

Método simplificado para el cálculo del factor de carga en conexiones apernadas

A simplified method for the calculation of the load factor in bolted joints

Denis Alejandro Abarca Quesada

abarcaquesada@gmail.com

Recibido 16 julio 2015

Aceptado 13 enero 2016

Abstract

A simplified procedure in order to calculate the load factor in bolted connections, dependent of the bolt diameter and joint length is shown. Based upon approximations made to the geometrical parameters linked to the connection, a linear equation can be obtained. This equation allows the calculation of the load factor when the bolt and the material are both made of a steel alloy. By comparing the results against traditional methodologies, the maximum error obtained could be as high as 15%. Nevertheless, this equation could be used as a rule of thumb or even as a definitive calculation for designing bolted joints.

Keywords

Load factor, design of bolted joints, aspect ratio, bolt stiffness, member stiffness

Resumen

El presente artículo presenta un método simplificado para el cálculo del factor de carga en conexiones apernadas, en función del diámetro del perno y del largo de la junta. Mediante aproximaciones entre los parámetros geométricos vinculados a la conexión, se obtiene una ecuación lineal que habilita el cálculo del factor de carga, cuando el material del perno y de los materiales a unir está hecho de acero. Al comparar los resultados obtenidos con los métodos habituales, se presentan porcentajes máximos de error de 15%, por lo que la expresión deducida puede emplearse como regla de dedo y como cálculo definitivo de conexiones apernadas.

Palabras clave

Factor de carga, diseño de conexiones apernadas, razón de aspecto, rigidez del perno, rigidez de la junta.



1. INTRODUCCIÓN

El factor de carga es un parámetro fundamental en el diseño de conexiones apernadas, el cual determina la fracción de la carga externa que es soportada por el perno (1). Los materiales del que están hechos la junta y el perno, así como la geometría de los componentes, definen el factor de carga de la conexión. Generalmente, determinar este coeficiente involucra consultar parámetros de tablas y realizar numerosos cálculos, convirtiendo el diseño de conexiones apernadas en una tarea tediosa. Debido a lo anterior, algunos autores han propuesto métodos alternos para el cálculo de parámetros relacionados al factor de carga.

De esta forma, Bickford (1) describe un método simplificado para estimar la relación de rigideces de la junta y del perno a partir del uso de diagramas. El procedimiento está basado en los métodos de Motosh (2) y de la Asociación Alemana de Ingeniería (Verein Deutscher Ingenieure), de acuerdo con los lineamientos de la VDI 2230 (3). Asimismo, Cornwell (4) obtuvo una ecuación, Φ a partir de resultados de análisis de elemento finito, que estima la constante de junta para distintos valores de diámetros y longitudes del perno. El cálculo del coeficiente requiere la asistencia de parámetros tabulados.

Alkatan et al. (5), por su parte, desarrollaron un modelo simplificado que permite determinar la rigidez equivalente del perno, en función del diámetro nominal del perno y el largo de la junta. Otros autores (6-9) han desarrollado métodos alternos para el cálculo de la constante de rigidez de la junta que buscan ser más simples y precisos.

Con el fin de facilitar el diseño de conexiones apernadas, a continuación se presentará un método para determinar el factor de carga aplicable, en los casos de diseño de maquinaria más comunes.

2. CÁLCULO DEL FACTOR DE CARGA

Al aplicar una carga externa a una conexión apernada, la distribución de la fuerza a través de la junta está determinada por la interacción entre las elasticidades del perno y del material a unir. De esta manera, es posible representar la carga soportada por el perno como una fracción de la fuerza externa mediante el factor de carga. En la práctica, aspectos como la excentricidad, la magnitud de la fuerza externa, la fricción y la rugosidad superficial de los componentes a unir influyen en el valor real del factor de carga (10,11). A pesar de ello, el modelo ampliamente usado y que ha brindado resultados satisfactorios viene representado por la Ecuación 1:

$$\Phi = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad [1]$$

Donde Φ es el factor de carga, k_b es la constante de rigidez del perno y k_m es la constante de rigidez de la junta. De acuerdo con esta ecuación, el cálculo del factor de carga consiste en determinar las constantes de rigidez del perno y de la junta.

Con frecuencia, se expresa la relación entre el diámetro del perno y el largo de la conexión como un parámetro adimensional como se presenta en la Ecuación 2:

$$\lambda = \frac{d}{l} \quad [2]$$

Donde λ es la razón de aspecto, d es el diámetro nominal del perno y l es el largo de la junta. La conveniencia de este parámetro auxiliar facilita el procedimiento de cálculo del factor de carga en conexiones apernadas.

2.1 Cálculo de la constante de rigidez del material

El método tradicional para determinar la rigidez del material, descrito por Shigley *et al.* (12), asume una distribución del esfuerzo no uniforme con forma de barril cónico a través de la junta. La constante de rigidez del material se expresa mediante la Ecuación 3:

$$k_m = \frac{\pi E_m d \tan \alpha}{2 \ln \left(\frac{(l \tan \alpha + d_w - d)(d_w + d)}{(l \tan \alpha + d_w + d)(d_w + d)} \right)} \quad [3]$$

Donde l es el largo de junta, d_w es el diámetro de arandela, d es el diámetro del perno, α es el ángulo de cono y E_m es el módulo de elasticidad del material.

El ángulo de la distribución cónica del esfuerzo depende de la razón de aspecto de la conexión. Ito *et al.* (13) afirma que el ángulo toma valores en el rango de 25° y 33° para la mayoría de los casos. Sin embargo, desarrollar un modelo que determine el ángulo de cono en función de la relación de junta, resulta complicado y poco útil. Es debido a esto que Shigley *et al.* (12) proponen mantener un ángulo de cono constante de 30° y tomar $d_w = 1,5d$. Tales suposiciones simplifican la Ecuación 3 obteniendo:

$$k_m = \frac{0,577 \pi E_m d}{2 \ln \left(5 \frac{0,577l + 0,5d}{0,577l + 2,5d} \right)} \quad [4]$$

La deducción de la Ecuación 4 asume, en primer lugar, que los espesores de las láminas a unir son iguales y, en segundo, que no existen empaques entre ellos. Además, supone una separación de varias veces el diámetro del perno entre conexiones o con cualquier borde, esto para evitar superposiciones de esfuerzos que invaliden los resultados de la Ecuación 4 (8).

2.2 Cálculo de la constante de rigidez del perno

El enfoque comúnmente empleado consiste en modelar el perno como un sistema de resortes acoplados en serie, como se observa en la Figura 1.

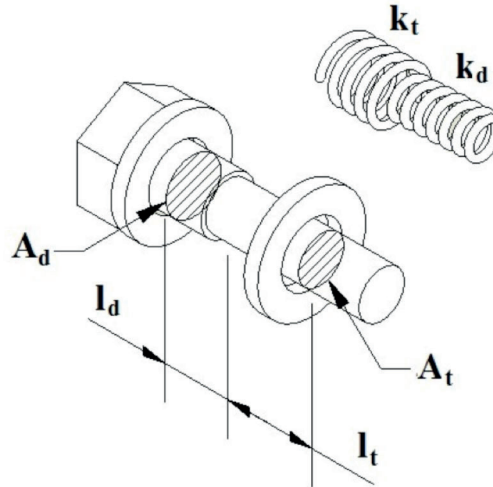


Figura 1. Modelo de resortes acoplados en serie de un perno sometido a carga axial.

Debido a la variación del área de sección transversal a lo largo del perno, se emplea una constante de rigidez equivalente, de acuerdo con la Ecuación 5:

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_d} \quad [5]$$

Donde k_b es la constante de rigidez del perno, k_d es la constante de rigidez de la sección lisa del perno y k_t es la constante de rigidez de la sección roscada del perno.

Cabe destacar que la rigidez correspondiente a la parte lisa del perno viene expresada mediante la Ecuación 6:

$$k_d = \frac{A_d E_p}{l_d} \quad [6]$$

Donde A_d es el área de esfuerzo mayor, l_d es el largo liso del perno y E_p es el módulo de elasticidad del perno.

De forma análoga, la constante de rigidez de la parte roscada se expresa de acuerdo con la Ecuación 7.

$$k_t = \frac{A_t E_p}{l_t} \quad [7]$$

Donde A_t es el área de esfuerzo de tensión y l_t es el largo roscado del perno. Al sustituir las Ecuaciones 6 y 7 en 5 se obtiene:

$$k_b = \frac{A_t A_d E_p}{A_t l_d + A_d l_t} \quad [8]$$

De la misma forma, al sustituir las Ecuaciones 8 y 4 en 1, se llega a la conocida expresión:

$$\Phi = \frac{\frac{A_t A_d E_p}{A_t l_d + A_d l_t}}{\frac{A_t A_d E_p}{A_t l_d + A_d l_t} + \frac{0,577 \pi E_m d}{2 \ln \left(5 \frac{0,577 l + 0,5 d}{0,577 l + 2,5 d} \right)}} \quad [9]$$

Como se logra observar, la gran cantidad de variables involucradas en la Ecuación 9 sugiere la necesidad de hallar una expresión alterna que agilice el cálculo del factor de carga.

3. APROXIMACIÓN DE LA CONSTANTE DE JUNTA

Basándose en lo mostrado anteriormente, es necesario definir el factor de carga de tal forma que involucre el menor número de variables.

3.1 Simplificación de la constante de rigidez del perno

Con el fin de simplificar la Ecuación 9, la norma ANSI/ASME, Standard B1.13-1983 (R 1989) (14), establece los valores del área de esfuerzo de tensión, en función del diámetro nominal del perno. De esta manera, puede relacionarse el área de esfuerzo de tensión y el área de esfuerzo mayor. En la Fig. 2 se muestra la magnitud del área de esfuerzo de tensión, en función del diámetro del perno.

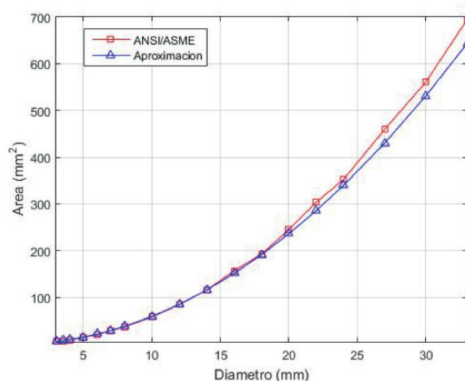


Figura 2. Relación de diámetro y el área de tensión del perno.

Los datos mostrados en la Fig. 2 corresponden al caso de utilizar rosca gruesa y se emplearán en la estimación del factor de carga.

De esta forma, al aproximar el área de esfuerzo de tensión con el diámetro nominal a un término cuadrado, se obtiene:

$$A_t \approx 0,59d^2 \quad A_t \approx \frac{3}{4}A_d \quad [10]$$

El error asociado a la aproximación realizada se encuentra por debajo del 8%, como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1. Aproximación del área de esfuerzo de tensión.

| Diámetro nominal de perno (mm ²) | Área de esfuerzo de tensión (mm ²) | Área aproximada (mm ²) | Error (%) |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|-----------|
| 3,0 | 5,03 | 5,31 | 5,57 |
| 3,5 | 6,78 | 7,23 | 6,60 |
| 4,0 | 8,78 | 9,44 | 7,52 |
| 5,0 | 14,2 | 14,8 | 4,02 |
| 6,0 | 20,1 | 21,2 | 5,57 |
| 7,0 | 28,9 | 28,9 | 0,17 |
| 8,0 | 36,6 | 37,8 | 3,14 |
| 10 | 58,0 | 59,0 | 1,74 |
| 12 | 84,3 | 85,0 | 0,82 |
| 14 | 115 | 116 | 0,17 |
| 16 | 157 | 151 | 3,59 |
| 18 | 193 | 191 | 0,68 |
| 20 | 245 | 236 | 3,59 |
| 22 | 303 | 286 | 5,88 |
| 24 | 353 | 340 | 3,59 |
| 27 | 460 | 430 | 6,38 |
| 30 | 561 | 531 | 5,28 |
| 33 | 694 | 643 | 7,36 |

El largo de la sección roscada del perno varía según cada caso en particular, ya que está vinculado tanto al largo total del perno como a su diámetro nominal.

De acuerdo con los casos mostrados en la Tabla 2, las fracciones del largo roscado del perno caen en el ámbito de 0,17l a 0,74l. La Fig. 3 muestra la terminología empleada para describir los parámetros usados.

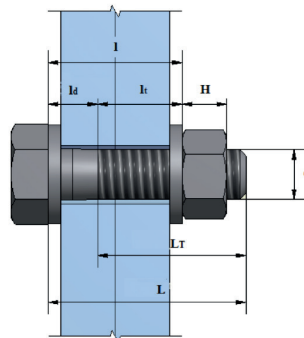


Figura 3. Dimensiones relevantes de la conexión.

Para obtener un largo de sección roscado constante, que minimice el error del coeficiente de rigidez del perno en el ámbito de $l_t=0,10l$ a $l_t=0,80l$, se define la siguiente variable adimensional:

$$l^* = \frac{l_t}{l} \quad [11]$$

Donde l^* es la fracción del largo roscado que se considerará constante en el cálculo del coeficiente de rigidez del perno. De esta forma, el error inducido al emplear un largo roscado constante, viene definido de acuerdo con la Ecuación 12.

$$\xi = (k_{b,l_t=0,8l} - k_b^*)^2 + (k_{b,l_t=0,1l} - k_b^*)^2 \quad [12]$$

Donde ξ es el error al emplear un largo roscado constante y k_b^* es la constante de rigidez del perno empleando el largo roscado fijo. Minimizando el error, se obtiene las fracciones de las secciones lisa y roscada que se utilizarán en el cálculo del factor de carga de la conexión.

$$\frac{d\xi}{dl^*} = 0 \quad [13]$$

De lo anterior se obtiene:

$$l_t = 0,395l \quad [14]$$

$$l_d = 0,605l \quad [15]$$

Como se verá a continuación, la Fig. 4 muestra que el error asociado con el largo de sección roscada fijo a lo largo de todo el ámbito de largos de roscas, está por debajo del 11%.

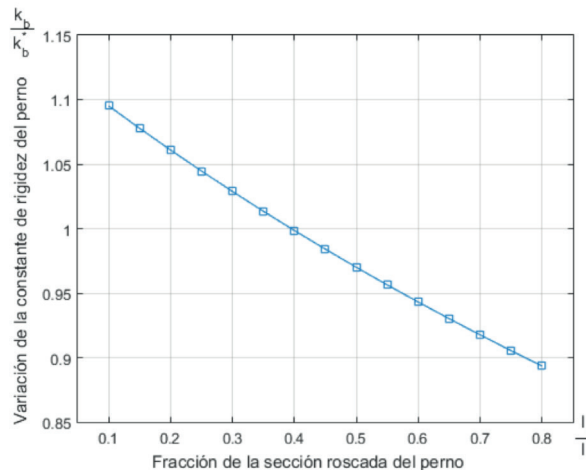


Figura 4. Variación de la constante de rigidez del perno empleando distintos largos de sección roscada.

Sustituyendo las Ecuaciones 14, 15 y 10 en 8, se puede expresar la constante de rigidez del perno como:

$$k_b = 0,69 \frac{d^2}{l} E_p \quad [16]$$

Por lo tanto, es posible calcular la constante de rigidez del perno en función del diámetro y del largo de la junta con un porcentaje de error aceptable. (Ver tabla 2)

3.2 Simplificación de la constante de rigidez de la junta

Dado que la Ecuación 4 asume un ángulo de cono constante de 30° , resulta necesario encontrar una expresión que tome en consideración el efecto de la razón de aspecto. De esta forma, Wileman et al. (16) llevaron a cabo un análisis de elemento finito empleando un modelo axisimétrico considerando diferentes configuraciones de conexiones apernadas. Al realizar un ajuste de los resultados, expresó la rigidez del material en función de la razón de aspecto, cuyo resultado se muestra en la Ecuación 17.

$$k_m = AE_m d e^{\frac{dB}{l}} \quad [17]$$

Donde k_m es la constante de rigidez de la junta, A y B son constantes adimensionales que dependen del material (para el caso del acero toman los valores de 0,78715 y 0,62873, respectivamente), E_m es el módulo elasticidad del material, d es el diámetro nominal del perno y l es el largo de la junta.

Dado que, $B \frac{d}{l} < 1$,

el exponencial puede aproximarse a su segundo término en su expansión en series.

$$e^{B \frac{d}{l}} \approx 1 + B \frac{d}{l} \quad [18]$$

De esta manera, la constante de rigidez de la junta puede expresarse como:

$$k_m = AE_m d \left(1 + B \frac{d}{l} \right) \quad [19]$$

Se empleará la Ecuación 19 en el cálculo del factor de carga, esto debido a que abarca un amplio rango de razones de aspecto.

3.3 Estimación de la constante de junta

Al simplificar las expresiones de las constantes de rigidez del perno y del material, es posible definir el factor de carga de forma abreviada.

Sustituyendo las Ecuaciones 19 y 16 en 1 se obtiene:

Tabla 2. Cálculo de la relación l_t/l para diferentes casos particulares.

| Diámetro nominal del perno d (mm) | Relación de junta d/l | Largo de junta l (mm) | Altura de tuerca H^1 (mm) | Largo de perno L^1 (mm) | Largo total sección roscada L_T (mm) | Sección roscada de junta l_t (mm) | Sección lisa de junta l_d (mm) | Relación l_t/l |
|-------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|------------------|
| 8,00 | 0,2 | 40,0 | 7,14 | 50,0 | 22,0 | 12 | 28,0 | 0,33 |
| 8,00 | 0,3 | 27,0 | 7,14 | 40,0 | 22,0 | 9,0 | 18,0 | 0,33 |
| 8,00 | 0,4 | 20,0 | 7,14 | 30,0 | 22,0 | 12 | 8,00 | 0,60 |
| 8,00 | 0,5 | 16,0 | 7,14 | 30,0 | 22,0 | 8,0 | 8,00 | 0,50 |
| 8,00 | 0,6 | 14,0 | 7,14 | 30,0 | 22,0 | 6,0 | 8,00 | 0,43 |
| 12,0 | 0,2 | 60,0 | 12,0 | 80,0 | 30,0 | 10 | 50,0 | 0,17 |
| 12,0 | 0,3 | 40,0 | 12,0 | 60,0 | 30,0 | 10 | 30,0 | 0,25 |
| 12,0 | 0,4 | 30,0 | 12,0 | 50,0 | 30,0 | 10 | 20,0 | 0,33 |
| 12,0 | 0,5 | 24,0 | 12,0 | 40,0 | 30,0 | 14 | 10,0 | 0,58 |
| 12,0 | 0,6 | 20,0 | 12,0 | 40,0 | 30,0 | 10 | 10,0 | 0,50 |
| 16,0 | 0,2 | 80,0 | 16,4 | 100 | 38,0 | 18 | 62,0 | 0,23 |
| 16,0 | 0,3 | 53,0 | 16,4 | 80,0 | 38,0 | 11 | 42,0 | 0,21 |
| 16,0 | 0,4 | 40,0 | 16,4 | 60,0 | 38,0 | 18 | 22,0 | 0,45 |
| 16,0 | 0,5 | 32,0 | 16,4 | 50,0 | 38,0 | 20 | 12,0 | 0,63 |
| 16,0 | 0,6 | 27,0 | 16,4 | 50,0 | 38,0 | 15 | 12,0 | 0,56 |
| 20,0 | 0,2 | 100 | 18,0 | 120 | 46,0 | 26 | 74,0 | 0,26 |
| 20,0 | 0,3 | 67,0 | 18,0 | 90,0 | 46,0 | 23 | 44,0 | 0,34 |
| 20,0 | 0,4 | 50,0 | 18,0 | 70,0 | 46,0 | 26 | 24,0 | 0,52 |
| 20,0 | 0,5 | 40,0 | 18,0 | 60,0 | 46,0 | 26 | 14,0 | 0,65 |
| 20,0 | 0,6 | 33,0 | 18,0 | 60,0 | 46,0 | 19 | 14,0 | 0,58 |
| 24,0 | 0,2 | 120 | 21,5 | 160 | 60,0 | 20 | 100 | 0,17 |
| 24,0 | 0,3 | 80 | 21,5 | 120 | 60,0 | 20 | 60,0 | 0,25 |
| 24,0 | 0,4 | 60 | 21,5 | 100 | 60,0 | 20 | 40,0 | 0,33 |
| 24,0 | 0,5 | 48 | 21,5 | 90,0 | 60,0 | 18 | 30,0 | 0,38 |
| 24,0 | 0,6 | 40 | 21,5 | 80,0 | 60,0 | 20 | 20,0 | 0,50 |
| 30,0 | 0,2 | 150 | 28,6 | 190 | 72,0 | 32 | 118 | 0,21 |
| 30,0 | 0,3 | 100 | 28,6 | 140 | 72,0 | 32 | 68,0 | 0,32 |
| 30,0 | 0,4 | 75 | 28,6 | 120 | 72,0 | 27 | 48,0 | 0,36 |
| 30,0 | 0,5 | 60 | 28,6 | 100 | 72,0 | 32 | 28,0 | 0,53 |
| 30,0 | 0,6 | 50 | 28,6 | 90,0 | 72,0 | 32 | 18,0 | 0,64 |
| 36,0 | 0,2 | 180 | 34,7 | 220 | 84,0 | 44 | 136 | 0,24 |
| 36,0 | 0,3 | 120 | 34,7 | 160 | 84,0 | 44 | 76,0 | 0,37 |
| 36,0 | 0,4 | 90 | 34,7 | 130 | 84,0 | 44 | 46,0 | 0,49 |
| 36,0 | 0,5 | 72 | 34,7 | 110 | 84,0 | 46 | 26,0 | 0,64 |
| 36,0 | 0,6 | 60 | 34,7 | 100 | 84,0 | 44 | 16,0 | 0,73 |

Los valores de los largos comerciales de pernos y altura de tuercas se tomaron de Shigley et al. (12) y Oberg et al. (15)

$$\Phi = \frac{0,69 \frac{d^2}{l} E_p}{0,69 \frac{d^2}{l} E_p + AB E_m \frac{d^2}{l} + Ad E_m} \quad [20]$$

Cuando el perno y la junta son del mismo material, se simplifica la Ecuación 20.

$$\Phi = \frac{\frac{d}{l}}{(1 + 1,45AB) \frac{d}{l} + 1,45A} \quad [21]$$

Al sustituir las constantes A y B así como la Ecuación 2 en la Ecuación 21 se obtiene:

$$\Phi = \frac{\lambda}{1,716\lambda + 1,141} \quad [22]$$

De este modo, el factor de carga queda definida en función de la razón de aspecto, como se muestra en la Figura 5.

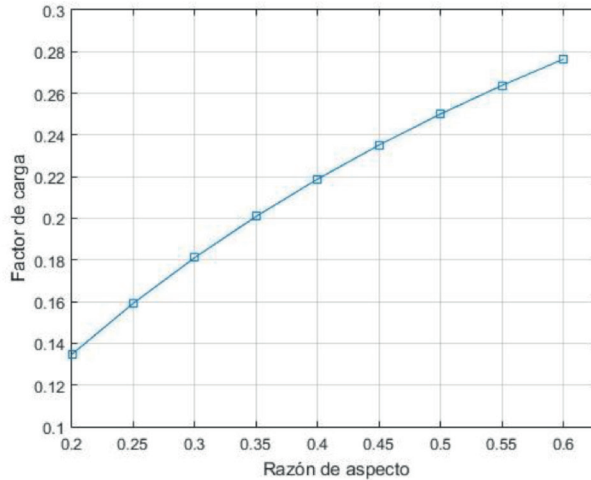


Figura 5. Factor de carga en función de la razón de aspecto.

3.4 Linealización de la constante de junta

Con el propósito de simplificar el cálculo del factor de carga, se linealiza la Ecuación 22.

$$\Phi(\lambda) \approx \Phi(\lambda_0) + \Phi'(\lambda_0)\Phi(\lambda - \lambda_0) \quad [23]$$

Al tomar $\lambda_0 = 0,45$, el factor de carga puede expresarse como:

$$\Phi = 0,3117\lambda + 0,0949 \quad [24]$$

Se obtiene, de esta forma, una ecuación que determina el factor de carga aplicable a razones de aspecto cercanos a 0,45. La Ecuación 24 asume, por un lado, que tanto el perno

como los elementos a unir son de acero y, por otro, que los espesores de las láminas son iguales. Además, supone la ausencia de empaques entre las piezas a unir y una separación de varias veces el diámetro del perno entre conexiones o con cualquier borde.

4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos empleando la Ecuación 24, se comparan con los métodos usados tradicionalmente. Se analizaron diversos casos en los que se establecen diferentes longitudes de junta para diámetros de perno particulares.

La Tabla 3 resume los diferentes métodos para el cálculo del factor de carga de conexiones apernadas. Los métodos I, II y III emplean los modelos de Wileman et al. (16), Shigley et al. (12) y Pedersen & Pedersen (6) respectivamente, para el cálculo de la constante de rigidez de la junta y la Ecuación 8 para la constante de rigidez del perno. El método V determina de forma directa el factor de carga deducida por Cornwell (4). La ecuación obtenida en la Sección 3, permite determinar de forma directa el factor de carga en función de la razón de aspecto.

En los casos analizados, se tomó en cuenta tanto el largo de la tuerca como el largo total del perno disponible comercialmente. En todos los casos se asume el uso de rosca gruesa. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.

Tabla 3. Resumen de los métodos empleados.

| Método | Constante de rigidez de la junta (k_m) | Constante de rigidez del perno (k_b) | Factor de carga |
|--------|--------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------|
| I | Wileman et. al | Ecuación 8 | Ecuación 1 |
| II | Shigley et al. | Ecuación 8 | Ecuación 1 |
| III | Pedersen et al. | Ecuación 8 | Ecuación 1 |
| IV | - | - | Ecuación 24 |
| V | - | - | Cornwell |

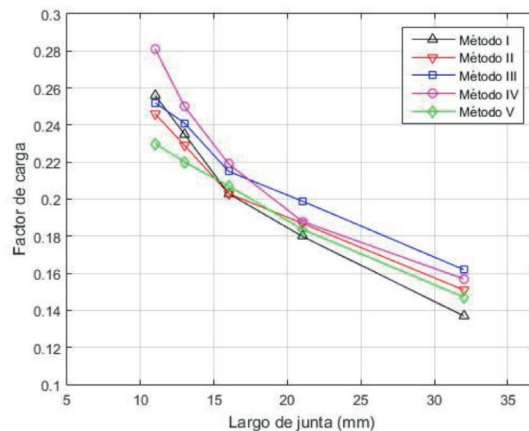


Figura 6. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 8 mm de diámetro

Tabla 4. Cálculo del factor de carga empleando diferentes métodos para distintas configuraciones.

| Diámetro nominal del perno d (mm) | Largo junta l (mm) | Constante de rigidez del perno (GN/m) | Constante de rigidez de la junta (GN/m) | | | | Factor de carga | | | |
|-----------------------------------|--------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------|---------|-----------------|----------|-----------------|------------|-----------|--|
| | | | Wileman | Shigley | Pedersen et al. | Método I | Método II | Método III | Método IV | |
| 8,00 | 40,0 | 0,23 | 1,49 | 1,33 | 1,22 | 0,137 | 0,151 | 0,162 | 0,157 | |
| 8,00 | 27,0 | 0,34 | 1,59 | 1,50 | 1,39 | 0,180 | 0,187 | 0,199 | 0,188 | |
| 8,00 | 20,0 | 0,43 | 1,70 | 1,69 | 1,57 | 0,203 | 0,203 | 0,215 | 0,219 | |
| 8,00 | 16,0 | 0,55 | 1,81 | 1,86 | 1,74 | 0,235 | 0,229 | 0,241 | 0,250 | |
| 8,00 | 14,0 | 0,65 | 1,89 | 1,99 | 1,92 | 0,256 | 0,246 | 0,252 | 0,281 | |
| 12,0 | 60,0 | 0,37 | 2,24 | 1,99 | 1,83 | 0,143 | 0,158 | 0,169 | 0,157 | |
| 12,0 | 40,0 | 0,54 | 2,39 | 2,26 | 2,09 | 0,186 | 0,194 | 0,207 | 0,188 | |
| 12,0 | 30,0 | 0,71 | 2,55 | 2,53 | 2,35 | 0,218 | 0,219 | 0,231 | 0,219 | |
| 12,0 | 24,0 | 0,82 | 2,71 | 2,79 | 2,62 | 0,234 | 0,227 | 0,239 | 0,250 | |
| 12,0 | 20,0 | 1,01 | 2,89 | 3,05 | 2,88 | 0,260 | 0,249 | 0,260 | 0,281 | |
| 16,0 | 80,0 | 0,49 | 2,99 | 2,66 | 2,44 | 0,143 | 0,157 | 0,168 | 0,157 | |
| 16,0 | 53,3 | 0,74 | 3,19 | 3,02 | 2,79 | 0,190 | 0,198 | 0,210 | 0,188 | |
| 16,0 | 40,0 | 0,99 | 3,40 | 3,37 | 3,14 | 0,228 | 0,228 | 0,241 | 0,219 | |
| 16,0 | 32,0 | 1,21 | 3,62 | 3,73 | 3,49 | 0,251 | 0,245 | 0,257 | 0,250 | |
| 16,0 | 26,6 | 1,50 | 3,85 | 4,07 | 3,93 | 0,282 | 0,270 | 0,281 | 0,273 | |
| 20,0 | 100 | 0,63 | 3,74 | 3,32 | 4,36 | 0,145 | 0,159 | 0,171 | 0,157 | |
| 20,0 | 67,0 | 0,93 | 3,99 | 3,77 | 4,80 | 0,191 | 0,199 | 0,211 | 0,188 | |
| 20,0 | 50,0 | 1,15 | 4,25 | 4,22 | 3,67 | 0,214 | 0,214 | 0,226 | 0,219 | |
| 20,0 | 40,0 | 1,48 | 4,52 | 4,66 | 4,19 | 0,247 | 0,241 | 0,253 | 0,250 | |
| 20,0 | 33,0 | 1,70 | 4,81 | 5,09 | 4,71 | 0,261 | 0,250 | 0,261 | 0,281 | |
| 24,0 | 120 | 0,75 | 4,49 | 3,99 | 5,24 | 0,144 | 0,159 | 0,170 | 0,157 | |
| 24,0 | 80,0 | 1,10 | 4,78 | 4,53 | 5,77 | 0,189 | 0,197 | 0,209 | 0,188 | |
| 24,0 | 60,0 | 1,44 | 5,10 | 5,06 | 4,58 | 0,222 | 0,222 | 0,234 | 0,219 | |
| 24,0 | 48,0 | 1,79 | 5,43 | 5,59 | 5,24 | 0,248 | 0,242 | 0,254 | 0,250 | |
| 24,0 | 40,0 | 2,08 | 5,78 | 6,11 | 5,77 | 0,265 | 0,254 | 0,265 | 0,281 | |
| 30,0 | 150 | 0,93 | 5,62 | 4,98 | 4,58 | 0,143 | 0,158 | 0,169 | 0,157 | |
| 30,0 | 100 | 1,37 | 5,98 | 5,67 | 5,24 | 0,187 | 0,194 | 0,207 | 0,188 | |
| 30,0 | 75,0 | 1,80 | 6,37 | 6,33 | 5,89 | 0,222 | 0,222 | 0,234 | 0,219 | |
| 30,0 | 60,0 | 2,17 | 6,78 | 6,99 | 6,55 | 0,243 | 0,237 | 0,249 | 0,250 | |
| 30,0 | 50,0 | 2,54 | 7,72 | 7,64 | 7,20 | 0,261 | 0,249 | 0,260 | 0,281 | |
| 36,0 | 180 | 1,12 | 6,74 | 5,98 | 5,50 | 0,143 | 0,157 | 0,169 | 0,157 | |
| 36,0 | 120 | 1,66 | 7,18 | 6,80 | 6,28 | 0,189 | 0,196 | 0,209 | 0,188 | |
| 36,0 | 90,0 | 2,12 | 7,65 | 7,60 | 7,07 | 0,218 | 0,218 | 0,230 | 0,219 | |
| 36,0 | 72,0 | 2,64 | 8,14 | 8,39 | 7,86 | 0,246 | 0,239 | 0,251 | 0,250 | |
| 36,0 | 60,0 | 3,12 | 8,67 | 9,17 | 8,64 | 0,265 | 0,254 | 0,265 | 0,281 | |

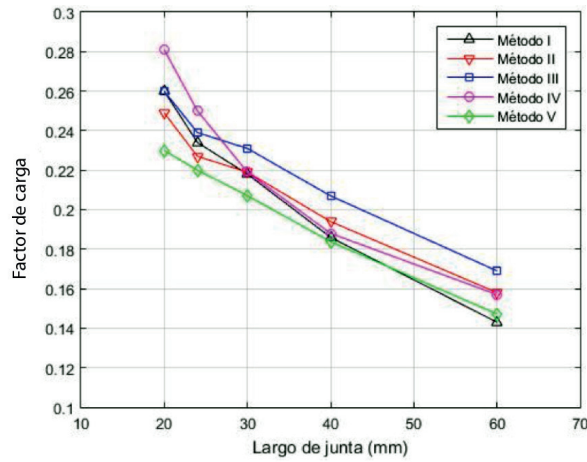


Figura 7. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 12 mm de diámetro.

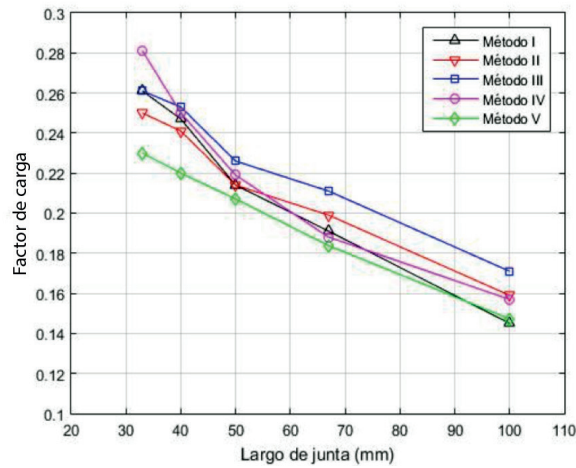


Figura 8. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 16 mm de diámetro.

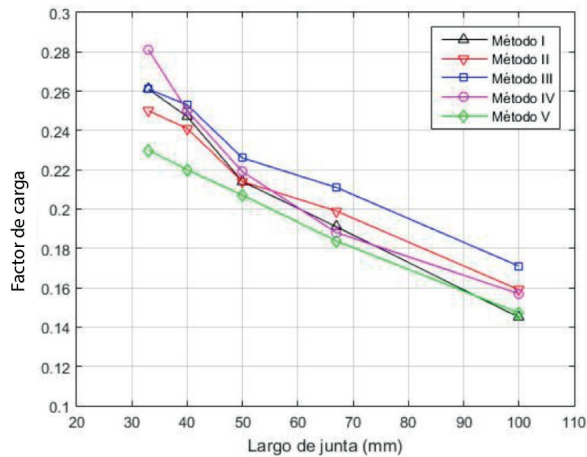


Figura 9. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 20 mm de diámetro.

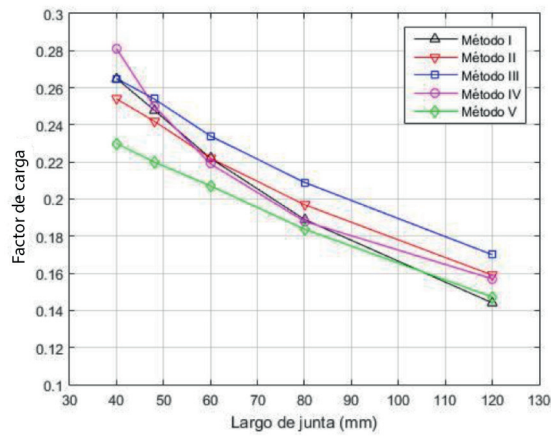


Figura 10. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 24 mm de diámetro.

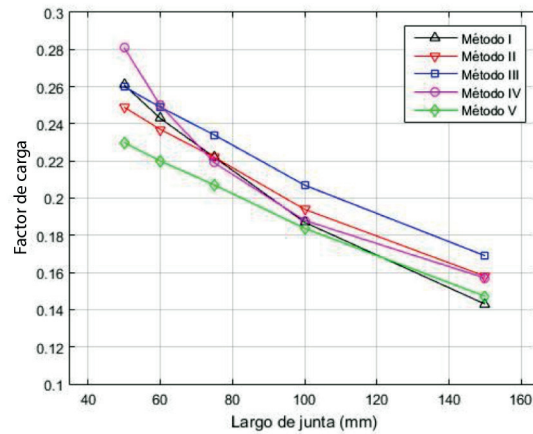


Figura 11. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 30 mm de diámetro.

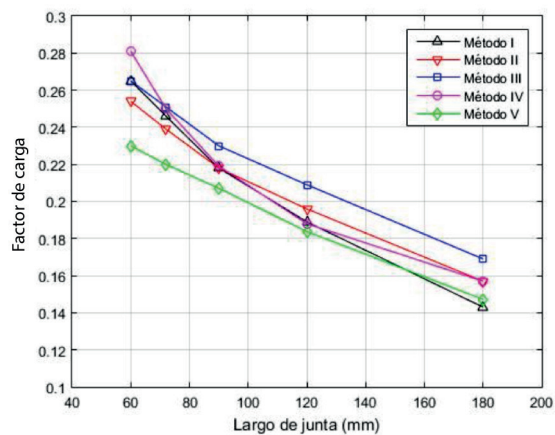


Figura 12. Factor de carga en función del largo de junta para perno de 36 mm de diámetro.

5. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos con la Ecuación 24 presentan una alta correlación con los métodos comúnmente empleados en el cálculo del factor de carga. Cuando se compara los resultados al emplear la Ecuación 24 con los métodos basados en los modelos de Wileman y Shigley, se observan porcentajes de error máximos de 15%, como se observa en las Figuras 13-14. Sin embargo, los errores por encima del 10% están asociados a relaciones de junta de 0,2 y 0,6 los cuales son benevolentes, ya que sobreestiman el factor de carga, aumentando así el factor de seguridad de la conexión. En el ámbito de la relación de junta de 0,3 a 0,5 los porcentajes de error se encuentran por debajo del 10%.

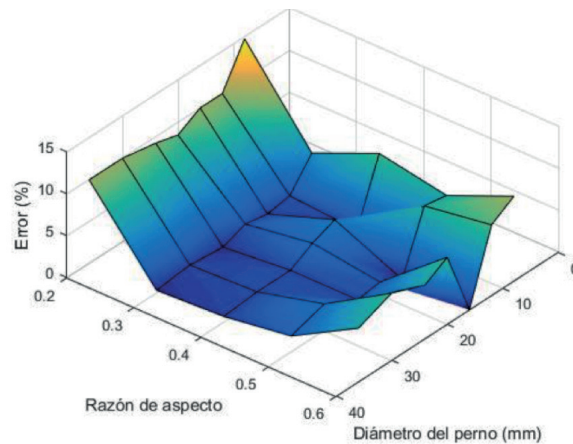


Figura 13. Porcentaje de error entre los resultados empleando la ecuación deducida y el método I.

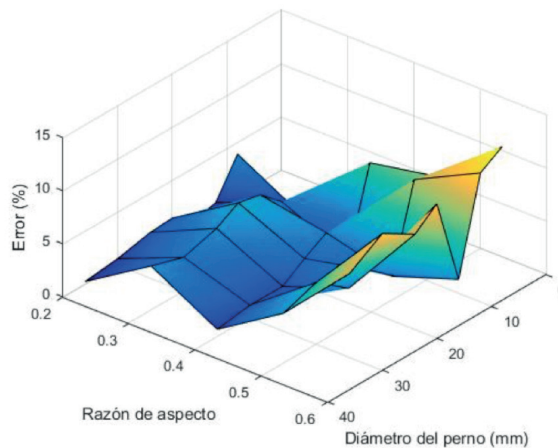


Figura 14. Porcentaje de error entre los resultados empleando la ecuación deducida y el método II.

En todo caso, los porcentajes de error reportados son los habituales al comparar entre sí los métodos tradicionales para calcular el factor de carga de una conexión. Por lo que se considera el error asociado al uso de la Ecuación 24 como aceptable.

El método desarrollado tomó como referencia los pernos con rosca gruesa, puesto que, al ser menor el área de esfuerzo de tensión que en el caso de rosca fina, la constante de rigidez del perno se sobreestima, conduciendo a valores mayores del factor de carga. Debido a esto, en caso de emplearse un perno con rosca fina se le estaría asignando una carga mayor que la que, en realidad, tomaría el perno, aumentando, de esta manera, el factor de seguridad.

6. CONCLUSIONES

Del presente artículo se deduce una ecuación que permite calcular el factor de carga de una conexión apernada para razones de aspecto de 0,2 a 0,6 en función del diámetro del perno y largo de la junta. Asimismo, se demuestra que la relación de junta es el parámetro dominante en el valor final del factor de carga, lo cual permitió deducir una ecuación simple y fácil de emplear.

Las simplificaciones realizadas con el fin de representar la constante de junta con el menor número de variables, reflejan en los resultados finales porcentajes de error máximos por debajo del 15%, siendo estos favorables al factor de seguridad de la conexión apernada.

Finalmente, cabe rescatar que la ecuación obtenida puede emplearse como regla de dedo en la etapa de diseño conceptual, o bien en el cálculo definitivo del diseño de conexiones apernadas.

7. REFERENCIAS

1. Bickford JH. Introduction to design and behavior of bolted joints. 2nd ed. Boca Ratón: CRC Press, 2008. Inglés.
2. Motosh N. Determination of joint stiffness in bolted connections. ASME Journal of Engineering for Industry. 1976; 98(3): 858-861. Inglés.
3. VDI 2230 Part 1. Systematic calculation of high duty bolted joints; Joints with one cylindrical bolt. Dusseldorf: Verein deutscher ingenieure. 2015. Inglés.
4. Cornwell RE. Computation of load factor in bolted connections: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C. Journal of mechanical engineering sciences. 2009; 223(4): 795-808. Inglés.
5. Alkatan F, Stephan P, Daidie A et al. Equivalent axial stiffness of various components in bolted joints subjected to axial loading. Finite element in analysis and design. 2007; 43(8): 589-598. Inglés.

6. Perdesen NL, Pedersen P. On prestress stiffness analysis of bolt-plate contact assemblies. *Archive of Applied Mechanics*. 2008; 78(2): 75-88. Inglés.
7. Nassar SA, Abboud A. An improved stiffness model for bolted joints. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2009; 131(2): 121-132. Inglés.
8. Haidar N, Obeed S, Jawad M. Mathematical representation of bolted-joint stiffness: A new suggested model. *Journal of Mechanical Sciences and Technology*. 2011; 25(11): 2827-2834. Inglés.
9. Canyurt OE, Sekercioglu T. A new approach for calculating the stiffness of bolted connections. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials Design and Applications*. 2015; 1464420715576557. Inglés.
10. Marshall MB, Lewis R, Dwyer-Joyce RS. Characterisation of contact pressure distribution in bolted joints. *Strain*. 2006; 42(1): 31-43. Inglés.
11. Grosse IR, Mitchell LD. Nonlinear axial stiffness characteristics of axisymmetric bolted joints. *ASME Journal of Mechanical Design*. 1991; 112(3): 442-449. Inglés.
12. Shigley JE, Mishcke C, Budynas RG. *Mechanical engineering design*. 7th ed. New York: McGraw Hill. 2003. Inglés.
13. Ito Y, Toyota J, Nagata S. Interface pressure distribution in a bolt-flange assembly. *ASME Journal of Mechanical Design*. 1979; 101 (2): 330-337. Inglés.
14. ANSI/ASME, Standard B1.13-1983(R 1989). New York: American National Standard Institute, 1989. Inglés-
16. Oberg E, Jones FD, Horton HL et al. *Machinery's Handbook*. 26th ed. New York: Industrial Press. 2000. Inglés.
17. Wileman J, Choudhury M, Green I. Computation of member stiffness in bolted connections. *ASME Journal of Mechanical Design*. 1991; 113(4): 432-437. Inglés.

