

TSUNAMI. UN PROBLEMA
MATEMÁTICAMENTE INTERESANTE

TSUNAMI. AN INTERESTING MATHEMATICAL
PROBLEM

RODRIGO GONZÁLEZ GONZÁLEZ*
MODESTO ORTIZ FIGUEROA†
JOSÉ MIGUEL MONTOYA RODRÍGUEZ‡

*Received: 13-Feb-2010; Revised: 28-Oct-2011; Accepted:
30-Nov-2011*

Resumen

Se presentan algunos aspectos fundamentales respecto a la matemática y la herramienta computacional que apoyan la compleja descripción del proceso físico *tsunami* desde dos enfoques específicos. En particular, se aborda analíticamente un modelo hidroelástico simple para el problema de generación de ondas tsunami, el cual permite obtener resultados en el área de ruptura. Por otra parte, el proceso de propagación de las ondas tsunami en el océano y el impacto

*Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora, México.
E-Mail: rgonzlz@gauss.mat.uson.mx

†Departamento de Oceanografía Física, CICESE. Ensenada, Baja California, México.
E-Mail: ortizf@cicese.mx

‡División de Ingeniería de Puertos y Costas, Instituto Mexicano del Transporte. Querétaro, México. E-Mail: mmontoya@imt.mx

a lo largo de la línea costera se analiza numéricamente utilizando el enfoque hidrodinámico, presentando en particular una aplicación directa sobre la predicción de tsunamis en México producidos por sismos potenciales en la trinchera Mesoamericana mediante el diseño de un “*Módulo Sintetizador de Tsunamis*” para simular tsunamis originados por sismos ocurridos en la zona de subducción de la costa occidental de México.

Palabras clave: ondas tsunami, métodos matemáticos, simulación.

Abstract

We present some key aspects regarding the mathematics and the computational tool that support the complex description of the physical process *tsunami* from two specific approaches. In particular, it addresses analytically a simple hydroelastic model for the problem of tsunami wave generation, which provides results in the rupture area. Moreover, the propagation of tsunami waves in the ocean and the impact along the coastline is analyzed numerically using the hydrodynamic approach, presenting in particular a direct application to the prediction of tsunamis in Mexico caused by potential earthquakes in the Mesoamerican trench through the design of a “*Tsunami Toolbox*” to simulate tsunamis caused by earthquakes in the subduction zone on the western coast of Mexico.

Keywords: tsunami waves, mathematical methods, simulation.

Mathematics Subject Classification: 76U05, 76V05.

1 Introducción

El *problema de tsunami* es un tema de interés mundial e importancia actual debido a las implicaciones catastróficas que algunas veces origina la ocurrencia del así llamado fenómeno físico *tsunami*¹ sobre los litorales costeros a lo largo de los océanos alrededor del mundo, en particular sobre el Océano Pacífico donde la actividad sísmica es muy frecuente por el acomodamiento natural de las placas tectónicas involucradas, la cual es una de las principales causas de origen de un tsunami.

Un tsunami es una serie de ondas de periodo largo (típicamente entre 10 y 60 minutos) generadas en el océano por una perturbación rápida a gran escala, las cuales se mueven a gran velocidad (alrededor de 700 km/h, la velocidad de crucero de un avión comercial), con longitudes de onda muy extensas (del orden de cientos de kilómetros). En mar abierto, un

¹El término **tsu-nami**, el cual se pronuncia “su-ná-mi”, es una expresión compuesta en Japonés que significa “ola de puerto”, cuyo equivalente en Español es *maremoto*.

tsunami es escasamente perceptible; sólo cuando se aproxima a tierra firme es cuando se convierte en una amenaza. Cuando un tsunami alcanza aguas poco profundas, las olas sufren desaceleración y se contraen causando un incremento en la altura, conservando casi intacta toda su energía (efecto de embotellamiento). Al ocurrir un tsunami, en el mejor de los casos este llega a la costa sólo como una ligera agitación de la marea normal, pero algunas veces su potencia es de tal magnitud que implica un aumento considerable en el nivel del mar causando grandes inundaciones, cuyas consecuencias dependen de las características del lugar de impacto. Aún cuando la causa más común por la que se forman los tsunamis se debe a la ocurrencia de terremotos en el sustrato oceánico bajo condiciones hasta el momento no del todo especificadas, otras posibles causas son erupciones volcánicas en el lecho marino, deslizamientos en el relieve del fondo del mar, condiciones meteorológicas adversas e impactos de meteoritos. Sin importar el origen, un tsunami evoluciona en tres distintas etapas sucesivas: *generación* por cualquier fuerza que perturba una enorme columna de agua en el mar, propagación desde aguas profundas cercanas al epicentro² de la fuente perturbadora hacia el litoral de la costa en direcciones específicas y finalmente impacto e inundación de las regiones costeras más vulnerables.

De los procesos descritos, el de generación y el de inundación son los más difíciles de analizar matemáticamente.

Actualmente, existe una gran cantidad de trabajos en relación al problema de tsunami, en los que se utilizan diferentes modelos con el fin de obtener información relevante para comprender mejor y mitigar el impacto de este tipo de desastres naturales. El trabajo matemático es complicado y requiere de herramientas de alto nivel, inclusive en las etapas más simplificadas del problema. Básicamente, se tienen dos enfoques para estudiar ondas tsunami originadas por terremotos: el *hidroelástico*, en el que se analiza el acoplamiento de un sistema de dos o más capas, el cual lleva a un problema de condición en la frontera, con la posibilidad de manipular su solución de forma semi-analítica; y el hidrodinámico, en el que se considera un sistema con una capa de fluido sobre una base rígida, considerando un modelo plano o uno esférico, el cual lleva a un problema de condición inicial que comúnmente se analiza de forma numérica.

El enfoque hidroelástico fue estudiado analíticamente por G.S. Pod'yapol'sky (1968)[9] y extensiones de su análisis fueron hechas esencialmente por N.V. Zvolinskii (1991)[10], S.Ya. Sekerzh-Zenkovich *et al* (2000) [4], entre otros, utilizando la aproximación de ondas largas. El enfoque numérico del problema es mucho más amplio, con una larga lista

²El *epicentro* es la proyección superficial del *hipocentro*, punto donde inicia la falla por deslizamiento o singularidad de la fuente.

de contribuciones disponibles en la literatura. Sin embargo, sigue habiendo preguntas acerca de la ocurrencia de un tsunami que no tienen respuesta clara o satisfactoria y aunque se han obtenido resultados muy importantes no es del todo claro que es lo que sucede exactamente en el océano en el área de ruptura de un terremoto submarino y cuándo este provoca un tsunami. Como consecuencia, se sigue presentando un alto índice de falsa alarma y a la fecha no existe una respuesta convincente para la pregunta *¿Por qué algunos terremotos producen tsunamis, mientras que otros que se esperaba que lo hicieran no?*

El objetivo del presente trabajo es describir de forma muy general los dos enfoques para la modelación de este interesante problema. La atención se centra sobre un modelo específico del enfoque hidroelástico que generaliza al trabajo antecesor, obteniendo resultados en el área de ruptura que permiten obtener conclusiones importantes sobre el problema de generación de ondas tsunami. En cuanto al enfoque hidrodinámico, utilizado en la propagación e impacto, en especial se concluye con una aplicación directa sobre la predicción de tsunamis en México producidos por sismos potenciales en la trinchera Mesoamericana.

2 Un modelo hidroelástico simple. Enfoque analítico

Se considera un sistema formado por una capa delgada \mathcal{L}_F de un fluido de densidad constante ρ_0 y profundidad constante h_0 (el mar) sobre un cuerpo elástico \mathcal{L}_E perfecto, isótropo, homogéneo y de densidad constante ρ_1 (la tierra), que ocupa el semi-espacio $z \leq 0$, cuyo eje z (normal a las capas) es positivo en la dirección superior, con $z = 0$ en la interfase entre el fluido y el medio elástico en el estado sin perturbar, asumiendo que pasa a través de la fuente de perturbación (un sismo) con hipocentro en $z = -h$. En la Figura 1 se ilustra el modelo plano bicapa tierra-océano con simetría axial.

El problema se establece bajo la suposición usual de la teoría lineal, consideración de la acción de la gravedad, sin tomar en cuenta la curvatura y la fuerza de Coriolis de la Tierra, presión constante en la superficie libre del mar y actuación de una fuente sísmica descrita de una forma muy simple para mantener la simetría axial y la posibilidad de obtener solución analítica directa. Este modelo se considera como base para un estudio más profundo y realista del problema de generación de ondas tsunami.

El objetivo es obtener las expresiones para los desplazamientos verticales $\zeta = \zeta(r, t)$, la elevación de la superficie libre del fluido respecto al nivel de equilibrio la cual permite analizar los diferentes tipos de ondas

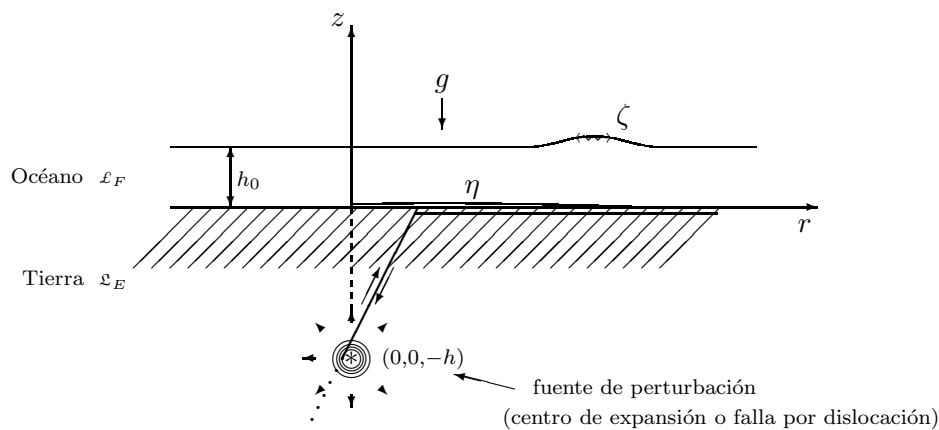


Figura 1: *Modelo Hidroelástico Simple para el Problema de Tsunami.*

generadas en la capa líquida y $\eta = \eta(r, t)$, la variación de la interfase entre el fluido y el medio elástico, muy importante para el análisis teórico de varias variables sísmicas. En específico, la tarea es determinar las condiciones bajo las cuales el comportamiento de ζ puede ser clasificado como una onda tipo tsunami y establecer cuales son los parámetros físicos más importantes que contribuyen en el proceso de generación de un tsunami.

El movimiento del fluido en la capa líquida, \mathcal{L}_F , considerando compresibilidad por el efecto de la fuerza del campo gravitacional de la Tierra sobre la columna de agua del mar, de acuerdo a [1] y [6], es determinado por la velocidad $\mathbf{v} = -\mathbf{grad} \phi$, donde $\phi = \phi(r, z, t)$, llamado *potencial de velocidad del fluido*, satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_f^2 \Delta \phi - g \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad \text{en } \mathcal{L}_F = \{(r, z) \mid r > 0, 0 < z < h_0\}, \quad (1)$$

con c_f la velocidad de fase de las ondas en el fluido, g la aceleración de la gravedad y $\Delta = \partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$ el operador Laplaciano en coordenadas cilíndricas, con vectores base $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$.

Por otra parte, el *vector de desplazamiento a través del semi-espacio elástico* \mathcal{L}_E , denotado por $\mathbf{s}(r, z, t) = s_r \mathbf{e}_r + s_\theta \mathbf{e}_\theta + s_z \mathbf{e}_z$, el cual de acuerdo a la teoría lineal de la elastodinámica [1] satisface la *Ecuación Clásica de Navier*

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{s}}{\partial t^2} &= (a^2 - b^2) \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{s} + b^2 \Delta \mathbf{s} + \mathbf{F}, \\ \text{en } \mathcal{L}_E &= \{(r, z) \mid r > 0, z < 0\}, \end{aligned} \quad (2)$$

donde a y b son, respectivamente, la velocidad de las ondas longitudinales (compresión) y transversales (distorsión) en el medio elástico, están relacionadas con los parámetros elásticos de Lamé por $a^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho_1$ y $b^2 = \mu/\rho_1$. El término \mathbf{F} , que aparece en la ecuación (2), representa las fuerzas internas y externas que actúan sobre el cuerpo elástico.

La solución de la ecuación (2) es dada por $\mathbf{s} = \mathbf{grad} \varphi + \mathbf{curl} \Psi$, la cual bajo las condiciones de homogeneidad e isotropía impuestas sobre el semi-espacio elástico se reduce a determinar los potenciales longitudinal y transversal de movimiento a través de la Tierra, respectivamente, $\varphi = \varphi(r, z, t)$ y $\Psi = \psi(r, z, t) \mathbf{e}_\theta$, con \mathbf{e}_θ la dirección angular, los cuales satisfacen (salvo transformación) la *ecuación de onda* clásica con un término de forzamiento de acuerdo al tipo de perturbación de la fuente.

Las funciones para los potenciales ϕ, φ y ψ satisfacen condiciones cinemáticas dinámicas apropiadas y condiciones de frontera en la superficie libre del fluido, $z = h_0 + \zeta$, y en la interface entre el fluido y el cuerpo elástico, $z = \eta$. Además, satisfacen condiciones de desvanecimiento a mucha profundidad ($z \rightarrow -\infty$) y son acotadas a una distancia epicentral lejana ($r \rightarrow \infty$), describiendo ondas que se propagan desde la fuente hacia el infinito. En específico, las condiciones de frontera en la interfase del cuerpo elástico y el fluido son dadas por la continuidad de los desplazamientos y velocidades verticales y de los esfuerzos normales, así como ausencia de los esfuerzos transversales, debido a que el fluido no tiene deslizamientos y no se considera fricción. La acción de la gravedad sobre el cuerpo elástico se supone que tiene un efecto directo únicamente a través de la frontera en la interfase (condición de Bromwich, [1]) y en la superficie libre del fluido se considera presión atmosférica constante. Por consiguiente, dadas las ecuaciones que gobiernan el movimiento en el fluido y medio elástico, respectivamente (1) y (2), y las condiciones de frontera que satisfacen, entonces en un conjunto conveniente de variables sin dimensión, la solución finalmente tiene la representación integral

$$\begin{aligned} \zeta(r, t) &= \frac{2q^3\omega_0^2}{\sqrt{2\pi} b^2} \int_{s_m}^{s_M} \left[\int_{\Gamma^+} \frac{N_\zeta^+(s, \kappa)}{D(s, \kappa)} d\kappa + \int_{\Gamma^-} \frac{N_\zeta^-(s, \kappa)}{D(s, \kappa)} d\kappa \right] ds, \\ \eta(r, t) &= \frac{2q^3\omega_0^2}{\sqrt{2\pi} b^2} \int_{s_m}^{s_M} \left[\int_{\Gamma^+} \frac{N_\eta^+(s, \kappa)}{D(s, \kappa)} d\kappa + \int_{\Gamma^-} \frac{N_\eta^-(s, \kappa)}{D(s, \kappa)} d\kappa \right] ds, \end{aligned} \quad (3)$$

donde q y ω_0 son constantes características que se utilizan para realizar el cambio de variable.

Las funciones del numerador $N_{\zeta, \eta}^{\pm}$ tienen, respectivamente, la expresión

$$\begin{aligned} N_{\zeta}^{\pm}(s, \kappa) &= \kappa(1 - 2\kappa^2)\mu_{\nu}s^2\bar{F}(s)e^{\pm is\bar{t}}e^{-s\mu_{\alpha}\bar{h}} J_0(s\kappa\bar{r}), \\ N_{\eta}^{\pm}(s, \kappa) &= \kappa(2\kappa^2 - 1)\mu_{\nu}(\beta\mu_{\nu} \sinh \sigma s\mu_{\nu} - \\ &\quad s \cosh \sigma s\mu_{\nu})s\bar{F}(s)e^{\pm is\bar{t}}e^{-s\mu_{\alpha}\bar{h}} J_0(s\kappa\bar{r}), \end{aligned}$$

con $J_0(\cdot)$ la función de Bessel de orden cero de la primera categoría y $\bar{F}(s)$ el espectro de Fourier de la dependencia del tiempo, $f(t)$, de la fuente perturbadora. En particular, el efecto de la fuente de perturbación se introduce al sistema como un centro de expansión de ondas longitudinales,

$$f^{(s)}(r, z, t) = \frac{Q}{2\pi r} \delta(r)\delta(z + h) f(t), \tag{4}$$

donde Q es una constante relacionada con la magnitud del sismo y la evolución es dada por

$$f(t) = \cos(2\pi t/T_0) e^{-(t/N_0T_0)^2}, \tag{5}$$

donde $N_0 \in \mathbb{N}$ determina el número de oscilaciones decrecientes que ejecuta la fuente con periodo T_0 . Este es un mecanismo analítico muy conveniente que, además de simular de forma muy aproximada a lo que realmente sucede en un evento sísmico, permite manipular fácilmente la solución analítica exacta del problema. Un caso especial es cuando $N_0 = 2$, el cual implica que la fuente realiza tres oscilaciones principales con periodo T_0 , tal como ha sido reportado en algunos eventos ocurridos.

El denominador, el cual establece la *ecuación característica*,

$$\begin{aligned} D(s, \kappa) &= \left[R(\kappa) - \frac{\beta(1 - \rho)\mu_{\alpha}}{s} \right] \left[\frac{\beta\mu_{\nu}^2}{s} \sinh \sigma s\mu_{\nu} - \mu_{\nu} \cosh \sigma s\mu_{\nu} \right] + \\ &\quad + \rho\mu_{\alpha} \left[\frac{\beta\mu_{\nu}}{s} \cosh \sigma s\mu_{\nu} - \sinh \sigma s\mu_{\nu} \right] \end{aligned} \tag{6}$$

con $R(\kappa) = (2\kappa^2 - 1)^2 - 4\kappa^2\mu_{\alpha}\mu_{\beta}$, conocida como la *función de Rayleigh*, y los términos $\mu_{\alpha} = \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}$, $\mu_{\beta} = \sqrt{\kappa^2 - 1}$, $\mu_{\nu} = \sqrt{\kappa^2 - \nu^2}$, proporciona las singularidades, las relaciones de dispersión y los modos naturales del sistema, además de establecer los contornos de integración Γ^{\pm} en el κ -plano complejo.

Bajo estas consideraciones, el problema se reduce a evaluar las integrales (3), teniendo dos posibilidades: obtener *aproximaciones de campo lejano* o realizar un *análisis detallado del área epicentral*, con el fin de establecer los principales factores tsunamigénicos de la fuente de perturbación sísmica una vez que esta es activada en el sistema. El análisis

en ambos casos se realiza utilizando principalmente técnicas analíticas seguidas de procedimientos numéricos como herramienta auxiliar. En la parte analítica, se aplican métodos asintóticos e integración de contorno, mientras que en la parte numérica se evalúan integrales simples y múltiples con algoritmos adaptados programados en particular en Maple[®], el cual además permite un excelente análisis simbólico-numérico-gráfico de la solución.

Las evaluaciones numéricas finales de las integrales (3) se obtienen utilizando las cantidades físicas típicas: $a = 5.9$ km/s, $b = 3.4$ km/s, $c_f = 1.5$ km/s, $h_0 = 4.0$ km, $\rho_0 = 1.0$ gr/cm³ y $\rho_1 = 2.7$ gr/cm³, las cuales a su vez implican los valores correspondientes de los parámetros adimensionales: $\alpha = 0.576$, $\beta = 1.157$, $\nu = 2.266$, $\gamma = 0.058$, $\rho = 0.037$ y $\sigma = 0.0029$. La constante $\omega_0 = 2\pi/T_{\max}$ es una *frecuencia característica*, correspondiente al periodo máximo observado para eventos tsunamis, $T_{\max} \approx 42$ min. El valor de q está relacionado con la magnitud del terremoto. En particular, en los cálculos realizados $q = 100000$ m (correspondiente a sismos típicos de magnitudes cercanas a los 8 grados en la escala de Richter). La profundidad focal h se considera entre 10 y 60 km (típico para terremotos tsunamigénicos), la cual proporciona el valor adimensional respectivo de \bar{h} . El valor de los límites de integración s_m, s_M depende del periodo de oscilación T_0 de la fuente, los cuales se determinan a partir de la parte significativa del espectro de Fourier $\bar{F}(s)$. El análisis muestra que para la excitación de ondas largas de gravedad el rango importante para el periodo de oscilación es $50 \text{ seg} < T_0 < 15 \text{ min}$. A grandes distancias desde el epicentro se observa que la superficie del fluido ζ adquiere el comportamiento de ondas largas, con amplitudes de orden cercano a los 10 cm, en un tiempo que corresponde a la velocidad de propagación dada por $c_0 = \sqrt{gh_0} \approx 0.2$ km/seg, mientras que el comportamiento de la interface η también es oscilatorio, pero prácticamente imperceptible, ya que la amplitud es de orden muy pequeño. Por el contrario, cerca del epicentro se observa un comportamiento interesante de los desplazamientos verticales: para el rango de periodos de oscilación determinante, distancia epicentral $r < 50$ km e hipocentros $h < 40$ km, los máximos de η son más grandes que los correspondientes máximos de ζ . Esto es, para un determinado intervalo de periodos de oscilación en el espectro de fuentes sísmicas no muy profundas, el fuerte movimiento del fondo cerca del epicentro desplaza un gran volumen de líquido, el cual puede ser detectado en puntos de observación lejanos tiempo después con las características de una onda tsunami. Por lo tanto, dos parámetros determinantes en la generación de ondas tsunami son la profundidad focal y el periodo de oscilación de la fuente sísmica.

Así, con los resultados obtenidos se determinan los parámetros tsunamigénicos principales y se concluye rudimentariamente sobre el concepto geofísico distintivo “*silent tsunami-earthquakes*”³ (*terremotos tsunamigénicos silenciosos*), sumamente importante ya que a la fecha únicamente ha sido abordado de forma intuitiva, observación directa o mediante el análisis estadístico de datos sismográficos. Cabe señalar que los sistemas de alerta de tsunamis expiden comunicados de prevención cuando la magnitud del terremoto es más grande que un umbral preestablecido, lo cual la misma experiencia ha mostrado que no es suficiente, por lo que información adicional debe ser tomada en consideración, puesto que son muchos los parámetros físicos que se combinan para que un tsunami pueda ser creado y precisamente en esta parte es cuando los modelos matemáticos simples son importantes porque proporcionan información valiosa sobre la física del problema.

Además, una implicación importante de este modelo matemático es la posibilidad de obtener *acelerogramas sintéticos* para cualquier rango de frecuencias determinado, los cuales pueden ser útiles como información o como condición inicial para otros modelos, ya que directamente son muy difíciles de obtener con exactitud en el área de ruptura en la mayoría de los terremotos. También, es posible determinar los distintos tipos de *energía* presentes en el proceso físico al ocurrir un terremoto, tarea muy complicada de realizar a partir de los datos que se registran en las estaciones sismológicas, entre otras aplicaciones.

3 Modelo hidrodinámico global. Enfoque numérico

Las ecuaciones lineales del Modelo de Aguas Someras (de acuerdo a la referencia [8]), se utilizan universalmente para simular la propagación de tsunamis sintéticos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + gh_0 \nabla \zeta &= 0,\end{aligned}\tag{7}$$

donde \mathbf{U} es el vector de velocidad horizontal integrado verticalmente. El Modelo No Lineal de Aguas Someras, utilizado para analizar el

³Término introducido por el profesor Hiroo Kanamori (1993) [5] de CALTECH (California Institute of Technology) para referirse al hecho que terremotos de magnitudes moderadas pueden excitar tsunamis excepcionalmente grandes. Existen ejemplos de tales eventos fatales tal como el ocurrido en Nicaragua 1992, entre otros.

comportamiento fino de las ondas oceánicas tanto en mar abierto como cuando entran a la pendiente continental, está dado por

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \vartheta} \left(U \frac{\partial U}{\partial \theta} + V \cos \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right) - \frac{UV \tan \vartheta}{R} &= \\
= -\frac{g}{R \cos \vartheta} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{C_B U \sqrt{U^2 + V^2}}{D} + fV, & \\
\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \vartheta} \left(U \frac{\partial V}{\partial \theta} + V \cos \vartheta \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \right) + \frac{U^2 \tan \vartheta}{R} &= \\
= -\frac{g}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \vartheta} - \frac{C_B V \sqrt{U^2 + V^2}}{D} - fU, & \\
\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \vartheta} \left(\frac{\partial(UD)}{\partial \theta} + \frac{\partial(VD \cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \right) &= \\
= 0, & \tag{8}
\end{aligned}$$

en el cual se toma en cuenta la fricción en el fondo del mar, la fuerza de Coriolis de la Tierra y efectos de advección, donde θ es la longitud, ϑ es la latitud, U y V son los flujos de velocidad en las direcciones longitudinal y latitudinal, respectivamente, $D(t, \theta, \vartheta) = H(\theta, \vartheta) + \zeta(t, \theta, \vartheta)$ es la profundidad real de la columna de agua, $R = 6,371$ km es el radio medio de la Tierra, $f = 2\Omega \sin \vartheta$ es el parámetro de Coriolis, con Ω la velocidad angular de la rotación de la Tierra y $C_B = gm^2/D^{1/3}$ es un coeficiente empírico sin dimensión el cual puede tomarse constante o depender del grosor de la columna de agua, con m el coeficiente de Manning, el cual depende de la rugosidad del fondo del mar (un valor típico con el que se trabaja es 0.025 s/m^{1/3}).

Las ecuaciones (7) y (8) se resuelven numéricamente utilizando un esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas empleando el modelo de propagación de tsunamis de Goto *et al*, [3] y batimetría real. Como ejemplo, para ilustrar la aplicación del modelo numérico, se presenta un “Módulo Sintetizador de Tsunamis” (programa de cómputo en MatLabTM para ejecutar la ecuación matricial (9)), desarrollado para simular tsunamis generados por sismos interplaca originados en la costa occidental de México, el cual consiste de un conjunto de funciones de Green o tsunamis sintéticos producidos a partir de grupos de funciones impulso que a su vez representan la dislocación cosísmica del lecho marino correspondiente a cada uno de los segmentos o áreas de ruptura ilustradas en la Figura 2.

Las funciones de Green se calculan con las ecuaciones del Modelo de Aguas Someras (7). Cada una de las funciones impulso o condición inicial

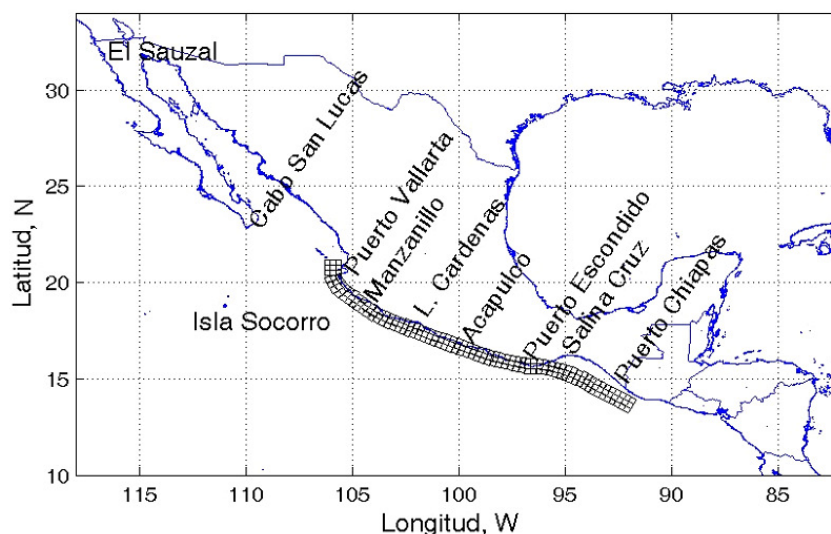


Figura 2: Segmentación de las áreas de ruptura en 189 mosaicos de $30 \times 30 \text{ km}^2$ localizados en la interplaca entre la costa Oeste de México y la Trinchera Mesoamericana.

del tsunami se considera como una perturbación instantánea de la superficie del agua igual a la deformación vertical cosísmica del lecho marino calculada con el modelo de dislocación cosísmica de Mansinha y Smylie [7]. Las alturas estimadas de los tsunamis sintéticos a lo largo de la costa se obtienen a partir de la superposición lineal de un grupo específico de funciones de Green:

$$G_{ij}(t)x_j = b_i(t), \quad (9)$$

donde $G_{ij}(t)$ representa a la función de Green en la localidad i generada por el sismo sintético o función impulso en la localidad j , x_j es la magnitud de la función impulso y $b_i(t)$ corresponde al tsunami sintético en la localidad i .

Agradecimientos

La realización de la parte teórica fue una primera actividad del proyecto: *Análisis y Conclusiones sobre el Concepto Geofísico “Tsunami Earthquakes” mediante Modelos Matemáticos Simples*, desarrollado por el primer autor con el Apoyo a la Reincorporación de Exbecarios PROMEP (Programa de Mejoramiento del Profesorado de la Secretaría de Educación Pública de México). El “Módulo Sintetizador de Tsunamis” se desarrolló en el CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior

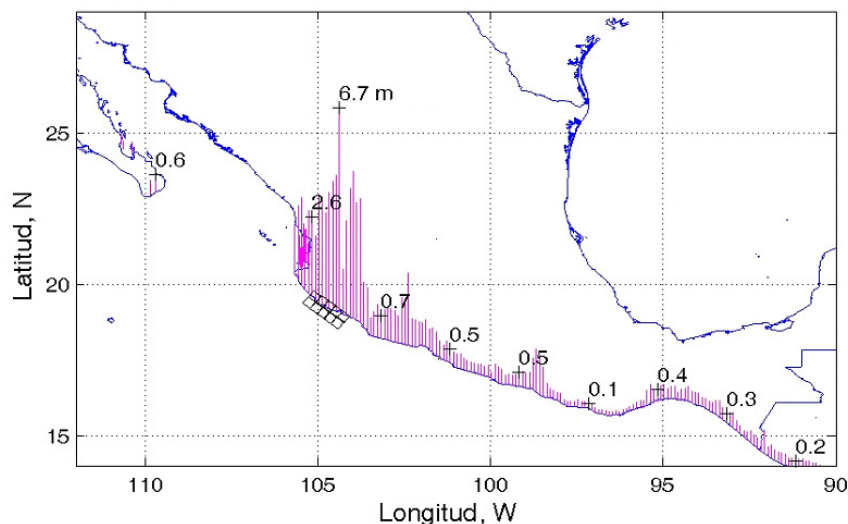


Figura 3: Alturas estimadas de un tsunami sintético a lo largo de la costa Oeste de México. La magnitud del sismo prototipo utilizado corresponde al área de ruptura formada por el conjunto de segmentos seleccionados para representar al sismo de Jalisco-Colima de 1995 (M_w 8.1).

de Ensenada) con el apoyo del Proyecto de Ciencia Básica de CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología): *Diseño de un Sistema Regional de Alerta de Tsunamis*, con número de registro U51457-F.

Referencias

- [1] Ewing, W.; Jardetzky, W. (1957) *Elastic Waves in Layered Media*. McGraw Hill, New York.
- [2] González-González R. (2005) *Hydroelastic Model on Tsunami Generation*. Ph.D. Thesis, Moscow State University, M.V. Lomonosov, Moscow, Russia.
- [3] Goto, C.; Ogawa, Y.; Shuto, N.; Imamura F. (1997) *IUGG/IOC TIME Project: Numerical Method of Tsunami Simulation with the Leap-Frog Scheme*. Intergovernmental Oceanographic Commission of UNESCO, Manuals and Guides 35, Paris.
- [4] Gvozdev A.A.; Sekerzh Zen'kovich S.Ya.; Shingareva I.K. (2000) "Excitation of tsunami by a low-frequency nonstationary center of expansion". *Izvestiya Physics of the Solid Earth*, Vol.36, No.1, 12–19.

-
- [5] Kanamori H.; Kikuchi M. (1993) “The 1992 Nicaragua earthquake: a slow tsunami earthquake associated with subducted sediments”. *Nature*, Vol. 361, 714–716.
- [6] Lamb, H. (1997) *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [7] Mansinha, L.; Smylie D.E. (1971) “The displacement field of inclined faults”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 61(5), 1433–1440.
- [8] Pedlosky, J. (1979) *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York.
- [9] Pod”yapol’skiy G.S. (1968) “Excitation of a long gravitational wave in the ocean from a seismic source in the crust”. *Izvestiya Akademica Nauka. SSSR Fizika Zemli* **1**, 7–24.
- [10] Zvolinskii N.V.; Nikitin I.S.; Sekerzh Zen’kovich S.Ya. (1991) “Excitation of tsunami waves and Rayleigh waves by a harmonic expansion center”. *Izvestiya Earth Physics*. Vol.23, No.2, 115–121.

