

FORMALIZACIÓN DE UNA TEORÍA DE LA MENTALIDAD

FERNÁN ULATE MONTERO*

Received/Recibido: 2 May 2006 — Aceptado/Accepted: 4 Jul 2006

Resumen

Se presenta un modelo basado en Teoría de Juegos y en los que han sido utilizados sobre todo en biología (juegos evolutivos), y se explica cómo puede usarse para estudiar la manera de ser de un pueblo o población en un momento histórico. Se utiliza dicho modelo para comprender los valores y creencias esenciales de los costarricenses de finales de la colonia. Se prueban matemáticamente una serie de resultados.

Palabras clave: Teoría de juegos, equilibrio de Nash, evolución, cambio cultural, historia.

Abstract

We introduce a model based in Game Theory, and those used primarily in biology (evolutionary games) to understand history. We are interested in use the model to understand the last years of the colony of Costa Rica. We proved several mathematical results.

Keywords: Game theory, Nash equilibrium, evolution, cultural change, history.

Mathematics Subject Classification: 91A22

“El espíritu es solamente aquello en que él se convierte”. Hegel

1 Reseña histórica

Nuestro propósito es entender mejor cómo la realidad económica–social y la mentalidad (cultura y modo de pensar que caracteriza una época) de un pueblo o población interactúan, y cómo las contradicciones, tanto dentro de estas dos esferas, la mental y la física,

*Escuela de Economía, Universidad de Costa Rica, 2060 San José, Costa Rica. E-Mail: ulate80@yahoo.com

como entre ellas, son esenciales para comprender el proceso histórico y la evolución de ideas, creencias y valores.

Las ideas del economista Robert Malthus (1951, escrito original 1798), son la base de una serie de posiciones filosóficas y metodológicas que van a afectar de manera irreversible las Ciencias Naturales y Sociales. El mismo Darwin, reconoce, de una manera inusual en el mundo intelectual, que el verdadero inspirador de su teoría evolucionista fue R. Malthus. Darwin menciona que tiene una teoría para trabajar después de haber leído a Malthus —las variaciones favorables son preservadas y las desfavorables destruidas—.

Hegel, después de Malthus y antes de Darwin, desarrolla una “Filosofía del Espíritu” (ver por ejemplo 1928 y 1966). Esta filosofía aplicada a la historia, da una concepción esencialmente evolucionista, en la que las contradicciones de un momento histórico son la base para entender el desarrollo del Espíritu (entidad metafísica o razón).

Carlos Marx, se interesa en estudiar la historia y la evolución de esta. Pero a diferencia de la concepción de Hegel, considera que el conjunto de creencias, valores o ideología de un pueblo en un momento histórico, son el producto de una infraestructura económico-social, y es en última instancia en esa infraestructura donde encontramos el principio evolutivo de la historia, siendo la ideología algo que se da sobre esta infraestructura y siendo la lucha de clases la contradicción esencial en el proceso histórico (ver por ejemplo Marx 1992).

En Weber (1930), encontramos un análisis que va en el sentido contrario al de Marx, y explica claramente cómo el espíritu capitalista protestante va a producir su propia realidad económica-social.

La Escuela Histórica Alemana, tanto en su versión antigua (ver por ejemplo Roscher, 1943, Hildebrand, 1922), desarrolla un método evolucionista, según el cual las sociedades pasan por diferentes momentos en el sentido económico, político y cultural, que determinan una cadena lógica de acontecimientos que la historia debe seguir. En Hildebrand, la economía de trueque evoluciona en economía monetaria, y esta a su vez en economía crediticia. Otro ejemplo de esta Escuela es la dada por List, según el cual se pasa de una economía de caza a una economía agrícola, y después se añaden la manufactura y el comercio. Oscar Fonseca da un ejemplo muy interesante de una evolución parecida en la historia precolombina de Costa Rica, en donde se pasa de caza de megafauna a cazador recolector, se añade después la agricultura de raíces, luego las semillas, etc.

A pesar de que la llamada Nueva Escuela Histórica Alemana critica esas “leyes universales” de la Escuela Histórica Antigua, el mismo Schmoller, quien se considera distante del evolucionismo histórico, tiene su modelo de evolución económica, que va de la aldea a lo urbano, a lo territorial y nacional. También Augusto Comte desarrolla su famoso modelo evolutivo de tipos de conocimiento: mágico o religioso, filosófico y científico.

El prestigioso biólogo Maynard Smith, junto con el matemático G.R.Price, escriben un artículo (Maynard, 1973), mostrando cómo algunos conceptos de Teoría de Juegos se aplican a la biología. No se usan explícitamente los conceptos de la Teoría de Juegos; que tienen su origen en el trabajo pionero de von Neumann y Morgenstern (1944), pero las ideas expuestas en este artículo pasan a ser básicas en evolucionismo biológico. Se define el concepto de “estrategia evolutivamente estable”, que es un tipo de características genéticas, que una vez que hayan sido adquiridas por la mayoría de una población no puede ser invadida por un grupo pequeño con una mutación de dichas características.

Si bien es cierto que el trabajo de Maynard y Price se escribe en 1973, un trabajo más maduro (Maynard 1982) contempla, ligeramente, la propagación de comportamiento cultural, y reconoce los trabajos de Feldman (1976), y Lumsden (1981), que profundizan antes que él, la relación existente entre la evolución biológica y la herencia cultural. Maynard (1982, 13.iii) expone la idea de que las conductas exitosas o premiadas son adoptadas por más individuos. Es importante señalar que algunos trabajos como el de Banerjee (1992) y Harrington (1999), desarrollan modelos que estudian el comportamiento humano, tomando en cuenta la frecuencia en comportamientos y no concluyen que la mayoría de los individuos con el tiempo necesariamente adoptan un comportamiento exitoso o premiado.

En este trabajo, se tratará de utilizar una metodología que se nutra tanto de las Ciencias Naturales, como de la Filosofía, Historia y Ciencias Sociales. Esencialmente, se utilizará la matemática para definir de manera precisa una serie de conceptos y la interrelación entre estos, ya que, pareciera, que si bien la modelación matemática elimina una cantidad de aspectos importantes en la diversidad de la realidad histórica, es la mejor metodología para transmitir exactamente una serie de ideas. En este sentido, parece importante rescatar lo expresado por Samper (ver Molina 2003), que debe fomentarse el diálogo entre los historiadores y pensadores de otras disciplinas, el cual se ha debilitado últimamente.

Para exponer las ideas de este trabajo, primero vamos a definir unos conceptos básicos.

Un pueblo o población es un conjunto de seres humanos, para el cual nos interesan dos conceptos:

R.E.S.: Realidad Económico–Social, que contempla los seres humanos corporales en una estructura económico-social específica. Interesan los seres humanos individualmente o en grupos, instituciones económico–sociales como empresas, cámaras, asociaciones, sindicatos, etc. y las relaciones entre seres humanos e instituciones de acuerdo con la estructura económico–social, también incluye el ambiente tecnológico, los insumos y factores de producción y sus precios, los bienes y servicios producidos y sus precios, la geografía, bienes públicos, Naturaleza, situación internacional, etc. La R.E.S. también abarca el sistema político-legal, y el tipo de estado. En esencia, la R.E.S. está compuesta por seres vivos corporales en un ambiente y estructura económico social específicos.

Mentalidad: abarca los valores individuales y preferencias, por un lado y las creencias, ideas y valores que caracterizan un pueblo, como grupo de seres humanos, por el otro lado, en fin aquello que está en la mente humana e implica ciertas manifestaciones culturales con las que los individuos se identifican y relacionan unos con otros. Los valores individuales y preferencias (que llamaremos funciones de utilidad, en un sentido amplio) son características individuales que nos dicen cómo los seres humanos valoran los diferentes resultados o premios que brinda la R.E.S. Los valores, ideas, y creencias de un pueblo en un campo o actividad específica son características que llamaremos espíritu, la mentalidad incluye el conjunto de los espíritus. Nos interesa la manifestación de ese espíritu en la realidad económico-social y es por la manera cómo ese espíritu se manifiesta en dicha realidad como será definido. Un espíritu es un tipo cultural complejo, que incluye

- i) ciertos tipos o expresiones culturales elementales relacionados con un mismo campo o actividad humana, y
- ii) la identificación positiva o nula de un pueblo con cada uno de esos tipos culturales elementales.

Este conjunto de espíritus aquí serán tratados como seres que evolucionan, y por lo tanto con vida (ver Maynard y Szathmary, 1999).

Los valores, ideas, y creencias de una población relacionados con un mismo campo o quehacer humano constituyen algo así como el genotipo de un espíritu que se manifiesta como un determinado grupo de acciones (fenotipo) en ese campo o quehacer humano, correspondiente a una R.E.S. específica. Si la R.E.S. y las preferencias sobre los resultados o premios que ésta brinda no cambian o cambian muy poco en un período de tiempo, entonces podríamos tener una idea del genotipo y su cambio por la manera cómo el espíritu se manifiesta en la realidad, o sea, por el fenotipo. Mientras el fenotipo se conoce mediante la razón y observación, el genotipo se conoce a través del afecto y el lenguaje en un sentido amplio, lo que incluiría gestos, arte, calidez, etc.

La mentalidad de un pueblo en una época es un concepto parecido a lo que Schumpeter (1954) denomina “Zeitgeist” (e. histórica). Este autor menciona que esta no es nunca una unidad estructural; siempre es una síntesis imperfecta de elementos en pugna unos con otros (pag. 448). En resumen, el conjunto de preferencias e ideas, valores y creencias en un momento, constituye el genotipo de una mentalidad a la que le corresponden ciertas acciones o expresiones culturales (fenotipo) en una R.E.S. específica. Los diferentes espíritus están en constante lucha unos contra otros, como seres vivos que son, lo mismo que están en constante lucha unos contra otros los seres humanos y las diferentes partes de la R.E.S.

La transmisión de tipos culturales se puede realizar de manera vertical —de padre a hijo—; horizontal —en un grupo—; oblicuo —de instituciones a personas—, etc. La mayoría de los individuos conservan un determinado espíritu, pero algunos cambian, y dicho cambio marginal depende sobre todo de la R.E.S. Las contradicciones dentro de la R.E.S., así como entre la R.E.S. y la mentalidad, son esenciales para entender el proceso histórico. Se verá este proceso histórico como el producto de la interacción entre dos conjuntos de seres vivos, aquellos de la R.E.S. y aquellos de la mentalidad.

La R.E.S. afecta el cambio marginal en la mentalidad a través de un sistema de estímulos—desestímulos (premios o castigos en dinero, poder, prestigio, carisma, aceptación social, etc.). Este conjunto de estímulos van a afectar el crecimiento o disminución de los diferentes tipos culturales, pues suponemos que los seres humanos que cambian marginalmente imitan con mayor frecuencia expresiones o formas culturales exitosas. La manera como la R.E.S. afecta la mentalidad, es mediante un proceso que puede ser relativamente lento o rápido. La R.E.S. no afecta directamente la mentalidad; lo que afecta es la manera como la mentalidad cambia. Es mediante una serie de cambios acumulados que el efecto de la R.E.S. sobre la mentalidad termina manifestándose. La mentalidad tiene su propia inercia. Si el período es suficiente, y la realidad cambia esencialmente poco esto implica que la mentalidad cambia adaptándose a la R.E.S. Así por ejemplo, en los primeros años de la colonia del Nuevo Mundo, el espíritu inhumano y de codicia de

la mayoría de los conquistadores, sufre un proceso de adaptación a la realidad económica específica de cada lugar; en Costa Rica, las políticas brutales de colonización, la esclavitud y las encomiendas, en general tienen poco éxito, y ya a finales del Siglo XVII, ante el fracaso de éstas surge una mentalidad con un espíritu diferente, que se había venido gestando por muchos años, y que de manera lenta había comenzado a madurar tiempo antes adaptándose a una realidad en la que la “Tierra costarricense”, como un todo, iba a ser definitiva.

Cuando un tipo cultural complejo es adoptado por la mayoría de un pueblo, y se identifica con él, decimos que es **espíritu dominante**. Si este espíritu dominante pertenece a una actividad o interacción importante para comprender la manera de ser de un pueblo, en un momento histórico, lo llamamos Espíritu del Pueblo o Espíritu Histórico (de ese pueblo). A la par de un espíritu dominante coexisten una serie de tipos culturales complejos (espíritus con menor presencia) que llamaremos mutantes, que son diferentes al dominante, los cuales pueden llegar a desaparecer o aumentar su presencia, para llegar a crear, con el espíritu dominante original, una nueva forma de espíritu que puede pasar a ser dominante.

Se debe añadir, que la R.E.S. no sólo estimula una mentalidad que esté acorde con la R.E.S., sino que también estimula tipos culturales o espíritus que van a llegar a estar en contradicción con la misma R.E.S. que la estimuló, y con el tiempo, produce una serie de efectos contradictorios en la R.E.S., y un proceso de cambio dialéctico específico.

Tenemos varias posibilidades dialécticas. Por ejemplo, dos seres humanos, grupos sociales, o instituciones de la R.E.S. pueden estar en lucha aunque compartan un mismo espíritu esencial (dos empresas que compiten en el mercado con las mismas creencias y objetivos), dos espíritus que luchan entre sí en un mismo individuo, institución o grupo social, lo que hace que a veces actúe de una manera y otras veces de otra; dos seres humanos o grupos humanos que luchan entre sí con diferentes espíritus cada uno (por ejemplo, dos dioses diferentes de dos ejércitos griegos en la antigüedad).

Esta metodología de análisis, pretende ayudar a comprender el cambio en la mentalidad de una población humana y ayudar a ver el espíritu de un pueblo como un ser vivo que merece respeto, consideración, y entender que podría ser imprescindible para el bienestar y hasta para la sobrevivencia de la humanidad como un todo.

En el apartado siguiente, veremos cómo esta metodología se puede aplicar en la comprensión de algunos aspectos de la historia costarricense. Lo correcto sería que dicho apartado se pusiera al final del trabajo, una vez que se hayan definido y modelado los conceptos esenciales de manera precisa. La razón por la cual esto se hace es porque el uso de la matemática limita el interés de algunos lectores en este tema.

2 Aplicaciones al entendimiento del espíritu costarricense de antaño

Antes de la llegada de Colón, nuestros ancestros habían pasado por un proceso evolutivo que empezó antes del 7000 A.C. como apropiación. Del 7000 A.C. al 1000 A.C. pasó de sociedad de cazadores de megafauna, a sociedad de cazadores recolectores, domesticadores

y sociedad agrícola. Después del 1000 A.C. se añade vegecultura (ej. yuca), y después del 500 A.C. al 500 D.C., se añade la semicultura (semillas); el control de los territorios comienza a tener importancia. Aparece una sociedad tribal más compleja. Del 500 D.C. al 800 D.C. se dio paso a lo que Oscar Fonseca (2002), llama “civilización antigua costarricense”, con una gran variedad arqueológica y tecnológica. Después de esta esta fecha y hasta la llegada de Colón, la variedad cultural y artística aumentó. El conocimiento se interesaba esencialmente, en observar la naturaleza. A pesar de la evolución y progreso, nuestros ancestros nativos seguían siendo parte de la naturaleza. La capacidad para transformar la naturaleza era limitada. En 1502, nuestros ancestros del Viejo Mundo, traían una tecnología que revolucionaría la realidad económico-social costarricense. El hierro y los metales eran tan importantes que algunos historiadores dividieron la historia en función del dominio que el hombre tuvo sobre estos. Otros cambios tecnológicos abruptos fueron el uso de la rueda, domesticación de animales desconocidos, la pólvora, la variedad de cereales mejorados, etc.

La mentalidad española estaba dominada por un espíritu inquisidor, intolerante, codicioso, y existían ciertos espíritus mutantes, como el humanismo, que realmente no representaban en ese momento, una amenaza para el espíritu dominante. El éxito que produjo la conquista en otras partes de América Latina, estimuló en el siglo XVI, una serie de campañas, básicamente capitalistas de conquista. Estas campañas eran un negocio en el que se invertía un dinero que serviría para saquear y robar sin ningún respeto y consideración. El éxito económico que este tipo de empresas tenía, produjo lo que en teoría de bolsa de valores se denomina una burbuja, que consiste en una especie de manía para invertir y hacerse rico de la noche a la mañana. La mentalidad de los individuos se transformaba dado el premio que la R.E.S. otorgaba a muchos conquistadores inhumanos. El espíritu de codicia y desconsideración estaba siendo estimulado. Así llegaron a Costa Rica gran cantidad de conquistadores codiciosos e inhumanos, buscando tal vez el oro del que escribió Colón en su cuarto viaje. Este espíritu, fomentado originalmente por la realidad general del Nuevo Mundo, seguía dominando, aunque las conquistas muy rentables hubieran disminuido, pues la codicia seguía imperando. Muchas expediciones a Costa Rica fracasaron en el siglo XVI, pero aún así continuaban haciéndose con esa mentalidad que no calzaba con la R.E.S. costarricense. Por ejemplo, el padre Estrada Rábago financió, en gran parte, la campaña que realizó con Juan de Cavallón, y no tuvo éxito; el padre se arruinó.

Juan Vázquez de Coronado, vino con un espíritu mutante en la mentalidad de ese siglo, y tuvo éxito con una ideología humanista, tal vez influenciado por Francisco de Vitoria (ver Meléndez, 1972), porque la “Tierra costarricense”, sin minas, topografía escabrosa, aislamiento y montañas espesas, así como la poca población nativa, no permitían la colonización de indios a la fuerza; el negocio no daba para pagar un ejército estable. Las encomiendas se establecieron en Costa Rica, y más que un éxito, se puede decir que tuvieron un fracaso relativo, hasta que en 1670, el modelo de la encomienda es claramente resquebrajado (ver Quirós, 2002). De esa fecha en adelante, comienza a aparecer en el Valle Central, un campesinado libre, que como bien dice la historiadora Quirós, con mejor propiedad, ha representado nuestra idiosincracia y manera de ser (ver también Meléndez 1992).

A finales del siglo XVI la población nativa de Costa Rica había decrecido de manera

vertiginosa; las enfermedades que trajeron nuestros ancestros del Viejo Mundo y la emigración y muerte por el mal trato en la colonia, hicieron que al final quedaran muy pocos indios. Algunos historiadores sostienen que la población de indígenas disminuyó tanto que llegó a sólo unos 10.000 en el siglo XVII (ver Ibarra 2002 y Bolaños 1981). En el siglo XVIII, como lo explica en su tesis, el historiador Iván Molina, aparece el mundo del mercader y el labriego, fruto del fracaso de la encomienda y la esclavitud. Gran cantidad de historiadores, algunos como Facio (1972), Fernández Guardia (1996), Fernández León (1889) y Meléndez (1958), insisten en que esta época de la colonia costarricense se caracterizó por la pobreza y grandes limitaciones. Esta situación económica es algo raro en la historia humana, porque junto a la pobreza y limitaciones, coexistía una abundancia relativa de comida. Por ejemplo, John Hale (1825), el viajero británico, escribe que la comida era “barata y al alcance de los más pobres” (ver Molina, 2002, pag. 91). En Fonseca (2002, p.160) se puede leer la siguiente conclusión “Pese al bajo nivel de desarrollo técnico, las crisis agrícolas en la Costa Rica del Siglo XVIII no causaron efectos catastróficos comparables con los que sufrió Europa en el mismo período. El clima, la elevada productividad del maíz, . . .”

El trabajo del historiador Iván Molina (1984), es muy útil para observar el precio relativo de tierra, respecto al ganado, bodegas y casas. La tierra tenía un valor relativo muy bajo. La tierra era el factor de producción no humano más importante de la época, y por eso el estudio que sobre ella han hecho historiadores como Meléndez (1975 y 1982), y Molina (1984 y 2002), es tan importante.

Por otro lado, sobre una pobreza indiscutible en el siglo XVII, siglo XVIII y principios del XIX, se forma una mentalidad en la que va a madurar el espíritu costarricense que R. Osejo (1833) define como pacífico y laborioso, y Felipe Molina (1849), define como igualitario, solidario, en donde no puede ni debe existir el despotismo y la anarquía. Fernández Guardia (1941), describe el enfrentamiento conocido como “Guerra de Ochoмого”, como una excepción a lo que ha sido este tipo de enfrentamiento en otros lugares. El historiador Molina (2002) estima que el balance de las fuerzas sociales, estimuló un entendimiento social, en el que la negociación desplazaba la brutalidad, y en el que la búsqueda estratégica del concierto prevalecía sobre la intolerancia.

La manera de interrelacionarse del costarricense en esta época, ha llegado hasta nuestros días de una u otra forma. Ha sufrido cambios y procesos de adaptación, pero todavía no ha desaparecido. Aun mantiene, en algunos ambientes, muchas de sus características esenciales.

Es importante señalar que tanto una totalidad histórica como la mentalidad nunca pueden describirse en términos ideales, coherentes y sin contradicciones. Algunos historiadores e investigadores de los últimos veinticinco años se cuestionan “La imagen de la Colonia como un universo idílico de labriegos sencillos, ampliamente difundida por la historiografía tradicional” (ver Fonseca, 2002). Quesada (2002) señala que es Felipe Molina quien sienta las bases para hacer una cierta interpretación “rosa” de la historia costarricense.

Desde luego que hubo desigualdad, étnica y económica, así como también problemas serios y “movimientos diversos” en la Colonia. Sin embargo, es cuando se compara nuestra realidad histórica con la de otros países que puede apreciarse la diferencia sobre todo a

finales del siglo XVII, siglo XVIII y principios del siglo XIX . Es después de haber estudiado esta época histórica, que puede percibirse que en Costa Rica maduró, básicamente, un espíritu de igualdad, tolerancia, libertad, laboriosidad, solidaridad, negociación pacífica, etc., y los costarricenses de esa época se preocupaban por minimizar el sufrimiento, estimulando la solidaridad que esta actitud conlleva (a diferencia de la actitud de solamente maximizar el placer derivado del consumismo, ver por ejemplo Kolm, 1982). Tal como lo expresó Juan Rafael Mora (1828) "... corten cada día una espiga más y lloren una lágrima menos".

Ahora bien, una economía pobre como la descrita, acompañada por una abundancia relativa de comida, es un fenómeno extraño que debe ser analizado cuidadosamente. A la tierra no se le ha dado la importancia histórica y económica que, como factor de producción, tenía en esta época. Valía relativamente poco porque era abundante, pero producía mucho porque era muy rica en nutrientes, y estaba en un ambiente tropical de sol y lluvia. El bajo valor de la tierra es una característica esencial de la R.E.S. que se mantiene durante mucho tiempo en la historia costarricense.

En un trabajo presentado por Acuña y Ulate (1999), se explica matemáticamente por qué tal fenómeno se puede dar, y en pocas palabras puede decirse que valía poco porque el valor de la tierra se relaciona con la escasez de ésta, y su precio está relacionado con el concepto de productividad marginal, y no con el concepto de productividad total. Este bajo valor del principal recurso productivo no humano, va a hacer que disminuyan los enfrentamientos entre seres humanos por razones económicas. La capacidad que tienen los dueños de factores de producción y riqueza para imponerse y distribuir la producción está en relación directa al precio de sus recursos económicos.

Al final de este trabajo, encontramos una fórmula que dice que el espíritu de paz y tolerancia está en relación inversa con el valor de los recursos y riqueza, y en relación directa con el costo o precio que tiene la violencia. Y estos dos factores que se encuentran en la realidad económico-social, van a estimular que el espíritu evolucione en una dirección determinada.

Creemos que el espíritu de tolerancia no es el resultado, mediante generación espontánea, de una realidad económico-social. Más bien, es el producto evolutivo del pensamiento humanista de algunos de nuestros conquistadores, como Vázquez de Coronado, colonizadores y misioneros, que, aunque excepcionales, es según nuestro modelo, imprescindible junto con el ambiente que brindó la *Tierra costarricense* para entender el espíritu que se gestó en esta época. La *Tierra costarricense*, en un sentido amplio, fue un factor de la R.E.S. definitivo por su importancia relativa y porque esa importancia relativa permaneció por mucho tiempo, haciendo que la R.E.S. esencialmente cambiara poco y es este hecho el que nos permite conocer las preferencias y la evolución del espíritu a través de su manifestación en la realidad.

Como un hecho importante, señalaremos que en 1856, Costa Rica fue amenazada por un grupo de filibusteros, encabezados por el esclavista y caníbal William Walker, y la respuesta del pueblo costarricense ante una amenaza real contra su integridad como seres humanos fue contundente. Una parte importante de la población costarricense hizo la gira a Nicaragua, y el comportamiento de nuestros abuelos, según lo que ellos contaban, fue violento. Cuando la R.E.S. señaló lo que estaba en juego, el recurso más valioso

para nuestros abuelos, sus propios hombres, su libertad y dignidad, los costarricenses reaccionaron de manera excepcional en su historia; reacción esperada en concordancia con el espíritu de la época, respetuoso de la libertad y dignidad humana.

3 Pelear o no pelear depende de lo que está en juego

Esencialmente, la Teoría de Juegos, trata de entender cómo las acciones de un grupo de seres o individuos (personas, corporaciones, gobiernos, ejércitos, animales, plantas, etc.), afectan las acciones específicas de un ser o individuo específico. Un juego básico consta de varios individuos, cada uno de ellos puede escoger entre un conjunto de acciones o estrategias posibles, y cada uno de ellos tiene un “orden de preferencias” que valora los premios, ganancias o castigos que su estrategia específica obtiene, tomando como fijas las estrategias de los demás.

En un momento dado, cada individuo escoge una acción específica y llamamos vector de acciones al conjunto de acciones (o estrategias) que escoge cada uno de los individuos.

Definimos *Equilibrio de Nash*, como un vector de estrategias o acciones en el cual, para un individuo cualquiera (llamémosle i), y fijadas las estrategias de los otros individuos, no existe para i ninguna estrategia preferida a la que escogió (esto debe ser cierto para todos los individuos, tomando como fijas las acciones de los demás).

Como ejemplo, estudiaremos un juego específico en el que se disputa un territorio, y utilizaremos el concepto de equilibrio de Nash (E. N.). Analizaremos un tipo de interacción entre dos seres humanos, donde cada uno de ellos puede escoger entre dos posibilidades de acción. Para las cuatro posibilidades resultantes, habrá un premio o castigo para cada uno de los individuos, ese premio o castigo dependerá de la R.E.S. y el valor, utilidad o pérdida de ese premio dependerá del orden de preferencias de los individuos.

Supongamos que dos individuos (llamados “1” y “2”), se enfrentan para disputar una parcela de tierra o territorio específico. Este territorio particular tiene un valor individual que suponemos es el mismo para ambos participantes. Dicho valor nada tiene que ver con el valor o amor por la tierra o naturaleza en un sentido amplio.

Hay dos acciones posibles para cada uno de ellos:

P pelear hasta que el contrincante se retire, o alguno de ellos quede herido de gravedad o muerto.

NP no pelear.

Tenemos cuatro posibilidades o vectores de acciones:

1. (NP, NP) : los dos individuos escogen no pelear, en cuyo caso suponemos que se reparten el territorio a la mitad, y por ello obtiene cada uno una utilidad que es igual a la mitad del valor del territorio (que denotaremos W). Dicho W no es simplemente el precio de la tierra específica, si bien el precio de la tierra es uno de sus componentes esenciales, W es el valor o utilidad (función lineal) que los individuos asignan a ese precio.

$$(U_1, U_2) = (W/2, W/2).$$

2. (NP, P) : el primer individuo no pelea y el segundo sí, en cuyo caso el primero se queda sin nada y el segundo se queda con todo el territorio (maximiza su utilidad)

$$(U_1, U_2) = (0, W).$$

3. (P, NP) el primer individuo pelea y el segundo no, en cuyo caso el primer individuo se queda con todo el territorio y el segundo sin nada.

$$(U_1, U_2) = (W, 0).$$

4. (P, P) los dos individuos escogen pelear. Suponemos para simplificar, que los dos individuos tienen la misma capacidad de pelea, la misma posibilidad de quedarse con el territorio (si gana), o quedarse sin nada (si pierde). En promedio los dos individuos tienen la misma posibilidad de quedarse con el territorio, y por lo tanto de ganar lo mismo en utilidad $(W/2)$ —utilidad esperada—. Sin embargo, ahora los individuos tienen que restar a esa utilidad esperada promedio (producto del territorio que pueden o no ganar) el costo esperado de pelear, quedar herido o muerto. Llamemos dicho costo C , que es igual para ambos individuos. Así tenemos que el resultado esperado en esta situación es

$$(U_1, U_2) = (W/2 - C, W/2 - C).$$

Para simplificar, supongamos que el costo de pelear es una unidad de utilidad (i.e. $C = 1$), y para el valor o utilidad de un territorio supongamos tres posibilidades $W = 4$, $W = 2$, $W = 0$ y estudiemos cada caso específico. Representemos los posibles resultados del evento en la Tabla 1 (llamado matriz doble de premios), donde en las filas se representan las acciones del individuo 1 y en las columnas las acciones del individuo 2. En la casilla correspondiente a la fila i (que representa la acción i por parte del individuo 1) y la columna j (que representa la acción j por parte del individuo 2), escribimos el vector de utilidades correspondiente a las acciones mencionadas (U_1, U_2) .

	NP	P
NP	$(W/2, W/2)$	$(0, W)$
P	$(W, 0)$	$(W/2 - C, W/2 - C)$

Tabla 1: Matriz doble de precios.

La tabla 1 resume lo expuesto. Así por ejemplo, si el primer individuo escoge no pelear (fila uno) y el segundo escoge pelear (columna dos), el primer individuo se queda sin territorio y el segundo con todo el territorio, i.e. $(U_1, U_2) = (0, W)$.

La tabla 2 representa el caso en el que el territorio en disputa tiene un valor igual a cuatro (i.e. $W = 4$) (recordemos que $C = 1$). El vector de acciones (NP, NP) no es un E.N. (Equilibrio de Nash), puesto que cualquiera de los dos individuos ganaría si cambia su estrategia de “no pelear” por “pelear”. El que pelea aumenta su utilidad de 2 a 4. Que un individuo pelee y el otro no (NP, P) ó (P, NP) , tampoco brinda un Equilibrio de

	<i>NP</i>	<i>P</i>
<i>NP</i>	(2, 2)	(0, 4)
<i>P</i>	(4, 0)	(1, 1)

Tabla 2: Matriz doble de precios cuando $W = 4$ y $C = 1$.

Nash, porque el que “no pelea” ganaría si cambia su estrategia por “pelear” (aumenta su utilidad de cero a uno).

El vector de acciones (P, P) es el único que brinda un E.N., porque ante el hecho de que el otro “pelea”, se pierde si se cambia la estrategia de “pelea” a “no pelea” (se pierde una unidad de utilidad).

Este resultado es extremadamente importante porque explica que a pesar de lo estúpido, doloroso e irracional que puede ser la guerra, ese es el resultado histórico de una serie de enfrentamientos entre seres humanos. Lo *ideal* pareciera ser que los individuos se repartan el territorio sin pelear. Sin embargo, este caso específico nos da un ejemplo de por qué ambos individuos pelean (aunque los dos potencialmente salgan perdiendo, hasta muertos).

	<i>NP</i>	<i>P</i>
<i>NP</i>	(1, 1)	(0, 2)
<i>P</i>	(2, 0)	(0, 0)

Tabla 3: Matriz doble de precios cuando $W = 2$ y $C = 1$.

La tabla 3 representa el caso en el que $W = 2$. El vector de acciones (NP, NP) no es E.N. puesto que cualquiera de los dos gana si pelea, porque le quita la mitad del territorio al que pelea.

(NP, P) y (P, NP) , son vectores de acciones que para este valor de una tierra nos brindan E.N. Si un individuo pelea y el otro no, el que pelea tiene que repartir un territorio con el que no pelea y por lo tanto pierde cambiando de estrategia, y el que no pelea no gana nada cambiando su estrategia por pelear (lo que gana en territorio tiene un valor igual al costo de pelear).

(P, P) sigue siendo E.N., si los dos pelean, ninguno gana cambiando su estrategia por “no pelear”. Sin embargo, en este caso, el E.N. es débil en el sentido de que no se cumple la desigualdad estricta.

	<i>NP</i>	<i>P</i>
<i>NP</i>	(0, 0)	(0, 0)
<i>P</i>	(0, 0)	(-1, -1)

Tabla 4: Matriz doble de precios cuando $W = 0$ y $C = 1$.

La tabla 4 representa el caso extremo en el que un territorio particular o tierra no tiene valor para los individuos ($W = 0$). Aunque a algunos les suene un ejemplo extremo,

este no debe despreciarse, porque como veremos después, puede ayudarnos a comprender la Costa Rica de finales de la Colonia.

Hemos visto que en dicho período, a pesar de la gran productividad de la tierra (como una totalidad), un pedazo de esta, o territorio específico, tenía un bajo precio por su bajísima productividad marginal. Y esto es importante, pues a pesar de que la economía de nuestros abuelos le dio poco valor a un pedazo de tierra; a la “Tierra” o Naturaleza en que vivían, en un sentido amplio, sí le daban un altísimo valor.

En el caso en el que $W = 0$, tenemos que el único vector que no es E.N., es el caso en el que los dos pelean. En el caso (P, P) , cualquiera de los dos gana si cambia su estrategia por no pelear (el costo de pelear existe y no se gana ningún valor en tierra). (NP, NP) es un vector de estrategia E.N., puesto que el que cambia su estrategia no gana nada. (NP, P) y (P, NP) , continúan siendo E.N., el que no pelea sale perdiendo si escoge pelear y el que pelea no gana nada si escoge no pelear.

Hemos visto en este modelo extremadamente sencillo y limitado, que el asunto de pelear o no pelear depende, en un alto grado, del precio de aquello por lo que se pelea. Pero no todos los individuos cambian de una acción a la otra. La mayoría de los individuos tienen un conjunto de valores, creencias, ideas que es lo que va a hacer que escojan pelear o no pelear, y lo harán de acuerdo a su visión humanista, de codicia, de tolerancia, a la familiaridad y cariño que sienta por los demás, etc.

Hay un grupo marginal de seres humanos que se cuestionan su espíritu y deciden cambiarlo. En este trabajo, suponemos que este cambio marginal en dicho espíritu se hace sobre todo imitando las conductas exitosas (económicamente, políticamente, socialmente, etc.)

Ahora bien, hemos visto que la R.E.S. va a premiar o a castigar las acciones o estrategias de un espíritu específico, y ese premio o castigo va a ser esencial. Así por ejemplo, un hombre que se peleó por una tierra, donde la tierra era abundante y quedó parálítico, tiene su manera de ver el mundo, una concepción humana, moral, etc que va a ser un mal ejemplo a seguir, por el fracaso que tuvieron sus acciones. En cambio, un hombre que emigró a una tierra virgen, más productiva y no peleó porque era más tolerante y tranquilo; será más imitado, y los descendientes verán su espíritu como un ejemplo a seguir y compartir.

La mentalidad de un pueblo no cambia de la noche al día. En un momento dado, el espíritu es lo que es, y lo que manifiesta, y eso permite que esté bien definido científicamente. Es a través de mucho tiempo, que un espíritu cambia, desaparece o madura, estimulado por una realidad específica.

De esta manera, creemos que la abundancia relativa de tierra, excesivamente productiva, con pocos habitantes nativos y del Viejo Mundo, pocas riquezas minerales, poco acceso a mercados mundiales, etc., brindaron a nuestros abuelos del Valle Central, de finales de la Colonia, una pobreza con abundancia relativa de comida, en un ambiente cálido y lleno de vida, que estimuló poco a poco, ese espíritu igualitario, de tolerancia, de laboriosidad, amor por la Vida, etc., que caracterizó esa época.

4 Equilibrio de Nash y acciones mixtas: análisis formal

Definición 4.1 Definimos un **juego** $J = \langle N, (A_j), (U_j) \rangle$ que consta de:

1. Un conjunto finito de **individuos**, cada uno identificado con un nombre, “uno”, “dos”, etc., o bien denotados $\{1, 2, \dots\}$, que forman el conjunto N :

$$N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

2. Un conjunto de **acciones** para cada individuo j :

$$A_j = \{a_j^1, a_j^2, a_j^3, \dots, a_j^l\}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

donde a_j^i denota la escogencia o estrategia de la acción i por parte de individuo j ; l es el número de acciones posibles para j ; llamaremos a_j una acción genérica por parte de j y a_j^* una acción específica por parte de j . El conjunto de todas las acciones, para todos los individuos, está dado por:

$$A_1 \times A_2 \times A_1 \times \dots \times A_n,$$

siendo el elemento genérico de dicho conjunto (a_1, a_2, \dots, a_n) , que llamaremos **vector de acciones**.

Definimos a_{-j} como el vector de acciones genéricas por parte de otros individuos diferentes de j , y a_{-j}^* el vector de acciones específicas por parte de otros individuos diferentes de j .

3. Un **orden de preferencias** para cada individuo representado por una función U_j , que brinda un orden de utilidades o ganancias para el individuo, correspondientes a un vector de acciones. A un vector de acciones se le asocia un conjunto resultados (para cada uno y todos los individuos) que llamaremos $x \in X$ y por ejemplo, $X \subseteq \mathbb{R}^q$, donde q indica los diferentes premios. Sobre X definimos un orden de preferencias llamado \succsim_j .

En Acuña y Ulate (1990) se estudia dicho orden de preferencias y la manera como puede ser representada por una función diferenciable, con propiedades matemáticas como concavidad, cuasiconcavidad, etc.; importantes en teoría de la maximización. Si los valores de X son función de la R.E.S., que inicialmente suponemos no cambia para un mismo juego, como también suponemos que la función de utilidad para los resultados que brinda la R.E.S. no cambia.

Como los valores de X son función del vector de acciones, podríamos definir los valores de la función de utilidad en función del vector de acciones. Así tenemos:

$$u_j = u_j(a_1, a_2, \dots, a_n).$$

Dicha función u_j representa un orden de preferencias para el individuo j

$$(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*) \succsim_j (a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+) \Leftrightarrow u_j(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*) \geq u_j(a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+). \quad (4.1)$$

Esta ecuación se lee como que $(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$ es por lo menos tan deseado como $(a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+)$, si, y solo si, la función que representa el orden de preferencia, tiene un valor mayor o igual en el primer caso que en el segundo.

Un supuesto esencial en teoría de juegos, llamado “supuesto de racionalidad”, implica que cada individuo trata de maximizar u_j y este hecho nos permite utilizar una gran cantidad de herramientas matemáticas existentes en el campo de maximización; una vez que una concepción de la realidad esté bien definida mediante un modelo matemático. La función que se maximiza puede ser de acuerdo a la modelación, una función de utilidad (para un consumidor), de bienestar (sociedad), de ganancia (empresa), adaptación (para especies biológicas), de poder (político), de éxito y habilidad (hombres con una R.E.S. específica), de posibilidades de ganar una guerra (ejército), etc. El *supuesto de racionalidad* implica, entre otras cosas, eficiencia y es utilizado cada vez más en campos del conocimiento como sociología, teoría de la guerra, biología, etc; diferentes a la economía, donde fue originalmente popularizado. Este *supuesto de racionalidad*, ha recibido una serie de críticas muy fuertes, sobre todo por parte de sicólogos muy respetados (ver, por ejemplo, Kahneman y Tversky, 2000). En general llamaremos la función que se maximiza: función de utilidad, ganancia o éxito; aunque represente cualquiera de las alternativas mencionadas.

El valor de la utilidad (llamada a veces premio, paga, ganancia, éxito, habilidad, etc.) para cada individuo correspondiente a un vector de acciones será llamado *pago* y el conjunto de pagos se puede representar matricialmente mediante una *matriz de pago* o *matriz de utilidades* que suponemos no cambia para el mismo juego.

Definición 4.2 *Un vector de acción específico $(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$ es un Equilibrio de Nash (E.N.) para el juego $J = \langle N, (A_j), (U_j) \rangle$ si:*

$$u_j(a_1^*, a_2^*, \dots, a_j^*, \dots, a_n^*) \geq u_j(a_1^*, a_2^*, \dots, a_j, \dots, a_n^*)$$

para todo a_j y para todo j .

Lo anterior a veces se expresa, con la definición ya dada,

$$u_j(a_j^*, a_{-j}^*) \geq u_j(a_j, a_{-j}^*)$$

para todo a_j y todo j .

Si la desigualdad de la definición anterior es estricta se dice que el E.N. es estricto.

A veces, interesa el caso en el que un individuo no escoge una única acción sino varias con cierta proporción o frecuencia (o un grupo de individuos escoge diferentes estrategias en una proporción específica, y cada individuo escoge una única acción) y este hecho será estudiado. Primero analizamos un juego, donde dos individuos escogen *estrategias puras*:

$$J = \langle (1, 2), (A_1, A_2), (U_1, U_2) \rangle$$

es decir, un juego que consta de dos individuos, un conjunto de acciones para cada uno y una matriz de pagos U_j $l \times l$, para $j = 1, 2$, donde el elemento genérico $U_j(a^i, a^k)$ que se encuentra en la fila i y la columna k de dicha matriz representa el pago para el individuo

j de la acción i por parte del individuo 1 y la acción k por parte de 2. Ahora supongamos que cada individuo (“1”, “2”) puede escoger una acción específica ($i = 1 \dots n$) o puede escoger una *acción mixta* con una probabilidad o frecuencia de escoger una acción para a_j^i igual a π_j^i donde

$$\pi_j^i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^l \pi_j^i = 1 \quad (4.2)$$

y llamamos acción mixta α_j , el vector

$$\alpha_j = (\pi_j^1, \pi_j^2, \dots, \pi_j^l).$$

Definición 4.3 Si $\pi_j^i > 0$, decimos que a_j^i está en el soporte de α_j . Para el juego anterior, definamos (α_1, α_2) al vector de acciones mixtas (para 1 y 2), y denotamos

$$v_1(\alpha_2) = U_1 \cdot \alpha_2 \quad (4.3)$$

al producto vectorial que brinda los pagos para cada uno de las acciones puras que recibirá el individuo 1 ante la acción mixta α_2 .

$v_1^i(\alpha_2)$ es el i -ésimo elemento del vector $v_1(\alpha_2)$ y es el pago correspondiente a la acción pura i para 1, es la suma de los pagos ponderados por α_2 para las acciones de 2 correspondientes a la acción i por parte de 1. Este supuesto de linealidad lo que dice es que la utilidad de dos acciones juntas (tomando en cuenta la frecuencia) es igual a la suma de las utilidades de cada acción pura, ponderados por la frecuencia. De igual manera, definimos:

$$v_2(\alpha_1) = \alpha_1 \cdot U_2. \quad (4.4)$$

Llamamos pago a vector de acciones mixtas (α_1, α_2)

$$u_j(\alpha_1, \alpha_2) = \alpha_1 \cdot U_j \cdot \alpha_2. \quad (4.5)$$

lo que brinda un escalar.

Definición 4.4 Se define un **Juego de Acciones Mixtas para dos individuos** (*J.A.M.2*) como

$$J.A.M.2 = \langle N, (\Delta(A), \Delta(A)), (U_1, U_2) \rangle$$

donde $N = \{1, 2\}$ es el conjunto de individuos 1 y 2, A es el conjunto de estrategias puras para cada individuo ($A_1 = A_2 = A = (a^1, a^2, \dots, a^l)$ con l finito), y

$$\Delta(A) = \{\alpha_j / \alpha_j = (\pi_j^1, \pi_j^2, \dots, \pi_j^l)\}, \quad \alpha_j \in \mathbb{R}^n, \quad \pi_j^k \geq 0, \quad \sum_{k=1}^l \pi_j^k = 1 \quad (4.6)$$

donde π_j^k es la frecuencia asociada a la acción a^k por parte de j ($j = 1, 2$). U_j es la matriz de pagos ($j = 1, 2$).

Definición 4.5 Decimos que (α_1^*, α_2^*) es un **Equilibrio de Nash de acciones mixtas** (E.N.A.M.) para el juego anterior si para $\alpha_j \in \Delta(A)$ se tiene:

$$u_j(\alpha_j^*, \alpha_{-j}^*) \geq u_j(\alpha_j, \alpha_{-j}^*) \quad (4.7)$$

para todo α_j y todo j .

Teorema 4.1 Para el juego J.A.M.2 existe un E.N.A.M.

Este teorema es una aplicación directa de John Nash (1950).

Teorema 4.2 Sea $v_j(\alpha_{-j}^*)$ el pago a diferentes acciones puras, para el individuo j ante una acción mixta α_{-j}^* por parte del otro individuo (definido anteriormente para $j=(1,2)$ y sea $(\alpha_j^*, \alpha_{-j}^*)$ un E.N.A.M. Entonces cada acción en el soporte de α_j^* , $j = (1, 2)$ brinda a j el mismo pago.

Este teorema a veces se conoce con el nombre de *Teorema Fundamental del E.N.A.M.*
 DEMOSTRACIÓN: Sin pérdida de generalidad se hace la prueba para el individuo 1, (para 2 es similar). Sea $v_1(\alpha_2^*) = U_1 \cdot \alpha_2^*$ el vector de pagos a cada una de las diferentes acciones puras del individuo 1, dado una acción mixta por parte del individuo 2, denominado α_2^* . Entonces

$$v_1^i = \sum_{k=1}^l u_1(a_1^i, a_2^k) \cdot \Pi_2^{k*} \quad (4.8)$$

donde Π_2^{k*} es el k -ésimo elemento de α_2^* y $v_1^i(\alpha_2^*)$ es el i -ésimo elemento de $v_1(\alpha_2^*)$. Supongamos que $v_1^i(\alpha_2^*) > v_1^k(\alpha_2^*)$.

Puesto que i y k están en el soporte de α_2^* , entonces tenemos que $\Pi_1^{i*} > 0 \wedge \Pi_1^{k*} > 0$. Entonces el individuo 1 ganaría restando una ponderación ($\epsilon > 0$) a la frecuencia Π_1^{k*} y sumándose a la frecuencia Π_1^{i*} , que corresponde a una acción que brinda un pago mayor y por lo tanto (α_1^*, α_2^*) no es un E.N.A.M. ■

Definición 4.6 El juego J.A.M.2 es **simétrico** si:

$$U_2 = U_1^T = U^T \quad (4.9)$$

donde U^T es la transpuesta de U . Lo anterior significa que $u_1(a_1^i, a_2^k) = u_2(a_1^k, a_2^i)$. Llamamos dicho juego **simétrico J.A.M.2.S.**

5 Espíritu y Mentalidad: Análisis Formal

En el trabajo pionero de Maynard y Price (1973) en lugar de acciones o estrategias se utilizó el concepto de variedad de genotipo, pues dicho trabajo se escribió para la biología, y se introduce el concepto de estrategia evolutivamente estable que se define como aquello que una vez que es usada por una gran mayoría de una población no puede ser invadida por una variedad de genotipo mutante. Utilizaremos un modelo basado en el de Maynard (1982), con una población muy grande, y en donde muchos individuos se juntan aleatoriamente en parejas e interactúan de acuerdo con el juego J.A.M.2.S.

Definición 5.1 *Definimos un juego de acciones mixtas para dos individuos simétrico como*

$$J.A.M.2.S. = \{(1, 2), (\Delta(A), \Delta(A)), (U, U^T)\}, \quad (5.1)$$

es decir $N = (1, 2)$, $(\alpha_1, \alpha_2) \in (\Delta(A), \Delta(A))$, $U_1 = U$, $U_2 = U^T$.

Definición 5.2 *Llamemos Juego Evolutivo Social (J.E.S) a uno que consta de muchos individuos que juegan J.A.M.2.S. en parejas escogidas aleatoriamente.*

Como los individuos se juntan aleatoriamente suponemos que el vector de acciones mixtas es el mismo para ambos individuos en el juego anterior, i.e., $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ y decimos que α es el vector de acciones mixtas del juego J.E.S. Podríamos visualizar α como el vector de frecuencia o probabilidades de que un individuo (en una población en donde todos los individuos son iguales) escoja cada una de las acciones puras o como las probabilidades de que individuos diferentes de la población, escogidas al azar, escojan cada una de las acciones posibles. Interesa el caso en el que los individuos son seres humanos y escogen una acción o expresión cultural, hemos definimos ese tipo cultural por el fenotipo, puesto que esa es la manera como éste se manifiesta en la R.E.S. y puede formalizarse matemáticamente.

Definición 5.3 *Llamamos tipo cultural (o expresión cultural) elemental para el juego J.E.S. a una acción o estrategia pura correspondiente a dicho juego.*

Sea $A = (a^1, a^2, \dots, a^l)$ el conjunto de tipos culturales elementales, entre los cuales puede escoger un individuo en el juego J.E.S. y $\Delta(A)$ el conjunto de acciones mixtas correspondientes.

Definición 5.4 *Llamamos espíritu α a un vector de acciones mixtas $\alpha \in \Delta(A)$. Dicho espíritu, es una expresión de cultura compleja que consta de varias expresiones o tipos culturales elementales y la identificación positiva o cero con distintos tipos culturales, y se representará por letras griegas ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$). Se incluye la posibilidad de un vector con una entrada igual a 1 y las demás iguales a 0 (espíritu elemental o simple)*

Definición 5.5 *Llamamos mentalidad para un juego J.E.S.⁺ un conjunto de espíritus (definido sobre $\Delta(A)$) y la proporción o frecuencia con que se escogen cada una de los espíritus) para un juego J.E.S.⁺ específico, que representaremos por:*

$$m^+ = m(J.E.S.^+) = (P_\alpha, P_\beta, \dots) \quad (5.2)$$

donde $(P_\alpha, P_\beta, \dots)$ es la probabilidad o frecuencia de escoger al espíritu α, β, \dots , etc. $P_\alpha \geq 0, P_\beta \geq 0, \dots$ y además $P_\alpha + P_\beta + P_\gamma + \dots = 1$.

Definición 5.6 *Decimos que α es espíritu dominante (E.d.) para un juego J.E.S. si la mayoría de la población lo ha adoptado.*

Por ejemplo para dos espíritus:

$$m = (\alpha, \beta), \quad P_m = (1 - \epsilon, \epsilon)$$

$\epsilon > 0$, muy pequeño.

Siguiendo la definición de Maynard (1982) de estrategias evolutivamente estables, podríamos definir un espíritu evolutivamente estable.

Definición 5.7 *Un Espíritu Evolutivamente Estable (E.E.E) es para un J.E.S. un espíritu dominante α que no puede ser invadido por un mutante (por ejemplo β).*

Maynard (1982, p.13) utiliza para definir estrategia evolutivamente estable (con $w_0 = 0$):

$$\begin{aligned} P_{\alpha_{t+1}} &= \frac{P_{\alpha_t} \cdot u_{\alpha m}}{u_{m \cdot m}} \\ u_{mm} &= P_{\alpha_t} \cdot u_{\alpha m} + (1 - P_{\alpha_t}) \cdot u_{\beta m} \end{aligned} \quad (5.3)$$

donde P_{α_t} es la proporción de individuos que se identifican con un espíritu α en período t (o $t + 1$ cuando corresponda y $u_{\alpha m} > 0, u_{\beta m} > 0$). La fórmula anterior, útil en biología puesto que lo que toma en cuenta es la capacidad reproductiva de seres biológicos, debe ser cambiado cuando se trata de la mentalidad y un espíritu específico. El espíritu cambia y ese cambio está relacionado con el premio o recompensa que brinda la R.E.S., pero dicho cambio no tiene por qué ser exactamente igual a la proporción del valor esperado de un espíritu con respecto a la totalidad de aquellos espíritus que intervienen en un juego. Recordemos que dicho valor, aunque suponemos que es igual para los individuos (simetría) es subjetivo y no refleja la capacidad reproductiva de un espíritu de manera cuantitativa aunque lo haga direccionalmente, aumentándolo o disminuyéndolo, dependiendo de si es mayor o menor que uno. Un mejor supuesto para comprender el fenómeno del cambio en la mentalidad y que no cambia la esencia de la definición de Maynard sería:

$$P_{\alpha_{t+1}} = a \left(\frac{u_{\alpha m}}{u_{mm}} \right) P_{\alpha_t} \quad (5.4a)$$

$$a = 1 + b > 0 \quad (5.4b)$$

$$|b| < \left| \frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{\alpha m}} \right| \quad (5.4c)$$

lo anterior brinda

$$(P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t}) = (1 + b) \cdot \left(\frac{P_{\alpha_t} u_{\alpha m}}{u_{mm}} \right) - P_{\alpha_t}.$$

Proposición 5.1 *Se tiene $(P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t}) > 0 \Leftrightarrow u_{\alpha m} > u_{\beta m}$ para $0 < P_{\alpha_t} < 1$. La equivalencia anterior también se cumple para $(<, =)$.*

DEMOSTRACIÓN:

1. Veamos primero que $u_{\alpha m} > u_{mm} \Leftrightarrow u_{\alpha m} > u_{\beta m}$.

La equivalencia anterior se cumple para ($<$, $=$).

Puesto que $u_{mm} = P_{\alpha_t} \cdot u_{\alpha m} + (1 - P_{\alpha_t}) u_{\beta m}$ si $u_{\alpha m} > u_{mm}$. Tenemos entonces

$$u_{\alpha m}(1 - P_{\alpha_t}) > (1 - P_{\alpha_t})u_{\beta m}$$

y puesto que $(1 - P_{\alpha_t}) > 0$

$$u_{\alpha m} > u_{\beta m}.$$

El resto de (1) es parecido para ($<$, $=$).

Reescribiendo (5.4b), se obtiene:

$$\begin{aligned} P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} &= \frac{(1+b)(P_{\alpha_t}u_{\alpha m}) - (P_{\alpha_t}u_{mm})}{u_{mm}} \\ &= P_{\alpha_t}(1 - P_{\alpha_t}) \left(\frac{u_{\alpha m} - u_{\beta m}}{u_{mm}} \right) + bP_{\alpha_t} \frac{u_{\alpha m}}{u_{mm}}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

2. Ahora, véase que $P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} = 0 \Leftrightarrow (u_{\alpha m} - u_{\beta m}) = 0$.

Recuerde que $|b| < \left| \frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{\alpha m}} \right|$ lo que implica $b = 0$.

3. Ahora $u_{\alpha m} < u_{\beta m}$ ($u_{mm} > u_{\alpha m}$). En efecto, para $b < 0$, se tiene $P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} < 0$ y para $b > 0$ tenemos (por (5.4c)) $b < \frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{\alpha m}}$ y sustituyendo en (5.5) se obtiene:

$$P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} < P_{\alpha_t} (1 - P_{\alpha_t}) \left(\frac{u_{\alpha m} - u_{\beta m}}{u_{mm}} \right) + P_{\alpha_t} \left(\frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{mm}} \right)$$

o bien $P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} < 0$. Esto implica que para todo lo que cumple (5.4c)

$$P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} > 0 \Leftrightarrow u_{\alpha m} < u_{\beta m}.$$

4. Si $u_{\alpha m} > u_{\beta m}$ ($u_{mm} < u_{\alpha m}$) implica que si $b > 0$

$$P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} > 0.$$

Ahora bien, para $b < 0$ se tiene

$$b > \left(\frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{\alpha m}} \right)$$

y sustituyendo en (5.5)

$$P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} > P_{\alpha_t}(1 - P_{\alpha_t}) \left(\frac{u_{\alpha m} - u_{\beta m}}{u_{mm}} \right) + P_{\alpha_t} \left(\frac{u_{mm} - u_{\alpha m}}{u_{mm}} \right).$$

Así, $P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} > 0$ para todo b que satisfaga (5.4c) lo que a su vez implica

$$P_{\alpha_{t+1}} - P_{\alpha_t} < 0 \Leftrightarrow (u_{\alpha m} - u_{\beta m} < 0). \quad \blacksquare$$

Así definimos que α es E.E.E. si E.d. y

$$P_{\alpha t} \xrightarrow[t \mapsto \infty]{} 1 \Leftrightarrow u_{\alpha m} > u_{\beta m}.$$

Si α es E.d. se tiene:

$$\begin{aligned} u_{\alpha m} &= (1 - \epsilon) u_{\alpha\alpha} + \epsilon u_{\alpha\beta} \\ u_{\beta m} &= (1 - \epsilon) u_{\beta\alpha} + \epsilon u_{\beta\beta} \end{aligned} \quad (5.6)$$

lo que brinda las condiciones para E.E.E. (similares a las de Maynard (1982, p.14)):

$$(u_{\alpha\alpha} > u_{\beta\alpha}) \quad \vee \quad (u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\alpha} \wedge u_{\alpha\beta} > u_{\beta\beta}) \quad (5.7)$$

Teorema 5.2 *Si α es E.E.E para J.E.S. entonces (α, α) es E.N.A.M. para J.A.M.2.S.*

DEMOSTRACIÓN: La matriz de pagos U para un J.A.M.2.S. es:

$$U = \begin{pmatrix} u_{\alpha\alpha} & u_{\alpha\beta} \\ u_{\beta\alpha} & u_{\beta\beta} \end{pmatrix}$$

Si α es E.E.E. para J.E.S., entonces: $u_{\alpha\alpha} \geq u_{\beta\alpha}$ lo que implica (α, α) es un E.N.A.M. para J.A.M.2.S. ■

Teorema 5.3 *Si (α, α) es E.N.A.M. estricto, para J.A.M.2.S. entonces α es E.E.E. para J.E.S.*

DEMOSTRACIÓN: Si (α, α) es E.N.A.M. estricto entonces $u_{\alpha\alpha} > u_{\beta\alpha}$, lo que implica α es un E.E.E. ■

Teorema 5.4 *Si $u_{\alpha\alpha} \neq u_{\beta\alpha} \wedge u_{\alpha\beta} \neq u_{\beta\beta}$ entonces el juego J.E.S. con dos espíritus α y β , tiene un E.E.E.*

DEMOSTRACIÓN: Si $u_{\alpha\alpha} > u_{\beta\alpha}$ entonces α es E.E.E. (por Teorema 5.3).

Si $u_{\alpha\alpha} < u_{\beta\alpha}$ tenemos dos posibilidades:

1. $u_{\beta\beta} > u_{\alpha\beta}$ entonces β es E.E.E. (por Teorema 5.3)
2. $u_{\alpha\alpha} < u_{\beta\alpha} \wedge u_{\beta\beta} < u_{\alpha\beta}$.

Por Teorema 5.1 existe $\gamma = (\Pi, 1 - \Pi)$ que es E.N.A.M. y por Teorema 4.2 se tiene:

$$\Pi \cdot u_{\alpha\alpha} + (1 - \Pi) u_{\alpha\beta} = \Pi u_{\beta\alpha} + (1 - \Pi) u_{\beta\beta}. \quad (5.8)$$

Resolviendo para Π se obtiene:

$$\Pi = \frac{(u_{\beta\beta} - u_{\alpha\beta})}{D} \quad (5.9)$$

donde

$$D = u_{\alpha\alpha} - u_{\beta\alpha} + u_{\beta\beta} - u_{\alpha\beta} < 0 \quad (5.10)$$

por enunciado, lo que da:

$$1 > \Pi > 0,$$

donde Π es la frecuencia de α y $1 - \Pi$ es la frecuencia de β . Puesto que $1 > 1 - \Pi > 0$ entonces α y β están en el soporte de γ .

Sea $\sigma = (\delta, 1 - \delta)$ otra estrategia (con δ la frecuencia de α y $1 - \delta$ frecuencia de β) y $m = (\epsilon, 1 - \epsilon)$, donde $(1 - \epsilon)$ es la frecuencia de γ y ϵ es la frecuencia de σ .

Se sabe que $u_{\alpha\gamma} = u_{\beta\gamma}$ y

$$\begin{aligned} u_{\gamma\gamma} &= \Pi u_{\alpha\gamma} + (1 - \Pi) u_{\beta\gamma} = u_{\alpha\gamma} \\ u_{\sigma\gamma} &= \delta u_{\alpha\gamma} + (1 - \delta) u_{\beta\gamma} = u_{\alpha\gamma}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Con esto $u_{\gamma\gamma} = u_{\sigma\gamma}$. Para que γ sea un E.E.E. falta probar que:

$$\begin{aligned} u_{\gamma\sigma} &> u_{\sigma\sigma} \\ u_{\gamma\sigma} &= \Pi(\delta u_{\alpha\alpha} + (1 - \delta) u_{\alpha\beta}) + (1 - \Pi)(\delta u_{\beta\alpha} + (1 - \delta) u_{\beta\beta}) \\ u_{\sigma\sigma} &= \delta(\delta u_{\alpha\alpha} + (1 - \delta) u_{\alpha\beta}) + (1 - \delta)(\delta u_{\beta\alpha} + (1 - \delta) u_{\beta\beta}) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Restando, utilizando el resultado para Π , $(1 - \Pi)$ y usando la definición de D :

$$\begin{aligned} u_{\gamma\sigma} - u_{\sigma\sigma} &= D \cdot \{(\Pi\delta - \delta^2)(1 - \Pi) + (\delta\Pi - \delta^2)\Pi + (\delta - \Pi)\Pi\} \\ &= D(-1)(\Pi - \delta^2) > 0. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Ejemplo: Para el juego No Pelear o Pelear descrito en la sección 3, tabla 1. Supongamos $W = 1$ y $C = 1$, vemos que no existe ninguna estrategia pura que brinde un E.E.E.

	NP	P
NP	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$(0, 1)$
P	$(1, 0)$	$(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2})$

Tabla 5: Pelear o no pelear.

NP no es E.E.E porque cualquiera de los dos individuos ganaría sin pelea, P no es E.E.E. por un argumento similar. Resolvamos para el caso general $2C > W > 0$ y encontremos un $\alpha = (\Pi, 1 - \Pi)$ (combinación de las dos estrategias) que es E.E.E.

Este ejemplo es muy importante porque es potencialmente útil para entender la Costa Rica de finales de la Colonia, donde la tierra tenía un precio relativamente bajo (debido a su baja productividad marginal). Sea $(1 - \Pi)$ la proporción de la gente con espíritu que escoge pelear y sea Π la proporción con espíritu que escoge no pelear. Utilizando el teorema 5.2 tengo para $2C > W > 0$ (ver tabla 5)

$$\begin{aligned} u_{NP}(\alpha) &= \frac{W}{2} \cdot \Pi + 0(1 - \Pi) \\ u_P(\alpha) &= W \cdot \Pi + \left(\frac{W}{2} - c\right)(1 - \Pi) \end{aligned}$$

Resolviendo:

$$\Pi = 1 - \frac{W}{2C} \quad y \quad (1 - \Pi) = \frac{W}{2C}. \quad (5.13)$$

Lo anterior debe leerse como que la frecuencia de gente con espíritu que escoge pelear, $(1 - \Pi)$ es directamente proporcional al valor que se le adjudica al recurso en discusión e inversamente proporcional al costo de pelear.

Juegos Individuales

Estudiamos el caso de individuos que pueden escoger entre estrategias o acciones en interacción directa con la R.E.S. y no con los otros individuos. Cada individuo participa en un juego en el que puede escoger entre un conjunto de acciones y cada una de esas acciones tiene un premio al que el individuo asigna una utilidad con propiedades específicas y suponemos que dicho premio ó utilidad no cambian para el mismo juego; i.e.:

Definición 5.8 *Se define un juego individual como*

$$J.I. = \langle "1", A, U \rangle.$$

Definición 5.9 *Un juego evolutivo individual consta de un grupo de $\vartheta > 0$ individuos muy grande cada uno de los cuales juega J.I. (con el mismo conjunto de estrategias y utilidades).*

Ejemplo: Sea $A = (a_1, a_2)$ y $\alpha_t = (P_t, B_t)$ y sea $P_t = \frac{n_{1t}}{\vartheta_t}$, la proporción de individuos que escoge la estrategia a_1 y por lo tanto se identifica con el espíritu uno totalmente (espíritu simple o elemental) $B_t = (1 - P_t) = \frac{\vartheta_t - n_{1t}}{\vartheta_t}$, definido similarmente. $B_t + P_t = 1$

Sea u_i el premio por escoger la estrategia a_i . Hagamos un modelo sencillo de cambio cultural, bajo el supuesto de que el premio que brinda la R.E.S. y la función de utilidad no cambian. Tenemos dos casos:

1. Primer Caso: para $u_1 > u_2$, tenemos dos subcasos:

- Los individuos que se identifican con el espíritu uno no cambian porque perderían, i.e., $P_{t+1} = P_t$ (para individuo j que escogió a_1).
- El individuo que escogió a_2 , puede cambiar por el espíritu más exitoso a_1 . Si bien cada persona tiene la misma función de utilidad, a nadie nos una variable aleatoria para cada individuo en el momento t que es independiente de $t + 1$ ó $t - 1$.

Cada persona en un período específico está afectado por una serie de variables, como información, nivel de estrés, etc.; que va a afectar su capacidad para cambiar de estrategia. Estas variables que se podrían resumir en una sola: $\frac{Q_{jt}}{P_t}$. Q_{jt} se distribuye de acuerdo a una distribución de probabilidad y una media.

El estrés aumenta si P_t es pequeño y viceversa; entre más pequeña es la proporción de individuos que utilizan la estrategia nueva, más grande es el estrés de cambiar a esa estrategia.

Así, por ejemplo, se tiene la ganancia neta por cambiar de estrategia *dos* a la *uno* para el individuo j , con un nivel de estrés $\frac{Q_{jt}}{P_t}$

$$G_{jt} = u_1 - u_2 - \frac{Q_{jt}}{P_t}$$

j cambia de su estrategia actual a_2 a la estrategia a_1 si $G_{jt} > 0$. Se supone que el individuo no tiene información ni interés sobre cuál va a ser su ganancia en $t + 1$ ó $t + 2$, etc.; si la tuviera G_{jt} tendría que interpretar como una función de ganancias presentes y futuras descontadas apropiadamente.

Si Q_{jt} es baja el individuo cambia aunque $P_t \cdot (u_1 - u_2)$ sea baja si $Q_{jt} < (u_1 - u_2) \cdot P_t$; si $u_1 - u_2$ aumenta el individuo que cambio de estrategia anteriormente, ahora también cambia, pero entran más individuos a cambiar de estrategia.

Sea Π_t la proporción de individuos que utilizaba a_2 y cambia a a_1 , respecto a la totalidad de individuos que utilizaban a_2 .

Π_t aumenta si $P_t \cdot (u_1 - u_2)$ aumenta, y para simplificar supongamos que la relación es lineal, i.e.

$$\Pi_t = \gamma(u_1 - u_2) \cdot P_t$$

$\gamma > 0$. Como $(1 - P_t)$ es la proporción de individuos que se identifican con la acción a_2 , la proporción respecto a la población total de individuos que cambian de estrategia a_2 a a_1 es:

$$P_{t+1} - P_t = \gamma(1 - P_t)P_t(u_1 - u_2)$$

Así $(1 - P_t)$ cambia también.

$$(1 - P_t) \equiv B_t$$

$$B_{t+1} - B_t = -\gamma(1 - P_t)P_t(u_1 - u_2)$$

Claramente $B_t + P_t = 1$ y $0 < P_t < 1$ y $0 < B_t < 1$.

2. Segundo Caso: Suponga que $u_2 > u_1$, se tiene de manera similar

$$B_{t+1} - B_t = \gamma P_t(1 - P_t)(u_2 - u_1)$$

lo que brinda, en resumen:

$$B_{t+1} - B_t = -\gamma(1 - P_t)P_t(u_1 - u_2)$$

y

$$P_{t+1} - P_t = \gamma(1 - P_t)P_t(u_1 - u_2)$$

Lo anterior se puede expresar:

$$P_{t+1} - P_t = \gamma P_t (u_1 - \bar{u}_t) \quad B_{t+1} - B_t = \gamma B_t (u_2 - \bar{u}_t)$$

donde $\bar{u}_t = P_t u_1 + B_t u_2$.

Las ecuaciones anteriores podrían utilizarse para definir E.E.E. para J.E.S. exactamente de la misma manera como se hizo en la definición 5.7. Estas ecuaciones se pueden aplicar a varios casos, como por ejemplo:

1. La Bolsa de Valores, donde a_1 es el espíritu alcista (*bullish*) y a_2 el espíritu bajista (*bearish*).

Tendríamos una ecuación de inercia (*momentum*) que junto con una ecuación de valor (parecido a la demanda especulativa de Keynes) brindaría una ecuación en diferencias (o diferencial) para comprender la dinámica de precios en cuanto a su dirección.

Cuantitativamente no, porque dicha dinámica está afectada por gran cantidad de factores impredecibles.

2. Un sistema impositivo que distingue (exonerando una de ellas) entre inversión extranjera y nacional, en un ambiente esencialmente de competencia. En el largo plazo son las empresas exoneradas con su espíritu las que terminan dominando.
3. Un sistema económico con empresas eficientes e ineficientes en un ambiente esencialmente de competencia. En el largo plazo, las empresas eficientes y su espíritu terminan dominando el mercado.

6 Espíritu característico de un pueblo en una época

Mentalidad de un pueblo en un momento t es el conjunto de valores individuales y preferencias sobre resultados de la R.E.S. y creencias, ideas, y valores de un pueblo en dicho momento t .

Dicha mentalidad es una totalidad con un conjunto de manifestaciones complejas y contradictorias.

Es difícil modelar toda una mentalidad y el cambio en la mentalidad, por lo que partir de un poco de aspectos de ella descritos por un juego o grupo de juegos que históricamente son relevantes o interesa estudiar, es un buen principio. La mentalidad es un ser vivo. Suponer que no cambia del todo a lo largo de un análisis o que simplemente refleja o está sobre la R.E.S., es una sobre-simplificación. Cuando interesa el cambio y proceso evolutivo cultural de una parte o partes de la mentalidad, podemos suponer que otras partes de la mentalidad permanecerán constantes, junto con la R.E.S., y así estudiar el proceso de cambio, ayudados por una metodología como la aquí descrita. Cuando las partes o aspectos de la mentalidad que nos interesan pueden ser modeladas apropiadamente por un conjunto de juegos J.E.S. o J.E.I., entonces, el conjunto de mentalidades de los

diferentes juegos, pasa a ser relevante, pero más importante aún es el conjunto de espíritus dominantes y los que son evolutivamente estables, si es que los juegos los tienen. Así, en un momento dado, el conjunto de espíritus dominantes en los juegos importantes, o que son útiles para describir una época histórica, brindaría una idea útil para representar los valores, ideas, creencias dominantes de ese pueblo en un momento dado, y que podríamos llamar “Espíritu característico de un pueblo en una época determinada”.

En este trabajo se desarrollaron rigurosamente una serie de conceptos que sirven para comprender mejor la inter-relación entre la mentalidad y la realidad económico-social, conceptos que pueden ayudar a entender mejor la esencia de los valores, creencias, ideas, que maduraron sobre todo en el Valle Central de Costa Rica a finales del siglo XVII, siglo XVIII y principios del XIX, y que dieron como resultado ese “Espíritu costarricense”, de finales de la Colonia: bonachón, pacífico, tolerante, democrático, solidario, que algunos creemos todavía existe en cierto grado en nuestro país, pero que se está desvaneciendo. La Vida y todas sus expresiones merecen respeto, como lo merece el gran esfuerzo que hacen biólogos y ecologistas por evitar la extinción de plantas y animales. Sin embargo es preocupante la indiferencia en la actualidad, ante el peligro de extinción de ese ser vivo excepcionalmente bello que es el “Espíritu costarricense” por excelencia.

Glosario de términos más usados		
R.E.S.	Realidad Económico-Social	Sección 1
	Mentalidad	Sección 1
E.N.	Equilibrio de Nash	Def. 4.2
J.A.M.2	Juego de acciones mixtas para dos individuos)	Def. 4.4
E.N.A.M.	Equilibrio de Nash de acciones mixtas	Def. 4.5
J.A.M.2S	Juego de acciones mixtas para dos individuos simétrico	Def. 4.6
J.E.S.	Juego Evolutivo Social	Def. 5.2
	Espíritu	Def. 5.4
	Mentalidad de un J.E.S específico	Def. 5.5
E.d.	Espíritu Dominante	Def. 5.6
E.E.E.	Espíritu Evolutivamente Estable	Def. 5.7
J.I.	Juego Individual	Def. 5.8
J.E.I.	Juego Evolutivo Individual	Def. 5.9
	Espíritu característico de un pueblo en una época determinada	Sección 6
	Mentalidad en un momento t	Sección 6

Referencias

- [1] Acuña, O.; Ulate, F. (1991) “Desarrollo, proposiciones y pruebas matemáticas sobre la teoría de demanda sin utilidad”, *Revista de Ciencias Económicas* **11**(1-2).
- [2] Acuña, O.; Ulate, F. (1992) “Equilibrio de precios y óptimo de Pareto en intercambio”, *Rev. Ciencias Matemáticas* **3**(1).
- [3] Acuña, O.; Ulate, F. (1993) “Condiciones para un Pareto óptimo generalizado”, *Rev. de Ciencias Económicas* **13**.

- [4] Acuña, O.; Ulate, F. (1994) “Equilibrio Walrasiano en Economías de Intercambio”, *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones* **1**(1).
- [5] Araya P., C. (1976) *Historia Económica de Costa Rica 1950-1970*.
- [6] Banerjee, A. V. (1992) “A Simple Model of Herd Behavior”. *Quarterly Journal of Economics* 107: 797–817.
- [7] Bolaños V.,R. (1981) *Contribución al Estudio del Decrecimiento de la Población Nativa de Costa Rica. Período Colonial (1502-1821)*. Tesis.
- [8] Darwin, Ch. (1999) *El Origen de las especies*. i Universe.
- [9] Facio, R. (1972) *Estudio sobre Economía Costarricense*. Editorial Costa Rica, San José.
- [10] Feldman, M. W.; Cavalli-Sforza, L. L. (1976) “Cultural and biological evolutionary processes selection for a trait under complex transmission”, *Theor. Pop. Biol.* **9**.
- [11] Fernández, L. (1889) *Historia de Costa Rica Durante la Dominación Española (1502-1821)*. Tipografía de Manuel Ginés Hernández, Madrid.
- [12] Fernández G., R. (1941) *Historia de Costa Rica (La Independencia)*. Librería Lehman y Cia.
- [13] Fernández G., R. (1996) *Cartilla Histórica de Costa Rica 1 (hasta 1948)*. Imprenta y Litografía LIL S.A., San José.
- [14] Fonseca Z., O. (2002) *Historia Antigua de Costa Rica. Surgimiento y Caracterización de la Primera Civilización*. Colección Historia de Costa Rica, San José.
- [15] Fonseca, E.; Alvarenga, P.; Solórzano, J. (2002) *Costa Rica en el Siglo XVIII*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José.
- [16] Gintis, H. (2000) *Game Theory Evolving*. Princeton University Press.
- [17] Harrington, J.E. (1999) “Rigidity in social systems”, *Journal of Political Economy* **107**(1): 40–64.
- [18] Hegel, J. (1928) *Filosofía de la Historia Universal*. Revista de Occidente, Madrid.
- [19] Hegel, J. (1966) *Fenomenología del Espíritu*. Fondo de Cultura Económica, México D.F.
- [20] Hildebrand, B. (1922) *La Economía Política de la Actualidad y del Futuro* Edit. Heinrich Waentig, Vol. 22, Jena.
- [21] Ibarra R., E. (2002) *Las Sociedades Cacicales de Costa Rica (Siglo XVI)*. Editorial Universidad de Costa Rica, San Jos:
- [22] Kahneman, D. (1994) “New challenges to the rationality assumption”, *Journal of Institutional and Theoretical Economics* **150**: 18–36.
- [23] Kahneman, D.; Tversky, A. (2000) *Choices, Values and Frames*. Cambridge University Press.
- [24] Kolm, S. (1982) *Le Bonheur–Liberté* Presses Universitaires de France, Paris.
- [25] León, J. (2002) *Evolución del Comercio Exterior y del Transporte Marítimo de Costa Rica 1821-1900*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José.
- [26] Lumsden, C. J.; Wilson, E. O. (1981) *Genes, Mind and Culture*. Harvard University Press.
- [27] Malthus, R. (1951) *Ensayo sobre el Principio de la Población*. Fondo de Cultura Económica, México D.F..

- [28] Marx, C.; Engels, F. (1981) *Manifiesto Comunista*. Pathfinder Press.
- [29] Maynard S., J.; G.R. Price (1973) “The Logic of Animal Conflict”, *Nature* **246**: 15–18.
- [30] Maynard S., J. (1982) *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press.
- [31] Maynard S., J.; Szsthmáry, E. (1999) *The Origins of Life. From the Birth of Life to the Origin of Language*. Oxford University Press.
- [32] Meléndez, C. (1958) “Aspectos sobre la historia del cultivo de trigo durante la época colonial”, Museo Boletín Informativo del Museo Nacional **III**(1).
- [33] Meléndez, C. (1972) *Juan Vázquez de Coronado. Conquistador y Fundador*. Editorial Costa Rica, San José.
- [34] Meléndez, C. (1975) “Formas en la tenencia de la tierra durante el régimen colonial”, *Revista de Historia* **1**(1).
- [35] Meléndez, C. (1982) *Conquistadores y Pobladores*. Editorial UNED, San José.
- [36] Meléndez, C. (1992) “Las migraciones y Pprocesos de mestizaje: el caso de la Costa Rica colonial”, *Revista del Archivo Nacional de Costa Rica*, año LVI.
- [37] Molina, F. (1849) *Bosquejo de la República de Costa Rica*.
- [38] Molina, I. (1984) *El capital comercial en un valle de labriegos sencillos (1800-1824)*, Tesis.
- [39] Molina, I. (2002) *Costa Rica (1800-1850) El Legado Colonial y la Génesis del Capitalismo*. Editorial de la Universidad de Costa Rica, San José.
- [40] Molina, I. (2003) *Costarricense por Dicha*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José.
- [41] Molina, I.; Enríquez, F.; Cerdas, J. M. (2003) *Entre dos Siglos*. Imprenta Nacional, San José.
- [42] Molina, I.; Palmer, S. (2004) *Historia de Costa Rica*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José.
- [43] Nash, J.F. (1950) “Equilibrium Points in N-Person Games”, *Proceedings of the National Academy of Sciencies of the United States of America* **36**: 48–49.
- [44] Osborne M.J.; Rubinstein, A. (1994) *A course in Game Theory*. The M.I.T. Press.
- [45] Osejo, R. (1833) *Lecciones de Geografía en Forma de Catecismo*. Imprenta La Merced.
- [46] Quesada C., J. R. (2002) *Historia de Historiografía Costarricense 1821–1940*. Editorial Universidad de Costa Rica, San José.
- [47] Quirós, C. (2002) *La Era de la Encomienda*. Editorial de la Universidad de Costa Rica, San José.
- [48] Roscher, W. (1943) *Lecciones de Economía Política según el Método Histórico*. Gotinga.
- [49] Schelling, T. C. (1980) *The Strategy of Conflict*. Harvard University.
- [50] Schmoller, G. von (1905) *Política Social y Economía Política* Imprenta de Heinroch y Comp., Barcelona.
- [51] Schumpeter, J. A. (1954) *History of Economic Analysis*. Oxford University Press, Inc.
- [52] Secretaría de Educación Pública (1923) *Documentos históricos posteriores a la Independencia*, Tomo I. Imprenta María V. de Lines, San José.
- [53] Smith, A. (1999) *La Riqueza de las Naciones*. Alianza Editorial, Madrid.

- [54] Stone, S. (1998) *El Legado de los Conquistadores*. Editorial UNED, San José.
- [55] Suk-Young Chwe, M. (2001) *Rational Ritual. Culture, Coordination, and Common Knowledge*. Princeton University Press.
- [56] Ulate, F. (1988) “El Modelo Neoclásico y una Política de Crecimiento para Costa Rica”, *Rev. de Ciencias Económicas* **VIII**(1): 39–53.
- [57] Ulate, F. (2003) *Tierra Prometida*. Litografía e Imprenta Lil S.A.
- [58] von Neumann, J.; Morgenstern (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*. John Wiley and Sons, New York.
- [59] Weber, M. (1930) *The Protestant Ethic and the Spirit of Capitalism*. Allen & Urwin, London.