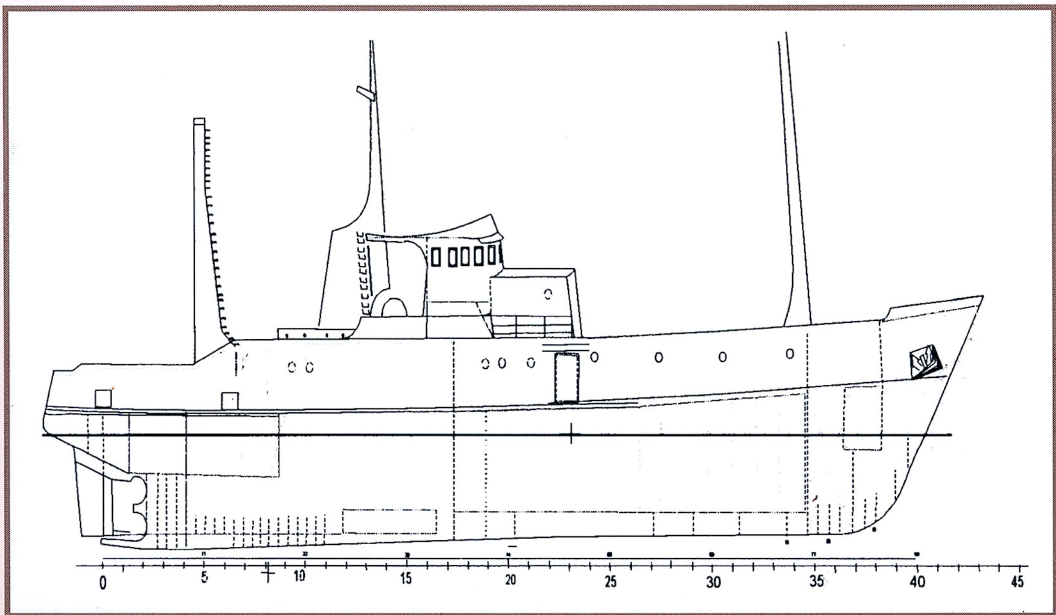
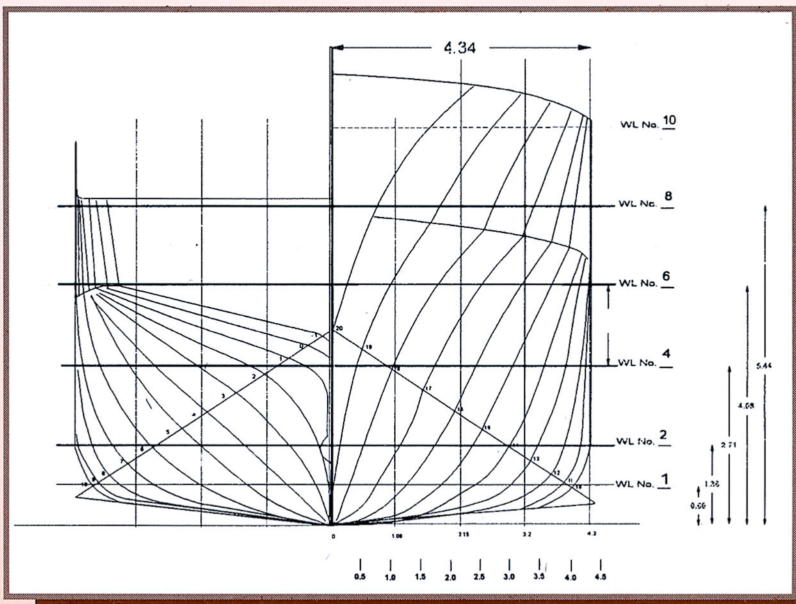
Ingeniería

Revista de la Universidad de Costa Rica

Julio/Diciembre 1995 VOLUMEN 5 Nº 2





Ingeniería 5(2): 119-123, 1995 San José, Costa Rica

CALCULO DE ESFUERZOS MAXIMOS EN EL SUELO EN EL CASO DE CIMIENTOS CIRCULARES Y CARGA EXCENTRICA

*Marija Romanjek B.**

RESUMEN

Para el diseño de cimientos circulares sujetos a cargas excéntricas, se presenta un procedimiento de cálculo simple de los esfuerzos máximos en el suelo, mediante la utilización de un gráfico en términos de los parámetros geométricos involucrados.

SUMMARY

A procedure is presented for the simple calculation of the maximum stresses in the ground for the design of fundations subject to excentric loads, by means of a graph in terms of the geometrics parameters involved.

1. INTRODUCCION

Existen estructuras para las cuales es necesario hacer cimientos independientes y en forma circular. El ejemplo típico de estas son los tanques de almacenamiento de combustibles. Considerando las fuerzas sísmicas, la carga que se transmitirá al suelo tendrá cierta excentricidad. Mientras esta excentricidad no sobrepase cierto límite, determinar los esfuerzos en el suelo no es complicado. El cálculo se complica cuando la excentricidad es tan grande que solamente una parte de la superficie de la placa trabaja en la transmisión de la carga. Para determinar los esfuerzos máximos en el suelo en este caso, suponiendo la respuesta en forma lineal, es necesario conocer la fórmula para calcular el volumen de un segmento cilíndrico, como también ubicar el centroide de este volumen. Pero es difícil encontrar algún libro o manual con este tipo de información, lo que hace necesario resolver el problema matemáticamente por medio de integrales triples para obtener estas fórmulas que se usarán luego en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio y su solución. Sin embargo existe otra dificultad pues las ecuaciones obtenidas son tan engorrosas que se pueden resolver únicamente usando la computadora o por tanteo y error.

El artículo presenta una solución práctica y fácil utilizando diagramas en términos de los parámetros involucrados en las fórmulas obtenidas, los cuales permiten al ingeniero diseñador una determinación o chequeo de los esfuerzos inducidos en el medio soportante en forma sumamente rápida.

2. SIMBOLOS

- $N =$ fuerza normal en el cimiento (peso de todo el sistema inclusive la placa).
- $M =$ momento de las fuerzas horizontales con respecto a la superficie inferior del cimiento (o momento de las fuerzas verticales con respecto al centroide del cimiento).
- $R =$ radio del cimiento circular.
- $e =$ excentricidad de la carga, relación momento/fuerza: $e = \dfrac{M}{N}$
- $\sigma =$ esfuerzo en el suelo.

* Inga., Profesora Escuela de Ingeniería Mecánica, U.C.R.

3. CASO I: EXCENTRICIDAD PEQUEñA

Este es el caso e $\leq \frac{R}{4}$ y se produce cuando toda la superficie inferior del cimiento está trabajando en la transmisión de la carga y está sometida a compresión. El cálculo de los esfuerzos en el suelo, suponiendo su distribución lineal (fig. 1), se realiza según los métodos básicos del estudio de la resistencia de materiales. Así los esfuerzos serán:

$$\sigma(\max-\min) = \frac{N}{\pi R^2} \pm \frac{4M}{\pi R^3}; \text{ o} \tag{1}$$

$$\sigma(\max-\min) = \frac{N}{\pi R^2}\left(1 \pm \frac{4M/N}{R}\right)$$

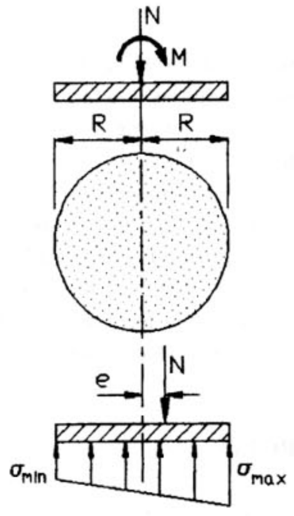


Fig. 1. Esfuerzos en el suelo en el caso de excentricidades pequeñas.

La limitación, para que la excentricidad $e = \frac{M}{N}$ pueda considerarse pequeña, la definirá el esfuerzo mínimo. Conforme aumenta la excentricidad este esfuerzo va disminuyendo. Si la excentricidad sigue aumentando, después de que el esfuerzo mínimo se hizo cero, una parte de la superficie del cimiento perderá esfuerzos por contacto. A partir de este momento, el análisis cambia y el caso será designado como de excentricidad grande. Por lo tanto, el límite para la excentricidad pequeña la define la condición $\sigma_{\min} = 0$, esto significa que, $1 - 4\frac{M}{NR} = 0$ despejando se obtiene que para $\sigma_{\min} = 0$: $\frac{M}{N} = \frac{R}{4} = e$

4. CASO II: EXCENTRICIDAD GRANDE

En este caso resulta:

$$R/4 < e \leq \frac{3}{16}\pi R = 0.589R$$

Cuando e > R/4, una parte de la superficie del cimiento pierde los esfuerzos por contacto con el suelo. Conforme se aumenta la excentricidad de la carga, disminuye la superficie del cimiento en compresión y se aumenta el peligro de volcamiento del sistema. Para evitar el volcamiento, el Código Sísmico de Costa Rica (CSCR) en el art. 2.9.4. recomienda que el área total en compresión no debe ser inferior al 50% del área total del cimiento. Esta condición define la excentricidad máxima permisible y después del análisis se calcula que ésta no debe exceder $\frac{3}{16}\pi R$

Si se supone una distribución lineal de los esfuerzos, el suelo responderá con una configuración de esfuerzos equivalente al volumen de un segmento cilíndrico (fig. 2). En la fig. 3 se presentan los correspondientes diagramas de esfuerzos en el suelo.

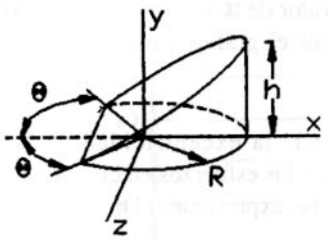


Fig. 2. Volumen y centroide de un segmento cilíndrico.

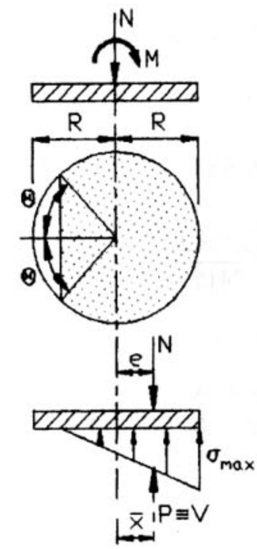


Fig. 3. Esfuerzos en el suelo en el caso de excentricidades grandes.

Para calcular el volumen y el centroide de un segmento cilíndrico, necesarios para establecer las ecuaciones de equilibrio, se utilizan las fórmulas siguientes:

(i) el volumen de un segmento cilíndrico para $\theta \leq \frac{\pi}{2}$:

$$V = \frac{hR^2}{(1+\cos\theta)}\left[(\pi-\theta)\cos\theta + sen\theta - \frac{sen^3\theta}{3}\right] \quad (2)$$

La coordenada del centroide de un segmento cilíndrico para $\theta \leq \frac{\pi}{2}$:

$$\bar{x} = \frac{R}{4}\,\frac{(\pi-\theta)+\frac{2}{3}cos\theta\, sen^3\theta + cos\theta\, sen\theta}{(\pi-\theta)cos\theta + sen\theta - \frac{sen^3\theta}{3}} \quad (3)$$

Las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$\begin{aligned}
&\sum F = 0 \rightarrow N = P = \frac{\sigma_{max}R^2}{1+cos\theta}\left[(\pi-\theta)cos\theta + sen\theta - \frac{sen^3\theta}{3}\right]\\
&\sum M = 0 \rightarrow M = N\,e = P\bar{x}\\
&M = \frac{\sigma_{max}R^3}{4(1+cos\theta)}\left[(\pi-\theta)+\frac{2}{3}cos\theta\, sen^3\theta + cos\theta\, sen\theta\right]
\end{aligned} \quad (4)$$

Arreglando términos se obtienen las siguientes expresiones para la excentricidad y el esfuerzo máximo:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{R}{4}\,\frac{\left[(\pi-\theta)+\frac{2}{3}\cos\theta\, sen^3\theta + \cos\theta\, sen\theta\right]}{(\pi-\theta)\cos\theta + sen\theta - \frac{sen^3\theta}{3}} \quad (5)$$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{R^2}\,\frac{(1+\cos\theta)}{\left[(\pi-\theta)\cos\theta + sen\theta - \frac{sen^3\theta}{3}\right]} \quad (6)$$

Se nota que la magnitud de la excentricidad y el esfuerzo máximo se pueden expresar como función del ángulo, el cual define la magnitud de la superficie libre de esfuerzos de contacto (ver la fig. 3). Las dos funciones de θ, que aparecen en las expresiones anteriores para e y σ_{max} son las siguientes respectivamente:

$$\alpha = \frac{\left[(\pi-\theta)+\frac{2}{3}\cos\theta\,\mathrm{sen}^3\theta + \cos\theta\,\mathrm{sen}\theta\right]}{\left[(\pi-\theta)\cos\theta + \mathrm{sen}\theta - \frac{\mathrm{sen}^3\theta}{3}\right]} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\left[(\pi-\theta)\cos\theta + \mathrm{sen}\theta - \frac{\mathrm{sen}^3\theta}{3}\right]}{(1+\cos\theta)} \quad (8)$$

y entonces, resultan las siguientes expresiones en términos de los parámetros α y β:

$$e = \frac{R}{4}\alpha \tag{9}$$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{R^2\beta} \tag{10}$$

5. METODO DE CALCULO

Dadas las condiciones, el ángulo θ puede variar de 0 a $\frac{\pi}{2}$. En la fig. 4 se grafican las funciones α y β. El procedimiento para determinar los esfuerzos máximos en el suelo consta entonces de los siguientes pasos:

1) Calcular $\alpha = 4\frac{M}{NR}$;

2) Con el valor de α ir al gráfico y para el valor de θ correspondiente determinar el valor del β correspondiente;

3) Calcular el esfuerzo máximo en el suelo:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{R^2\beta} \ .$$

Si el valor de α no está dentro de los límites impuestos por el gráfico puede significar una de dos cosas:

(a) si $\alpha \leq 1$, la excentricidad será pequeña (fig.1) y los esfuerzos en el suelo se calculan según las expresiones (1);

(b) si $\alpha > 2.36$, la excentricidad será demasiado grande, θ será mayor de $\frac{\pi}{2}$ y no se cumplirá el requisito impuesto por el CSCR. En este caso hay que aumentar el radio de la placa del cimiento.

6. EJEMPLO

Dados: $N = 241.5$ t, $M = 215$ tm, $R = 3.4$ m.

Se calcula $\alpha = \frac{4 \times 215}{241.5 \times 3.4} = 1.047$

Leyendo del gráfico:

para $\alpha = 1.047$, $\theta = 17.5°$, $\beta = 1.53$

Calculando:

$$\sigma_{max} = \frac{241}{3.42^2 \times 1.53} = 13.65 \ \text{t}/\text{m}^2 \ .$$

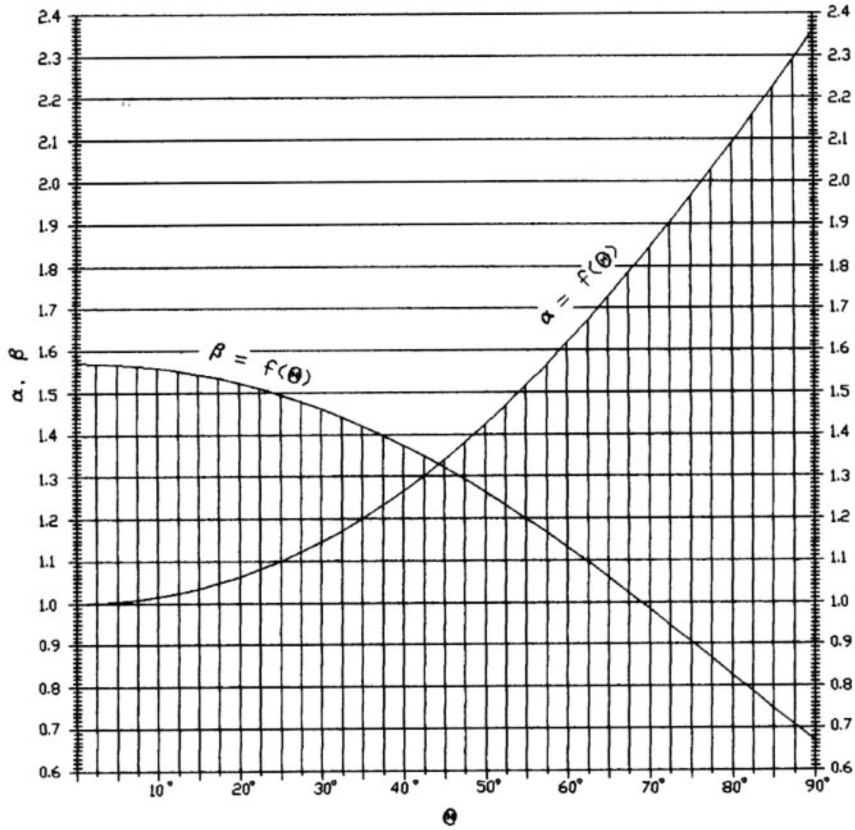


Fig. 4. Gráfico de las funciones [y].