

ISSN 1409-2441

# Ingeniería

Revista de la Universidad de Costa Rica  
Enero/Diciembre 1998 VOLUMEN 8 Nos. 1 y 2



# DISEÑO Y CONTROL DE UN BRAZO MECANICO

Horacio Vásquez C. 1

## RESUMEN

En este artículo se presenta información obtenida al construir, modelar, simular y operar un brazo mecánico que gira excéntricamente alrededor de un eje horizontal. El objetivo de este trabajo fue obtener un sistema electromecánico que fuera de utilidad para los cursos de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Costa Rica. Es así como se le facilita el trabajo del profesor y les permite a los estudiantes presenciar la operación de un motor de corriente continua, potenciómetros, sistemas de control en general y otros aspectos de relevancia en la enseñanza de diferentes tópicos.

## SUMMARY

This article presents information obtained from constructing, modeling, simulating, and operating a mechanical arm, which rotates eccentrically around a horizontal axis. The objective of this project was to build an electromechanical system useful to teach courses in Mechanical Engineering at the University of Costa Rica. Therefore, this project facilitates the teacher's explanations, and lets students experiment with DC motors, potentiometers, control systems in general and other pertinent matters, when learning about a variety of subjects.

## 1. INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta información relacionada con el diseño, construcción y control de un brazo mecánico con propósitos didácticos y de utilidad en cursos de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Costa Rica. Este brazo es el primer paso en la construcción de un manipulador o robot. Después de la construcción del brazo mecánico se realizaron pruebas experimentales para determinar el modelo matemático del sistema, y luego se utilizó este último para realizar simulaciones con el programa de cómputo *Mallab*. Así se determinó el comportamiento del sistema bajo ciertas situaciones de operación y control. Se incorporó un controlador proporcional analógico de lazo cerrado utilizando amplificadores operacionales y

potenciómetros. También, se realizaron pruebas utilizando un controlador proporcional de tipo digital ejecutado con una tarjeta de adquisición de datos *Dasco/1 J*. Se realizaron mediciones del funcionamiento del brazo y se compararon los resultados obtenidos experimentalmente con los resultados esperados teóricamente.

## 2. DISEÑO DEL BRAZO MECÁNICO

Se prepararon dos bases sobre las que se apoyan los cojinetes que soportan al eje en donde está montado el brazo, como se muestra en la figura 1. En un extremo de una de las bases se construyó un apoyo para el motor-reductor, y en el extremo de la otra base se colocó un potenciómetro el cual funciona como sensor de posición angular del brazo.

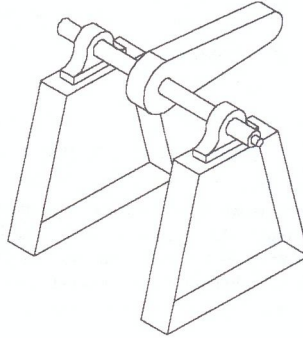


Figura N°. Brazo mecánico

Se utilizó un motor de corriente directa para generar el movimiento, el cual es de tipo moto-reductor, con una reducción de 1 a 100, con características de 24 voltios, 1 amperio, velocidad de operación sin carga de 60 rpm, y constante de fuerza contra electromotriz de 0.0404 V/(rad/s) determinada por métodos experimentales.

El potenciómetro que se ha colocado en uno de los extremos del eje es de 5 kG, de 10 vueltas, y se alimentó en sus extremos fijos a  $\pm 2$  voltios, generándose así en su extremo deslizante cualquier voltaje entre -2 y +2 voltios, lo cual depende linealmente de la posición angular del brazo. Así, el brazo puede girar hasta 10 vueltas, asociándose las posiciones 0 y 10 con el extremo deslizante del potenciómetro indicando -2 y +2 voltios, respectivamente. Entonces, por ejemplo, si el extremo deslizante del potenciómetro indica, en una posición dada, cero voltios, se dice que el brazo se encuentra en la posición de 5 vueltas a partir de la posición cero. La relación entre el voltaje en el extremo deslizante del potenciómetro y la posición del brazo es 0,4 voltios/vuelta, con la referencia de -2 voltios en la posición de cero vueltas.

Cuando la posición del brazo se controló con un tipo de controlador proporcional analógico, se necesitó de un potenciómetro adicional para generar la posición de referencia, o posición deseada, relacionada con un voltaje de la misma manera como se hizo para el potenciómetro conectado al extremo del eje. En tal situación, se limitó el cambio de la posición deseada a la habilidad del usuario para mover el extremo deslizante del potenciómetro de referencia. Por lo contrario, cuando se utilizó un controlador proporcional de tipo digital, la posición deseada (o voltaje de referencia) se generó directamente del programa utilizado, lo que permitió modificarla fácilmente.

Para operar el motor sin dañar los componentes electrónicos de los controladores, tanto analógico como digital, fue necesario utilizar un amplificador de potencia, capaz de suministrar la potencia que requiere el motor y limitar la corriente a un amperio. El tipo de amplificador de potencia o *driver* utilizado es de los conocidos como modulador del ancho de pulso o PWM, para motores DC sin escobillas.

### 3. EQUIPO UTILIZADO

El brazo mecánico y su sistema de control están constituidos por los siguientes elementos:

- >> Brazo de aluminio
- >> Eje
- >> Acople
- >> Cojinetes
- >> Base
- >> Moto-reductor
- >> Fuente de poder
- >> DASCON-1
- >> Amplificadores Operacionales
- >> Amplificador de potencia
- >> Potenciómetros
- >> Tarjeta de conexiones

### 4. MODELO MATEMÁTICO

Analizando el sistema mecánico y eléctrico del brazo se obtiene el modelo matemático siguiente:

$$I \ddot{\theta} + \left[ \frac{k_a}{R} \frac{k_b}{b} + b \right] \dot{\theta} - \frac{k_a}{R} e_i - mgd \operatorname{sene}\theta = 0 \quad (1)$$

donde:

$I$  es el momento de inercia alrededor del eje de giro del sistema

$k_a$  es la constante par (Nm/ A)

$k_b$  es la constante de fuerza contra electromotriz (VI(rad/s))

$R_a$  es la resistencia de la armadura del motor ( $\Omega$ )

$b$  es el coeficiente de fricción del sistema (Nm/(rad/s))

$e_i$  es el voltaje de entrada al motor en voltios (V)

$m$  es la masa del brazo mecánico (kg)

$d$  es la distancia desde el centro de gravedad del brazo hasta el eje de giro (m)

$\theta$  es la posición del brazo con respecto a una posición de referencia vertical (rad)

De la anterior ecuación se obtienen dos ecuaciones diferenciales de primer orden, a las que se les llama ecuaciones de las variables de estado:

$$\dot{\theta} = 0$$

$$\dot{\theta} = \frac{[\frac{k_a}{R} \frac{k_b}{b} + b] \dot{\theta} + \frac{k_a}{R} e_i + mgd \operatorname{sene}\theta}{1} \quad (2)$$

definiendo  $x_1 = e$ , y  $x_2 = \dot{e}$ , se obtienen las siguientes dos ecuaciones equivalentes a las anteriores:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-\left[\frac{k_a k_b}{R_a} + b\right] x_2 + \frac{k_a}{R_a} e_i + mgd \operatorname{sen}(x_1)}{1} \end{aligned} \quad (3)$$

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL CONTROL ANALÓGICO

El controlador analógico utilizado se presenta en la figura N. 2. En donde  $V_d$  es el voltaje o posición deseada.  $V$  es el voltaje o posición verdadera.  $R$  representa a resistencias de  $10k\Omega$ , y  $R_r$  es una resistencia escogida de acuerdo a la ganancia deseada. De esta manera el voltaje de salida del controlador es generado de acuerdo a la ecuación (4)

$$e_i = k_p (V_d - V) \quad (4)$$

donde:

$k_p$ , es la constante de proporcionalidad del controlador y es igual a la relación  $R_r/R$ .

Se determina experimentalmente que entre mayor sea la constante  $k_p$ , más veloz es la respuesta del sistema, y cualquier cambio en el potenciómetro de referencia provoca un cambio en la posición del brazo. Sin embargo, no fue posible determinar la respuesta escalón del sistema con este tipo de controlador debido

a que no se puede cambiar el potenciómetro de referencia de la posición cero vueltas a la posición de una vuelta de manera instantánea, sino más bien conforme se va moviendo el voltaje de referencia el brazo lo sigue continuamente.

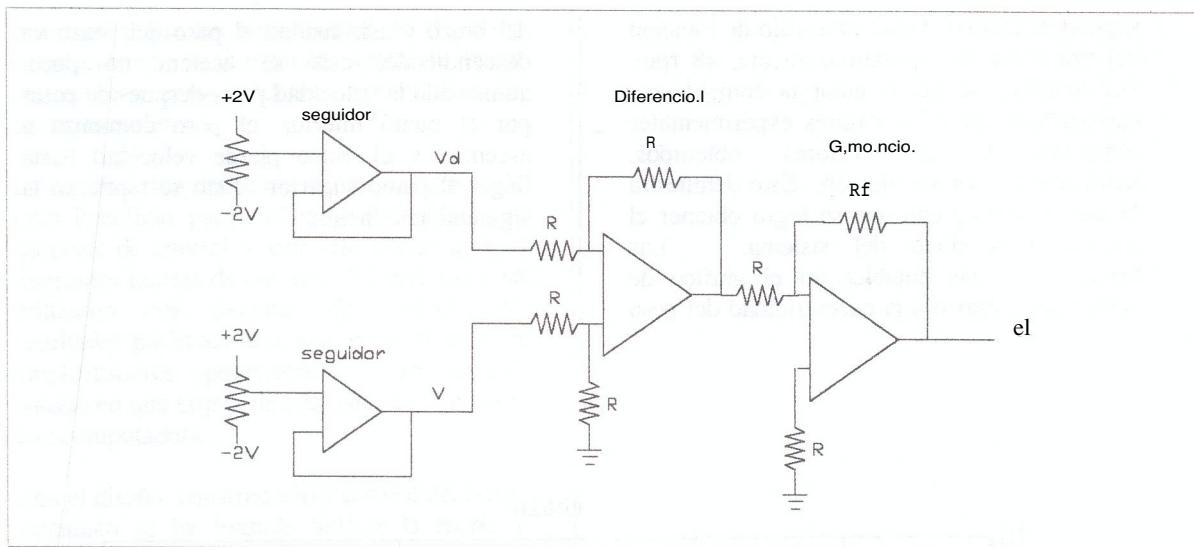


Figura N.2. Controlador analógico

### 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL CONTROL PROPORCIONAL DIGITAL

El control de tipo digital se realizó con un programa escrito en el lenguaje *QuickBasic*, y consistió en medir la posición real del brazo, esto es midiendo el voltaje del potenciómetro correspondiente, utilizando uno de los convertidores analógicos a digital de la tarjeta de adquisición de datos Dascon 1. Este voltaje,  $V$ , se comparó con el voltaje o posición deseada,  $V_d$ , dado por el usuario, y se utilizó la ecuación (4) para encontrar.

experimentalmente, un adecuado valor de  $k_p$ , y así obtener una buena respuesta del sistema. El voltaje de salida,  $e_i$ , se envió hacia el motor a través de  $I/O$  de los convertidores digital a analógico de la tarjeta Dascon1. Se logró una respuesta escalón satisfactoria del brazo mecánico con un valor de  $k_p$  de 300. Se pueden ver en la siguiente tabla los resultados obtenidos experimentalmente para una respuesta escalón desde la posición de cero vueltas hasta la posición de 2 vueltas.

Tabla N°1. Datos experimentales.

Vueltas	Tiempo (s)	Velocidad angular promedio (r.p.m)	Promedio (r.p.m)
2	2,54	47,24	48,41
2	2,42	49,58	

Utilizando las ecuaciones de las variables de estado, se realizó la simulación en *Matlab* para determinar la respuesta escalón en condiciones similares. Los gráficos obtenidos para posición

y velocidad angular del brazo se presentan en la figura N° 3.

De los datos obtenidos con la simulación se determina que para la respuesta escalón de 2 vueltas se requieren aproximadamente 2,5

segundos, y la velocidad promedio de rotación del brazo fue de, aproximadamente, 48 rpm. Por lo tanto, se puede notar la coincidencia casi perfecta entre los valores experimentales obtenidos y los valores obtenidos, teóricamente, por simulación. Esto demuestra la gran exactitud con que se logró obtener el modelo matemático del sistema. Las oscilaciones más notables en el gráfico de velocidad se deben a la excentricidad del peso

del brazo y así, cuando el peso del brazo va descendiendo, este se acelera un poco, aumentado la velocidad pero, después de pasar por el punto inferior, el peso comienza a ascender y el brazo pierde velocidad hasta llegar al punto superior. Esto se repite en la siguiente revolución.

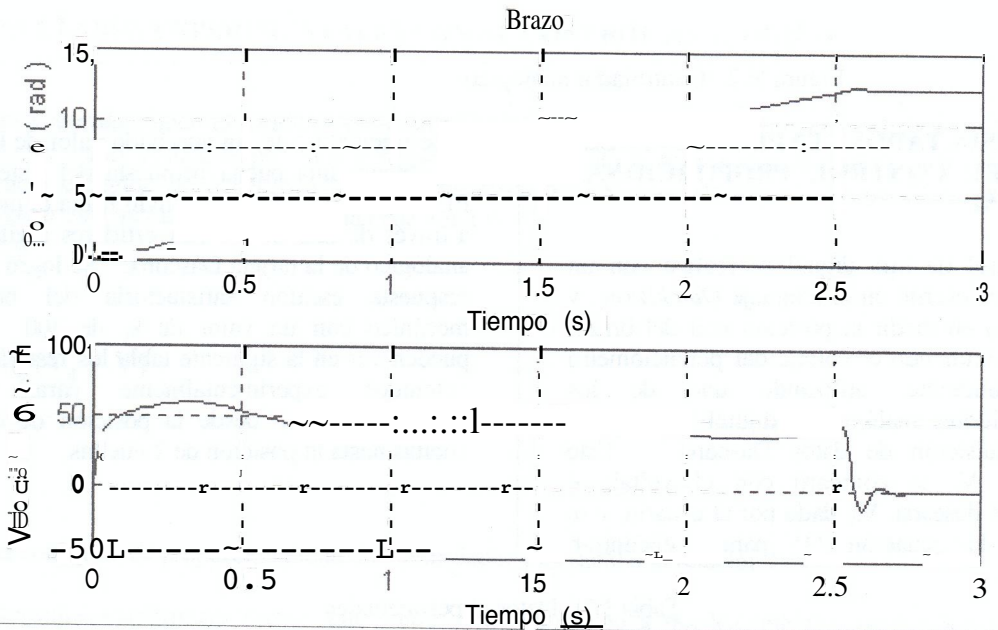


Figura N°3. Respuesta escalón de 2 revoluciones: posición y velocidad del brazo

7. CONCLUSIONES

Experimentalmente, se logró obtener el modelo matemático del sistema del brazo mecánico, y su solución se obtuvo por simulación con el programa de cómputo *Matlab*. Los resultados obtenidos con la

simulación se compararon con los resultados que realmente ocurren con el movimiento del brazo, y se logró determinar que ambos resultados coinciden casi exactamente. Esto aumenta la credibilidad en los métodos teóricos utilizados para obtener modelos matemáticos y simulaciones, con lo cual se

comprueba que las herramientas de diseño y simulación que se utilizan en ingeniería llevan realmente a aproximaciones matemáticas de sistemas reales.

La construcción del brazo mecánico ha sido de gran beneficio para utilizarse con diferentes sistemas de control y con ello lograr aplicar diferentes teorías de control. En este caso, se utilizaron dos sistemas de control con resultados positivos: uno analógico, basado en amplificadores operacionales y otro digital, basado en una tarjeta de adquisición de datos y una computadora.

Con el diseño, construcción y control del brazo mecánico se ha logrado aplicar la teoría y obtener conocimientos que sólo se logran con la experimentación. El brazo mecánico se ha desarrollado con propósitos puramente didácticos que, sin embargo, pueden convertirse en el futuro en propósitos industriales. En la experimentación se han presentado situaciones que, definitivamente no se dan en la teoría y que son de gran ayuda para reforzar y fomentar conocimientos, los cuales serán de mucha importancia en la vida profesional de los ingenieros que formamos en la Universidad.

## 8. BIBLIOGRAFIA

1. Fitzgerald, AE. *Electric Machinery*. Fifth Edition. New York, McGraw-Hill, 1990
2. Kuo, Benjamin *Automatic Control Systems*. 6<sup>th</sup> Ed. New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1991
3. Mims, Forrest. *Getting Started in Electronics*. USA, Radio Shack, 1988
4. Ogata, Katsuhiko. *Dinámica de Sistemas*. México, Prentice Hall, 1987
5. Ogata, Katsuhiko. *Discrete-Time Control Systems*. New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1987