resultó ser una variable poco sensible, ya que los valores de las constantes no variaron significativamente y el coeficiente de correlación en vez de mejorar, disminuyó de 0,78 a 0,74. Dado lo anterior, y tomando en consideración investigaciones previas (Dickey & Hicks, 1976) se utilizó 0,14 como el valor del exponente.

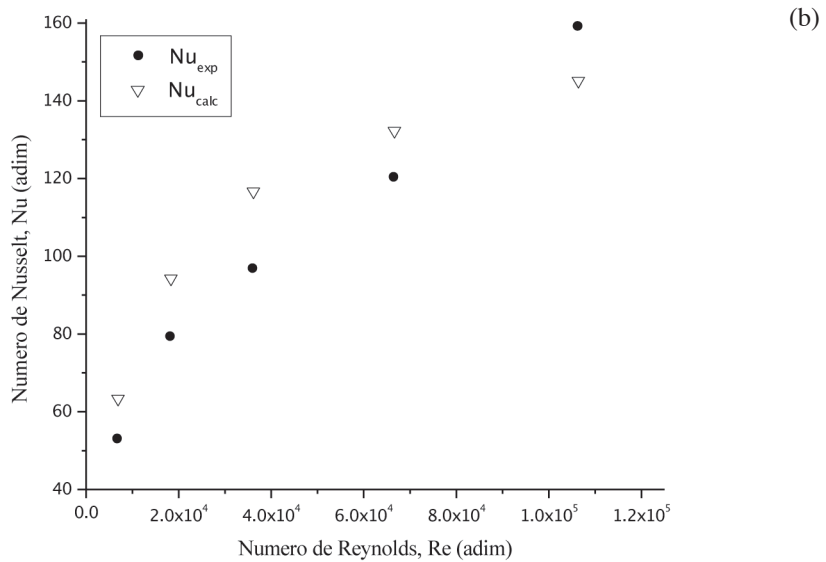
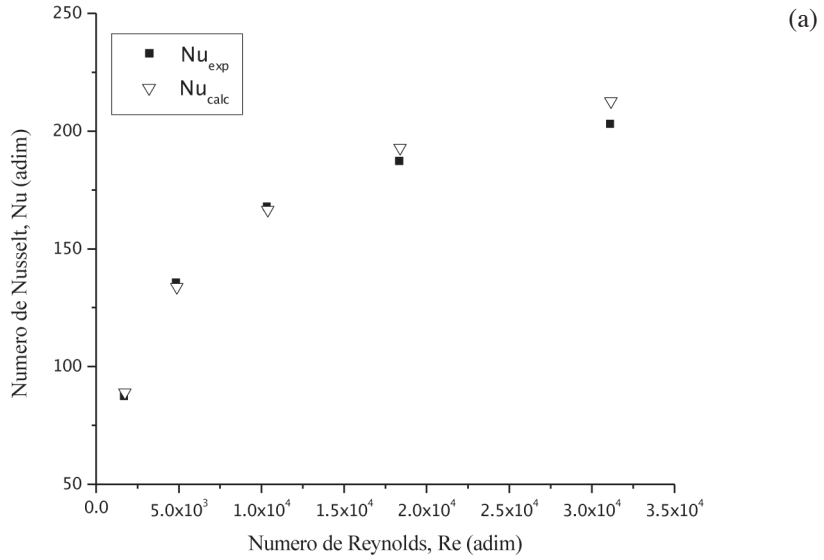
Una observación importante sobre los modelos obtenidos es que el exponente del número de Prandtl no resultó ser  $1/3$  como se ha establecido en otras investigaciones como la de Chilton (1944), sino que se obtuvieron valores que se encuentran en el ámbito:  $0,56 < q < 0,89$ . Estos valores oscilan alrededor de  $2/3$  que es otro valor constante utilizado para dicho exponente.

En esta investigación se introdujo el análisis de la relación de diámetro del agitador a diámetro del tanque como parte del modelo para el cálculo del coeficiente de película, y se encontró que es un parámetro muy sensible, su exponente  $n$  varió entre valores positivos y negativos en el ámbito de  $-2$  a  $1$ , aproximadamente. Este parámetro se ha analizado en otras investigaciones como la de Dickey (1976) que obtuvo un valor para  $n = 0,13$  y Rushton, Lichtmann y Mahony (1948) con  $n = 0,33$ .

Ulate (2005) analizó dicha relación de diámetros obteniendo valores de  $n = -1,01$  y  $n = -0,92$  al estudiarla como parte de modelos para determinar el número de potencia en tanques agitados. Lo anterior lleva a considerar que el efecto de la relación  $D_a/D_T$  es significativo en el cálculo del coeficiente de película y entre más negativo se haga el exponente  $n$ , más grande será el valor de  $(D_a/D_T)^n$  y el valor del coeficiente de película será mayor también.

En la Figura 6 se observa el efecto del diámetro del agitador sobre el número de Nusselt. Al aumentar el diámetro del agitador de 0,09 m a 0,12 m se da un aumento del Nusselt, lo cual sugiere que al utilizar un agitador de mayor diámetro se produce mayor turbulencia en el sistema y mejora la transferencia de calor.

Con el fin de comparar la magnitud de los valores de coeficiente de película obtenidos con cada uno de los modelos, se tomó el grupo de datos correspondientes a la corrida realizada calentando agua de  $30^\circ\text{C}$  a  $35^\circ\text{C}$ , y se evaluó el Número de Nusselt para cada modelo; los resultados se muestran en el Cuadro 4.



**Figura 5.** Gráfico de número de Nusselt experimental y el obtenido con el modelo, contra número de Reynolds para la turbina de cuatro aspas rectas de 0,09 m (a) etilenglicol (b) glicerina al 50 %

Fuente: Elaboración propia, 2013



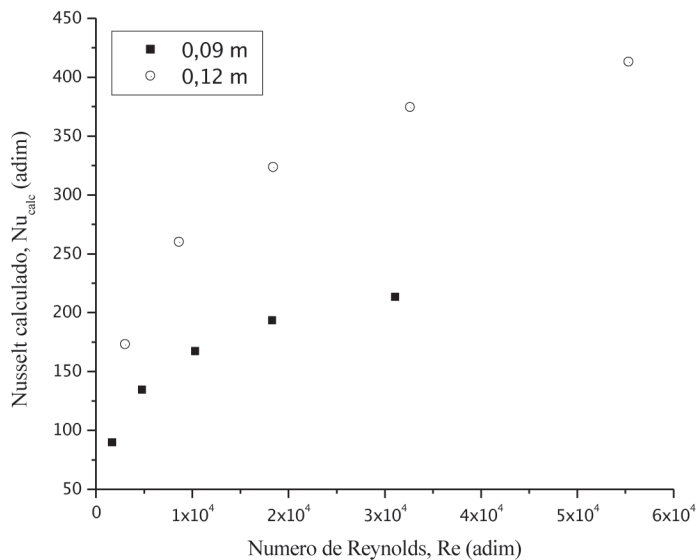
Entre los datos obtenidos utilizando como área de transferencia de calor el serpentín helicoidal, se observa que los agitadores de aspas inclinadas tales como la turbina de cuatro y seis aspas inclinadas proporcionan números de Nusselt mayores que los obtenidos con las turbinas de cuatro y seis aspas rectas, lo cual coincide con lo reportado por Zawazdki (2002), que indicó que es mayor la influencia de la inclinación de las aspas sobre el coeficiente de película, que el efecto del número de aspas. Esta tendencia también se observa con el agitador de hélice floreada que tiene una cierta inclinación a lo largo de sus aspas. McCabe (2007) indica que los coeficientes del serpentín para una turbina de palas inclinadas son aproximadamente 0,85 veces mayores que los valores para una turbina estándar, avalando los resultados obtenidos.

En la Figura 7 se grafica el número de Nusselt predicho por el modelo para la turbina de cuatro aspas rectas y por el modelo para la turbina de cuatro aspas inclinadas (ambas de 0,09 m), contra el número de Reynolds para el etilenglicol como

fluido de trabajo. Se observa como los números de Nusselt obtenidos para la turbina de aspas inclinadas son mayores que los obtenidos con la turbina de aspas rectas.

En la Figura 8 se grafica el número de Nusselt predicho por el modelo para la turbina de cuatro aspas rectas y por el modelo para la turbina de seis aspas rectas (ambas de 0,09 m) contra el número de Reynolds para el etilenglicol como fluido de trabajo. Se observa como los números de Nusselt obtenidos para la turbina de seis aspas son mayores que los obtenidos con la turbina de cuatro aspas.

Los valores de número de Nusselt obtenidos al utilizar el serpentín de tubos verticales no cumplen con las tendencias mencionadas en los párrafos anteriores, lo cual se puede atribuir a los diferentes patrones de flujo generados por este tipo de serpentín, sin embargo son semejantes a los obtenidos con el serpentín helicoidal, por lo que se considera un sistema igualmente adecuado como superficie de calentamiento en tanques agitados.



**Figura 6.** Gráfico de número de Nusselt predicho por el modelo contra número de Reynolds para la turbina de cuatro aspas rectas y dos diámetros distintos (0,09 m y 0,12 m)

Fuente: Elaboración propia, 2013

**Cuadro 4.** Cálculo del Número de Nusselt a través de los modelos obtenidos.

Tipo de Serpentín	Tipo de agitador	Número de Nusselt Nu (adim)
Helicoidal	Turbina de 4 aspas rectas	51,42
	Turbina de 4 aspas inclinadas	111,32
	Turbina de 6 aspas rectas	66,19
	Turbina de 6 aspas inclinadas	70,83
	Turbina de disco de 6 aspas rectas	96,61
	Hélice plana	66,29
	Hélice floreada	87,24
Tubos verticales	Turbina de 4 aspas rectas	90,42
	Turbina de 4 aspas inclinadas	88,09
	Turbina de 6 aspas rectas	168,03
	Turbina de 6 aspas inclinadas	110,53
	Turbina de disco de 6 aspas rectas	119,70
	Hélice plana	86,13
	Hélice floreada	64,94

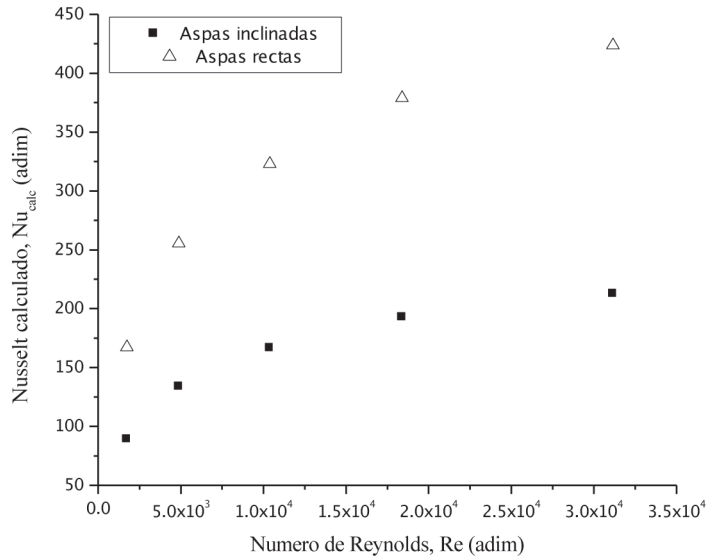
Fuente: Elaboración propia, 2013.

Rushton *et al* (1948) hace una comparación sobre superficies de transferencia de calor e indica que los serpentines de tubos verticales además de funcionar como una excelente superficie de transferencia de calor, actúan también como deflectores para ayudar a producir buenos patrones de flujo para mezclado. Además, indica que debido a su función como deflectores puede emplearse tanto con hélices de flujo axial como con turbinas de flujo radial, pues el fluido al chocar contra los tubos del serpentín dará origen a los otros patrones de flujo requeridos, eso sí, sin la presencia del vórtice tan perjudicial para lograr un buen mezclado. Esto se observa en los datos del Cuadro 4, en los que de forma general, los números de Nusselt obtenidos con el serpentín de

tubos verticales son mayores a los obtenidos con el serpentín helicoidal.

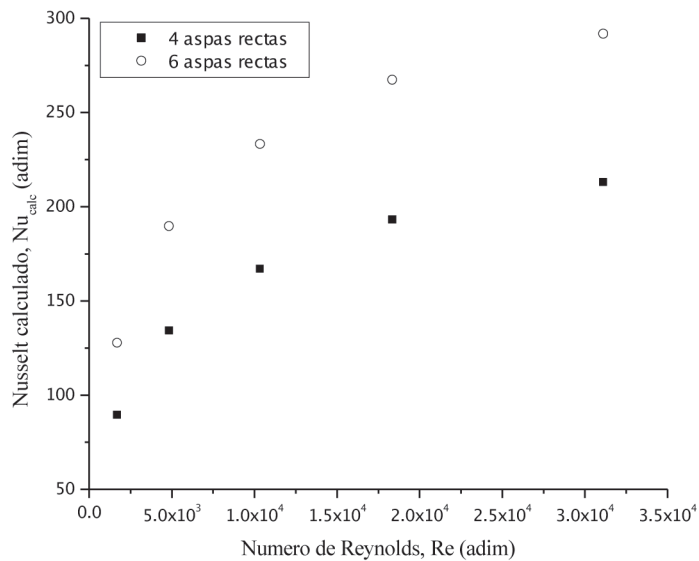
## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- A mayor velocidad de agitación y tamaño de agitador, mayor es el coeficiente de película obtenido.
- A través de un análisis de varianza y con un 95% de confianza se encuentra que no existe diferencia significativa entre el número de Nusselt experimental y el obtenido a través del modelo para cada uno de los siete tipos de agitadores estudiados.



**Figura 7.** Gráfico de número de Nusselt predicho por el modelo contra número de Reynolds para la turbina de cuatro aspas rectas y la turbina de cuatro aspas inclinadas

Fuente: Elaboración propia, 2013.



**Figura 8.** Gráfico de número de Nusselt predicho por el modelo contra número de Reynolds para la turbina de cuatro aspas rectas y la turbina de seis aspas rectas

Fuente: Elaboración propia, 2013.



- Los modelos propuestos describen satisfactoriamente el comportamiento del coeficiente de película externo de los serpentines en tanques con agitación, bajo las condiciones de estudio.
- El uso de los modelos propuestos debe restringirse a fluidos newtonianos y en los siguientes ámbitos de trabajo:  $1700 < Re < 6 \times 10^5$ ,  $2,0 < Pr < 149$  y  $0,28 < D_a/D_t < 0,38$ .
- Se encontró que el serpentín de tubos verticales estudiado responde de manera adecuada a la aplicación como área de transferencia de calor en tanques con agitación.
- Las turbinas de aspas inclinadas producen mayores coeficientes de transferencia de calor para el serpentín helicoidal, no así para el serpentín de tubos verticales.
- Las turbinas con mayor número de aspas producen mayores coeficientes de transferencia de calor.
- Se recomienda comparar los modelos propuestos en esta investigación con otros modelos existentes que hayan sido obtenidos bajo condiciones similares de operación.
- Se recomienda continuar investigando sobre transferencia de calor con el serpentín de tubos verticales, el cual ha sido menos estudiado que los serpentines helicoidales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2011). *Transferencia de calor y masa: fundamentos y aplicaciones*. México: McGraw Hill.
- Chilton, T. H., Drew, T. B., & Jebens, R. H. (1944). Heat transfer coefficients in agitated vessels. *Industrial and Engineering Chemistry*, 36 (6), 510-517.
- Dickey, D. S., & Hicks, R. W. (1976). Fundamentals of agitation. *Chemical Engineering*, 93-100.
- Edward L, P. (2004). *Handbook of Industrial Mixing: Science and Practice*. Wiley Interscience.
- Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (1999). *Fundamentos de transferencia de calor*. México: Prentice Hall.
- Kern, D. Q. (2004). *Procesos de transferencia de calor*. México: CECSA.
- McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2007). *Operaciones unitarias en ingeniería química* (Séptima ed.). McGraw-Hill.
- Oldshue, J. Y. (1983). Mixing fundamentals and equipment. *Chemical Engineering*, 83-108.
- Perry, R (1973). *Chemical Engineer`s Handbook* (Quinta ed.). McGraw-Hill.
- Rivera, E. (2008). *Agitación y mezclado*. Costa Rica.
- Rushton, J. H., Lichtmann, R. S., & Mahony, L. H. (1948). Heat transfer to vertical tubes in mixing vessel. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1082-1087.
- Sharma, S. (2003). *Ingeniería de alimentos*. México: Limusa Wiley .
- Sieder, E., & Tate, G. (1936). Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes. *Industrial and Engineering Chemistry*, 28 (12), 1429-1435.
- Ulate, B.A. (2005). *Determinación de un modelo para el consumo de energía para la suspensión total de sólidos en fluidos newtonianos*. Proyecto de graduación de Magister en Ingeniería Química con Énfasis en Procesos Industriales, Facultad de Ingeniería, Universidad de Costa Rica.
- Zawadski, E. (2002). *Determinación del coeficiente de película externo en el serpentín de un tanque agitado*. Proyecto de graduación de Licenciatura en Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad de Costa Rica.

## SOBRE LA AUTORA

### Bárbara Miranda Morales

Docente de la Escuela Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica.

Máster en Ingeniería Química con énfasis en Procesos Industriales. Actualmente es estudiante de Doctorado en la Universidad Rovira i Virgili  
Correo electrónico: bmiranda34@gmail.com