

# DESPACHO ÓPTIMO DE MVAR EN SISTEMAS DE POTENCIA

*Marco Acuña Mora  
Eddie A. Araya Padilla*

## Resumen

Esta investigación propone una solución al problema del control de la potencia reactiva en sistemas eléctricos de potencia, en donde los generadores sincrónicos pueden operar como compensadores de potencia reactiva durante, máxima y mínima demanda.

La operación de los generadores sincrónicos estará limitada por su curva de cargabilidad dada por el fabricante del equipo.

El despacho de potencia reactiva tomará en cuenta las líneas de transmisión, según la hora del día.

**Palabras clave:** potencia reactiva, despacho óptimo, generador sincrónico

## Abstract

This investigation proposes a solution to the problem of the control of reactive power in electric power systems, in where the synchronous generator can operate like compensators of reactive power, during maxim and minimal demand.

The operation of the synchronous generator, it will be limited for their loading capability curve determined by the manufacture's design.

The dispatch of reactive power considers the transmission lines, according to the hour of the day.

**Key words:** reactive power, optimal dispatch, synchronous generator

**Recibido:** 05 de abril del 2005 • **Aprobado:** 03 de marzo del 2006

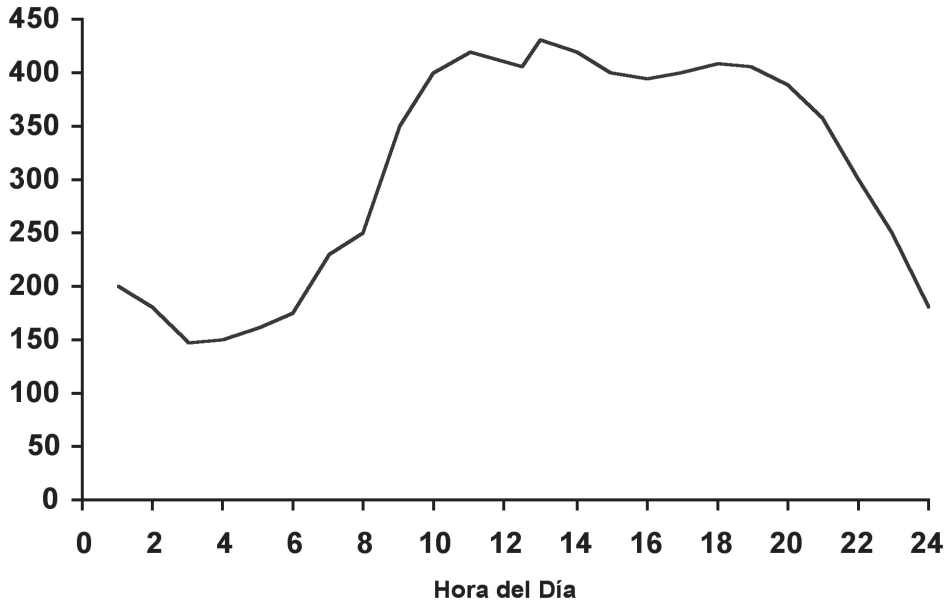
## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los sistemas eléctricos de potencia deben ser capaces de operar en forma satisfactoria tanto en horas de mínima demanda (periodo nocturno), como en máxima demanda, cuando toda de la carga está conectada (horas pico). Para esto, en un sistema multimáquina, los generadores sincrónicos deben operar de acuerdo con el comportamiento de la demanda, consumiendo el exceso de potencia reactiva de la red durante mínima demanda, y suministrando potencia reactiva a la red durante máxima demanda. De esta forma, los generadores contribuyen a mantener el perfil de tensión en las barras del sistema, al establecer un balance aceptable de potencia reactiva.

Para garantizar el balance de potencia reactiva entre generación y consumo, los generadores deben operar dentro de sus límites técnicos nominales, respetando las restricciones que proporcionan las curvas de cargabilidad de cada generador, suministradas por los fabricantes.

En los sistemas de potencia, la generación de potencia reactiva se efectúa primordialmente por los generadores, las líneas de transmisión y los capacitores en derivación.

Durante las horas del día, la demanda de MVar varía en la red, de modo que para un día típico su comportamiento es similar al mostrado en la Figura 1.



**Figura 1.** Variación de MVAr en un sistema de potencia típico.

Fuente: (Marianni, 1997)

Para evitar estos problemas de exceso o déficit de potencia reactiva, se plantea una propuesta de solución con la finalidad de establecer un balance de potencia reactiva, a través del control de la tensión de excitación que tienen los generadores sincrónicos para que consuman el reactivo extra generado por las líneas, y produzcan lo necesario, cuando sea conveniente para satisfacer la demanda de la carga y elementos del sistema.

El control de potencia reactiva se realizará mediante la regulación del factor de potencia de las unidades generadoras, al subexcitarlo o sobreexcitarlo, respetando su capacidad de carga mediante sus límites físicos. Para esto, se trabaja con las curvas de cargabilidad de los generadores (curvas  $P-Q$ ), tanto para unidades generadoras térmicas o hidroeléctricas.

## 2. CURVAS DE CARGABILIDAD DE LOS GENERADORES

Para determinar si un generador está operando dentro de su región segura o no, se incorporó el modelo de las curvas de cargabilidad de los generadores, por medio del procedimiento indicado en (Adibi, 1994).

Estas curvas son utilizadas generalmente para generadores de polos lisos, pero para el caso de generadores de polos salientes da resultados satisfactorios (Grainger, 1996); por esto, no se hace distinción al tipo de generador.

Estas curvas son proporcionadas por el fabricante del generador y delimitan la región de operación de los mismos. Estas toman en cuenta la tolerancia de los materiales a la temperatura y delimitan la

operación debido a las corrientes máximas en los devanados, tanto del rotor como las del estator.

La Figura 2 muestra una curva típica de cargabilidad, en la cual se notan tres curvas individuales.

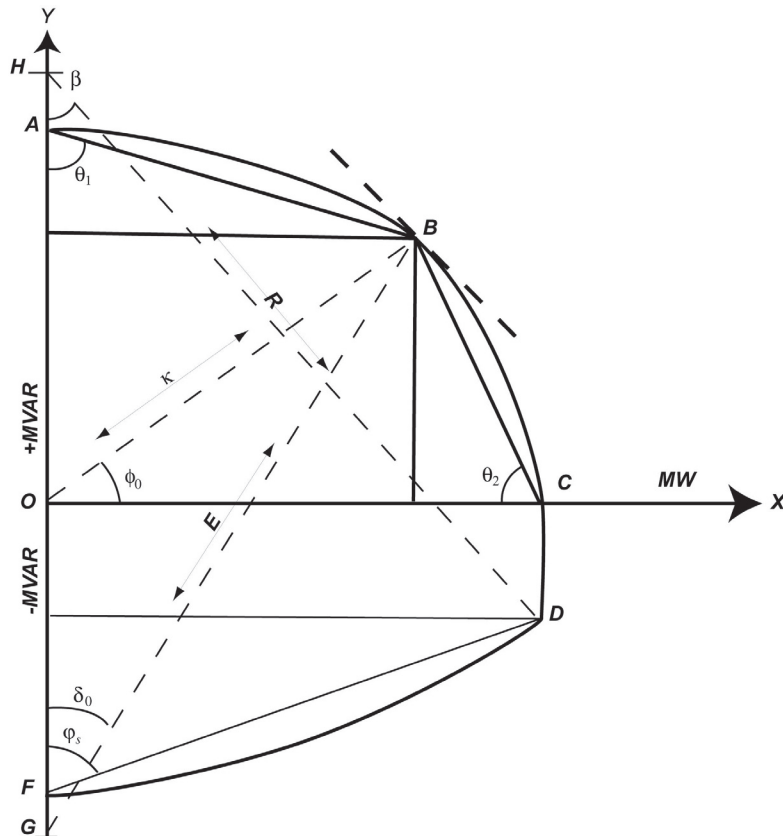
Las tres curvas forman la región de operación segura y corresponden a lo siguiente:

1. La curva entre A y B representa el límite de temperatura del devanado del rotor y por ende el límite de la *FEM* inducida.
2. La curva entre B y D corresponde al límite de la corriente de armadura de la máquina.
3. La curva entre D y F en la región de subexcitación, corresponde al límite de calentamiento del hierro o núcleo del

rotor del generador, así como el límite de temperatura del devanado del rotor.

Los parámetros que hay que introducir en el programa para modelar las curvas son:

1. La potencia reactiva máxima a potencia activa cero, punto A en la Figura 2.
2. La potencia activa y reactiva en el punto B, punto que representa la tensión terminal de 1.0 p.u. con un *f.p.* nominal.
3. Potencia activa y reactiva en el punto D, punto que representa la intersección de la curva entre B y D con la curva entre D y F. este es el punto de *f.p.* nominal en atraso.
4. La potencia reactiva mínima a potencia activa cero, punto F.



**Figura 2.** Curva de cargabilidad teórica.

Fuente: (Adibi, 1994)

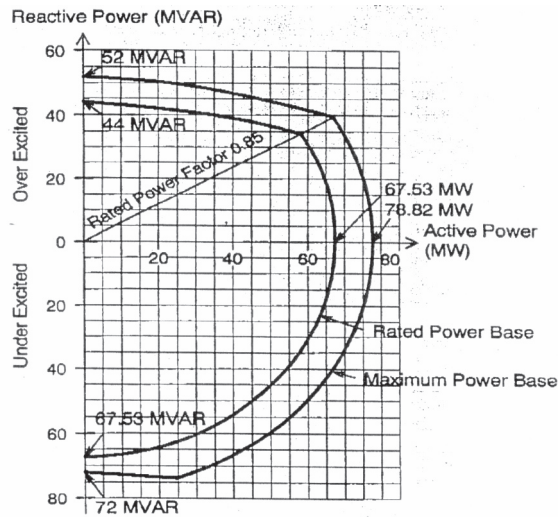


Figure 1. Capability Curve of Generator (Curva de Capacidad del Generador) REV. A

**Figura 3.** Curva de cargabilidad de un generador del Proyecto Hidroeléctrico Angostura, Costa Rica.

Fuente: (Proporcionada por el Ing. Jorge Sancho, ICE)

Para observar la validez de la curva teórica de la Figura 2, con respecto a la curva de un generador real, se muestra en la Figura 3 las curvas  $P-Q$  de un generador del Proyecto Hidroeléctrico Angostura.

Hay que destacar que, cuando se trata de una central hidroeléctrica no se considera el punto de intersección de las curvas en estado subexcitado, o de f.p. nominal en régimen permanente, esto significa que la curva correspondiente a la corriente de armadura y potencia mecánica máxima se extiende hasta la región de subexcitación, la cual se aproxima en el modelo a un círculo con centro en el origen.

### 3. ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN (Hillier, 1995)

Con el propósito de efectuar un despacho óptimo de potencia reactiva en un sistema multimáquina, se utilizará el método de programación cuadrática, tomando en cuenta la potencia reactiva de cada generador, según:

$$\text{maximizar: } f(x) = c^T x - \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x \quad (1)$$

$$\text{suje to a } A \cdot x \leq b, x \geq 0$$

$$\text{o minimizar: } f(x) = (-c)^T x + \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x \quad (2)$$

$$\text{suje to a: } A \cdot x \leq b, x \geq 0$$

donde:

- c:** vector columna
- x:** vector de soluciones
- Q:** matriz cuadrada
- A:** matriz

Realizando las multiplicaciones en (2) se puede expresar el problema de programación cuadrática, en términos de los elementos de **c**, **q** y **x**:

Minimizar:

$$f(x) = (-c)^T x + \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x \quad (3)$$

$$\text{Suje to a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \text{ para } b_i : i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n$$

donde:

m: número de restricciones.

n: número de variables de decisión.

Para que (3) sea satisfecha, la función  $f(x)$  debe ser cóncava, lo cual es equivalente a que la matriz sea semidefinida positiva, es decir:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n q_{jk} x_j x_k \geq 0 \quad (4)$$

para todos los valores reales de .

Si la condición (4) se cumple, las condiciones de Kuhn-Tucker permiten escribir el conjunto (3) como:

Minimizar:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n (-c)_j \cdot x_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n q_{jk} x_j x_k \quad (5)$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^n q_{jk} x_k + \sum_{i=1}^m a_{ij} u_i - y_j = c_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + h_k = d_i \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, y_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$h_k \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, m$$

$$u_i \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \cdot y_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$h_k \cdot u_k = 0$$

donde:

**u**: vector de multiplicadores.

**h, y**: vectores de variables de holgura.

**c**: vector columna.

**x**: vector solución.

**q**: componentes de la matriz **Q**.

Este desarrollo permite representar cualquier función objetivo no lineal, en una composición lineal de matrices y vectores que simplifican, en una altísima medida, la optimización de potencia reactiva. Hay que mencionar que el vector solución  $x$  estará en MVar. Además que solamente se rescribió una ecuación no lineal en una lineal, utilizando leyes básicas de álgebra lineal (Castillo, 2000).

Con el propósito de distribuir de manera eficiente y segura la generación de reactivo del sistema, garantizando así la estabilidad de los generadores y el sistema, en esta sección se presentará el algoritmo a utilizar.

La optimización podrá llevarse a cabo durante cualquier hora del día, o sea durante cualquier punto de la curva de demanda del sistema de potencia, incluyendo las horas en que la carga es ligera, como en las horas de la madrugada, cuando la demanda de reactivo cae a sus valores mínimos.

El procedimiento garantiza seguridad antes que costo, ya que si hay un aumento en la demanda de reactivo en una localidad del sistema de potencia, los generadores incrementarán su generación hasta suplir la demanda de todo el sistema, y si baja la demanda, los generadores bajarán su generación, inclusive a valores negativos de  $Q$ , o sea de consumo.

La función objetivo a minimizar será (Marianni, 1997):

$$M = \sum_{i=1}^{NG} \frac{Q_i^2}{A_{mi}} \quad (6)$$

sujeta a:

$$\begin{aligned} Q_i &\leq Q_{i \max} \\ -Q_i &\leq -Q_{i \min} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{NG} Q_i = \sum_{j=1}^k Q_{loss} + \sum_{l=1}^m Q_{load} \quad (8)$$

donde  $Q_i$  es la salida de reactivo del  $i$ -ésimo generador y  $A_{ni}$  es la potencia aparente nominal en MVA del mismo.

La función objetivo tiende a minimizar las inyecciones de reactivo, al mismo tiempo que las distribuye en proporción a la capacidad del generador, garantizando que los generadores con mayor capacidad, contribuyan con mayor cantidad de potencia reactiva o con más consumo al sistema.

Las restricciones garantizan que se respeta la capacidad de reactivo del generador, establecida por medio de las curvas de capacidad en ese punto de operación y que se abastece correctamente la demanda. En estas restricciones,  $Q_i$  es la potencia reactiva que entrega el generador  $i$  y  $Q_{imax}$  es la potencia reactiva máxima que puede entregar el generador  $i$  a esa determinada  $P$ ,  $Q_{loss}$  son las pérdidas en las líneas y  $Q_{load}$  es la carga de reactivo del sistema.

Es importante mencionar que la optimización, por medio de la primera restricción, (7), de los límites de los generadores, asegura que ningún generador saldrá de operación al sobrecargarse, por hacersele que trabaje fuera de sus límites establecidos por sus curvas de capacidad, y la restricción (8), asegura que la demanda es satisfecha.

Para la optimización de la función objetivo se parte de lo siguiente:

Minimizar:

$$f(x) = (-c)^T x + \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x \tag{9}$$

sujeto a:

$$A \cdot x \leq b, \quad x \geq 0$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq}$$

donde a cada elemento hay que asignarle otro elemento real de lo que se está optimizando; o sea a cada vector o matriz, hay que asignarles valores reales característicos del sistema que se analiza.  $c$  es un vector columna de coeficientes

de los términos lineales de la ecuación (9),  $x$  es el vector columna solución,  $Q$  es una matriz de coeficientes de los términos no lineales de la ecuación.  $A$  es una matriz que multiplica al vector solución,  $b$  es un vector de constantes que restringen la desigualdad,  $A_{eq}$  es una matriz que multiplica al vector solución en la restricción de igualdad y  $b_{eq}$  el vector de constantes de la restricción de igualdad.

La ecuación (6) puede escribirse de la forma:

$$M = \sum_{i=1}^{NG} \frac{Q_i^2}{A_{ni}} = \frac{Q_1^2}{A_{n1}} + \frac{Q_2^2}{A_{n2}} + \dots + \frac{Q_{NG}^2}{A_{nNG}} \tag{10}$$

donde se nota que no posee términos lineales cuando se desarrolla la sumatoria, y haciendo la analogía con la ecuación (9) se observa que el vector correspondiente a los coeficientes de los términos lineales  $c$  es un vector de ceros de tamaño  $1 \times NG$ , donde  $NG$  es el número total de generadores.

La matriz  $Q$  es una matriz diagonal de tamaño  $NG \times NG$  que tiene en su diagonal la inversa de los valores nominales de los generadores multiplicados por 2, es decir:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{2}{A_{n1}} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{2}{A_{nj}} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{0}{2} \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \frac{2}{A_{nNG}} \end{bmatrix} \tag{11}$$

y el vector  $x$  es el vector solución.

Ahora para las restricciones se tiene que:

$$\begin{matrix} Q_i \leq Q_{imax} \\ Q_i \geq Q_{imin} \end{matrix} \quad \text{ó} \quad \begin{matrix} Q_i \leq Q_{imax} \\ -Q_i \leq -Q_{imi} \end{matrix} \tag{12}$$

donde es la solución de potencia reactiva para el generador  $i$  y  $Q_{imax}$  y  $Q_{imim}$  los límites superior e inferior de cada generador. Entonces la matriz  $A$  sería una composición de dos matrices de unos en la diagonal de tamaño  $NG \times NG$ , la superior positiva y la inferior negativa:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . & 0 \\ . & 1 & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . \\ . & . & . & 1 & . \\ . & . & . & . & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & -1 & . & . & . \\ . & . & -1 & . & . \\ . & . & . & -1 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Ahora:

$$b = \begin{bmatrix} Q_{imax} \\ -Q_{imin} \end{bmatrix} \quad (14)$$

para las restricción de igualdad,  $A_{eq}$  es un vector de unos de tamaño  $1 \times NG$ , el cual permite sumar todas las posiciones del vector  $Q_i$ . El vector  $b_{eq}$  sería un número, el cual es el resultado de la suma de las posiciones del vector de pérdidas de las líneas y el vector de carga que resultan de la salida del flujo de potencia.

De esta forma se expresa la función no lineal objetivo en una función lineal objetivo, con restricciones lineales y definidas correctamente, lista para aplicar la programación cuadrática con la plataforma *Matlab 6.5*.

#### 4. SIMULACIONES EFECTUADAS

El programa desarrollado en (Acuña, 2004), se prueba con los datos del sistema de 14 barras de

la red de la IEEE (Power Systems Test Case Archive, 2005).

La carga del sistema se ilustra en la Figura 4, en donde la potencia reactiva, es elevada en la mayoría de las barras del sistema.

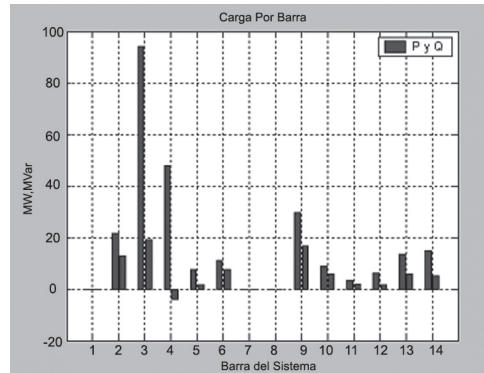


Figura 4. Demanda del sistema a plena carga. Fuente: (Acuña, 2004)

Los resultados de los límites de potencia reactiva y su demanda a cada generador se muestran en la Figura 5.

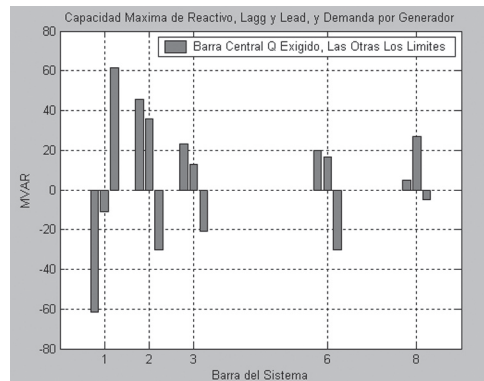


Figura 5. Límites y demanda de los generadores del sistema. Fuente: (Acuña, 2004)

Los datos correspondientes a estos límites y a la demanda se presentan en el cuadro 1.

**Cuadro 1.** Límites en p.u. de los generadores después de la evaluación

Barra	Planta	Unidades	Límite 1	Límite 2	Demanda
1	2	1	-0.6079	0.6144	-0.1111
2	1	2	0.3681	-0.4610	0.3596
3	2	1	0.2300	-0.2100	0.1258
6	2	2	0.2000	-0.3000	0.0831
8	1	1	0.0500	-0.0500	0.2692

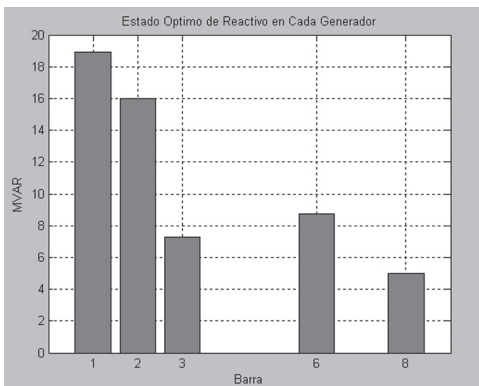
Q “-” en atraso

Fuente: (Acuña, 2004)

Se observa en el cuadro 1 y en la Figura 5, que el despacho de potencia reactiva de los generadores del 1 al 6 se encuentra dentro de los límites de capacidad a esa potencia real específica. Pero el generador en la barra 8 no puede suministrar la demanda exigida. Este problema lo resuelve la optimización, la cual restringe a este generador a permanecer dentro de sus límites de operación. La potencia faltante se distribuye entre los otros generadores, que sí tienen capacidad para abastecer la demanda.

Cuando se dispone de los límites de capacidad, se procede a despachar la potencia reactiva por medio de la optimización cuadrática, garantizando el cumplimiento de las restricciones impuestas por el sistema. El perfil de la potencia reactiva óptima en los generadores se muestra en la Figura 6.

En la Figura 6 se observa cómo los generadores más grandes son los que generan más potencia



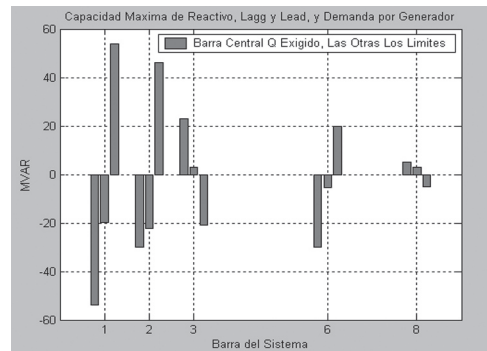
**Figura 6.** Perfil óptimo del despacho de MVAR para el caso de máxima demanda de potencia reactiva.

Fuente: (Acuña, 2004)

reactiva, asegurando más estabilidad al sistema. En la barra 1, los generadores son de 130 MVA cada uno, lo cual hace que los mismos tengan la mayor contribución al sistema.

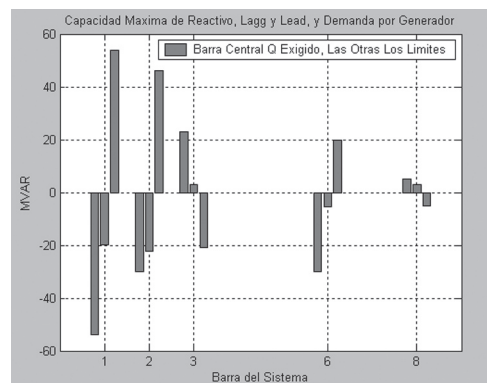
Por otro lado, si se analizará una situación en que la carga es ligera, el sistema se encuentra en mínima demanda, o que en algunas barras hay carga con f.p. en adelante, esta situación se muestra en la Figura 7. Una vez realizado el proceso de optimización, los resultados obtenidos se presentan en la Figura 8.

El perfil de reactivo óptimo en los generadores del sistema estudiado se ilustra en la Figura 9, en donde los generadores más robustos son los



**Figura 7.** Demanda mínima de potencia reactiva en el sistema.

Fuente: (Acuña, 2004)

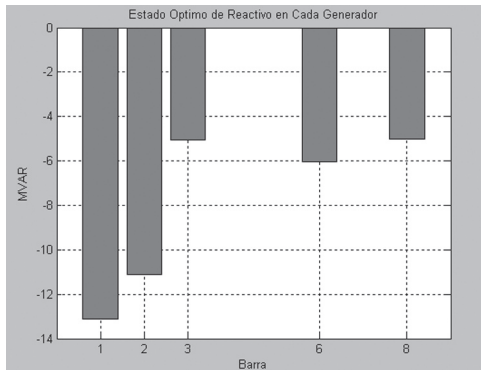


**Figura 8.** Límites y demanda de los generadores de la red, en demanda mínima.

Fuente: (Acuña, 2004)



que consumen más reactivo, asegurando más estabilidad al sistema.



**Figura 9.** Despacho óptimo de MVar en demanda mínima.

Fuente: (Acuña, 2004)

## CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se desprenden las siguientes conclusiones:

1. Al utilizar los generadores sincrónicos para regular potencia reactiva, se puede evitar, en cierta medida, la utilización de reactores o bancos de capacitares.
2. El balance de reactivo en la red, proporciona un perfil de tensiones aceptables en las barras de la misma.
3. El despacho óptimo de potencia reactiva, garantiza que los generadores operarán dentro de sus límites, y generan o consumen reactivo en proporción a sus valores nominales y al mismo tiempo suministran el reactivo necesario a la red.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acuña, M. (2004). *Despacho óptimo de potencia reactiva en sistemas multimáquina*. Proyecto Eléctrico, Escuela de Ingeniería Eléctrica. Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

Adibi, M. & Milanics, D. (1994). Reactive capability limitation of synchronous machines. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1), 1-6.

Castillo, W. (2000). *Álgebra lineal* (pp. 37-47). Costa Rica: Universidad de Costa Rica.

Grainger, J. J. & Stevenson, W. D. (1996). *Análisis de sistemas de potencia* (pp. 66-81). México: McGraw-Hill.

Hillier, F. & Lieberman, G. (1995). *Introduction to operations research*. (pp. 102-120). New York: McGraw-Hill.

Marianni, E. & Murthy, S. (1997). *Control of modern integrated power systems* (pp. 280-291). Berlin: Springer-Verlag.

Power Systems Test Case Archive. Extraído el 21 de enero, 2005 del sitio Web de University of Washington: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>

## NOMENCLATURA

Q: Potencia reactiva

P: Potencia activa

S: Potencia aparente

MVar: Megavoltioamperios reactivos

MW: Megawatts

MVA: Megavoltioamperios.

## SOBRE LOS AUTORES

### Marco Acuña Mora

Egresado de la Licenciatura de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Costa Rica. Ha laborado por dos años en la Compañía Nacional de Fuerza y Luz en el Departamento de Planificación y Diseño. Con experiencia en planeamiento de redes eléctricas, simulación y análisis de sistemas de potencia y generación renovable.

Teléfono: 387 2711

Correo electrónico: maacuna@cnfl.go.cr

**Eddie A. Araya Padilla**

Profesor Asociado, Departamento de Máquinas Eléctricas y Sistemas de Potencia.

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica.

Áreas de interés: dinámica no lineal, dispositivos FACTS y generación eólica

Teléfono: 207-3891

Correo electrónico: earaya@eie.ucr.ac.cr