Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones 2013 **20**(2) : 275–288
cimpa – ucr issn: 1409-2433

DADOS, PALITOS, PIXELS Y BITS: ALTERNATIVAS DIDÁCTICAS PARA EXPLORAR LA METODOLOGÍA DE MONTE CARLO EN UN TONO LÚDICO

DICE, STICKS, PIXELS AND BITS: DIDACTIC ALTERNATIVES TO EXPLORE THE METHODOLOGY OF MONTE CARLO IN A LUDIC TONE

Hugo D. Navone[*] Miriam Scancich[†]
Alejandra F. Zorzi[‡]

Received: 21/Feb/2012; Revised: 29/Apr/2013; Accepted: 28/May/2013

---

[*]Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario; Instituto de Física de Rosario (CONICET-UNR); Observatorio Astronómico Municipal de Rosario, Rosario, Argentina. E-Mail: `navone@ifir-conicet.gov.ar`

[†]Misma dirección que/*Same address as:* H.D. Navone. E-Mail: `scancich@fceia.unr.edu.ar`

[‡]Misma dirección que/*Same address as:* H.D. Navone. E-Mail: `zorzi@ifir-conicet.gov.ar`

Resumen

En este artículo se presentan estrategias didácticas en tono lúdico para explorar la metodología de Monte Carlo y se analizan las puestas en práctica realizadas en diversos escenarios educativos. Las propuestas elaboradas permiten poner en acción conceptos de probabilidad y estadística de un modo divertido y atrayente mediante la realización de "experimentos-juegos" cooperativos con objetos reales y virtuales. Cada estrategia está dirigida a profesores de escuelas secundarias y de institutos de formación docente, y también al ciclo básico de la Universidad, para que sea modificada, recreada y profundizada de acuerdo a las áreas específicas de aplicación.

Palabras clave: educación en matemática, simulación de procesos aleatorios, método de Monte Carlo, LOGO.

Abstract

This paper presents didactic strategies in a ludic tone to explore the methodology of Monte Carlo and analizes the implementations that have been performed in several educational scenarios. These proposals allow us to put into action concepts of probability and statistics in an amusing and attractive way by conducting cooperative "experiments-games" that are based on the use of real and virtual objects. Each strategy is aimed to teachers of high school and teacher training institutes, and also for early stages at University level, in order to be modified, recreated, and enhanced according to the specific areas of application.

Keywords: mathematics education, random process simulation, Monte Carlo method, LOGO.

Mathematics Subject Classification: 97A20, 97M10, 97Q60, 97R80.

1 Introducción

La computadora se constituye actualmente en "el laboratorio" de la Matemática Aplicada y, en algunos casos, también de la Matemática Pura [1]; es el laboratorio por excelencia de diversas ramas de la Física y de la Astrofísica, así como de otros campos del conocimiento. Ahora bien, a pesar de ser la ciencia experta o erudita el referente cultural último de la ciencia escolar, en el ámbito educativo no es común encontrar propuestas que utilicen este recurso en cierta sintonía con el quehacer científico.

En coincidencia con otros estudios, es posible asumir que los libros de texto son el reflejo de la ciencia y de la didáctica de cada época [2]. En este sentido, a partir de una revisión de carácter exploratorio sobre una muestra de obras de Matemática y Física recomendadas para el secundario en Argentina es posible concluir que: 1) en ninguna de ellas se trabaja sistemáticamente en la construcción de algoritmos computacionales —codificables en lenguajes de programación— para resolver problemas o simular sistemas; y 2) sólo algunas presentan a la computadora como recurso auxiliar para abordar temáticas mediante el uso de planillas de cálculo y programas educativos.

En correspondencia con este análisis, a partir de los resultados de encuestas realizadas en el período 2009-2011 a estudiantes de 2º año de Licenciatura en Física de la Universidad Nacional de Rosario surge que: si bien un alto porcentaje de los alumnos disponen de una computadora, todos conocen un sistema operativo y la mayoría ha asistido a cursos de informática en la escuela secundaria; sólo el 30% dice haber usado *alguna vez* una computadora para abordar un problema de ciencia escolar.

Este desajuste entre ciencia escolar y ciencia erudita puede dar lugar a una serie de consecuencias de carácter educativo: 1) la imagen de la ciencia experta que se construye en el tránsito de su versión escolar se aleja de la naturaleza del diario quehacer científico; 2) esta divergencia puede provocar confusiones en la orientación de vocaciones y 3) el desconocimiento del rol de la computadora "como el laboratorio" de diversas disciplinas también produce una subutilización didáctica de este recurso.

Desde este marco referencial, en este trabajo presentamos alternativas didácticas que tratan de abordar la problemática descrita poniendo en acción conceptos de probabilidad y estadística de un modo atrayente y divertido, estimulando el aprendizaje cooperativo, introduciendo a la computadora "como laboratorio" en el ámbito de la ciencia escolar y promoviendo el trabajo interdisciplinar; todo esto mediante el desarrollo de actividades en tono lúdico que hemos denominado *experimentos-juegos* cooperativos [3], apelando a todo aquello que tienen en común estos términos y sin perder de vista que el proceso de construcción del conocimiento científico se asemeja bastante a un "gran juego" cooperativo.

Las secuencias didácticas que hemos diseñado son posibles de ser recreadas en el ámbito de la escuela media, en la formación inicial de los profesores de ciencias, en cursos de actualización docente y en los primeros años de la Universidad. Se han estructurado en torno a la metodología de

Monte Carlo [4] [5], puesto que por su propia naturaleza ésta se constituye en un recurso de alto valor educativo que permite conectar el ámbito de la ciencia erudita con el de la ciencia escolar, apelando al juego con objetos reales y virtuales a través del uso de modelos matemáticos y computacionales.

Finalmente, se analizan los resultados de las puestas en práctica que se han podido implementar en distintos escenarios educativos.

2 Palitos reales y virtuales: jugando a estimar pi

En trabajos anteriores [3] hemos presentado una reformulación escolar del conocido problema de la *La aguja de Buffon*. Según cuenta la leyenda, en 1777 el Conde de Buffon sorprendió a sus huéspedes al dar una estimación del número π luego de haber arrojado panes o varillas al azar sobre un piso atravesado por líneas o juntas paralelas equiespaciadas. Su estimación estaba basada en la proporción de varillas que cruzaban alguna línea del piso, siendo todas las varillas iguales y de longitud menor a la distancia de separación entre las juntas [6] [7].

Tal como ya fuera propuesto en [3], este conocido problema puede transformarse en un "experimento-juego" arrojando palitos de longitud L sobre un piso o tablero que contiene líneas paralelas equiespaciadas a una distancia D, siendo $L < D$.

Establecidas estas premisas de partida, en la secuencia didáctica que presentamos en este trabajo -destinada a la formación inicial y permanente de docentes en el área de Ciencias Exactas y Naturales- se propone a los participantes que analicen el problema e identifiquen las variables que caracterizan a la posición del objeto lúdico "palito" en relación a las líneas del piso, para así proceder a deducir entre todos la condición que se debe cumplir para que uno de estos objetos cruce una línea. El docente-coordinador de la actividad actúa como facilitador de este proceso de construcción de carácter cooperativo y se arriba a la conocida expresión:

$$x <= (L/2)\operatorname{sen}\theta. \tag{1}$$

El ángulo θ se obtiene al proyectar el eje de cada palito sobre la línea más cercana, mientras que x es la distancia a esta misma línea medida desde el centro del objeto [3] [6]. En este segmento de la secuencia, los participantes identifican el carácter aleatorio de las variables x y θ, establecen que pueden asumir valores en los intervalos $[0, D/2]$ y $[0, \pi/2]$

respectivamente, y que los pares (x, θ) determinan la posición de cada palito en relación a la línea más próxima.

A continuación se propone la graficación de la "condición de cruce" dada por la ecuación anterior y se reflexiona en conjunto acerca de la posibilidad de obtener una expresión analítica para la probabilidad $P(S)$ de que un palito cruce una línea (suceso S). El gráfico se realiza usando cualquier aplicación que posibilite la visualización de expresiones analíticas. Con oportunas intervenciones del docente-coordinador, los participantes concluyen que esta probabilidad viene dada por el cociente entre el área bajo la curva de la Ec. 1 (espacio de sucesos exitosos) sobre el área del rectángulo definido por los intervalos de variación de las variables involucradas (espacio de todos los sucesos posibles), y proceden a calcularla obteniendo [6]:

$$P(S) = \frac{2\,L}{\pi\,D}. \tag{2}$$

Teniendo en cuenta este resultado, se retoma el problema propuesto por Buffon a partir de su reformulación escolar expuesta en [3] —esto es, arrojando N "palitos reales" sobre un tablero con líneas paralelas equiespaciadas— y se reflexiona acerca de la posibilidad de obtener una aproximación para la probabilidad analítica $P(S)$. En este contexto, los participantes deducen que ésta viene dada por la cantidad de objetos (palitos, panes o varillas) que cruzan las líneas (N_c) sobre el total arrojado (N), siempre que este último valor sea suficientemente grande. De esta manera, les resulta posible dar una estimación del valor de π tal como hiciera el Conde de Buffon [6]:

$$\pi \approx \frac{2\,L\,N}{D\,N_c}. \tag{3}$$

Si bien los objetos lúdicos utilizados en [3] son "palitos reales", también es posible utilizar "palitos virtuales" y para ello es necesario recurrir a la modelización computacional de este "experimento-juego" cooperativo. A tal efecto, el lenguaje de programación LOGO es muy adecuado para su uso en el ámbito educativo ya que fue diseñado con este propósito; siendo simple y potente a la vez, ofrece ventajas muy interesantes cuando se desea simular el comportamiento de sistemas [8].

Teniendo en cuenta todo esto, en la estrategia didáctica que presentamos se propone ahora el pasaje del "experimento-juego" cooperativo con "palitos reales" al desarrollo de un algoritmo en lenguaje LOGO que permita simular el lanzamiento de "palitos virtuales" y obtener estimaciones de π mediante experimentos numéricos. En este segmento de la secuencia los participantes construyen y codifican el algoritmo, siempre ayudados por oportunas intervenciones del facilitador. El trabajo se realiza grupalmente y el programa de simulación surge como producto de un diálogo permanente entre todos los participantes.

```
para Buffon :N :L :D
 bp fxfy condicion
 haz “Nc 0
 repite :N [palito]
 es 2*:L*:N/(:D*:Nc)
fin
```

```
para condicion
 repite 90 [ ~
  ponxy cuentarepite*:fx ~
  (:L/2)*sen(cuentarepite)*:fy ~
 ]
fin
```

```
para palito
 haz “tp azar 90
 haz “xp azar (:D/2)
 sisino (:xp < (:L/2)*sen(:tp)) ~
   [cruz haz “Nc :Nc+1] ~
   [cuadradito]
fin
```

Cuadro 1: Código LOGO para estimar π por Monte Carlo.

En el Cuadro 1 se muestra el núcleo del código desarrollado y a continuación se lo analiza. En LOGO, los procedimientos se definen mediante las primitivas *para* y *fin*. Para asignar valores a variables se utiliza la primitiva *haz* y estos datos se recuperan usando el operador “dos puntos” (:). También es posible asignar valores a variables cuando se invoca a un procedimiento; en este caso, cuando se ejecuta el procedimiento principal **Buffon** se dan valores a N, L y D que son los parámetros de la simulación (cantidad de palitos a arrojar, longitud de los palitos y distancia entre las líneas del piso, respectivamente). Un ejemplo de ejecución de este algoritmo sería: **Buffon** 240 200 300 (240 lanzamientos, con palitos de 200 mm de largo sobre juntas en el piso equiespaciadas a 300 mm). La estructura de repetición más utilizada en LOGO es *repite*, esta primitiva ejecuta la lista de sentencias encerradas entre corchetes la cantidad de veces que se le especifica. La primitiva *ponxy* permite posicionar el cursor en un punto de coordenadas (x, y) en la pantalla gráfica. Esta primitiva se usa en el procedimiento **condicion** para graficar x en función de θ a partir de la Ec. 1. En este procedimiento, la primitiva *cuentarepite* lleva la cuenta de las repeticiones a medida que se ejecutan, por eso se le utiliza como primer parámetro de *ponxy* y como argumento de la función *seno*, dada por la primitiva *sen*. Los valores $:fx$ y $:fy$ son factores de escala que se fijan para visualizar adecuadamente la simulación mediante el procedimiento **fxfy**.

El procedimiento **palito** simula el lanzamiento al azar de un “palito virtual”, para ello se recurre a la función interna *azar* a los efectos de generar valores pseudoaleatorios para el ángulo de inclinación θ

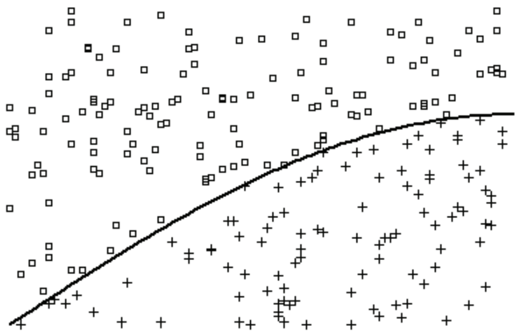

Figura 1: Ejecución del código Buffon para N=240, L=200, D=300; $\pi \approx 3.05$.

(representado por la variable tp) y para la distancia x (representada por la variable xp) desde el centro del palito a la línea más cercana en el piso. El trabajo con la función *azar* permite introducir a los participantes en el estudio de los métodos de generación de secuencias de valores pseudoaleatorios, estableciendo sus orígenes históricos y su importancia actual en el desarrollo de simulaciones de sistemas con diverso grado de complejidad [5]. En este sentido, y utilizando una definición muy amplia, nos es posible establecer que las metodologías de Monte Carlo son aquellas técnicas numéricas que abordan la resolución de problemas mediante la utilización de números pseudoaleatorios.

La primitiva *sisino* es la estructura de decisión que nos provee el lenguaje LOGO, en este caso se utiliza para evaluar si el "palito virtual" cruza una línea; si es así, se dibuja una cruz y se incrementa el contador que lleva la cuenta del número de objetos que cruzaron una línea. Si este no es el caso, se dibuja un cuadradito y el contador no se incrementa. En la Fig. 1 se muestra una instantánea obtenida mediante la ejecución del procedimiento LOGO descrito; cada "palito virtual" está representado por un punto de coordenadas $(:xp, :tp)$ y se visualizan claramente aquellos que cumplen con la "condición de cruce" establecida por la Ec. 1.

Resulta interesante destacar que la descripción del código LOGO desarrollado con los participantes permite presentar los aspectos básicos de este lenguaje y sus potencialidades educativas en el contexto de este trabajo, pero además también cumple con la misión de mostrar el grado de complejidad que exige la posible recreación de esta propuesta en diversos escenarios de intervención.

La secuencia didáctica que hemos descrito nos permitió alcanzar los siguientes objetivos propuestos: (1) posicionar a la computadora "como un laboratorio" en donde es posible realizar simulaciones y experimentos numéricos poniendo conceptos en acción, desplazándola del lugar común de "herramienta" que habitualmente ocupa en el sistema educativo; (2) trabajar en la construcción de modelos matemáticos y algorítmicos, así como en la formalización de estos últimos usando un lenguaje de programación para transformarlos en modelos computacionales; (3) abordar la construcción de modelos estocásticos a partir del trabajo con variables aleatorias y su simulación numérica mediante generadores de números pseudoaleatorios; (4) introducir los métodos de Monte Carlo como algoritmos de naturaleza estadística que permiten resolver numéricamente diversos problemas haciendo uso de variables aleatorias y (5) lograr la apropiación significativa de todas estas ideas mediante actividades placenteras diseñadas explícitamente en tono lúdico.

En las puestas en práctica realizadas con estudiantes de profesorados de Ciencias Exactas y Naturales y docentes de nivel medio y superior, los participantes coincidieron en que la actividad es muy interesante y que el abordaje metodológico propuesto es innovador. Algunos de ellos manifestaron que veían muy difícil su implementación completa en el nivel medio por varias razones: tiempos de trabajo escolar muy acotados, dificultades para incluir el uso de computadoras, necesidad de docentes capacitados en esta temática, complejidades en la articulación con el área de informática, limitaciones de carácter institucional, entre otras. Algunos profesores consideraron que la propuesta sería más viable si se la recortara al "experimento-juego" cooperativo y se usara el modelo computacional para que los alumnos modifiquen los parámetros y reflexionen sobre los resultados obtenidos, variante ya explorada en un estudio anterior [3]. Por otra parte, y en base a lo vivenciado por ellos mismos durante el desarrollo de la experiencia, también destacaron que los aspectos constructivos del algoritmo promueven la apropiación significativa de conceptos al ponerlos en acción y que, en este sentido, sería deseable tratar de implementar este tipo de estrategias con los alumnos. Desde nuestro punto de vista, creemos que la propuesta cumplió en establecer una "duda profesional" de carácter epistemológico en torno a estas temáticas dejando la puerta abierta para que los propios participantes en su doble rol de docentes e investigadores exploren posibles líneas de trabajo educativo en esta dirección [9].

3 Pixels y bits: estimando áreas

Si insertamos una figura en un rectángulo de área conocida y lanzamos puntos al azar uniformemente distribuidos sobre todo el rectángulo, al contar aquellos que caen dentro de la figura inscrita podremos obtener una estimación de su área. Esto se debe a que la relación entre áreas nos da la probabilidad de que un punto caiga en la figura y a que es posible aproximar esta misma cantidad con la proporción de puntos que la alcanzan. Éste es, en esencia, el método más simple de integración por Monte Carlo [4]. Para "jugar" con esta técnica hemos diseñado una secuencia didáctica cuyo objetivo específico es estimar el área de una región geográfica a partir de imágenes satelitales. Para ello, se selecciona una laguna ubicada en la Provincia de Santa Fe, Argentina (29° 10´ S, 60° 34´ O), que tiene el curioso aspecto de conejo. La imagen se extrae de *Google Earth*, se la inscribe en un rectángulo de 18 km^2 de superficie y se procede a transformarla en "blanco y negro" usando programas elementales de tratamiento digital de imágenes (Fig. 2).

Usando la imagen obtenida como *promotor reflexivo*, se inicia un proceso diálogo entre todos los participantes en torno a la posibilidad de desarrollar un programa en LOGO para estimar el área de la laguna recurriendo al uso de variables aleatorias. El objetivo de esta propuesta es re-trabajar y poner nuevamente "en acción" todos los conceptos que han sido explorados en la secuencia anterior, incorporando ahora el trabajo con imágenes satelitales, su conveniente procesamiento y codificación, y utilizando nuevos recursos del lenguaje LOGO. La propuesta constituye un juego y un desafío, por lo que queda transformada en un *experimento-juego* cooperativo que permite abordar la resolución numérica de integrales usando estrategias de Monte Carlo.

Utilizando el diálogo reflexivo como técnica de trabajo grupal, se acuerda en que resulta necesario generar N puntos al azar sobre todo el rectángulo y contar aquellos que caen sobre un pixel de color blanco (Nb) para así poder obtener una estimación del área de la laguna (Fig. 2). El algoritmo se construye en base al trabajo cooperativo de todos los participantes, siempre facilitado por oportunas intervenciones del docente-coordinador.

El código construido en lenguaje LOGO es muy sencillo y se muestra en el Cuadro 2. Se carga el archivo que contiene a la imagen utilizando la primitiva *cargadib*, siendo su resolución de 863x435 pixels. Estos datos son usados en el procedimiento **muestreo** para generar los puntos de coordenadas $(:x,:y)$ al azar. Posicionado el cursor en un punto, nos

```
para Laguna :N                          para muestreo
 bp ot                                   haz "x -500 + azar 863
 cargadib "LagConejo863x435.bmp          haz "y 66 + azar 435
 haz "Nb 0                               sl ponxy :x :y
 repite :N [muestreo]                    sisino (pixel = [255 255 255]) ~
 es :Nb/:N*18                                 [cruz haz "Nb :Nb+1] [cuadradito]
fin                                     fin
```

Cuadro 2: Código LOGO para estimar el área de la laguna.

preguntamos con la primitiva *pixel* si es blanco (RGB: 255, 255, 255) y, en ese caso, se dibuja una cruz y se incrementa el contador de sucesos exitosos (Nb); si no es blanco, sólo se dibuja un cuadradito (Fig. 2). Con la primitiva *es* (*escribe*) se presenta el valor de la estimación del área luego de repetir N veces el procedimiento **muestreo**.

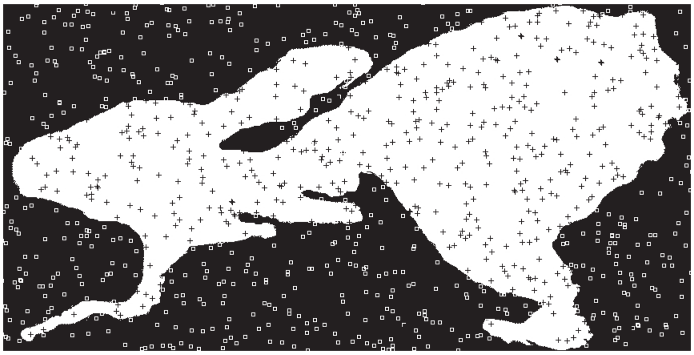

Figura 2: Instantánea obtenida al arrojar 500 puntos al azar. Área estimada: 8.5 km^2.

En el contexto de este trabajo, este "experimento-juego" cooperativo tuvo como propósito complementar la propuesta anterior y oficiar de "proyecto" a ser resuelto entre todos, posibilitando el desarrollo de procesos de autoevaluación grupal.

La secuencia didáctica descrita se implementó en cursos de capacitación para docentes en donde nos fue posible comprobar que el problema era abordardo y resuelto conceptualmente sin mayores dificultades. Sumado a ello, también nos posibilitó introducir más fehacientemente a la técnica de Monte Carlo como estrategia de resolución de diversos problemas científicos y tecnológicos. Los participantes coincidieron en que la actividad plantea un uso alternativo de la computadora en el campo de la ciencia escolar y que su implementación, por su aparente dificultad, constituye un desafío interesante.

4 Jugando con dados "inestables"

Los resultados obtenidos en las puestas en práctica ya expuestas nos animaron a continuar con el diseño de *experimentos-juegos* cooperativos utilizando objetos lúdicos reales y virtuales, poniendo especial atención al proceso de transición entre una instancia y la otra.

La secuencia didáctica que ahora se propone se inicia dialogando con los participantes para reflexionar sobre las ideas previas existentes acerca de los procesos de decaimiento radiactivo y sobre la imposibilidad de conocer de antemano cuando un radionucleido va a decaer, acercándonos de esta manera a los fenómenos de naturaleza aleatoria. Se introduce al "dado" como nuevo objeto lúdico y se discute acerca de la posibilidad de modelar el proceso físico analizado utilizando un conjunto de estos elementos. Esta idea no es nueva y ha sido propuesta por varios autores, en este caso hemos tomado como referencia el artículo de Pasquali [10].

Se trabaja en grupos, cada uno de ellos con un conjunto de dados; se discute y acuerda que cada lanzamiento simultáneo de los dados corresponde a una unidad de tiempo arbitraria, que los que muestran el valor 1 son aquellos que "decaen" y que, por lo tanto, deben ser separados de la muestra. Se cuentan los "dados-núcleos" restantes para luego realizar un nuevo lanzamiento y dar lugar a la siguiente medición o conteo de los que no decaen. Los resultados se funden cooperativamente obteniendo la curva de decaimiento radiactivo para los "dados-núcleos" (Fig. 3) y se procede a estimar el período de semidesintegración. En esta etapa también se construye analíticamente con los participantes la Ley de Decaimiento Radiactivo correspondiente a los "dados-núcleos" [10]:

$$N(t) = N_0\, e^{-\lambda\, t} = N_0\, (5/6)^t. \tag{4}$$

A partir de esta ecuación se obtiene la constante de decaimiento: $\lambda = ln(6/5)$; y el valor teórico del período de semidesintegración: $T = ln(2)/\lambda$.

En la siguiente etapa de la secuencia, el facilitador interviene sugiriendo la necesidad de contar con procedimientos más potentes y efectivos para la simulación de fenómenos estocásticos. Para ello propone la modelización computacional del proceso aleatorio simulado con los dados. Desde esta perspectiva, se destacan las propiedades estadísticas que deben satisfacer los generadores de números pseudoaleatorios y se dialoga acerca de la necesaria condición de repetibilidad que deben satisfacer los experimentos numéricos basados en procesos estocásticos. El docente-coordinador completa su intervención desarrollando junto con los participantes un pequeño código que simula el lanzamiento de "dados virtuales".

Alcanzada esta instancia, ya se encuentran disponibles todos los elementos conceptuales necesarios para abordar la próxima etapa de la estrategia didáctica en donde se discute como simular el "decaimiento radiactivo" de los "dados reales" con un algoritmo computacional que utilice "dados virtuales". Los participantes diseñan e implementan un modelo computacional que realiza esta tarea ayudados por el facilitador y comparan gráficamente los resultados obtenidos.

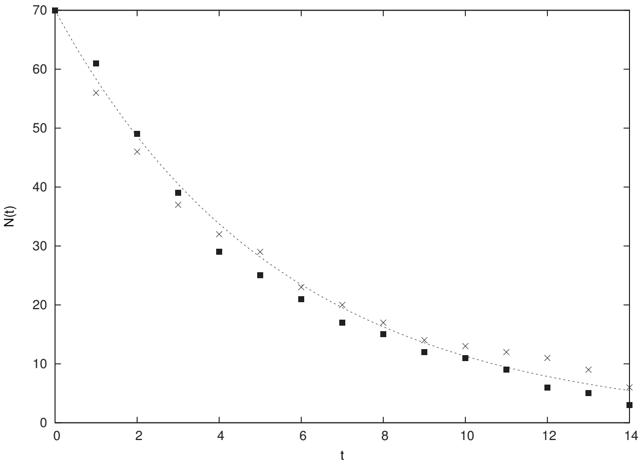

Figura 3: Ley de Decaimiento Radiactivo (línea punteada), valores obtenidos usando "dados reales" (cuadraditos) y "dados virtuales" (cruces).

La puesta en práctica de esta estrategia educativa fue de carácter exploratorio y se realizó en un Taller de Introducción a la Física Computacional destinado a alumnos de 2º año de Licenciatura en Física. Se trabajó con 70 dados y se obtuvo la curva de decaimiento radiactivo correspondiente a los "dados-núcleos" reales. Luego, los participantes diseñaron un código en lenguaje Fortran para simular el decaimiento radiactivo de un conjunto de "dados-núcleos" virtuales y los resultados de la simulación se compararon con los que fueran obtenidos usando los dados reales (Fig. 3).

Más allá de los propósitos generales que esta estrategia educativa comparte con las expuestas anteriormente, el objetivo específico de la misma fue desarrollar un abordaje alternativo —en "tono lúdico" y recreativo— de una temática que está usualmente presente en la formación inicial de diversas carreras del área de las Ciencias Exactas y Naturales [11] [12], incorporando la dimensión computacional que, normalmente, está ausente. A partir de las observaciones cualitativas realizadas nos fue posible constatar que los participantes pudieron apropiar e integrar significativamente los diversos contenidos conceptuales y metodológicos puestos "en juego": 1) experimentar y emular procesos físicos de naturaleza estocástica; 2) diseñar estrategias de simulación usando "objetos" reales y virtuales; 3) formular algoritmos y codificarlos en modelos computacionales; 4) trabajar en la construcción de modelos matemáticos simples a partir de la "puesta en juego" de la Ley de Decaimiento Radiactivo; 5) realizar experimentos numéricos; entre otros. Al respecto, los propios participantes manifestaron que la experiencia les resultó sorprendente, interesante y divertida; para algunos fue asombrosa la correspondencia entre el comportamiento aleatorio generado con los dados y la Ley de Decaimiento Radiactivo; varios destacaron que la secuencia les mostró cómo se pueden simular fenómenos usando una computadora.

5 Conclusiones

En base a todo lo expuesto, es posible concluir que las propuestas que hemos presentado son viables, motivadoras, divertidas y posibles de recrear con adecuaciones en diversos escenarios educativos, ya sea en cursos avanzados de nivel medio, en asignaturas de institutos de formación docente, en talleres de capacitación o en el ámbito universitario. También es importante destacar que las puestas en práctica desarrolladas muestran que existen ciertas carencias en la formación computacional tanto en el nivel medio como en la formación inicial de los profesores de ciencias, quienes en general asumen el uso de la computadora como una herramienta y no como un laboratorio desde el cual interpelar al mundo. En este sentido, creemos que es necesario integrar a la computadora "como laboratorio" en el currículum de ciencias de todos los niveles educativos, promoviendo el diálogo entre ciencia escolar y ciencia erudita al brindar una imagen del trabajo en ciencias más acorde con la realidad actual.

Referencias

[1] Jacovkis, P. (2004) "Computadoras, modelización matemática y ciencia experimental", *Mecánica Computacional* **XXIII**: 2747–2758.

[2] Cornejo, J. N. (2006) "La enseñanza de la ciencia y la tecnología en la escuela argentina (1880-2000): Un análisis de los textos", *Enseñanza de las Ciencias* **24**: 357–370.

[3] Navone, H.D.; Scancich, M.; Melita, J.; Barbarach, N.; Martiñena, O.; Aquilano, R. (2010) "Ciencia escolar y juego: Una aproximación lúdica a la metodología de Monte Carlo", *Memorias I Jornada de Investigación Participativa en Educación*, Dolores, Buenos Aires.

[4] Dias de Deus, J.; Pimenta M.; Noronha, A.; Peña, T.; Brogueira, P. (2001) *Introducción a la Física*. McGraw-Hill, Madrid.

[5] Landau, R.H.; Páez Mejía, M.J. (1997) *Computational Physics*. John Wiley & Sons, New York.

[6] Jain, S. (1992) *Monte Carlo Simulations of Disordered Systems*. World Scientific, Londres.

[7] Navarro, J. (2011) *Los Secretos del Número* π. EDITEC, Rodesa (España).

[8] Navone, H.D.; Turner, P.A. (2008) "Física computacional en el nivel medio: ¿Una asignatura pendiente?", *Revista de Enseñanza de la Física* **21**: 61–74.

[9] Freire, P. (2005) *Pedagogía de la autonomía*. Siglo XXI, Buenos Aires.

[10] Pasquali, R. (2011) "Cuando la naturaleza juega a los dados", en: http://www.educ.ar/educar/cuando-la-naturaleza-juega-a-los-dados.html, consultado el 13/02/2012, 20:54.

[11] Resnick, R.; Halliday, D.; Krane, K.S. (2008) *Física*. Grupo Editorial Patria, México.

[12] Jou, D.; Llebot, J.E.; Pérez García, C. (1995) *Física para Ciencias de la Vida*. McGraw-Hill, Madrid.