

¿POR QUÉ A LOS ESTUDIANTES LES CUESTA TANTO APROBAR MATEMÁTICA ELEMENTAL?

*José Ángel García Retana**

Recepción: 3 de octubre de 2008 • Aprobación: 5 de junio de 2009

RESUMEN:

El curso Matemática Elemental es uno de los cursos que más problemas presenta a los estudiantes universitarios en la Sede Guanacaste de la UCR. Se aducen como causas las malas "bases" de éstos, así como fallas metodológicas por los docentes. Pero podría ser que las causas sean más complejas y estén relacionadas con las diferencias entre, lo que formalmente certifica el estado costarricense y lo que hace en torno a la educación matemática en la secundaria. El análisis de los contenidos del curso revela una política de Estado que se opone a la propuesta desde la Universidad

Palabras claves: Matemática elemental, secundaria, bachillerato, temas, objetivos

ABSTRACT:

The Mathematical course Elementary is one of the courses that more problems presents to the university students in the Sede Guanacaste of the UCR. They adduce like causes the bad "basis" of these, like this as you fail methodological by the teachers. But it could be that the causes are more complex and are related with the differences between what, formally certifies the Costa Rican state and what is done around the mathematical education in the secondary. The analysis of the contents of the course reveals a State politics that opposes to the proposal of the University.

Key words: Elementary mathematics, high school, bachillerato, items, objectives.

* Profesor en la Sede de Guanacaste de la Universidad de Costa Rica [jose.garcia@ucr.ac.cr]

Introducción

El curso MA 125 Matemática Elemental es uno de los principales obstáculos que enfrentan muchos de los estudiantes universitarios en la Sede Guanacaste de la Universidad de Costa Rica (UCR), cuyas carreras demandan al menos este curso de matemáticas. El curso es uno de los cursos iniciales que ofrece la Escuela de Matemáticas para otras carreras. En el caso de la Sede Guanacaste, el mismo se brinda a los estudiantes de Turismo Ecológico, Dirección de Negocios y Administración Aduanera y Comercio Internacional, aunque se les sugiere a muchos estudiantes de otras carreras que requieren llevar cursos de matemáticas de un nivel mayor. Se supone que el curso MA 125 Matemática Elemental, tendría que ser un curso de carácter elemental, por lo que debería ser muy sencillo y fácil de aprobar, sin embargo la realidad está lejos de esta situación. De hecho es uno de los cursos de más baja promoción que tiene la Universidad en su conjunto y la Sede Guanacaste como caso particular. Tanto así que dicho curso está considerado como “no ponderable” por parte de las autoridades universitarias debido al bajísimo nivel de promoción que tiene. Esta triste realidad la comparte con cursos introductorios de matemáticas como lo son MA 1001 y MA 1210, entre otros, al punto de que la Vicerrectoría de Docencia de la Universidad ha llegado a plantear:

Los cursos de matemáticas que ofrece la Escuela de Matemáticas a otras carreras, hasta la fecha, se han caracterizado en términos generales por: a) alta demanda y matrícula insatisfecha, b) abandono de los cursos por parte de muchos estudiantes, c) baja promoción, d) alta

repitencia y e) escasez de profesores para ofrecer los cursos: todos estos factores están interrelacionados y tienen una base común, las dificultades propias que supone el aprendizaje de las matemáticas para una cantidad de estudiantes. (UCR. Vicerrectoría de Docencia Circular VD-R-8375-2009)

El curso MA 125 Matemática Elemental se encuentra dentro de los cursos a los que hace referencia dicha circular, pero además, sin proponérselo, muestra evidencias de la existencia de discrepancias con respecto a la cantidad y calidad mínima de conocimientos de matemáticas que debe tener un egresado de la educación media y, particularmente el ciclo diversificado, y lo que debe poseer al ingresar a la Universidad, de manera tal que refleja que, entre estos dos niveles del sistema educativo nacional existe una desarticulación de la que los educandos no son responsables, pero si son víctimas de la misma.

El curso apareció en 1985 como un paliativo a una “enfermedad” que con el tiempo se ha vuelto crónica y cada vez más complicada de sanar, como lo revela la circular antes citada anteriormente. Además muestra la diferencia de criterios que existen entre la secundaria oficial y la Escuela de Matemática sobre lo que es hacer matemáticas¹, por lo que

¹ Según el MEP, de acuerdo con el Programa de Estudios vigente “La formación matemática debe verse como un gran instrumento para dotar a nuestros ciudadanos de los medios para permitir la construcción y para fortalecer en las nuevas generaciones el pensamiento abstracto y riguroso y la independencia de criterio, premisas centrales para la realización plena de los individuos material y espiritualmente”. Por su parte, la Escuela de Matemáticas en las distintas Cartas a los Estudiantes, enfatiza el propiciar la adquisición de una cultura matemática básica que

muchas instituciones privadas prefieren dejar de lado el programa oficial para asumir el proyecto MATEM (Matemática en la Enseñanza Media) impulsado por la Universidad de Costa Rica, y más recientemente por la Universidad Nacional, como mecanismo para enfrentar la discrepancia apuntada,

Los elementos que desarrollaremos a continuación nos permitirán proponerle al lector que el curso MA 125 no se debe considerar como una extensión del colegio dentro de la Universidad, ya que en las circunstancias actuales adquiere una personalidad propia, merced a sus contenidos y la forma de desarrollarlos, por último, un vistazo rápido a los distintos temas y contenidos del curso permite sacar a la luz esta situación.

1. Una discrepancia evidente

Con respecto a los cursos de matemática para otras carreras que ofrece la Escuela de Matemática (incluido Matemática Elemental), es usual que muchos profesores universitarios de diferentes áreas consideren que el problema de las bajas promociones en estos cursos, pueda deberse, entre otros factores, a fallas en los procesos didácticos o metodológicos a la hora de impartirlos, aspecto que rechazan los docentes de Matemáticas aduciendo, “a coro”, que el problema está en las “bases” de los estudiantes, es decir, en los conocimientos previos, adquiridos en la educación media, particularmente en el ciclo diversificado. Posiblemente el problema es mucho más complejo y se mueve entre estos dos extremos, por lo que requie-

permita a través de un pensamiento riguroso lograr una expresión correcta de las ideas capaces de resolver problemas.

re un estudio profundo y detallado. La circular de la Vicerrectoría de Docencia antes mencionada aborda parcialmente esta situación al plantear una serie de posibles aspectos que inciden en la problemática, pero sin agotar los mismos, tal circular apunta

El desinterés del estudiantado en la materia, las dificultades propias del aprendizaje de las matemáticas, la inasistencia a clases, el abandono en los cursos, y problemas de índole didáctica, son factores que, en un promedio, afectan a un 15 % del estudiantado en el primer mes de iniciadas las clases y puede aumentar a un 30 % para el segundo mes. (UCR. Vicerrectoría de Docencia Resolución VD-R-8375-2009, emitida en el primer semestre de 2009)

y aunque la circular no lo indica, es lamentablemente usual que en este tipo de cursos al final del semestre asista a clases a lo sumo un 40 % de la matrícula inicial y lo apruebe menos de la mitad de los estudiantes que terminan dicho curso.

Consideramos que el origen de esta situación inicia en la secundaria y particularmente en el ciclo diversificado, dado que, supuestamente es allí donde los estudiantes adquieren los conocimientos básicos para sus posteriores estudios universitarios. Como primer elemento para sustentar esta consideración, tomaremos en cuenta que los resultados del bachillerato de la educación media (dado que este es un requisito de promoción que “certifica” el nivel mínimo de conocimientos adquiridos por el educando en la educación media y particularmente en el Ciclo Diversificado), ya que las pruebas aplicadas por los estudiantes son ganadas masivamente por los mismos a nivel nacional -entre un 73 % a un 80 % según el MEP de 2005 a 2009- en tanto, los resultados de los cursos de MA 125 a nivel nacional son extraordinariamente

bajos y no muy diferentes a los obtenidos en la Sede Guanacaste de la UCR, que arrojan los siguientes datos. (Ver Tabla N° 1. *Matriculación y promoción Matemática Elemental*).

Esto sin duda nos evidencia que para muchos de los estudiantes que ingresan a la Sede Guanacaste, así como para docentes y autoridades universitarias, el curso MA 125 Matemática Elemental, se ha convertido en un verdadero “dolor de cabeza”. Cabe mencionar que no tiene sentido realizar una comparación entre datos locales, es decir los resultados de las pruebas de Bachillerato-secundaria a nivel regional con los datos de la tabla anterior, dado que el ingreso a la UCR no es local sino por oposiciones a nivel nacional.

Estos resultados de MA 125 no son considerados por la Escuela de Matemática como algo sorprendente o inesperado. De hecho son valores que se proyectan con un nivel de predicción sumamente confiable en virtud de los resultados que los estudiantes de nuevo ingreso obtienen al aplicar la denominada Prueba de Diagnóstico.

La Prueba de Diagnóstico en Matemáticas, es un instrumento creado por la Escuela de Matemática de la UCR para valorar el nivel de conocimientos mínimos que manejan los estudiantes de nuevo ingreso. La misma se aplica desde 2005 y ha servido como un recurso para predecir y aclarar el porque los estudiantes que llevan cursos iniciales de matemáticas muestran el comportamiento descrito por la circular de la Vicerrectoría de Docencia de la UCR antes mencionada.

Dicha prueba no tiene por objeto evaluar al sistema educativo nacional, aunque sin proponérselo brinda elementos de juicio que resultan imposibles de ignorar. Cabe aclarar que las poblaciones objeto de ambas pruebas, Bachillerato-Secundaria y Diagnóstico-Nuevo Ingreso, no son exactamente las mismas. La población que abarca la prueba de diagnóstico es un subconjunto propio de la que abarca la prueba de Bachillerato, de hecho es la población que, como se indicó, requerirá cursos de matemáticas en sus carreras, dentro de los que podría estar MA 125, por lo ante-

Tabla 1
Matriculación y promoción Matemática Elemental
Sede Guanacaste 2005-2008

	2005		2006		2007		2008	
	<70	>70	<70	>70	<70	>70	<70	>70
I Ciclo	97	19	77	55	67	32	70	22
%	83.62	16.38	58.33	41.66	67.67	32.32	76.06	23.91
II Ciclo	35	32	40	57	31	28	21	4
%	52.23	47.79	41.23	58.76	53.45	47.57	84	16
ANUAL	132	51	117	112	98	60	91	26
%	72.13	27.86	51.09	48.91	62.02	37.98	77.77	22.22

Fuente: Registro Actas, Oficina Registro, Sede Guanacaste UCR, 2009

rior, podemos asumir que los estudiantes que presentan la prueba de diagnóstico constituyen la parte de la población de Bachillerato-Secundaria que debería haber acumulado la mayor cantidad de conocimientos de matemáticas en la secundaria.

Otro elemento que imposibilita hacer una comparación directa entre ambas pruebas es el peso específico que ambas tienen en términos psicológicos, pues mientras con una definen su posible vinculación al mundo laboral o a los estudios universitarios, la otra se realiza en condiciones más relajadas pues la misma no define absolutamente nada en términos del futuro del individuo y solo sirve para predecir su posible éxito en los cursos universitarios de matemáticas. Por último cabe destacar que las condiciones en que se aplican ambas pruebas difieren sustancialmente con respecto al apoyo tecnológico, pues mientras la prueba de bachillerato puede ser realizada utilizando como un recurso adicional (en ciertos casos imprescindible) algún tipo de calculadora científica, el examen de diagnóstico no permite el uso de ningún tipo de apoyo tecnológico. Esto último no es un capricho, sino que se basa en el hecho de que en los posteriores cursos que el estudiante deberá aplicar, las evaluaciones que enfrentará será todas con ejercicios de desarrollo, donde tal recurso tiene un papel prácticamente irrelevante.

Por lo anterior la comparación que se presenta a continuación, entre los resultados de ambas pruebas, se debe ver como un referente de una problemática que tiene que ver con el nivel y tipo de aprendizaje alcanzado por los estudiantes que egresan de la secundaria. Según los datos del MEP, un número extraordina-

riamente alto de estudiantes aprueban las pruebas de bachillerato: un 72.23 % en 2006, un 79.48 % en 2007 respectivamente (La Nación, 04 de Diciembre de 2007) y un 79.3% en 2008 (La Prensa Libre, 19 de Diciembre de 2008), mientras que el examen de diagnóstico de la Escuela de Matemática solo lo aprobaron un 17.3 % en 2004, 18.91% en 2005, 15.9% en 2006 y 15.6 % en 2007, y un 17.5 % en 2008 y un 18.5 % en 2009 (Escuela de Matemáticas. UCR. 2005 al 2009).

Si tomamos en cuenta ahora que los resultados indicados de la prueba de diagnóstico son de carácter nacional, al considerar en detalle los resultados de dicha prueba aplicados por los estudiantes que cursarán carreras en la Sede Guanacaste, éstos son realmente alarmantes (*Ver Tabla N° 1. Matrícula y promoción Matemática Elemental*):

Los datos de las tablas # 1 y # 2 junto con los publicados en los periódicos citados anteriormente, evidencian que los resultados del bachillerato-secundaria por un lado y de las pruebas de diagnóstico y promoción del curso MA 125 por otro, van en direcciones totalmente opuestas.

De hecho, frente a la situación de baja promoción en la prueba de diagnóstico, prueba que según los especialistas de la Escuela de Matemáticas de la UCR, actúa como un estimador confiables respecto al nivel de éxito que pueden alcanzar los estudiantes que matriculan los cursos iniciales de Matemáticas, es por lo que la Universidad se ha abocado, a través de la Escuela de Matemáticas, a diseñar y aplicar paliativos y mecanismos de apoyo para los estudiantes, a fin de enfrentar el desastre que se augura. Para ello se han venido implementando “talleres de nivelación” (donde se pretende en un

espacio de tiempo de tres a cuatro semanas “reparar” los contenidos mínimos de la secundaria), la apertura del curso MA 110 Matemática Básica (como curso sugerido previo a llevar cualquier curso inicial de carrera), los “estudiaderos” (espacio de trabajo de estudiantes avanzadas con su pares de cursos inferiores), y más recientemente, en la circular citada, la posibilidad de aprobar cursos como MA 125 a través de un nuevo proyecto: EXMA.

Así pues tenemos a todas luces una discrepancia, imposible de ignorar, entre el nivel de conocimientos certificados por el MEP y el nivel de conocimientos demandados por la Universidad Esta discrepancia pone en evidencia la existencia de un problema complejo, de muchas aristas, donde tanto los conocimientos previos heredados de la secundaria, como la metodología a nivel universitario, juegan papeles importantes, pero no son los únicos.

Como claramente lo indica la circular de la Vicerrectoría de Docencia, entran también, entre otros, las actitudes personales tanto del docente como del estudiante. Es importante resaltar en este sentido que la situación se agrava cuando el docente asume que no le corresponde

dar un seguimiento detallado al trabajo de cada estudiante, pues “no es profesor de colegio”, por lo que no asume ningún rol de carácter formativo, sino que se limita a un plano exclusivamente informativo, depositando la problemática en el educando de manera exclusiva. En el caso de MA 125, el estudiante por su parte, sabe que el curso, aunque imprescindible, debido a que es parte del currículo de su carrera, vale muy pocos créditos (tan solo 2), por lo que muchas veces asume que ganarlo o perderlo no tiene mayor impacto en su desarrollo académico, en otros casos, matricula el curso no con el ánimo de llevarlo sino para poder cumplir con el mínimo de créditos que requiere para mantener cierto nivel de beca; de esta manera, no se le da al curso la importancia que merece, cayendo en una trampa que le ata al mismo una y otra vez.

2. Para qué fue creado MA 125?

El curso MA 125 fue conceptualizado en los años 80 del siglo pasado como un mecanismo “temporal” para enfrentar las dificultades que los estudiantes mostraban en otros cursos iniciales y básicos como MA 101 Matemáticas de Ingreso.

Tabla 2
Resultados aplicación Prueba de Diagnóstico en Matemáticas
Sede Guanacaste 2005-2009

Año	#. estudiantes aplican	Nota media	% reprobaban	% aprueban
2005	67	32.2	98.5	1.5
2006	141	31.4	98.6	1.4
2007	147	31.38	98.3	1.7
2008	153	31.36	98.1	1.9
2009	161	35.85	100	0

Fuente: Informes de Resultados de las pruebas de diagnóstico en Matemáticas. Escuela de Matemáticas. U.C.R. 2005, 2006, 2007, 2008, 2009. y Oficina de Orientación, Sede Guanacaste, U. C. R. 2009

De hecho el curso MA 125, se suponía sería algo pasajero, por lo que en el libro de texto elaborado en 1988 por los profesores Manuel Barahona, Jenny Oviedo y Víctor Buján literalmente indicaron: “Por el momento consideramos aceptable que los contenidos de este texto sean la culminación de la enseñanza media, pero, esta situación deberá variar fundamentalmente en los próximos años”, (Barahona, Oviedo, Buján, 1988, 2).

La circular de la Vicerrectoría de Docencia que hemos citado, evidencia que 21 años después de implementado MA 125 esto no se ha logrado y que por el contrario la situación tiende a agravarse, por lo que cabe preguntarnos: ¿Por qué a los estudiantes les cuesta tanto ganar este curso?. Esta es una pregunta cuyas respuestas conllevan una discusión entre docentes de matemáticas y todos aquellos que cuestionan los resultados de las promociones, bien por falta de información, bien porque asumen que todas las disciplinas se deben considerar con el mismo nivel de dificultad dentro del ámbito universitario. Y tal vez ninguno de los dos tiene la razón y la raíz de este problema esté más allá de las “bases” de los estudiantes o de las estrategias metodológicas de los docentes, o de la dificultad propia de la disciplina. El presente trabajo persigue discernir parte de esta problemática, con el afán de identificar posibles causas que contribuyan a diseñar alternativas de una manera creativa, para enfrentar esta situación

3. Diferencias de criterios, objetivos, expectativas

La realidad evidencia que existe una discrepancia en términos tanto cuantitativos como cualitativos, entre los

conocimientos supuestamente adquiridos por parte de los estudiantes en la educación media, frente a los que deben manejar y completar en el curso de Matemática Elemental, entre otros cursos iniciales que ofrece la Escuela de Matemática. Esta discrepancia, a nuestra entender, se inicia en la diferencia de criterios y objetivos del Ciclo Diversificado, la Prueba Nacional de Bachillerato y el programa del curso Matemática Elemental, y no tanto en las características personales de los jóvenes que matriculan este curso o las metodologías implementadas por los docentes.

Los objetivos del Ciclo Diversificado, así como del Bachillerato-secundaria son confusos y ambiguos; de hecho no existe una especificación clara y definida al respecto, sino criterios generales que no definen con precisión que persigue el sistema educativo costarricense en torno al aprendizaje de las matemáticas. Por su parte, los Programas de Estudio, particularmente del ciclo diversificado, vistos como políticas de estado, se orientan a detallar objetivos concretos y sus contenidos, con los cuales se define una forma particular de ver el mundo (y particularmente el quehacer de las matemáticas), que contrasta abiertamente con la de la Universidad. Es importante detallar un poco el caso del Programa de Estudios del Ciclo Diversificado, pues en dos de los cinco objetivos del área de Álgebra (que es la parte de las matemáticas donde se construyen los instrumentos o herramientas intelectuales superiores que permitirán el manejo de las demás áreas), en la columna de “Aprendizajes por Evaluar” tal programa literalmente indica: “*El método o procedimiento no se debe solicitar, por lo tanto, el que utilice queda a criterio del estudiante*”. (Despacho Viceministro Académico,

División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año. Álgebra, 57). Esta directriz vendría a plantear que para el estado costarricense, no existe interés por desarrollar el razonamiento tal y como lo planteara en su cátedra de Didáctica de las Matemáticas, en la Facultad de Educación en la UCR el profesor Numa Sánchez:

Los fines de la enseñanza de las matemáticas se relacionan íntimamente con la necesidad de favorecer el desarrollo o ejercitación de la capacidad de razonar, promover la actividad creadora u original, contribuir al desarrollo de la imaginación, así como al poder de generalizar y abstraer. (Sánchez, 1979, 11)

Esto significa que el MEP ha dejado al libre albedrío del educando como debe o puede “aprender”. En el caso de las pruebas de Bachillerato, se define lo que éstas persiguen con base en el artículo 92 del reglamento de Evaluación de los Aprendizajes:

- a. Contribuir a la formación integral de los estudiantes.
- b. Establecer un mecanismo que permita obtener información confiable sobre los logros alcanzados al final del respectivo ciclo lectivo.
- c. Ofrecer a los estudiantes un desafío académico que contribuya a mejorar sus posibilidades de éxito para su incorporación a los ciclos o niveles educativos inmediatos superiores o al mundo del trabajo.
- d. Establecer, en forma individual y colectiva, el nivel del logro académico general obtenido por los estudiantes egresados de los respectivos ciclos o niveles, en relación con los criterios definidos en el currículum nacional básico.

(Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas, 2008, pág. viii) (el subrayado es nuestro)

Lo anterior implicaría que el Bachillerato de la Educación diversificada debería ser una especie de puente académico que potencie la inserción exitosa de los estudiantes que egresan de ésta, en la educación superior. Sin embargo la existencia misma de cursos como Matemática Elemental, así como todos los elementos preparatorios que, poco a poco ha ido implementando la UCR para facilitar a los estudiantes cursar y ganar los cursos iniciales, cuestionan el nivel de éxito que se está logrando en ese sentido. Es decir, es evidente que el punto c. (subrayado) de los objetivos de las pruebas nacionales, no está a la altura de su enunciado, ello justifica las palabras del profesor Edwin Chávez, según el Diario La Nación:

Pese al resultado, expertos en Matemática temen que los nuevos bachilleres no tengan un dominio apropiado de la materia. Edwin Chaves, director de la escuela de Matemática de la Universidad Nacional (UNA), afirmó que muchos estudiantes de secundaria fracasan incluso en los cursos nivelatorios que se imparten en las universidades. (La Nación, Martes 4 de Diciembre de 2007)

Por su parte el curso de Matemática Elemental plantea tres objetivos claramente definidos: (Carta al Estudiante, I Ciclo 2009)

1. Revisar y completar los conocimientos matemáticos adquiridos en la educación secundaria.
2. Ofrecer herramientas básicas de matemática que utilizará durante su carrera.

3. Ofrecer una cultura matemática básica para los estudiantes universitarios.

Estos objetivos no han cambiado sustancialmente en los últimos cinco años, y de manera implícita, hacen énfasis en que el estudiante llega a la Universidad en general y, a la Sede Guanacaste en particular, con una cantidad mínima de conocimientos previos (de ahí los objetivos “revisar y completar”), para así contar con los recursos matemáticos mínimos que le demandará la carrera que opte por seguir. En MA 125 se pretende que el estudiante adquiera y demuestre capacidad para el manejo de recursos matemáticos considerados como “mínimos” en términos de cultura matemática. Es decir, la Escuela de Matemática procura responder al planteamiento del profesor Sánchez de manera tal, que el estudiante “construya” los recursos intelectuales mínimos que le permitan apreciar en las matemáticas un recurso culturalmente construido capaz de modelar la realidad, y por ende transformarla, en tanto se transforma a sí mismo en la medida que adquiere capacidad para resolver problemas, ya que en el aprendizaje de las matemáticas deben ser tan importantes el manejo de procesos, procedimientos y conceptos; como el obtener resultados correctos, de ahí la necesidad del pensamiento riguroso, la imaginación, la creatividad y la capacidad de generalización y no solo el poder marcar la respuesta correcta a un ejercicio tal y como se plantea en las pruebas de Bachillerato en la secundaria.

De una u otra manera esto implica introducirnos en el ámbito de lo que debemos entender por hacer matemáticas. Si bien el curso no lo indica de manera explícita, implícitamente pesa la consideración hecha sobre el aprendizaje de las matemáticas propuesto desde 1979

por el profesor Numa Sánchez, quien dijera

los fines de la enseñanza de las matemáticas se relacionan íntimamente con la necesidad de favorecer el desarrollo o ejercitación de la capacidad de razonar, promover la actividad creadora u original, contribuir al desarrollo de la imaginación, así como el poder generalizar y abstraer. (Sánchez, 1979, p. 11).

En el transcurso del presente trabajo, compararemos los temas y contenidos del curso MA 125, es decir lo que se espera que realice el educando en el curso de Matemática Elemental, con los temas y contenidos definidos en el programa oficial de ciclo diversificado del MEP y del Bachillerato-secundaria, y veremos que tanto del programa de este ciclo, como del Bachillerato no están a la altura de ofrecer los recursos y herramientas necesarios que contribuyan a facilitar a los estudiantes de nuevo ingreso a la UCR una inserción con posibilidades de éxito en la educación superior. Para ello identificaremos deficiencias del sistema educativo nacional en términos del objetivo “c” de las pruebas de Bachillerato apuntado anteriormente.

Los contenidos de IV Ciclo, Bachillerato y Matemática Elemental, no son los mismos

La primera y posiblemente más importante de las discrepancias entre lo que los estudiantes aprenden o adquieren a nivel del Ciclo Diversificado, frente a lo que se espera lleguen a manejar en la Universidad, se manifiesta en el hecho de que la denominada Tabla de Especificaciones (objetivos y contenidos a evaluar) definida para el Bachillerato de la Educación Media no coincide en

su totalidad con el programa del Ciclo Diversificado y que ambos distan mucho de lo que necesariamente deberá manejar el estudiante de Matemática Elemental.

Hay que tomar en cuenta que el curso de Matemática Elemental no dedica, de manera específica, ningún espacio de tiempo a revisar el nivel de conocimientos adquiridos por el estudiante en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica, sino que se plantea que los mismos deben ser constante y continuamente “recuperados” durante todo el curso, esto conlleva a una dificultad considerable, pues en muchas ocasiones condiciona el discurso pedagógico que debe ser desarrollado en el aula. No se puede asumir de manera tácita que todos los estudiantes dominan tales contenidos, aunque formalmente están “certificados” por el estado costarricense y supuestamente deberían existir en la memoria a largo plazo de cada estudiante. Para el estudiante implica el esfuerzo mental de tratar de incorporar sus, muchas veces, limitados conocimientos a los nuevos conocimientos que fluyen de manera vertiginosa en el desarrollo del curso.

En razón de lo anterior, los exámenes que se aplican durante el desarrollo del curso han venido a dejar evidencia de que los niveles de aprendizaje de la educación media en su conjunto, no corresponden al mínimo de los contenidos y recursos necesarios para la inserción del educando en la educación superior, y aunque no lo pretendan, cuestionan la forma de cómo pudieron haber sido aprendidos tales contenidos. Esto por cuanto las evaluaciones en MA 125 son totalmente de desarrollo, de manera tal que demandan del educando el demostrar el manejo de contenidos y destrezas para manifestar dominio sobre los mis-

mos donde la calculadora no juega ningún papel significativo., contrario a como el educando procedió en la educación media e incluso en el Bachillerato, donde las pruebas se caracterizaron por poseer un fuerte componente de carácter “objetivo” (según el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes), es decir, aplicaron evaluaciones cuya base la constituyen pruebas “objetivas, pruebas con un gran peso de ítems donde lo importante es que el educando identifique la respuesta correcta, sin verse obligado a demostrar como fue obtenida, para lo cual puede valerse de una serie de trucos o recursos (incluyendo los tecnológicos como las calculadoras científicas) que le permiten responder apropiadamente.

Uno de los elementos más singulares es que en la secundaria, y particularmente el ciclo diversificado y el bachillerato, los estudiantes pueden hacer uso de las calculadoras científicas como un recurso más que tecnológico, incluso los programas del ciclo diversificado para Matemática (X y XI años), vigentes desde 2005, establecen que para objetivos “clave”, desde una perspectiva del desarrollo cognitivo de las Matemáticas, se puede recurrir sin ambages a la calculadora cuando textualmente indican:

Objetivo 1. Álgebra.

Resolver Ecuaciones cuadráticas con una incógnita.

Contenidos: Solución de una ecuación cuadrática:

Despeje $ax^2 = c$
 Fórmula General: $ax^2 + bx + c = 0$
Con calculadora

Aprendizajes por evaluar: Resolución de ecuaciones cuadráticas con una incógnita (el método o procedimiento no se debe solicitar, por lo tanto, el que se utilice queda a criterio del estudiante)

(Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año. 57). -el subrayado es nuestro-

Esto mismo se repite en el objetivo 3 del área mencionada. Cabe destacar que estos dos objetivos constituyen la base del tema de Álgebra, que posteriormente se constituirá en buena medida en la base de muchos otros objetivos y contenidos.

El tiempo que utiliza el curso de Matemática Elemental en lo relativo al objetivo “completar” lo que no se aprendió en la educación secundaria, o se aprendió de una manera que no corresponde al tipo de evaluación que enfrentará en la Universidad, en muchos casos significa para el estudiante el tener que “construir” o “reconstruir” fuera del curso, conocimientos que se asume deberían existir, pero que al no estar en su mente dificultan y hasta impiden que los estudiantes puedan manejarse dentro del curso con propiedad. Esto sin duda es en muchos casos, uno de los abismos más grandes que enfrenta el estudiante, pues mientras la universidad le demanda un nivel mínimo, la secundaria le ha preparado con un nivel máximo que no alcanza el mínimo demandado por la universidad, por ello la necesidad los mecanismos paliativos implementados gradualmente por la misma Universidad.

Con base a lo anterior, el asunto de la baja promoción en MA 125 es más complejo de lo que parece. Tratando de poner en orden los diferentes aspectos tenemos: un programa para el ciclo diversificado que posee más contenidos que la Tabla de Especificaciones de Bachillerato (que es hacia donde se enfilan los esfuerzos de docentes y estudiantes del ciclo diversificado), un Bachillerato para la educación media, cuya cantidad de

contenidos, mostraremos, es menor que los contenidos del programa del curso de Matemática Elemental, y un curso de Matemática Elemental que pretende en 16 semanas completar los conocimientos mínimos, ofrecer herramientas y dotar de una cultura matemática al educando, confrontándose a las actitudes, estilos y estrategias de aprendizaje desarrolladas por los estudiantes en los 11 o 12 meses de clases que tuvieron el ciclo diversificado

Matemática Elemental marca la pauta

El programa del curso MA 125 está compuesto por seis temas: Números Reales, Polinomios, Ecuaciones e Inecuaciones, Funciones, Función Exponencial y Función Logarítmica, y Trigonometría (Carta al Estudiante, I Ciclo 2009), los cuales no se presentan de la misma manera en Bachillerato o en el programa del ciclo diversificado, ni se evalúan de manera similar. De hecho, la primera diferencia entre estos programas está en el tema de Geometría, al que el programa de secundaria dedica (formalmente) un trimestre completo, la prueba de Bachillerato lo valora con un 18.33 % de la prueba, pero el tema está ausente del programa de Matemática Elemental.

Tema 1 Números Reales: Mucho para la secundaria, casi nada para el Bachillerato, eje transversal para Matemática Elemental

El tema 1 de Matemática Elemental: Números Reales, persigue que los estudiantes logren alcanzar un manejo claro y preciso de contenidos como Leyes de Potencia, Propiedades de los Radicales, Desigualdades, Subconjuntos de Números Reales (incluyendo opera-

ciones con Intervalos) y Operaciones con Números Reales. Debido a que muchos estudiantes presentan deficiencias en su manejo, los mismos deben estar siendo enfatizados y reforzados constantemente en aras de lograr un dominio efectivo de los mismos, o al menos de manera instrumental, por ello es que el Cronograma del curso inicia en su primera semana precisamente con el Tema 2. Es aquí donde comienzan los problemas de los estudiantes, pues existen detalles en tales contenidos que muchas veces desconocen, por ejemplo lo relativo a desigualdades que no es parte del programa ni de Tercer Ciclo o del Ciclo Diversificado. En este último ciclo se da una breve referencia cuando se desarrolla el contenido de Funciones pero sin profundizar al respecto, asimismo, las operaciones con intervalos (unión e intersección de intervalos) no se desarrolla exhaustivamente en la secundaria, pero se requerirán durante el curso.

En lo concerniente a las operaciones con Números Reales existe la expectativa de que el estudiante pueda trabajar con cierta habilidad con operaciones múltiples, su orden y secuencia, incluyendo uno de los aspectos en que se insiste en Tercer Ciclo, aunque esto no siempre se consolida en la mente de los estudiantes (particularmente el orden en el uso de los paréntesis). Esto se ha agravado por el hecho de que en la secundaria cuando los estudiantes experimentan dificultades para trabajar con el tema por la necesidad de ser meticulosos, ordenados y precisos, muchos docentes optan por salvar la situación permitiendo a los estudiantes el uso de calculadoras científicas capaces de realizar incluso cálculos simbólicos, de manera tal, que lo único que demandan de los estudiantes

es que sean cuidadosos en el tecleo correspondiente, ya que “el aparato” se encarga de trabajar por él y de brindar el resultado correcto sin que medie ningún esfuerzo conceptual. Esta actitud no solo es permitida por el estado costarricense, sino como indicamos anteriormente, estimulada lo que conlleva a generar una gran debilidad para muchos estudiantes al llevar Matemática Elemental, dado que en el curso, no es permitido este tipo de calculadoras.

Debemos aclarar al respecto que no nos oponemos al uso de calculadoras, pero que avalamos la postura de la Cátedra de Matemática Elemental que ha optado por su separación del curso. Esto no es contradictorio, pues si la calculadora se usara desde la perspectiva planteada por Adrián de la Rosa (De la Rosa Nolasco, Adrián (2002), no habría ningún tipo de problema, y la misma sería un recurso útil e importante, pero lamentablemente el uso de la misma se ha tergiversado convirtiéndose en un sustituto del quehacer intelectual del sujeto.

Tema 2 Polinomios: Las herramientas matemáticas que se construyeron en la secundaria, son insuficientes

El primer tema que se desarrolla en el curso, y que tiene algunos antecedentes en la secundaria es el de Polinomios. Sin embargo, los enfoques, no solo por la edad de los estudiantes, sino por los objetivos del currículo, ya sea abierto u oculto, son totalmente diferentes. Para el curso, a través de los tres objetivos planteados se persigue que el estudiante sea capaz de alcanzar y demostrar un manejo eficiente de los instrumentos básicos que aporta el Algebra, a diferencia de esto, la secundaria solo persigue que el estudiante sea capaz de obtener respuestas correctas a

los reactivos a los que sea expuesto. En la Tabla # 1 se puede apreciar la cantidad de contenidos que sin ser considerados en la educación secundaria, se plantean como parte del “completamiento”, por parte de Matemática Elemental, el detalle significativo, es que el tema de Álgebra con todos sus contenidos, viejos y nuevos debe ser desarrollado en un máximo de 9 sesiones.

Recordemos que el programa oficial establece claramente que para esta área del programa “El método o procedimiento no se debe solicitar, por lo tanto, el que utilice queda a criterio del estudiante”. Es decir, uno de los temas clave, puede ser desarrollado por el estudiante como le parezca, incluyendo por ende el uso de calculadoras si lo estima conveniente, aspecto que significará una gran debilidad a la hora de desarrollarlo en Matemática Elemental porque dado que los exámenes son exclusivamente de desarrollo, tendrá por ello que hacer el esfuerzo por aprender y demostrar algo que suponía ya había superado, y en este caso sin ningún tipo de apoyo externo, es decir, sin poder recurrir al recurso que podría haber jugado un papel fundamental en su paso por la secundaria, y que le había aportado para convertirse en un sujeto “exitoso”

Matemática elemental demanda la capacidad de identificar en que consiste el Algoritmo de la división de polinomios, lo que se confronta con el hecho de que a lo sumo, los estudiantes apenas tienen leves nociones de algunas técnicas para dividir polinomios, sin identificar realmente en que consiste tal algoritmo. Esto puede estar influido, por el hecho de que ciertos tipos de divisiones algebraicas son estudiadas en 8° año, y se retoman parcialmente en el 5° objetivo del tema Álgebra de X° año, y no está definido en

el temario de Bachillerato. Lo anterior se agrava cuando el curso demanda el manejo los siguientes contenidos: ceros de un polinomio, Teorema del factor, Teorema del residuo, así como la división sintética, y la racionalización de denominadores de una fracción cuyo denominador está compuesto por uno o dos términos. De estos contenidos muchos estudiantes nunca han escuchado nada o casi nada, puesto que no son parte del programa de secundaria ni de Bachillerato. Los contenidos anteriores constituyen la base de uno de los temas clave de Matemática Elemental: factorización de polinomios. En décimo año son desarrollados algunos mecanismos de factorización de polinomios, sin embargo el programa del MEP plantea de manera explícita que para la factorización de trinomios de segundo grado con una variable, es válido usar calculadora (Programa X año, Álgebra, Objetivo 3, Contenidos), y en la tabla de especificaciones del Bachillerato no se afirma ni se niega la posibilidad de utilizar dicho recurso.

A lo anterior, debemos agregar la necesidad del estudiante de tener que reaprender el manejo de las denominadas fórmulas notables, cuyo nombre correcto es “productos notables”, y que de pronto descubre que las tres que debió aprender en la secundaria son insuficientes para el tipo de ejercicios que debe afrontar ahora, ya que debe incluir en este contenido cuatro nuevas fórmulas, las relativas a cubos, las que no siempre logra identificar con precisión absoluta.

Por último en este tema de Álgebra, destacan las operaciones con fracciones algebraicas (suma, resta, multiplicación y división), donde muchas veces se advierten deficiencias en el manejo de los algoritmos correspondientes. La problemática

se basa en el desconocimiento de como se realizan estas mismas operaciones con expresiones aritméticas, particularmente para aquellos estudiantes a quienes se les permitió el uso de las calculadoras científicas a nivel de Tercer Ciclo, ya que de esta manera se suprimió la necesidad de aprender a realizar estas operaciones “a pie”, por lo que los estudiantes ignoran los algoritmos más elementales, así como conceptos imprescindibles para operar con más de dos fracciones

como lo es el mínimo común múltiplo. Además, valiéndose de la consideración de que lo importante es el resultado y no el proceso, el uso de la calculadora científica posibilita obtener resultados correctos para todo tipo de operaciones con fracciones algebraicas mediante el “truco” de una sustitución de las “letras” por ciertos números convenientemente seleccionados, escribir con cuidado en la calculadora, y “eureka” aparece el resultado deseado.

Tabla 2
Algebra / Operaciones con polinomios

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125: Contenidos no incluidos en programa Ciclo Diversificado o Bachillerato
Factorización del trinomio de segundo grado con una variable : Fórmula General. Inspección. Fórmula Notable Teorema del Factor Usando la calculadora Factor común Agrupamiento Diferencia de cuadrados	Factorización completa del trinomio de segundo grado con una variable y de polinomios de tres y cuatro términos con una o dos variables (aplicando uno o varios métodos.	Fórmulas de cubos (suma y resta de cubos, el cubo de una suma y de una resta) División de polinomios, completa, por coeficientes y sintética. Teoremas del Residuo Ceros de un polinomio. Factorización de polinomios con coeficiente principal distinto de 1
Simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias cuyo numerador y denominador estén constituidos por monomios, binomios y polinomios de nomás de cuatro términos, con una o dos variables. Operaciones con dos expresiones algebraicas fraccionarias suma, resta, multiplicación y división.	Simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias	Racionalización de denominadores. Radicales de índice 2 y 3 Operaciones con dos o más expresiones algebraicas fraccionarias

Fuentes:

1. Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año y XI Año.
2. Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica. Matemáticas. 2008.
3. Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. MA 125 Matemática Elemental. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008

Para el aprendizaje de lo estudiado en secundaria, que como vimos no es ni la mitad de lo que requiere conocer o aprender para nuestro curso, se contó con unas seis semanas en X° año, pero ahora tiene que asimilar todo lo anterior y a “pie”, es decir desarrollando procesos y procedimientos, sin el más mínimo apoyo de la calculadora en término de poco menos de dos semanas, que es el tiempo dispuesto para estos temas. Y la solución no estaría en brindar más tiempo, porque tácitamente significaría sustituir la universidad por la secundaria.

Tema 3 Ecuaciones e Inecuaciones: El programa en secundaria es tan solo la punta de un “iceberg”

Pasamos ahora al tercer tema del programa de Matemática Elemental: Ecuaciones e Inecuaciones. La parte de Ecuaciones tiene algunos antecedentes en la secundaria ya que el tema se contempla parcialmente dentro del programa de décimo año en el área de Álgebra como primer objetivo.- En dicho programa se indica literalmente que entre los contenidos del objetivo “Resolver ecuaciones cuadráticas con una incógnita” que incluirá la calculadora y que el método o procedimiento utilizado para obtener la o las soluciones de ecuaciones cuadráticas no es parte de la evaluación. Es decir, el programa oficial, “premia” el obtener respuestas correctas indistintamente de cómo se obtengan, donde es aceptable, bueno o correcto el uso de calculadoras, ya que se deja al libre albedrío del estudiante que decida como quiere hacer las cosas, asumiendo de manera implícita que tiene la madurez suficiente para decidir al respecto. Lo anterior implica que el desarrollo de procesos de pensamien-

to no tiene ningún mérito, por lo que cabe la pregunta: ¿Qué necesidad hay de aprender otros mecanismos, aparte de el uso de la calculadora? Por otro lado, la tabla de especificaciones de Bachillerato incluye el trabajo con ecuaciones cuadráticas como un objetivo más al que se le asigna un porcentaje de tan solo un 5 % de toda la prueba y donde el criterio sobre la forma como podrá el estudiante demostrar el alcance de sus conocimientos, será únicamente marcando la respuesta correcta, independientemente del recurso que utilice para tal efecto. Todo esto se puede apreciar al considerar los contenidos de la Tabla N° 2.

Lo anterior es un reflejo más de la política y lógica perversa de parte del estado costarricense en lo relativo al aparato educativo y la utilización que hace del mismo e insistimos en que si la calculadora se utilizara correctamente, la misma podría contribuir a potenciar el desarrollo de Procesos Psicológicos Superiores (PPS) tal y como lo establece Vigostky citado por Caldeiro (2005). Esta lógica impulsada por el Estado, es perversa por cuanto concientemente se cercenan posibilidades de desarrollo del pensamiento de los educandos, limitando a los estudiantes que han sido embaucados a utilizar el aparato para poder avanzar dentro de los distintos niveles de educación superior. Para Matemática Elemental, el estudiante no solo debe ser capaz de resolver ejercicios que involucren ecuaciones de segundo grado, sino también algunas ecuaciones cuyos contenidos no están incluidos en ningún lugar de la educación secundaria, estas ecuaciones son de grado superior a dos y demandan procesos que son totalmente nuevos para la mayoría de ellos (sustituciones, ceros de un polinomio o

factorización de polinomios), así como ecuaciones que involucren radicales y expresiones fraccionarias algebraicas, como parte de sus PPS. Este contenido es valorado de manera muy especial en el curso, de hecho usualmente se incorpora al menos un ejercicio como parte de los exámenes, y por supuesto demanda un gran esfuerzo y trabajo para la mayoría de los estudiantes.

Lo más difícil de asimilar por los estudiantes está en lo relativo a ecuaciones que involucran el concepto de valor absoluto. Con dificultades algunos recuerdan el concepto, visto a nivel de 7° grado, y dejado en el olvido por parte del programa implementado por el MEP. Tienen ahora que tratar de ubicar el

concepto, interpretarlo en términos de ecuaciones y trabajar ejercicios que involucran dos o más valores absolutos en un tiempo extremadamente corto (unas dos horas reloj). Pero lo peor del tercer tema está por venir, cuando se introduce el contenido de “Inecuaciones”, pues tal contenido es totalmente nuevo sino para todos, para casi todos los estudiantes, debido a que el mismo no es mencionado en ninguno de los niveles de la secundaria. Además el tema involucra una conjugación de muchos conocimientos previos, la mayoría desarrollados apenas una semana antes.

De esta manera se cierran los contenidos del primer examen parcial, que es decisivo, no solo por el peso porcentual

Tabla 3
Ecuaciones e inecuaciones

Ecuaciones cuadráticas con una incógnita: Despeje de factores. Fórmula General. Con calculadora Problemas que requieren para su solución ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	Ecuaciones cuadráticas con una incógnita. Conjunto solución de una ecuación cuadrática. Problemas que requieran para su solución ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	Ecuaciones con grado mayor que 2 y con Valor Absoluto. Ecuaciones por sustitución, con radicales y fraccionarias (Se prohíbe el uso de calculadora)
	Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Sistemas de ecuaciones incompatibles y sistemas de ecuaciones dependientes o indeterminados. Conjunto solución.	Inecuaciones lineales, cuadráticas, polinomiales y fraccionarias. Inecuaciones con valor absoluto.

Fuentes:

Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año y XI Año

Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas, 2008.

Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. MA 125 Matemática Elemental. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008

que representa en la nota final, sino por el impacto emocional y psicológico que tiene en los estudiantes. El resultado de esta primera prueba actúa como un detonante que lleva a muchos estudiantes a desertar, como expresión de sus limitaciones para enfrentar el curso, iniciándose en muchos casos un ciclo de repeticiones de matrícula y abandono, hasta que el estudiante asuma por su cuenta la construcción de los PPS que requiere para aprobar el curso.

Tema 4 Funciones: De los instrumentos a la conceptualización. La secundaria quedó atrás, a años luz

El tema 4 “Funciones”, en principio debería ser “manejable” por parte de los estudiantes, pues han tenido en promedio un trimestre (sino más) de X° año dedicado al mismo y para el Bachillerato representa casi un 25 % de la prueba. Sin embargo es uno de los temas con menores resultados positivos en el curso, como en las pruebas de Bachillerato y esto al parecer está ligado al hecho de que es el tema más conceptual de todo el programa de estudios. Datos del análisis de la prueba de Bachillerato de 2007 según el Informe Nacional de los Resultados de las Pruebas Nacionales de la Educación Formal (MEP, 2008) ponen en evidencia que este es el tema que menos dominan los estudiantes en la secundaria, aún cuando es el tema más importante y significativo según el MEP. De hecho el informe citado dice textualmente en la página 89:

En general, es de hacer notar que el rendimiento es mayor en aquellos ítemes que son de naturaleza algorítmica, mientras que aquellos que se refieren a la aplicación de conceptos resultan más difíciles para la población en todas las regiones y moda-

lidades. Esto es preocupante, puesto que como ya se indicó, el programa de estudios privilegia la resolución de problemas (Informe Nacional Bachillerato. Segunda Parte, 2007, 88)

Estos datos se revelan en la tabla N° 4.

En Matemática Elemental esta situación se vuelve aún más difícil. Debemos tomar en cuenta que dado que el tema es fundamentalmente conceptual, su manejo requiere una gran plasticidad mental y mucha creatividad por parte del estudiante para poder mirar e interpretar a partir de gráficas y figuras, relaciones, propiedades, razones, generalizaciones; para tal efecto debe poseer métodos y criterios, que para la mayoría no fueron ni presentados ni inculcados en la secundaria.

Matemática Elemental marca particularmente aquí su distanciamiento con la secundaria y evidencia que no es más de lo visto en el colegio, no es un “resumen” ni una extensión del mismo, sino que posee un perfil propio para el cual una buena preparación en la secundaria contribuiría a apreciar ahora las matemáticas desde un perfil más dinámico, crítico y constructivo. En tanto el estudiante que no aprendió a razonar, a manejar conceptos e ideas, a generalizar, buscar patrones de comportamiento; simplemente solo mirará pasar por la pizarra, “historias” escritas en un lenguaje que se vuelve totalmente incomprensible, no hay conocimientos previos de donde asirse.

Las matemáticas que ya de por sí eran difíciles de manipular, ahora son inmanejables. El curso requiere que el estudiante capitalice todos los recursos que ha “completado” y las herramientas que ha “adquirido” para que pueda comenzar a ver la parte de las matemáticas que vale por sí misma, la que es bella por sus resultados y sus múltiples formas de presentarse, por sus variantes, por sus patrones de

comportamiento, por las modificaciones de elementos básicos como resultados “casi” naturales propios de la curiosidad humana, y sobre todo por su capacidad para modelar hechos del entorno a través de sus aplicaciones. Entre lo que se espera que el estudiante realice, y lo que el mismo logra a duras penas “sobrevivir”, existe una gran distancia. Resulta claro ahora que hacer matemáticas no es únicamente encontrar resultados correctos a ejercicios propuestos. Los pocos que se mantienen en el curso, se debaten entre lo que creían que era hacer matemática (y podían hasta cierto punto satisfacer esa creencia merced a trucos y mecanismos que ahora resultan claramente insuficientes) y lo que descubren que realmente es. Véase ahora en la Tabla N° 4 las sustanciales diferencias entre Matemática Elemental y lo que pasó en la secundaria:

La “magia” de las matemáticas, donde bastaba un teclazo, donde era suficiente una fórmula bien aplicada ya no sirven de mucho. El caso más evidente de esto es el manejo de la función inversa, porque, hay que analizar e interpretar la información, hay que articular con creatividad los conocimientos adquiridos en las

últimas cinco o seis semanas. Se necesita el dominio de simetrías, monotonías y mucha algebra. Resulta entonces que los dos créditos asignados a un curso de seis horas a la semana, es evidentemente una contradicción.

Tema 5: Función Exponencial y Función Logaritmo. ¿Matemáticas para qué?

El tema cinco: Función Exponencial y Función Logaritmo, en algunos aspectos (construcción de gráficas, inversas, opuestas, contrapositivas) es en buena parte una continuación del tema anterior. No se enfoca a una colección de reglas mágicas con las cuales alcanzar un resultado correcto, sino que constituye un poderoso mecanismo que permite modelar de una manera mejor y más precisa un sin número de hechos del entorno.

Lo que la secundaria aporta para el desarrollo del tema aunque resulta ser muy poco. Al plantearse el análisis del dominio de una función logaritmo, por ejemplo, se requieren ahora los instrumentos aportados por las Inecuaciones polinomiales o fraccionarias, lo cual es muchísimo más que la simpleza pro-

Tabla 4
Rendimiento por temas. Bachillerato 2007. Matemática

Temas	Promedios			
	Diurno	Nocturno	Técnicos	Nacional
Algebra	71.8	63.1	79.3	71.8
Funciones	38	37.7	55.8	41.0
Función Exponencial y Logaritmo	71.1	58.6	71.7	69.4
Geometría	55.4	38.5	51.5	52.4
Trigonometría	63.6	54.3	63.1	62.2

Fuente: Rendimiento por temas y modalidad en Matemáticas Bachillerato 2007 (Informe Nacional, Segunda Parte, 88) (el subrayado es nuestro)

Tabla 5
Funciones

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
		Contenidos no incluidos en programa Ciclo Diversificado o Bachillerato
<p>Concepto de relación. Variables independientes y dependientes</p> <p>Concepto de función. Relaciones se establecen entre conjuntos numéricos cuyo criterio está formulado mediante expresiones algebraicas. Dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen.</p>	<p>Conceptos generales. Relaciones que se establecen entre conjuntos numéricos cuyo criterio está formado mediante expresiones algebraicas. Dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen. Representación gráfica de una función.</p>	<p>Composición de funciones</p> <p>Funciones creciente y decreciente.</p> <p>Funciones invertibles</p>
<p>Dominio Máximo de funciones cuyo criterio se enuncia con expresiones algebraicas sencillas tales como:</p> <p>Expresiones polinomiales de una variable</p> <p>Expresiones racionales con denominador de la forma $x + b$ $b \in \mathfrak{R}$.</p> <p>Expresiones radicales con subradical de la forma $x + b$ $b \in \mathfrak{R}$.</p>	<p>Dominio máximo de funciones.</p>	<p>Dominio máximo de composiciones de funciones incluyendo expresiones que demandan inecuaciones polinomiales y fracciones algebraicas</p>
<p>Concepto función lineal. Notación simbólica, dominio, codominio, ámbito, representación gráfica. Representación algebraica de la forma $y = m x + b$</p> <p>Conceptos de pendiente e intersección con eje Y</p> <p>Funciones lineales crecientes, decrecientes y constantes</p>	<p>Función lineal. Dominio Codominio, ámbito, representación gráfica. Pendiente e intersecciones de una función lineal. Funciones lineales crecientes, decrecientes y constantes. Ecuación de la recta.</p>	
<p>Rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>Sistemas de ecuaciones lineales</p>		
<p>Magnitudes directamente proporcionales</p> <p>Ejercicios y problemas</p>	<p>Magnitudes directamente proporcionales.</p> <p>Problemas que se modelan mediante funciones lineales.</p>	

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
Función cuadrática. Criterio, dominio, codominio, ámbito, preimágenes e imágenes, representación algebraica de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, representación gráfica. Concavidad, vértice, eje de simetría, intersección con los ejes, intervalos de monotonía.	Función cuadrática, criterio, dominio, ámbito. Representación gráfica, características.	Representación de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$,
Ejercicios y problemas on funciones cuadráticas.	Problemas con funciones cuadráticas	
Noción de biyectividad	Clasificación de funciones basadas en el codominio: inyectivas, sobreyectivas, biyectivas.	
Representación gráfica de una función.		Identificación de gráficas básicas. Función lineal, cuadrática, radical, fraccionaria, cúbica, valor absoluto. Traslaciones verticales y horizontales, simetrías, reflexiones, contrapositivas. Funciones por partes. Funciones inversas
		Intersecciones de graficas de funciones. Funciones por partes. Intervalos de monotonía. Intervalos donde la función es positiva o negativa.

Fuentes:

- 1 Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año y XI Año
- 2 Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas, 2008.
- 3 Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. MA 125 Matemática Elemental. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008

puesta en la secundaria, y para trabajar las Inecuaciones Exponenciales y Logarítmicas (tema que ni siquiera se menciona en la secundaria) aparte de un manejo eficiente del Algebra (particularmente leyes de potencias) se requieren

los conceptos de monotonía y biyectividad aportados por el estudio de funciones, así como las operaciones con intervalos de números reales.

En el único contenido en que coinciden la secundaria y Matemática

Tabla 6
Función exponencial y función logarítmica

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
		Contenidos no incluidos en programa Ciclo Diversificado o Bachillerato
La función exponencial. Concepto, criterio, dominio, codominio, ámbito, preimágenes, imágenes, representación gráfica, intersección con eje de las ordenadas. Crecientes, decrecientes.	Función exponencial: criterio, dominio, codominio, ámbito, cálculo de imágenes y preimágenes, variación, intersección con los ejes, representación gráfica.	Traslaciones verticales. Opuestas
Ecuaciones exponenciales que se pueden llevar a la forma $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ donde $f(x)$ y $g(x)$ son polinomios de una variable de grado cero, uno o dos. Ecuaciones exponenciales que se pueden llevar a la forma $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ donde $f(x)$ y $g(x)$ son polinomios de una variable de grado cero, uno o dos.	Ecuaciones exponenciales que se pueden llevar a la forma $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ donde $f(x)$ y $g(x)$ son polinomios de una variable de grado cero, uno o dos.	
La función logarítmica. Concepto, criterio, dominio, codominio, ámbito, preimágenes, imágenes, representación gráfica, intersección con eje de las abscisas. Crecientes, decrecientes. Relación de las funciones logarítmicas y exponenciales como inversas. Propiedades de los logaritmos	Función logarítmica: criterio, dominio, codominio, ámbito, cálculo de imágenes y preimágenes, características de acuerdo con la base (variación, logaritmos positivos y logaritmos negativos), intersecciones con los ejes, representación gráfica.	Traslaciones horizontales. Opuestas, Contrapositivas. Logaritmos comunes y naturales.
Ecuaciones logarítmicas que incluyan una o más operaciones y que se puedan llevar a la forma $\log_a f(x) = \log_a g(x)$	Ecuaciones logarítmicas que incluyan una o más operaciones y que se puedan llevar a la forma $\log_a f(x) = \log_a g(x)$	
	Relaciones que se modelan mediante funciones exponenciales y funciones logarítmicas	Problemas de aplicación para crecimientos y decaimientos exponenciales y logarítmicos.

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
		Reflexiones e inversas de variantes. Determinación de fórmulas por composición de funciones.
		Composición de funciones exponenciales y logarítmicas con funciones algebraicas
		Dominio máximo de funciones exponenciales y logarítmicas compuestas con funciones algebraicas.
		Inecuaciones exponenciales y logarítmicas

Fuentes:

- 1 Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año y XI Año
- 2 Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas, 2008.
- 3 Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. MA 125 Matemática Elemental. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008

Elemental es en las denominadas leyes de los Logaritmos, la diferencia está en como y porqué se llega a tales leyes, dado que no es lo mismo el presentar dicho contenido como un hecho indiscutible, como generalmente se hace en la secundaria donde se de “dan” al estudiante tales leyes con carácter de palabra “divina”, incuestionable y necesariamente aceptadas por cuanto proviene de alguien que “sabe” pues es más “viejo” y que juega el rol de autoridad, frente a la presentación que demanda el curso donde se pretende convencer por la razón y no por la fuerza, es decir, demostrando la validez de dichas “propiedades”, o lo que es igual, haciendo matemáticas. La Tabla N° 5 nos presenta la diferencia sustancial entre Matemática Elemental y todo lo anterior al curso.

Tema 6: Trigonometría. Regresando dialécticamente al punto inicial.

El tema Trigonometría evidencia una vez más el distanciamiento entre la secundaria y Matemática Elemental, desde la perspectiva de la búsqueda de una respuesta correcta frente a demostrar dominio sobre el tema. En la secundaria, muchos de los ejercicios desarrollados por estudiantes, se logran con el apoyo que brinda una calculadora científica. Y esto es así porque en buena medida, la Trigonometría es un tema que permite retomar los contenidos del primero de los temas: Álgebra.

Tanto el programa de XI año, como el Bachillerato, obvia una de las áreas de aplicación más interesantes y sencillas, pero no por ello menos valiosas de este

Tabla 7
Trigonometría

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
		Contenidos no incluidos en programa Ciclo Diversificado o Bachillerato
Ángulos en posición estándar. Ángulos coterminales. Ángulos negativos. Ángulos cuadrantales. Ángulos de referencia Concepto de radián. Medida de un ángulo en grados o en radianes Circunferencia trigonométrica. Uso de la calculadora		Rotación positiva y negativa.
Triángulos especiales.		Problemas de aplicación. Ángulos de Elevación y de depresión
Relaciones (identidades) trigonométricas fundamentales Relaciones para ángulos complementarios.	Relaciones recíprocas, relaciones trigonométricas fundamentales, relaciones para ángulos complementarios. Identidades trigonométricas.	Identidades trigonométricas que involucran fórmulas para: suma y resta de ángulos, ángulos dobles, ángulos medios.
Funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente), criterio, dominio y ámbito, imágenes, variación en el signo.	Funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente), criterio, dominio y ámbito, imágenes, variación en el signo.	
Gráficas de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente; periodicidad, intervalos de monotonía, intersección con los ejes, puntos de discontinuidad (en el caso de la función tangente)	Gráficas de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente; periodicidad, intervalos de monotonía, intersección con los ejes, puntos de discontinuidad (en el caso de la función tangente)	Variantes en Amplitud, Período, Fase de desplazamiento
Relaciones y funciones, secante, cosecante y cotangente.		
Ecuaciones trigonométricas sencillas	Resolución de ecuaciones trigonométricas en $[0, 2\pi[$.	Ecuaciones trigonométricas que involucran: suma y resta de ángulos, ángulos dobles, ángulos medios. Ecuaciones reducibles a expresiones cuadráticas. Aplicación técnicas de factorización. Ecuaciones por sustitución
		Funciones trigonométricas inversas.

Ciclo Diversificado	Bachillerato	MA 125:
Valor exacto de expresiones trigonométricas que involucran fórmulas para: suma y resta de ángulos, ángulos dobles, ángulos medios		

Fuentes:

- 1 Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico, 2005, Programa de X Año y XI Año
- 2 Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas, 2008.
- 3 Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. MA 125 Matemática Elemental. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008

tema: los problemas de aplicación de las razones trigonométricas, que si es considerada en Matemática Elemental. Y en un súbito arranque de purismo conceptual, en el programa de undécimo año, se pretende que el estudiante aprenda a manejar ángulos e identificar valores para las Funciones Trigonómicas, a partir de una definición formal, que resulta totalmente artificial e impuesta. En contra parte, Matemática Elemental parte de viejos y conocidos contenidos, aprehendidos en noveno año y que tienen una extraordinaria capacidad de ser asimilados: los “triángulos especiales”. Es a partir de ellos que se construyen las relaciones trigonométricas y los valores con que se analizarán las funciones trigonométricas. Estas funciones por su parte no son figuras rígidas como en el programa de la secundaria, sino que el poder modificar su amplitud, su período y su fase de desplazamiento, evidencian la versatilidad de las mismas y su capacidad para modelar cualquier hecho del entorno que represente comportamientos periódicos (desde el latido del corazón, pasando por el movimiento de la luz, o bien hasta el comportamiento de las modas).

Matemática Elemental va una vez más allá de la secundaria por la forma de abordar dos de los temas que se propusieron en la secundaria: las identidades y ecuaciones trigonométricas. En el curso, trasciende las fórmulas aplicables a las identidades básicas, las fundamentales y las propias para los ángulos complementarios, ya que se deben incluir las fórmulas para suma o resta de ángulos, ángulos dobles y medios ángulos, combinando todo esto de una manera que se asemejaría ha una especie de gimnasia mental, más que una aplicación mecánica. Por su parte las ecuaciones abarcan las “simples” (definidas de esta ambigua manera en el programa de undécimo año) pero no dejan la puerta tan abierta como lo hace la tabla de especificaciones de Bachillerato que tan solo plantea “resolución de ecuaciones trigonométricas. Matemática Elemental direcciona este contenido al manejo de los valores en radianes de los ángulos 0,

$$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

que no por casualidad coinciden con los denominados Triángulos.

Pero la gran diferencia radicará una vez más en que el tema debe ser tratado conceptualmente, por lo que los recursos heredados de la secundaria, ya fuesen algorítmicos o tecnológicos no podrán ser de mucho apoyo.

A modo de conclusión

Es un error de muchos estudiantes y docentes considerar que el curso MA 125 Matemática Elemental es un curso que resume lo aprendido por el educando en la secundaria. Evidentemente es mucho más que esto. Si bien tiene coincidencia con muchos temas heredados de la secundaria, algunos otros temas son totalmente nuevos. El curso tiene la virtud de poner en evidencia la lógica perversa el estado costarricense a través de su aparato educativo, el cual enuncia una cosa, pero en la realidad estimula y promueve algo totalmente diferente. Tal vez por esto es que muchos colegios privados, donde asisten los hijos de las familias con recursos económicos solventes, prefieren obviar el programa propuesto por el gobierno y procuran desarrollar el programa propuesto por la Escuela de Matemáticas de la UCR conocido como MATEM.

Indudablemente el curso aporta a los jóvenes universitarios, particularmente de nuevo ingreso, de instrumentos y recursos intelectuales valiosos más allá de demandarles obtener respuestas correctas a los ejercicios que se les planteen. Sus contenidos persiguen estimular el espíritu creativo y crítico, desarrollar la imaginación, el orden y la meticulosidad, tal y como lo planteara el profesor Numa Sánchez. El curso vale por si mismo, por su contribución al desarrollo de actitudes de perseverancia, esfuerzo y sacrificio.

Estimula el trabajo cooperativo, porque ante la sensación de incapacidad para enfrentarlo, muchos estudiantes construyen grupos de pares o comunidades educativas para brindarse solidariamente apoyo y estímulo. Este es sin duda uno de los objetivos del currículo oculto que desarrollan los estudiaderos.

Es claro que el curso no es fácil, y que cuesta ganarlo, por cuanto demanda a los estudiantes muchísimos más conocimientos que los que les aportó la secundaria. Esto desmiente el criterio de que la razón fundamental de la baja promoción son las malas “bases” de los estudiantes, porque muchos de los contenidos específicos no están dentro de su formación previa. Tampoco se puede decir que es debido a una mala pedagogía por parte de los docentes. Sin proponérselo, el curso de Matemática Elemental ha puesto en evidencia lo mal que anda nuestro sistema educativo en relación con la educación matemática, y hace grandes esfuerzos por enderezar en unas pocas semanas, el entuerto al que han sido sometidos muchos estudiantes dentro de dicho sistema. ¿Qué se debe hacer para superar el problema? La respuesta no es ni directa ni sencilla, puesto que intervienen múltiples actores y factores, pero sin duda tiene que ver con una concepción de estado, y de que quiere éste a través del aparato educativo, y de cómo manipula la enseñanza de las matemáticas para lograr sus fines y propósitos.

Referencias

- Barahona Manuel, Oviedo Jenny, Buján Víctor (1986). *Matemática Elemental*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José, C.R.
- Caldeiro Graciela Paula (2005) *Teoría socio-histórica de Lev Vigotsky (TSH)*. El origen de los *Procesos Psicológicos Superiores (PPS)*; Dominios genéticos y líneas de desarrollo. Recuperado el 10 de Mayo de 2008 de www.educacion.idoneos.com/index.php/287950
- De la Rosa Nolasco, Adrián (2002). *La calculadora como instrumento de mediación*. Recuperado el 5 de Marzo de 2008, de www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a0702.pdf
- La Nación* del 04 de Diciembre de 2007. Recuperado el 20 de Junio de 2008 de www.nacion.com/ln_ee/2007/diciembre/04/pais1339354.html
- La Prensa Libre*, 19 de Diciembre de 2008. Recuperado el 21 de Julio de 2009 de www.prensalibre.co.cr/2008/.../nacionales03.php
- Ministerio de Educación Pública. Despacho Viceministro Académico, División Curricular, Departamento Académico (2005). *Programa de X Año y XI Año*
- Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Departamento de Evaluación Académica y Certificación (2007). *Informe Nacional. Resultados de las Pruebas nacionales de la Educación Formal. Bachillerato. Segunda Parte*.
- Ministerio de Educación Pública, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. (2008) *Tabla de Especificaciones para la Prueba Nacional de Bachillerato Modalidad Técnica y Académica, Matemáticas*.
- Sánchez F., Numa (1979). *Lección de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas*. (1979). Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica.
- Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. *MA 125 Matemática Elemental*. Carta al Estudiante, II Ciclo 2008
- Universidad de Costa Rica. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemática. *Informes de Diagnóstico. I – 2005, I – 2006, II – 2007, I 2008, I 2009*. Recuperado el 21 de Julio de 2009, de www.emate.ucr.ac.cr
- Universidad de Costa Rica. Vicerrectoría de Docencia *Resolución VD-R-8375-2009*
- Universidad de Costa Rica. Vicerrectoría de Vida Estudiantil *Reglamento de Régimen Académico Estudiantil*