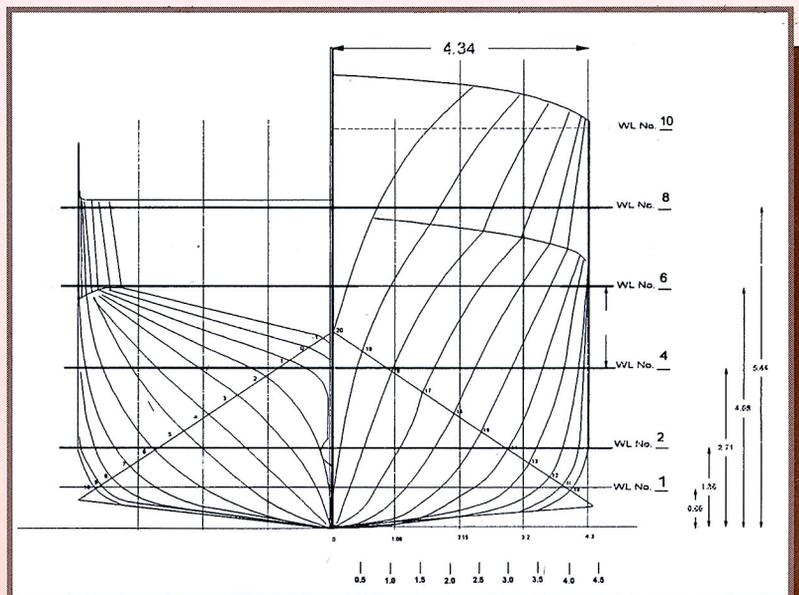
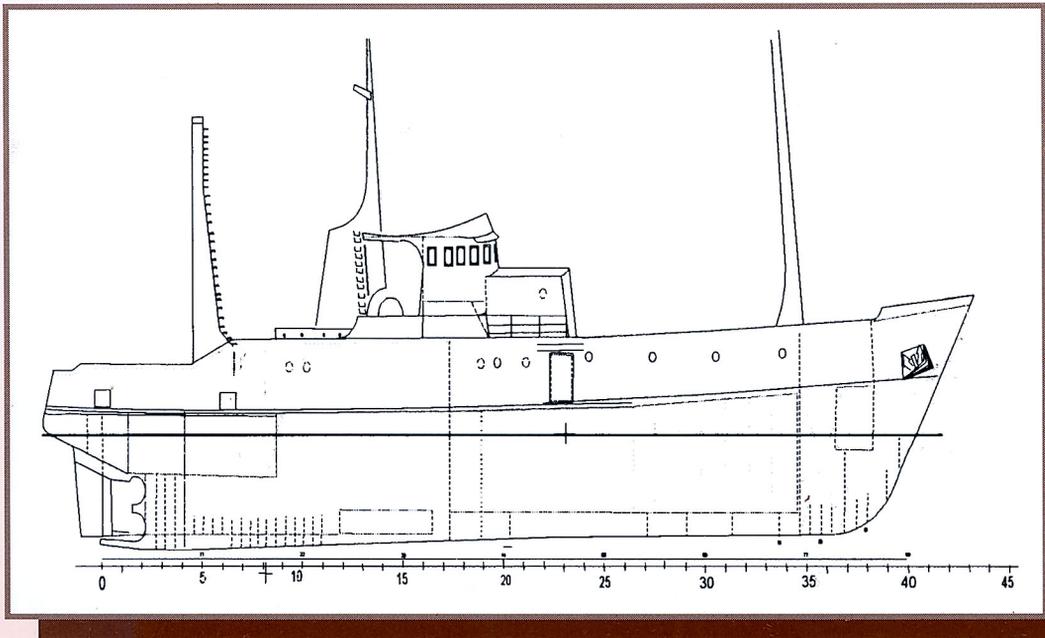


# Ingeniería

Revista de la Universidad de Costa Rica  
Julio/Diciembre 1995 VOLUMEN 5 Nº 2



## CONTROL DIFUSO DE UN SERVOMOTOR

José Antonio Ramírez H.\*

Ismael Mazón G.\*\*

*Palabras clave:* Control Difuso, Control Clásico, Perturbaciones, Inferencia.

### RESUMEN

En un experimento simulado se comparó el comportamiento de una estrategia clásica de control (PID) y de una estrategia difusa (*fuzzy*) para controlar un servomotor.

Se procedió a estudiar ambos controles bajo las mismas condiciones de trabajo: en cuanto a ruido en la medición, saturación en la actuación, perturbaciones en la carga, retardo de transporte y variación de los parámetros de la planta.

Como resultado de esto se halló un mejor desempeño por parte del control *difuso* bajo condición de ruido y variación en los parámetros del servo. Esto se comprobó realizando un análisis de la varianza del error en ambos casos: con control clásico y con control *difuso*.

### SUMMARY

In a simulation experiment a classic strategy PID was compared with a fuzzy strategy in order to control the angular position of a servomotor. Both controls were compared under the same conditions: noise level, saturation in the actuator, charge disturbances, transport delay and plant parameter changes. The experiment resulted in a better performance of the fuzzy strategy. The main parameter used to analyze the performance was the variance tracking error.

## 1. INTRODUCCIÓN

La amplia variedad de aplicaciones de los servomotores en la industria y fuera de ella se ha visto beneficiada por el desarrollo de controles basados en microprocesadores<sup>1</sup>. A su vez, esto ha posibilitado recurrir a estrategias nuevas dentro del control automático. Se ha dado paso a estrategias con controles inteligentes capaces de adaptarse a medios ruidosos, perturbados y donde pueden existir variaciones en los parámetros de la planta<sup>2</sup>.

Pero quizás el aporte más sobresaliente, actualmente, lo ofrece el control *difuso* o *fuzzy*, donde la decisión o acción final de control está fundamentada en la intuición, conocimiento y experiencia humana<sup>3</sup>, llegando hasta el llamado control inteligente de procesos<sup>4</sup>.

\* Ing., Estudiante de Maestría en Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica.

\*\* MSc., Profesor de la Escuela de Ingeniería Eléctrica Universidad de Costa Rica.

1 Y. F. Li and C. C. Lav, Development of Difuso Algorithms for servosystems, IEEE Control Systems Magazine, 4,65-72 (1989).

2 Soucek, Branco. "Fuzzy, Holographic and Parallel Intelligence: The Sixth-Generation Breakthrough." Wiley-Interscience Publication. USA, 1992.

3 Terano, Toshiro; Sugeno, Michio; Asai, Kiyoji. "Fuzzy Systems Theory and Its Applications". Academic Press Inc. USA, 1987.

4 Jiménez A., Agustín y otros. "Curso de Control Inteligente de Procesos". Universidad Politécnica de Madrid Madrid, 1992.

Uniendo estas dos vertientes, el servomotor y el control *difuso* se tiene entre manos una interesante posibilidad de mejorar la calidad de control de este tipo de dispositivos.

Un vistazo a la bibliografía relacionada con el control *difuso* nos presenta una variedad muy grande de aplicaciones, pero en el caso de servosistemas quizás uno de los primeros artículos sobre el tema sea el de Y. F. Li y C. C. Lav llamado "Development of *difuso* algorithms for servosystems"<sup>1</sup>, donde se detalla el uso de la lógica *difusa* para el control de servos, dando una visión global del problema del control y su aplicación para este tipo de sistemas.

**Aquí presentamos** el estudio del control de un servo de posición mediante dos tipos de estrategias de control: *difusa* y clásica.

El objetivo primordial es la comparación de respuestas, bajo idénticas condiciones de trabajo, de los controladores. Se toman en cuenta perturbaciones (medición y carga) así como variación en los parámetros de la planta; con el fin de buscar, en estudios ulteriores, mecanismos que mejoren en el comportamiento de sistemas de control, fundamentados en estrategias clásicas, bajo condiciones de ruido y variación de parámetros.

Las simulaciones que se presentan fueron realizadas mediante un programa escrito en lenguaje PASCAL.

## 2. EL SISTEMA

La simulación del control se realizó con el modelo de un servomotor DC. de laboratorio, tipo ES130 de Feedback Limited<sup>10</sup>.

El fabricante proporciona el modelo presentado en la figura 1:

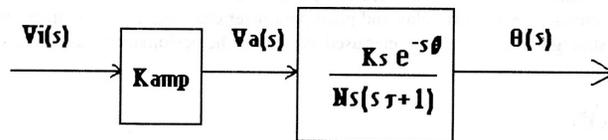


Fig. 1. Modelo de Servomotor

Donde  $V_i(s)$  es el voltaje de entrada al amplificador del servo en voltios,  $\Theta(s)$  es la posición de salida en radianes,  $K_{amp}$  es la ganancia del amplificador,  $V_a(s)$  es el voltaje de armadura del motor,  $K_s$  la constante del servomotor,  $\tau$  la constante de tiempo del sistema en segundos,  $\theta$  el retardo de transporte del sistema y  $N$  es el factor de reducción del sistema reductor de engranajes.

Los valores proporcionados por el fabricante son:

- $\tau = 0.16$  s
- $N = 16$
- $K_{amp} K_s = 165$
- $\theta = 0.01$  s

Para simplificar el modelo se tiene que  $K_p = K_{amp} K_s / N$  ( $K_p = 10.31$ ), de esta forma el modelo final será:

$$\frac{\Theta(s)}{V_i(s)} = \frac{K_p e^{-s\theta}}{s(s\tau + 1)} \quad (1)$$

### 3. MODELO EN TIEMPO DISCRETO

Para realizar la simulación fue necesario obtener la ecuación en diferencias del modelo del servomotor, con este fin, se obtuvo el equivalente retenedor-planta. Por transformada z modificada se obtiene:

$$G_0(z) = \tau (K_p(c_0 z^{-1} + c_1 z^{-2} + c_2 z^{-3}) / (1 + b_0 z^{-1} + b_1 z^{-2} + b_2 z^{-3})) \quad (2)$$

donde (2) es la función de transferencia del equivalente retenedor-planta.

Además,

$$c_0 = -1 + e^{-aT} + amT + aT \quad (3)$$

$$c_1 = -amT e^{-amT} - 2 e^{-amT} + e^{-aT} - amT + 1 \quad (4)$$

$$c_2 = -amT e^{-amT} - aT e^{-aT} + e^{-amT} - e^{-aT} \quad (5)$$

$$b_0 = -e^{-aT} - 2 \quad (6)$$

$$b_1 = 2 e^{-aT} + 1 \quad (7)$$

$$b_2 = -e^{-aT} \quad (8)$$

$$a = 1/\tau \quad (9)$$

$$m = 1 - \theta/\tau \quad (10)$$

T : período de muestreo.

Entonces la ecuación en diferencias que resulta es:

$$\Theta(k) = K_p \tau (V_i(k-1) c_0 + c_1 V_i(k-2) + c_2 V_i(k-3)) - \Theta(k-1) b_0 - \Theta(k-2) b_1 - \Theta(k-3) b_2 \quad (11)$$

En las simulaciones realizadas se escogió un período de muestreo de  $T = 0.015$  segundos. Por criterios de selección, este período debe ser bastante menor que la constante de tiempo del sistema, y además, la relación (10) debe ser mayor que cero, para aplicar la transformada z modificada.

### 4. ESTRATEGIAS DE CONTROL CLÁSICA Y DIFUSO

**En la aplicación** de las estrategias de control se realiza la medición de la posición de salida, velocidad y aceleración, para tomar las acciones necesarias de acuerdo al caso.

Se estudió primero el control clásico.

#### 4.1 Control clásico

El problema de control consiste en seguir una consigna de posición dada en Pref., teniendo una velocidad y aceleración de referencia. Para esto el algoritmo propuesto retroalimenta las señales de posición, velocidad y aceleración.

El esquema del lazo se presenta en la figura 2.

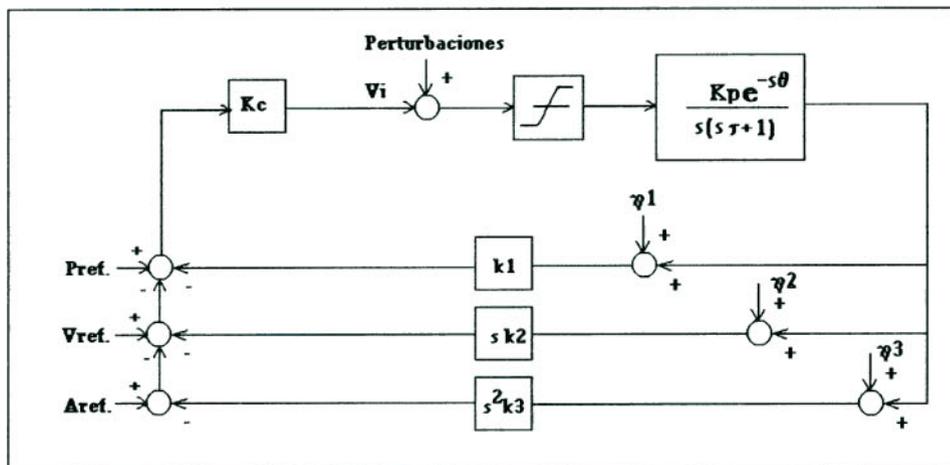


Fig. 2. Esquema de control clásico.

En este caso, se escogieron velocidad y aceleración de referencia iguales a cero.

El sistema de control seleccionado se comporta aproximadamente como un control PID (proporcional, derivativo, integral) pues la retroalimentación de la aceleración introduce un polo en el lazo cerrado<sup>10,11</sup>.

Las ganancias  $K_c$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  se utilizan para sintonizar el control.

El esquema de la figura 2 presenta perturbaciones en la planta, ruido de medición ( $\eta_1$ ,  $\eta_2$  y  $\eta_3$ ) y saturación en el voltaje de actuación  $V_i$ .

El mejor ajuste se obtuvo mediante prueba y error. Las ganancias obtenidas son:  $K_c = 4.5$ ,  $k_1=1$ ,  $k_2=0.11$  y  $k_3=0.0001$ .

Debido a la presencia de perturbaciones, y ruido en la medición el ajuste del control no puede realizarse por métodos convencionales (Ziegler-Nichols, Rovira, etc), pues el sistema no es determinístico. Como se verá más adelante se probará el control bajo condiciones de variación en los parámetros de la planta y perturbaciones, en donde el ajuste por métodos convencionales no es aplicable.

El ajuste obtenido no se considera el óptimo, debido a la utilización de un método heurístico para la sintonización, pero si se considera adecuado y satisfactorio para un análisis comparativo tal como lo establece el objetivo planteado.

La respuesta del sistema ante una entrada escalón de 4 radianes, bajo condiciones ideales (sin ruido, perturbaciones ni saturación en  $V_i$ ), con este control se observa en las figuras 3, 4 y 5 donde se presentan posición, velocidad y aceleración respectivamente.

Como se observa en las figuras la acción del control es rápida y suave. Alcanzando una velocidad máxima de 22 radianes/s y produce una respuesta satisfactoria, con un tiempo de asentamiento de aproximado de 0.4 segundos.

Luego de esto, se hizo el estudio con perturbaciones en la carga de un 5%, ruido en la medición de 0.5%, variación en los parámetros de un 40% (ganancia  $K_p$  y  $\tau$ ) y una saturación en el voltaje de actuación  $V_i$  de  $\pm 20$  voltios.

Las respuestas de posición, velocidad y aceleración se presentan en las figuras 6, 7 y 8.

Se puede apreciar en la figura 6 cómo la acción del control trata de llevar hacia el valor de consigna al sistema, pero produciendo errores en el estado estacionario.

10. Feedback Limited. Technical Notes: Servosystem ES130. London 1972.

11. Mazón G., Ismael y otros. "Manual de Laboratorio de Control Automático". Universidad de Costa Rica, San José, 1978.

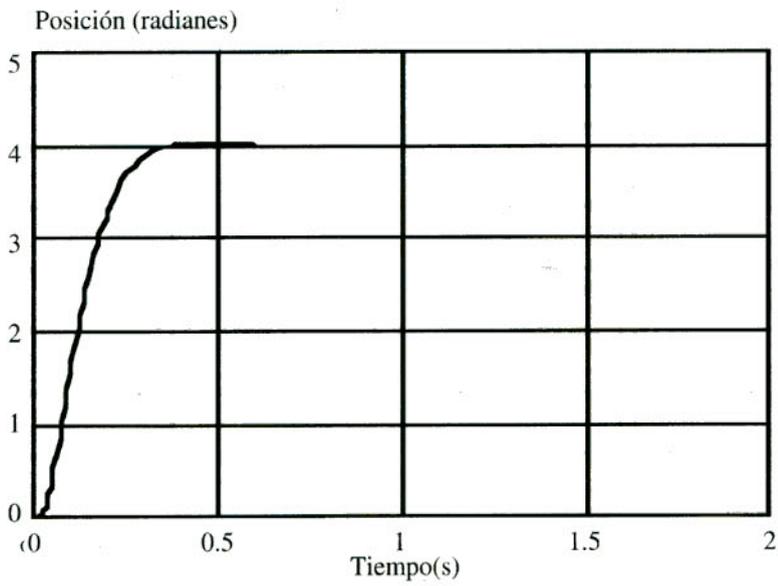


Fig. 3. Respuesta al escalón, control clásico.

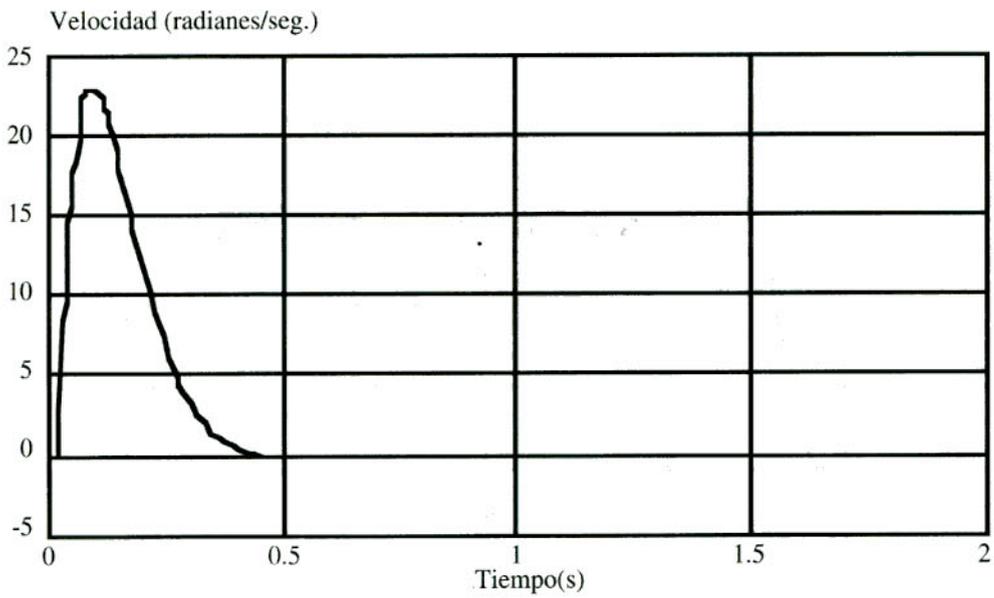


Fig. 4. Respuesta de velocidad, control clásico.

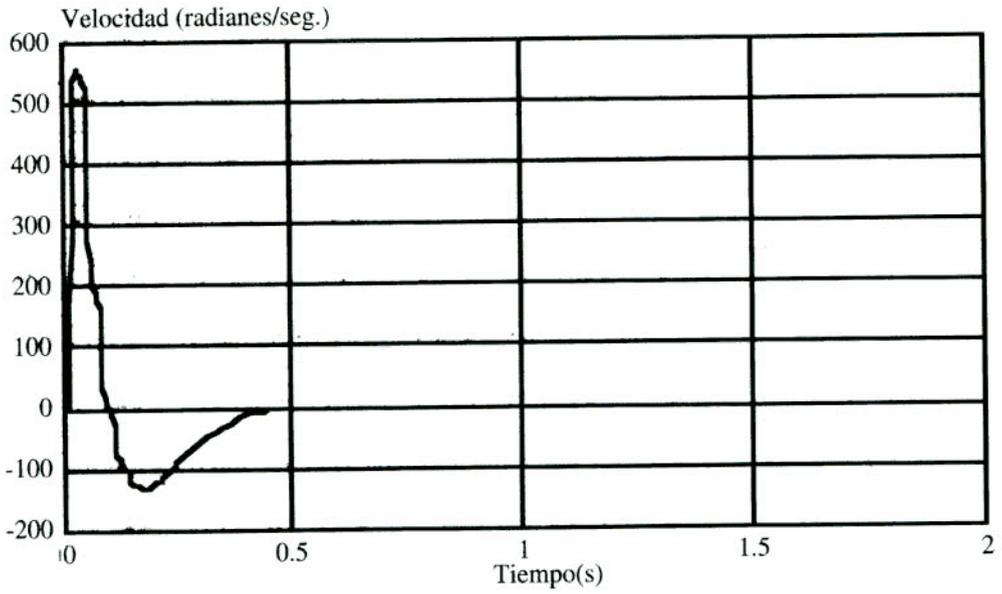


Fig. 5. Respuesta de aceleración, control clásico.

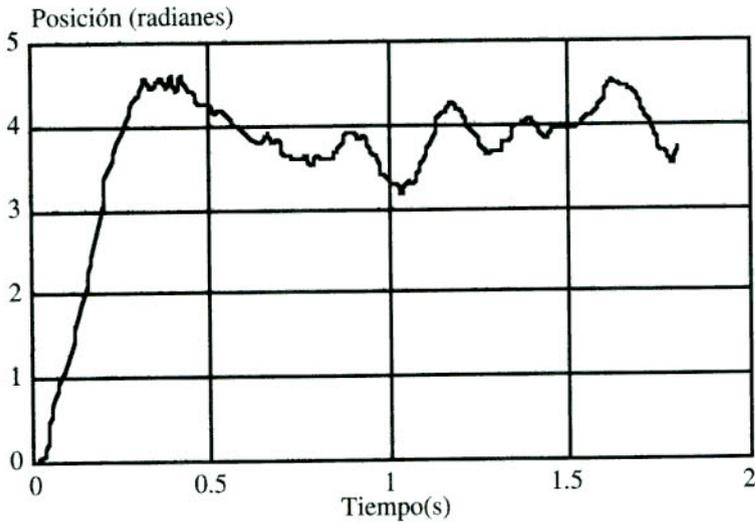


Fig. 6. Respuesta al escalón, clásico con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

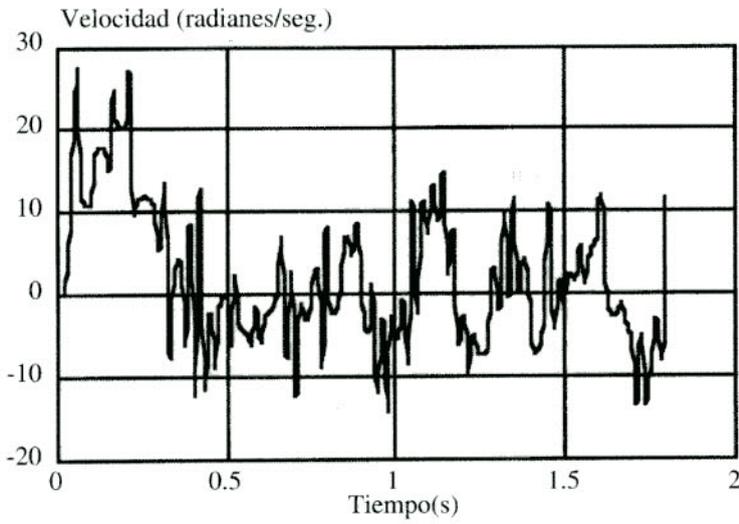


Fig. 7. Respuesta de velocidad, control clásico con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

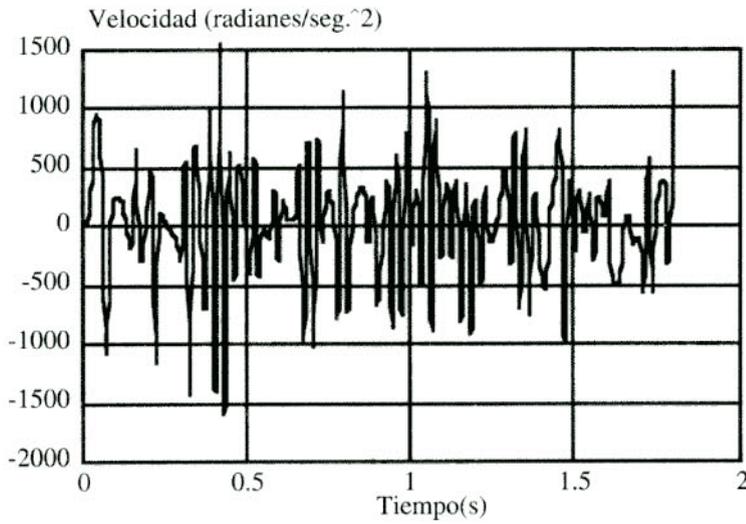


Fig. 8. Respuesta de aceleración, control clásico con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

Para estudiar la calidad del control bajo estas condiciones, se realizó un análisis de la varianza del error producido según la respuesta mostrada en la figura 6.

La varianza se define como:

$$\sigma^2_{\text{error}} = \Sigma (\text{error}_{\text{obtenido}} - \text{error}_{\text{esperado}})^2 / n \quad (12)$$

donde la sumatoria se realiza sobre los n coleccionados en la simulación.

El mejor índice de la calidad de un controlador en sistemas donde se involucran señales de ruido y perturbaciones es la varianza del error (error=referencia-salida actual), análogo al análisis de la integral del cuadrado del error como índice de calidad (ISE: Integral Square Error)<sup>7</sup>.

Este tipo de análisis es el desmejorado en sistemas que involucran procesos estocásticos, como el presente caso, donde se tiene ruido y perturbaciones que son variables aleatorias en el tiempo<sup>12</sup>.

En este caso, suponiendo un error esperado de 0, se obtuvo una varianza del error del control clásico, bajo condiciones de ruido, perturbaciones y variación en los parámetros de  $\sigma^2_{\text{error-clásico}} = 1.059321$  considerando la variación del error a partir de la posición 0 radianes. También se obtuvo la varianza a partir de la muestra 20 (primer cruce de la salida con el valor de consigna 4 radianes), donde se obtuvo  $\sigma^2_{\text{error-clásico}} = 0.114847$ .

## 4.2 Control Difuso

Al igual que el control clásico, el difuso tomar como entradas velocidad y aceleración, pero también el error en la posición. Es necesario también, proporcionar una velocidad máxima y mínima, al igual que una aceleración máxima y mínima, y un voltaje de actuación máximo con el fin de delimitar los conjuntos difuso correspondientes a las entradas y la salida.

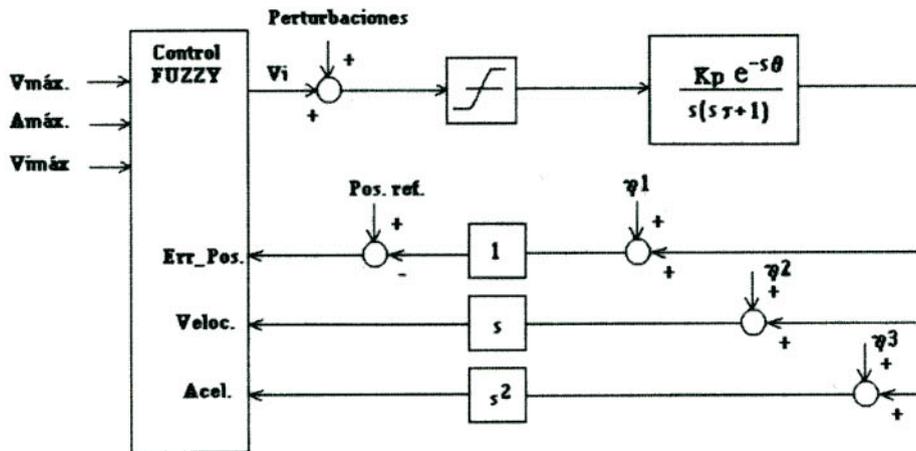


Fig. 9. Esquema de control Difuso.

El esquema del controlador se muestra en la figura 9.

En este esquema también se dispone también de saturación y perturbaciones en la planta.

La sintonía del control está fundamentado en las reglas y la disposición de los conjuntos difuso de entradas y salidas.

Las figuras 10, 11, 12 y 13 presentan la configuración de dichos conjuntos.

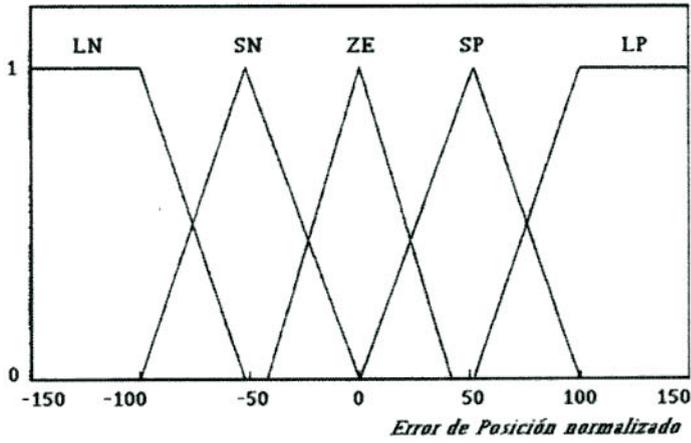


Fig. 10. Conjunto Difuso para el Error de Posición.

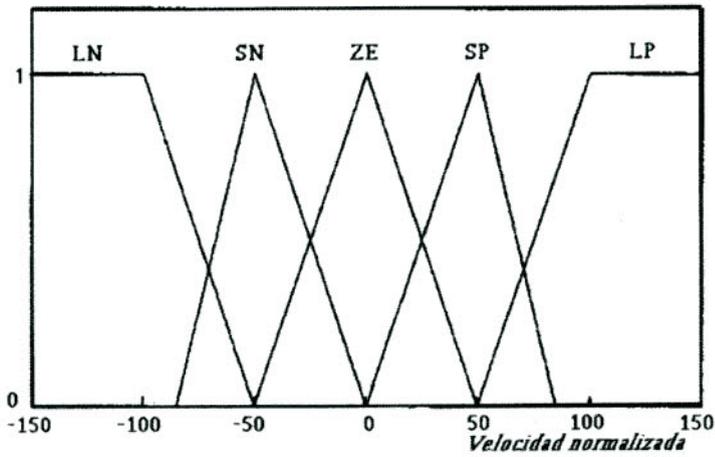


Fig. 11. Conjunto Difuso para la Velocidad.

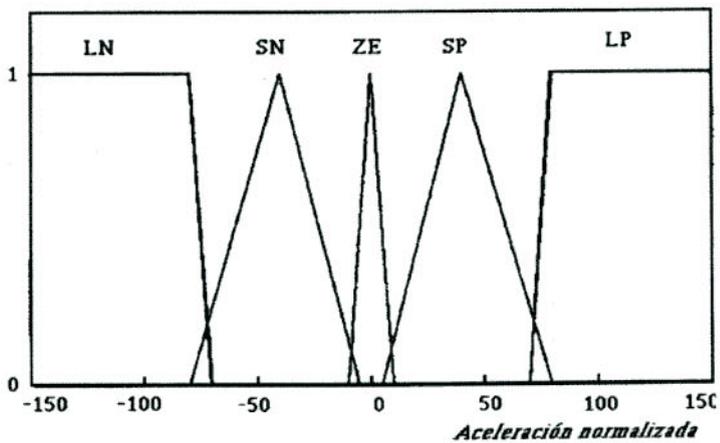


Fig. 12. Conjunto Difuso para la Aceleración.

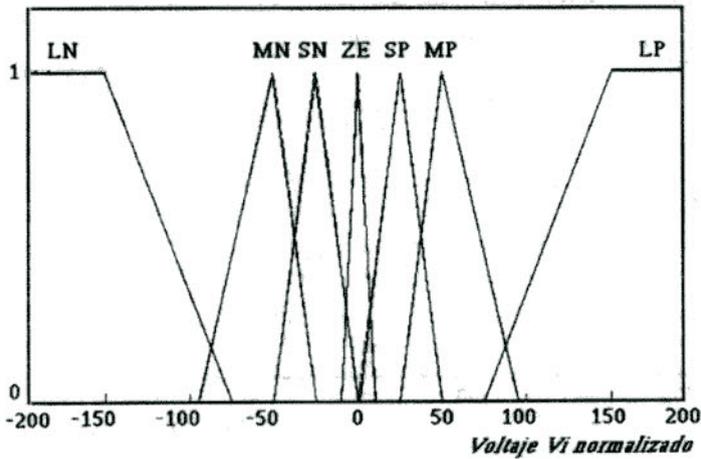


Fig. 13. Conjunto Difuso del Voltaje  $V_i$ .

Las etiquetas para todos los conjuntos tienen el siguiente significado:

- LN : "Long Negative" o grande negativo.
- MN : "Mean Negative" o mediano negativo.
- SN : "Short Negative" o pequeño negativo.
- ZE : "Zero" o cero.
- SP : "Short Positive" o pequeño positivo.
- MP : "Mean Positive" o mediano positivo.
- LP : "Long Positive" o grande positivo.

Es importante notar el uso de siete etiquetas para los conjuntos de salida, con el objeto de lograr mejores respuestas en la acción controladora. También, las entradas y la salida son normalizadas en sus respectivos ejes para cada conjunto con la finalidad de facilitar el cálculo.

Otro aspecto fundamental en el diseño son las reglas de control o base de conocimiento del controlador. Algunas de ellas son:

- Si el Error en la Posición es LP y la Velocidad es ZE entonces  $V_i$  es SP.
- Si el Error en la Posición es LP y la Velocidad es LP y la Aceleración es ZE entonces  $V_i$  es LP.
- Si el Error en la Posición es ZE y la Velocidad es ZE entonces  $V_i$  es ZE.
- Si el Error en la Posición es SP y la Velocidad es LP entonces  $V_i$  es MP.
- Si el Error en la Posición es LN y la Velocidad es SN y la Aceleración es ZE entonces  $V_i$  es LN.

Estrictamente se puede tener un máximo 125 reglas, esto debido a que las tres entradas son fuzzificadas con cinco etiquetas cada una, lo que resulta en un espacio de 125 posibles combinaciones de las entradas.

En este caso, el control se implementa con un subconjunto mínimo de reglas (9 reglas) para el funcionamiento deseado del sistema. Esto se justifica pues existen combinaciones que no se cumplen dentro del comportamiento dinámico del sistema, i.e. Aceleración LN y Velocidad ZE.

El método de inferencia del valor de la salida final o "defuzzification" se realiza por aproximación del centro de gravedad del conjunto de salida resultante.

Las figuras 14, 15 y 16 presentan las respuestas del sistema con control difuso ante una entrada escalón de consigna 4 radianes, sin perturbaciones, ruido ni saturación.

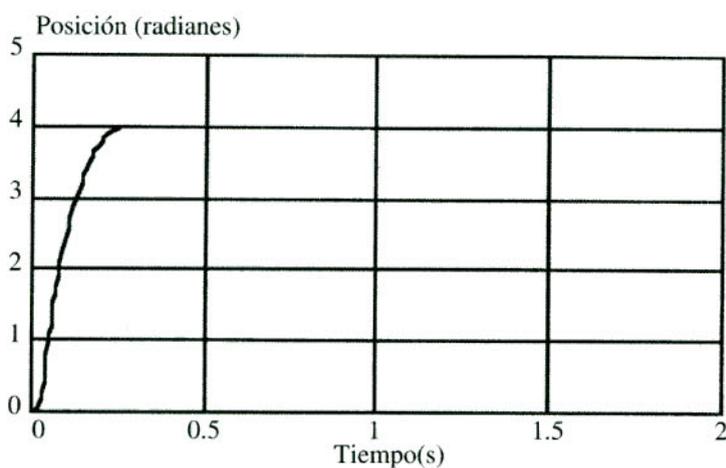


Fig. 14. Respuesta al escalón, control difuso.

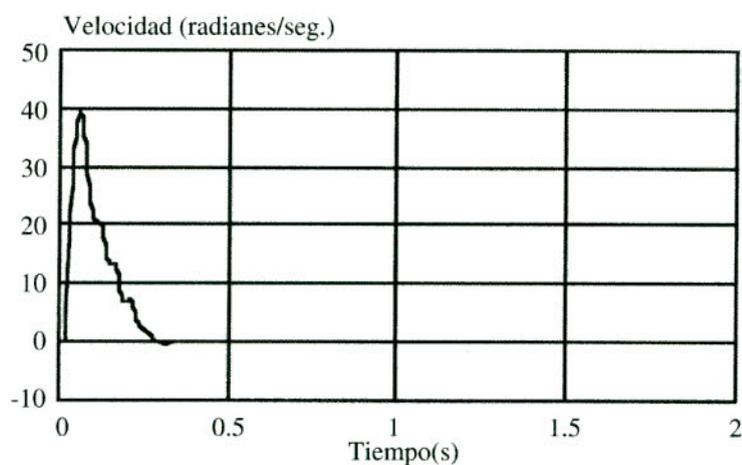


Fig. 15. Respuesta de velocidad, control difuso.

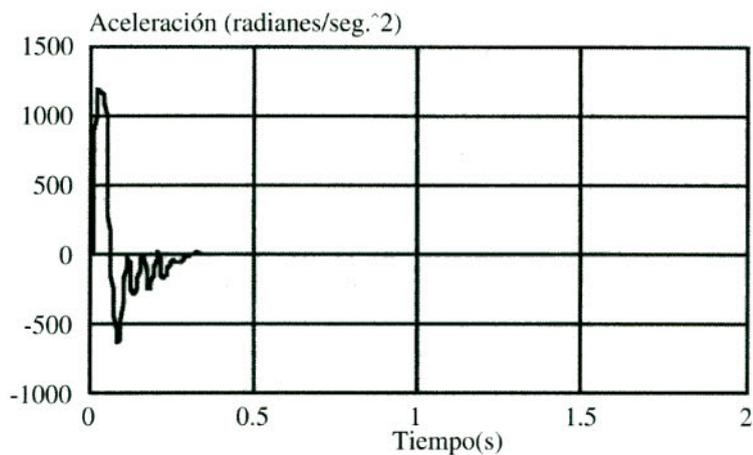


Fig. 16. Respuesta de aceleración, control difuso.

Como se observa, las respuestas son satisfactorias desde el punto de vista de rapidez y suavidad de la acción, muy similar a la presentada por el control clásico bajo estas mismas condiciones, pero con un menor tiempo de asentamiento.

Se repite la simulación y se considera ruido de medición de 0.5%, perturbaciones en la carga del 5%, variación en los parámetros de un 40% y saturación en el voltaje de actuación  $V_i$  de  $\pm 20$  voltios. En las figuras 17, 18 y 19 se presenta esta situación.

La figura 17 muestra una respuesta bastante buena por parte del control difuso bajo estas condiciones, comparado con la respuesta del control clásico, esto pues conserva el valor de salida más cercano al valor de consigna. Esto se comprueba con la obtención de la varianza del error para el control difuso según la relación (12), donde se obtuvo  $\sigma^2_{\text{error-difuso}}=0.02735$  a partir de la muestra número 20, y  $\sigma^2_{\text{error-difuso}}=0.888244$  incluyendo las muestras a partir de  $t=0$  segundos.

Este valor de la varianza del error denota un mejor comportamiento ante variación de los parámetros, ruido de medición y perturbaciones en la carga, por parte del control difuso.

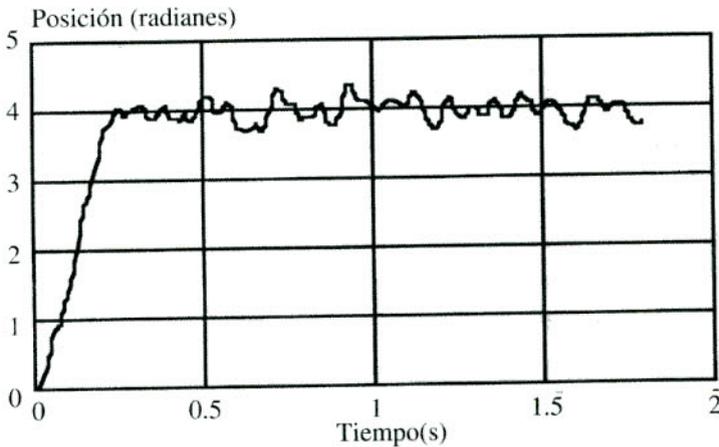


Fig. 17. Respuesta al escalón, control difuso con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

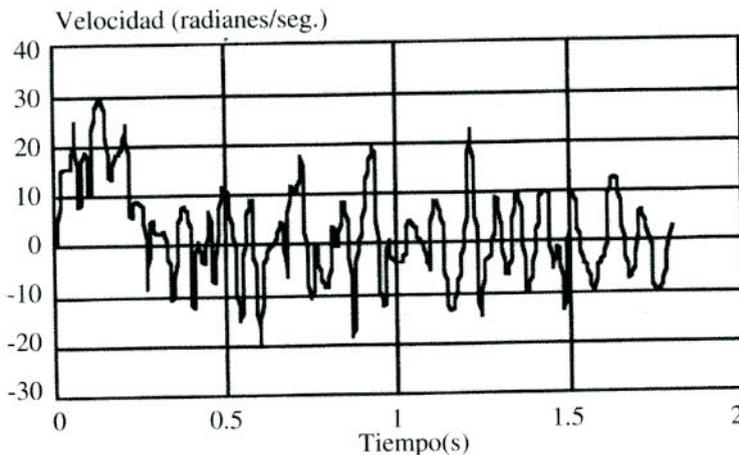


Fig. 18. Respuesta de velocidad, control difuso con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

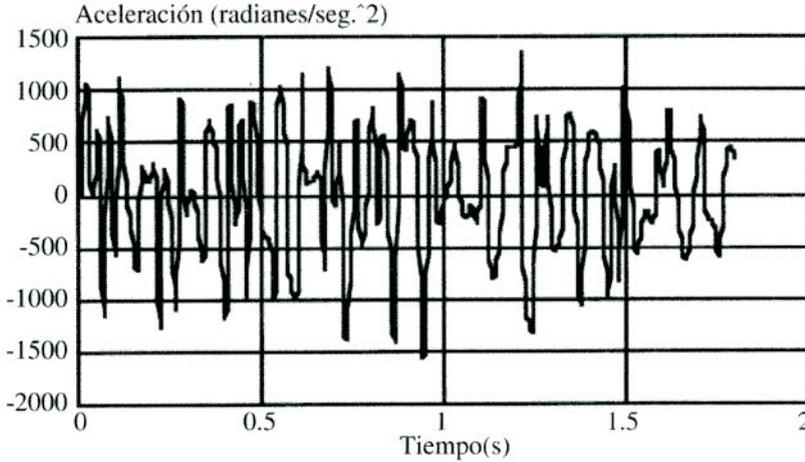


Fig. 19. Respuesta de aceleración, control difuso con ruido de medición, perturbaciones en la carga y variación de parámetros.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el trabajo realizado se demostró que el control difuso cumple, satisfactoriamente, en el control del servomotor, pues se obtienen respuestas bastante buenas ante condiciones de variación de parámetros, retardo de transporte, perturbaciones (ruido en la medición, carga) y saturación en la actuación.

Por su parte, el control clásico resulta muy eficiente ante condiciones de trabajo de bajo ruido y perturbaciones, lo que limita su buen desempeño.

El análisis de la varianza del error producido para ambos controles, en condiciones de perturbación, demostró una mayor calidad de control por parte del controlador difuso.

Esta comparación pretende ser el punto de partida hacia la búsqueda de métodos de mejoramiento de las estrategias de control clásico, teniendo como referencia el comportamiento deseado, que se fundamenta en un control difuso, ante las condiciones de ruido, no-linealidad y perturbaciones, presentadas en este artículo.

También, este trabajo es la plataforma necesaria para la experimentación, a nivel práctico, del control difuso aplicado al control de servomotores.

Dentro de los aspectos de diseño de los controles, siempre existe una mayor simplicidad, a nivel de programación, de los controles clásicos convencionales. El control difuso presenta una mayor complejidad en los algoritmos para su desarrollo, aspecto que se ve compensado en una mayor calidad en la respuesta del sistema controlado.

Finalmente, el trabajo a futuro sería la realización a nivel práctico del control difuso y clásico de este servomotor, para la comparación y evaluación de resultados con respecto a los obtenidos en la simulación realizada.

## 6. REFERENCIAS

- 1 Y. F. Li and C. C. Lav. Development of Difuso Algorithms for servosystems, IEEE Control Systems Magazine, 4, 65-72 (1989).

- 2 Soucek, Branco. "*Fuzzy, Holographic and Parallel Intelligence: The Sixth-Generation Breakthrough.*" Wiley-Interscience Publication. USA, 1992.
- 3 Terano, Toshiro; Sugeno, Michio; Asai, Kiyoji. "*Fuzzy Systems Theory and Its Applications.*" Academic Press Inc. USA, 1987.
- 4 Jiménez A., Agustín y otros. "*Curso de Control Inteligente de Procesos.*" Universidad Politécnica de Madrid. Madrid. 1992.
- 5 Lechtman K., Salomón. "*Control por Microcomputador de un Servomotor.*" Universidad de Costa Rica, 1982
- 6 Mazón G., Ismael. "*Notas del Cursos Control Digital.*" Universidad de Costa Rica. Costa Rica, 1995.
- 7 Ogata, Katsuhiko. "*Ingeniería de Control Moderna.*" Prentice Hall, México, 1993.
- 8 Spiegel, Murray. "*Probabilidad y Estadística.*" Mcgraw-Hill. México, 1976.
- 9 Stenz R. Kuhn, U. Automation of a Batch Distillation Column Using Difuso and Conventional Control *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. Vol. 3, No 2, Junio 1995.
- 10 Feedback Limited. Technical Notes: Servosystem ES130. London, 1972.
- 11 Mazón G. Ismael y otros. "*Manual de Laboratorio de Control Automático.*" Universidad de Costa Rica, San José 1978.
- 12 Amstrón, Karl. "*Introduction to Stochastic Control Theory.*" Academic Prees, New, 1970.