

## Unidad Didáctica para el abordaje del tema Geometría Analítica en décimo año de la Educación Diversificada Costarricense, aplicando resolución de problemas y tecnología

### Didactic Unit for teaching Analytical Geometry in tenth grade of the Costa Rican Diversified Education, applying problem-solving and technology

Wendy Araya Benavides<sup>1</sup>

Universidad de Costa Rica, San Ramón, Costa Rica  
wendyab7@gmail.com  
<https://orcid.org/0009-0004-5141-6919>

Jéssica Jiménez Moscoso<sup>2</sup>

Universidad de Costa Rica, San Ramón, Costa Rica  
jessy\_0809@hotmail.com  
<https://orcid.org/0009-0000-1969-2885>

Adrián Moya Fernández<sup>3</sup>

Universidad de Costa Rica, San Ramón, Costa Rica  
adrian30stm@gmail.com  
<https://orcid.org/0009-0001-3989-9215>

Fecha de recibido: 2-11-2021

Fecha de aceptación: 30-3-2023

### Resumen

Este artículo tiene el objetivo de describir los resultados obtenidos en el trabajo titulado “Unidad Didáctica para el abordaje del tema Geometría Analítica en décimo año de la Educación Diversificada, aplicando resolución de problemas y tecnología”, exponiendo la viabilidad de una unidad didáctica dirigida al docente, en la cual se hace uso del software GeoGebra como herramienta de apoyo para exponer los contenidos de geometría analítica utilizando resolución de problemas. Se concluye que el uso del software favorece la comprensión de los contenidos, ya que los estudiantes pueden manipular las figuras geométricas y, al mismo tiempo, ver el cambio en su representación algebraica, con lo que el discente es capaz de generar su propio conocimiento.

**Palabras claves:** Unidad didáctica, geometría, geometría analítica, tecnología, TIC, matemática, resolución de problemas, GeoGebra.

1 Licenciada en la Enseñanza de la Matemática. Docente de la Sección de Matemática, Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente, Costa Rica.

2 Licenciada en la Enseñanza de la Matemática. Docente de la Sección de Matemática, Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente, Costa Rica.

3 Licenciado en la Enseñanza de la Matemática. Docente de la Sección de Matemática, Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente, Costa Rica.

## Abstract

The aim of this article is to describe the results obtained in the work entitled “Teaching Unit for the Approach of Analytical Geometry in Tenth Year of Diversified Education, Applying Problem Solving and Technology”, exposing the feasibility of a teaching unit directed to the teacher, in which the GeoGebra software is used as a support tool to present the contents of analytical geometry using problem solving. It is concluded that the use of the software favors the understanding of the contents, since the students can manipulate the geometric figures and, at the same time, see the change in their algebraic representation, with which the learner is able to generate their own knowledge.

**Keywords:** Teaching unit, geometry, technology, ICT, mathematics, problem solving, GeoGebra.

## I. Introducción

En el año 1995, fueron aprobados en la educación secundaria costarricense los programas de estudio en el área de matemática, antes de esta fecha solo habían experimentado una modificación, en el año 1964; sin embargo, dichos programas no contemplaban los cambios sociales, culturales y tecnológicos a los cuales se enfrentaría el país, así como las tendencias mundiales en educación matemática, por estas razones, en el año 2012, se aprobó la reforma curricular que rige actualmente.

En dicha reforma se presentó una serie de cambios substanciales en los programas de estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública, variaciones que plantean la metodología basada en resolución de problemas y la implementación de tecnología en el desarrollo de las lecciones, con el fin de captar una mayor comprensión de los conceptos matemáticos a partir de aplicaciones reales.

El Ministerio de Educación Pública establece:

(...) no sólo apuntala una relación privilegiada de las Matemáticas con los entornos reales (busca que incidan en el mundo), sino además se asocia con la resolución de problemas en el sentido general de esa expresión: favoreciendo capacidades estudiantiles para plantear y diseñar estrategias para resolver problemas... (Programas de Estudio de Matemáticas, 2012, p.23)

Todo individuo se enfrenta diariamente a diversos problemas en el entorno social o en el entorno educativo. La resolución de problemas es una estrategia aplicable a diversas áreas de la enseñanza, en el caso particular de las matemáticas, los alcances de un problema, ya sea por su abstracción o complejidad, obligan el empleo de una estrategia educativa y curricular más amplia.

En consecuencia, se debe hacer uso de recursos que enriquezcan el desarrollo de la clase y el trabajo de aula. El empleo de la tecnología en la enseñanza de la matemática, es una estrategia que favorece la visualización, comprensión y resolución de problemas como lo establece Barrera y Santos (2001), citado por Gamboa (2007):

El uso de la tecnología puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas. (p. 9)

Es decir, el empleo de tecnología en el desarrollo de las lecciones contribuye en la comprensión de los contenidos matemáticos, mediante la visualización y el cálculo de procedimientos.

## 1.2. Uso de la tecnología en la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática

Según lo establecido en los programas de matemática, anteriores a 2012, se trabajaban ejercicios de rutina, de fácil comprensión cuya solución es mecánica y sencilla, los cuales tenían como objetivo principal aplicar directamente los conceptos previamente estudiados. Esto deja de lado los conocimientos del discente y su posibilidad de descubrir nuevos métodos para alcanzar la solución, limitando así el razonamiento o reflexión procedimental del mismo ante un determinado problema.

Actualmente, el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), es prácticamente obligatorio por parte del docente en el desarrollo de la lección, y debe incluir en el planeamiento estrategias didácticas en las que el empleo de las TIC genere aprendizaje. Briseño, González y Lugo (2018) opinan al respecto:

Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) son una herramienta importante para contribuir a la mejora de la educación. Sin embargo, su impacto en el aprendizaje de los estudiantes está condicionado, por un lado a su uso por parte de los docentes en sus prácticas de enseñanza, y por otro, al nivel de apropiación pedagógica que estos tengan de las TIC, es decir, que las clases no sigan siendo tradicionales (p. 4).

El uso de tecnología, actualmente, es una estrategia útil para el abordaje de algunos contenidos, siempre y cuando se haga uso adecuado de estas. Figueroa, Piedra, López y Santamaría (2014) opinan que "...la incursión de las TIC en el aula no debe responder solamente a una moda..." (p. 10), es decir, no se debe optar por impartir las lecciones con tecnología por cumplir con lo establecido por la sociedad, o por obedecer un requisito de los programas de estudio, se debe hacer uso de la tecnología de forma integral, generando competencias matemáticas en los estudiantes.

La implementación de los distintos recursos tecnológicos es necesaria y se debe plantear mediante estrategias de aprendizaje, que permitan desarrollar al máximo los recursos, ya que estos juegan un papel importante en la innovación y la creatividad, pues brinda variedad de herramientas aplicables en diferentes áreas de las matemáticas, para el desarrollo de la lección. Al respecto, Arcavi y Hadas (2000), citado por Gamboa (2007), refiriéndose al uso de la tecnología, mencionan que los educadores matemáticos tienen el reto de diseñar actividades que tomen ventaja de aquellas características con potencial, para apoyar nuevos caminos de aprendizaje.

Por tanto, este artículo tiene como fin mostrar el uso de la tecnología durante la clase empleando distintas herramientas, que potencialicen el análisis matemático de los problemas planteados.

## II. El uso de la tecnología en la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría

Cuando se desea implementar tecnología en el uso de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, es necesario recurrir al uso de Sistemas de Geometría Dinámica (SGD), los cuales son descritos por González (2001):

Los SGD se caracterizan por poseer una pantalla gráfica sobre la que el usuario puede dibujar objetos geométricos primitivos (puntos, rectas, segmentos, etc.) y registrar relaciones geométricas entre ellos (perpendicularidad, paralelismo, etc.) a partir de un repertorio prefijado. Estas acciones producen construcciones geométricas más o menos complejas en las que algunos objetos pueden ser seleccionados por el usuario y "arrastrados" por la pantalla, manteniendo las relaciones geométricas establecidas en la construcción. (p. 278)

Los SGD, como plantea el autor, son software en los que existe la posibilidad de dibujar, manipular, calcular y animar objetos geométricos con el fin de facilitar la visualización y comprensión de conceptos y elementos propios de la geometría, así como la comprobación de teoremas y fórmulas matemáticas.

Muchas veces este tema es dado al estudiante como un recetario de fórmulas que debe memorizar y luego aplicar para obtener un resultado, por esta razón el uso de la tecnología como herramienta de apoyo, especialmente los Sistemas de Geometría Dinámica, contribuyen para que el determinar una solución sea un procedimiento común relacionado a lo cotidiano, para González (2001):

... la geometría no se concibe como un cuerpo codificado de conocimientos a transmitir, sino como el resultado de una actividad de los sujetos sobre determinados objetos de su entorno. En un SGD tales objetos son el resultado de una modelización computacional de determinados conceptos geométricos y las actividades a desarrollar están condicionadas por el tipo de comunicación que se establece con el sistema informático. (p. 279)

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, se deduce que el uso de los recursos tecnológicos en la enseñanza de la Geometría, es beneficioso para el desarrollo de las lecciones, en el proceso de enseñanza aprendizaje, siempre y cuando la implementación sea una ayuda para visualizar y concretar los contenidos, sin dejar de lado el aspecto formal y analítico que se requiere en el desarrollo de estos.

### **III. Planificación y construcción de la unidad didáctica**

Después de conocer las características principales que poseen los Sistemas de Geometría Dinámica, se procede con la segunda fase de la investigación, la cual consistió en la recopilación de datos relacionados con la población docente perteneciente

a la Regional de occidente, haciendo uso de un instrumento, el cual primero fue validado con seis docentes y posteriormente aplicado a treinta, dicha entrevista tenía como objetivo identificar las prácticas más comunes en el aula con respecto al uso de la tecnología en el desarrollo de las lecciones, así como identificar las necesidades y dificultades existentes en la enseñanza de los temas de geometría analítica en décimo año.

De la información que se adquirió, se determinó que la mayor parte de docentes que incluyen la tecnología como una herramienta de apoyo, para abordar los temas de geometría, hacen uso de GeoGebra, especialmente por ser un software libre, de fácil acceso y manejo. Asimismo, algunos de los educadores indicaron no tener amplio manejo del programa y expresaron interés en utilizar algún recurso en el cual se presentarían ejemplos concretos de geometría analítica haciendo uso de la tecnología, además, de un breve manual que indicara como se utilizaba el software específicamente para dichos ejemplos.

Por esta razón, al inicio de la unidad se creó un manual que especifica, cómo utilizar los comandos, además, se estableció la siguiente estructura para la unidad: caja de definición, caja de ejemplo, caja de problema, caja de recuerde, caja de observación, caja de lista de ejercicio.

También, se presentan construcciones, para las cuales se elaboró una guía que detalla las indicaciones para generar la construcción, estas se encuentran en los anexos de la Unidad didáctica, dichas construcciones tienen distintos fines, algunas se presentan en las actividades para trabajar el aprendizaje por descubrimiento, otras se presentan con el fin de concretar alguna definición y para ayudar el aspecto visual de un problema, con el objetivo de llegar a una solución satisfactoria.

Por otra parte, con respecto a las necesidades y dificultades en la enseñanza de geometría, identificadas en la aplicación de las entrevistas, se

determinó que los docentes no cuentan con tiempo suficiente para planear clases que involucren problemas, además los pocos recursos tecnológicos con los que cuentan las instituciones limitan implementación tecnológica propiamente en el aula.

Para solventar lo anterior se decidió hacer uso de los celulares, por ser un dispositivo de uso frecuente entre los estudiantes, además, teniendo en cuenta que la aplicación móvil de GeoGebra tiene casi las mismas herramientas que el programa para ordenador, se puede trabajar los ejemplos y ejercicios en clase, sin necesidad de asistir a un laboratorio de informática.

Es importante resaltar que el docente que desee utilizar alguna de las construcciones presentes a lo largo de la unidad puede hacerlo de forma factible, ya que se presentan códigos de respuesta rápida, "Código QR", los cuales, por medio del celular y con la aplicación de lectura adecuada, permiten enlazarse con las construcciones que se encuentran en una carpeta pública en Dropbox.

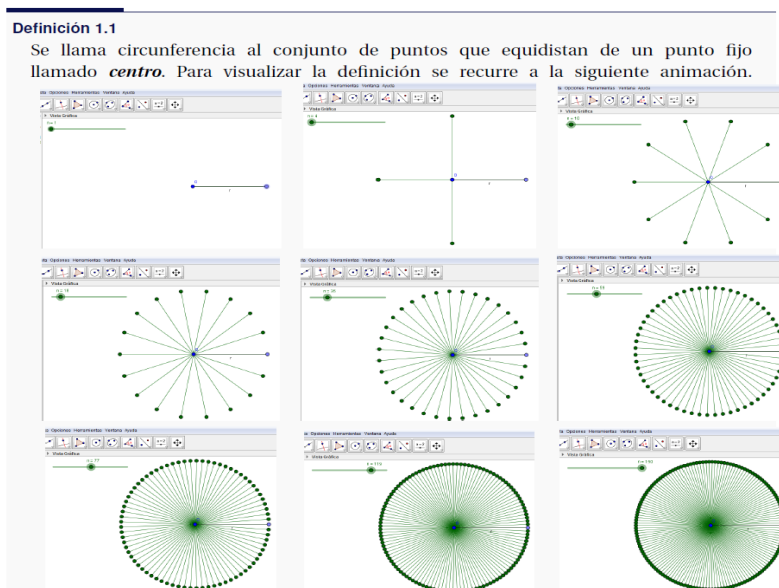
#### IV. Aplicación de la unidad didáctica

Como una tercera fase de la investigación se aplicó la Unidad Didáctica en dos colegios de la zona a una población de 46 estudiantes, en el Colegio Bilingüe de San Ramón se aplicó a un grupo de Décimo conformado por 18 estudiantes y otro de undécimo año con 11 integrantes, y en el Colegio Científico de San Ramón al grupo de Décimo año que consta de 17 educandos.

Se aplicó un diagnóstico a los estudiantes, con el fin de determinar el nivel cognitivo con el que cuentan en relación con los temas abarcados en el desarrollo del trabajo, este diagnóstico se aplicó una lección antes de la aplicación de la unidad didáctica.

Para verificar la funcionalidad de la unidad, se procedió a impartir una clase a cada grupo de estudiantes anteriormente mencionados y se elaboró una minuta a partir de un extracto de los contenidos desarrollados en la unidad. Uno de los problemas utilizados implementa la construcción del círculo en la herramienta GeoGebra, como se muestra en la figura 1:

**Figura 1.**  
*Construcción del círculo en GeoGebra*

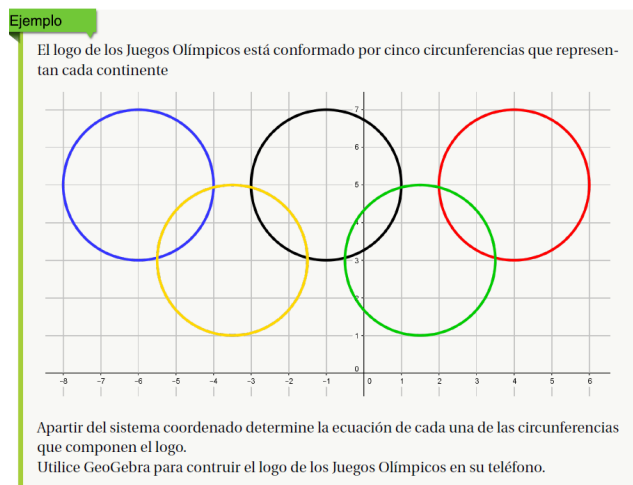




Para otra de las lecciones se emplea un problema contextualizado, en este caso el logo de los juegos olímpicos, cuya finalidad es estudiar las traslaciones de una circunferencia en el plano, como se observa en la figura 2.

**Figura 2.**

*Traslación de una circunferencia en el plano*



Para la aplicación de la unidad uno de los integrantes del Trabajo Final de Graduación junto con el docente colaborador a cargo del grupo, completó una guía de observación que se elaboró con anterioridad, esto con el fin de establecer criterios de funcionabilidad para el trabajo que se desarrolló a partir de los resultados obtenidos, además de medir el alcance de los objetivos propuestos y la reacción del grupo de estudiantes ante la aplicación y desarrollo de la unidad didáctica.

Por otra parte, al finalizar cada lección el docente que aplicaba la Unidad solicitó a los estudiantes partícipes, que llenaran un breve cuestionario para establecer el grado de satisfacción de los estudiantes con la metodología utilizada para impartir los contenidos.

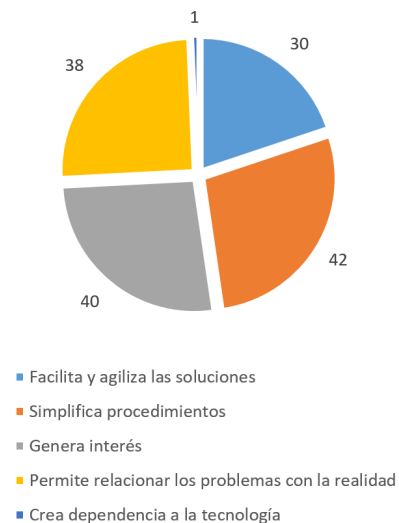
## V. Análisis de los Resultados

A partir de la aplicación de la unidad didáctica a los grupos de secundaria, se solicitó a los 46 estudiantes que completaran una encuesta para recabar los siguientes datos: el interés de los estudiantes por la materia antes y después de la aplicación, metodología empleada durante la lección (resolución de problemas y uso de tecnología) y aporte de la tecnología en cuanto al aprendizaje.

Con respecto a la actitud de los estudiantes, antes y durante la aplicación de la unidad didáctica, se detallan los resultados en el gráfico #1.

**Gráfico #1**

Consideraciones de estudiantes con respecto al uso de la tecnología en las lecciones



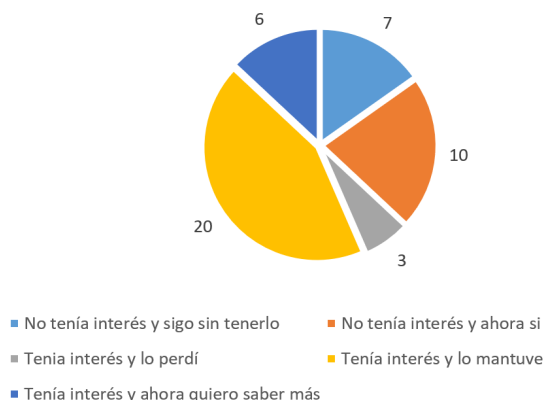
En general, se evidencia una buena actitud por parte de los educandos en relación con los contenidos desarrollados en la aplicación de la unidad didáctica. Respecto a la metodología de resolución de problemas y uso de tecnología empleada en la unidad, el total de los educandos manifiestan que les pareció agradable, argumentan con adjetivos como: diferente, interesante, dinámico, entretenido, fácil de visualizar y didáctico. Según los resultados obtenidos en esta pregunta, se puede decir que se

cumple con el objetivo de que la unidad sea versátil, dinámica y novedosa para los discentes, cambiando en gran escala el desarrollo de la lección.

Al considerar el uso de tecnología para el mejoramiento del aprendizaje, se obtuvo como resultado que 40 de los discentes está de acuerdo con que se genera interés; 30, argumentan que se facilitan y agilizan las soluciones; 42, manifiestan que se simplifican los procedimientos y por lo tanto, se ahorra tiempo, se mantiene activos e interesados a los estudiantes pues el desarrollo de la clase no es tradicional, y, finalmente, 38, lo consideran divertido y que se relaciona con problemas contextualizados. Como se puede observar en el gráfico #2.

**Gráfico #2**

Actitud de los estudiantes antes y durante la aplicación de la Unidad Didáctica



Un estudiante manifiesta que la tecnología no es funcional del todo, ya que vuelve dependientes a quienes la utilizan y no siempre se cuenta con las herramientas necesarias. Es importante destacar que el uso que se le da a la tecnología en la unidad didáctica no sustituye los contenidos procedimentales de los temas abarcados, porque el papel que cumple es el de herramienta de apoyo en la visualización de los problemas planteados.

## VI. Conclusiones

La implementación de software educativo para la enseñanza y aprendizaje de ciertos contenidos, especialmente en geometría, favorecen la labor docente ya que agilizan procedimientos y facilitan la visualización de los problemas.

Al agilizar los procesos educativos, se cuenta con más tiempo para abarcar contenidos y ahondar en problemas complejos, mejorando la interiorización de los contenidos por parte de los estudiantes.

Una herramienta que favorece este proceso es el uso de la unidad didáctica dirigida al docente, en la que se implementan tanto problemas adaptados a la vida cotidiana como el uso de software dinámico (GeoGebra), además, los códigos QR, cuyos enlaces direccionan a construcciones de los ejercicios propuestos, mediante el uso de dispositivos móviles como el celular, agilizan el proceso educativo en el aula. Todo esto favorece el desempeño del docente y se logra captar con mayor facilidad la atención del discente.

Según los resultados obtenidos en la presente investigación, tanto los estudiantes como los docentes de los grupos en los que se aplicó la unidad didáctica, mantuvieron una buena actitud y opinión con respecto a la metodología y herramientas utilizadas, dejando en evidencia la necesidad y aceptación de implementar nuevas propuestas metodológicas para el abordaje de los contenidos matemáticos establecidos por el Ministerio de educación Pública.

## VII. Referencias Bibliográficas

Aranguren, E. (2015). El uso de las tic para el aprendizaje de la geometría. Universidad de Valladolid, España.

Argudo, M. (2013). Las Tic y el aprendizaje de la geometría. Master Universitario en formación del profesorado en educación secundaria obligatoria y bachillerato. Universidad CEU. Valencia, España.

Briseño, González y Lugo (2018). Estrategia de innovación educativa y uso de las tic para el aprendizaje (ético). obtenido de: <https://siteal.iiep.unesco.org/bdnp/674/estrategia-innovacion-educativa-uso-tic-aprendizaje-etic>

Figueroa R, López A, Piedra M y Santamaría C (2014). Estrategias didácticas apoyadas en medios digitales: experiencias docentes en la universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica. Departamento de docencia universitaria -escuela de formación docente- Universidad de Costa Rica.

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2 (3), 11-44.

González, M. (2001). La gestión de la clase de geometría utilizando sistemas de geometría dinámica. En P. Gómez, & L. Rico, Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática homenaje al profesor Mauricio Castro (pp. 277-291).Granada, España: Universidad de Granada.

Ministerio De Educación Pública (2013). Programas De Estudio De Matemática. San José. Costa Rica

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación

Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.