Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática

e-ISSN en línea: 2215-5627
Impresa: ISSN 1659-2573
Vol: 18 · N°. 2 · 2025
25-48
Recibido: 05/01/2025
Aprobado: 14/04/2025

Artículos de investigación

INTEGRACIÓN DE MODELACIÓN MATEMÁTICA, INTELIGENCIA ARTIFICIAL GENERATIVA Y SITUACIONES DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO ESCOLAR

INTEGRAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA, INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL GENERATIVA E SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DO CÁLCULO ESCOLAR

Sebastián Saavedra Messina[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0009-0004-9106-4719

Adiel Silva Riveros[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0009-0005-5323-5756

Iván Pérez Vera[3]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-2636-6521

RESUMEN

Este estudio presenta una situación de aprendizaje diseñada para superar obstáculos en la enseñanza de la derivada en la educación secundaria. Basada en el experimento del plano inclinado de Galileo, la propuesta combina el ciclo de modelación de Borromeo (2010) y las fases de situaciones de aprendizaje de Balda (2022), integrando herramientas de inteligencia artificial generativa (IAG). La implementación incluyó actividades experimentales y tecnológicas que ayudaron a los estudiantes a conectar fenómenos físicos con conceptos matemáticos, como la tasa de cambio y la pendiente de la tangente. Los resultados mostraron avances significativos en la comprensión conceptual de la derivada y el desarrollo de habilidades del pensamiento computacional como la abstracción. No obstante, persistieron desafíos en la transición entre representaciones gráficas y analíticas, lo que resalta la importancia de equilibrar el uso de la IAG con estrategias que promuevan la autonomía y el pensamiento crítico.

Palabras clave: Derivada, Modelación matemática, Inteligencia artificial generativa, Situaciones de aprendizaje, Obstáculos.

1 Departamento de Matemática, Universidad Metropolitana de Ciencias de Ciencias de la Educación. Chile. Correo electrónico sebastian.saavedra2020@umce.cl

2 Departamento de Matemática, Universidad Metropolitana de Ciencias de Ciencias de la Educación. Chile. Correo electrónico adiel.silva2020@umce.cl

3 Departamento de Matemática, Universidad Metropolitana de Ciencias de Ciencias de la Educación. Chile. Correo electrónico ivan.perez@umce.cl

RESUMO

Este estudo apresenta uma situação de aprendizagem projetada para superar os obstáculos no ensino da derivada no ensino médio. Baseada no experimento do plano inclinado de Galileu, a proposta combina o ciclo de modelagem de Borromeo (2010) e as fases das situações de aprendizagem de Balda (2022), integrando ferramentas de inteligência artificial generativa (IAG). A implementação incluiu atividades experimentais e tecnológicas que ajudaram os estudantes a conectar fenômenos físicos a conceitos matemáticos, como a taxa de variação e a inclinação da tangente. Os resultados mostraram avanços significativos na compreensão conceitual da derivada e no desenvolvimento de habilidades do pensamento computacional como a abstração. No entanto, persistiram desafios na transição entre representações gráficas e analíticas, o que destaca a importância de equilibrar o uso da IAG com estratégias que promovam a autonomia e o pensamento crítico.

Palavras-chave: Derivada, Modelagem matemática, Inteligência artificial generativa, Situações de aprendizagem, Obstáculos.

1. INTRODUCCIÓN

El aprendizaje del cálculo escolar en la educación secundaria chilena enfrenta desafíos complejos que afectan tanto a estudiantes como a docentes. Incorporado como parte del programa diferenciado de educación secundaria en los dos últimos años, el electivo “Límites, Derivadas e Integrales” busca promover una comprensión sólida de conceptos fundamentales del cálculo mediante el uso de tecnologías digitales, ejemplos contextualizados y actividades colaborativas (MINEDUC, 2019, 2021). Sin embargo, la enseñanza de tópicos como la derivada continúa presentando barreras significativas que dificultan su aprendizaje.

1.1 Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje del cálculo

La investigación en educación matemática ha documentado numerosos problemas en el aprendizaje del cálculo, particularmente en torno al concepto de derivada. Este tópico requiere la integración de diversas perspectivas: gráfica, como la pendiente de una tangente a una curva; analítica, como el límite del cociente incremental; y puntual, en términos de cambios en intervalos específicos (Sánchez *et al*., 2008). Aunque muchos estudiantes logran aplicar reglas de derivación, su comprensión del concepto sigue siendo limitada (Mercapide, 2018). Este fenómeno evidencia una brecha entre la capacidad operativa y el entendimiento conceptual, lo cual genera dificultades para conectar la derivada con su significado geométrico y su definición analítica (Sánchez *et al*., 2008).

Los principales obstáculos asociados al aprendizaje del cálculo incluyen la dificultad para comprender la derivada como razón de cambio, la abstracción requerida para su conceptualización a partir del límite, y las barreras en la operación y simplificación de expresiones algebraicas (Gutiérrez *et al*., 2017). Asimismo, muchos estudiantes carecen de flexibilidad para adaptar estrategias y enfrentar problemas que involucran la interpretación gráfica o la tabulación de funciones. Estas dificultades son reflejo de un problema más amplio: el reto de integrar herramientas matemáticas avanzadas en el currículo de enseñanza secundaria.

En Chile, el programa diferenciado busca superar estas barreras mediante una progresión estructurada en cuatro unidades. Inicialmente, los estudiantes trabajan con funciones como herramientas para modelar situaciones de cambio, lo que permite explorar su composición y reversibilidad. Posteriormente, abordan el concepto de límite a través de patrones y regularidades, lo que facilita una aproximación intuitiva. En la tercera unidad, se introduce la derivada como razón de cambio y pendiente de la tangente, aplicándola en contextos geométricos, económicos y científicos. Finalmente, la integral se presenta como el proceso inverso de la derivada, con énfasis en aplicaciones prácticas, como el cálculo de áreas bajo curvas (MINEDUC, 2019, 2021).

1.2 La modelación matemática como metodología de enseñanza

La modelación matemática ha demostrado ser una metodología efectiva para abordar conceptos abstractos como los presentes en el cálculo, ya que vincula el conocimiento matemático con fenómenos reales. Este enfoque no solo facilita la contextualización de los conceptos, sino que también promueve competencias críticas y prácticas en los estudiantes (Mejía *et al*., 2022). A través de etapas como la contextualización, la matematización y la interpretación de resultados, la modelación permite a los estudiantes construir modelos matemáticos relevantes para su entorno profesional y personal (Molina, 2017).

La implementación de tareas contextualizadas incrementa la motivación y el rendimiento académico al evidenciar la aplicabilidad de la matemática en la vida cotidiana (Bravo y Rodríguez, 2020). Además, estudios en contextos de ingeniería y arquitectura han destacado que la modelación fortalece el aprendizaje significativo al conectar los contenidos programáticos con problemas reales de las disciplinas (Peña y Morales, 2016). Este enfoque fomenta el desarrollo de competencias sociales y el trabajo colaborativo, así como la capacidad de tomar decisiones informadas en situaciones complejas.

Mejía *et al*. (2022) destacan que la modelación matemática promueve un desarrollo equitativo de habilidades en áreas como la interacción, la resolución de problemas y la interpretación de resultados. Estos beneficios subrayan la necesidad de un cambio gradual en las concepciones pedagógicas de los docentes y los estudiantes, hacia un enfoque más participativo y contextualizado. Para que la modelación sea efectiva, es crucial que los docentes experimenten este proceso durante su formación, de forma que identifiquen dificultades comunes y oportunidades para integrar tecnologías educativas (Zaldívar Rojas *et al*., 2017)

1.3 Inteligencia artificial generativa en la educación matemática

La integración de la Inteligencia Artificial Generativa (IAG) en la educación matemática abre nuevas oportunidades para superar los desafíos en el aprendizaje del cálculo. La IAG, definida como un subcampo de la Inteligencia Artificial (IA) que genera contenido nuevo a partir de datos existentes, ha demostrado su utilidad en contextos educativos al personalizar el aprendizaje, proporcionar retroalimentación inmediata y generar ejemplos adaptados a las necesidades de los estudiantes (García *et al*., 2024). Estas herramientas pueden facilitar la comprensión de conceptos complejos, como límites y derivadas, al ofrecer explicaciones detalladas y ejemplos prácticos (Wardat *et al*., 2023).

Experiencias previas han mostrado que la IAG puede abordar problemas matemáticos de diversa índole, desde el cálculo de áreas hasta la resolución de ecuaciones y teoremas (Borba y Balbino, 2023). Sin embargo, estas tecnologías no están exentas de limitaciones. Si bien la IAG puede acelerar el aprendizaje, existe el riesgo de que los estudiantes dependan excesivamente de estas herramientas, y, por tanto, se reduzca su esfuerzo cognitivo (Santos *et al*., 2023). Además, su eficacia en la resolución de problemas complejos aún está en desarrollo, lo que resalta la necesidad de una implementación cuidadosa y complementaria.

A pesar de estas limitaciones, la IAG tiene un gran potencial para enriquecer la enseñanza del cálculo. Puede complementar la modelación matemática al ofrecer recursos personalizados y dinámicos que facilitan la transición entre las distintas etapas del aprendizaje.

1.4 Problemática y objetivo de la investigación

En vista de los obstáculos documentados en el aprendizaje del cálculo escolar, esta investigación propone diseñar una situación de aprendizaje que aborde estas barreras desde un enfoque innovador. La propuesta combina la modelación matemática como metodología central con herramientas de IAG, aprovechando sus capacidades para personalizar y enriquecer el aprendizaje. El objetivo es desarrollar una experiencia educativa que permita superar las dificultades conceptuales y operativas en torno a la derivada, al tiempo que fomente competencias críticas y prácticas en los estudiantes.

La problemática de esta investigación radica en cómo diseñar una situación de aprendizaje que integre estos enfoques y herramientas para responder a las necesidades del cálculo escolar en el contexto chileno. Este diseño buscará no solo facilitar la comprensión de conceptos abstractos, sino también conectar la matemática con aplicaciones reales y relevantes para los estudiantes, para contribuir a una formación más integral y significativa.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS/ ELEMENTOS CONCEPTUALES/ ELEMENTOS HISTÓRICOS

2.1 La modelación matemática como enfoque metodológico

La modelación matemática es un proceso bidireccional que conecta el mundo real con las matemáticas, pues permite traducir fenómenos no necesariamente matemáticos a conocimiento matemático. Este enfoque ha demostrado ser una herramienta didáctica y metodológica eficaz en la construcción del conocimiento, ya que promueve aprendizajes significativos al relacionar los conceptos matemáticos con la realidad del estudiante (Huincahue *et al*., 2018).

En el aula, la modelación se interpreta de diversas formas: desde una estrategia para enseñar conceptos específicos hasta un catalizador de construcción colectiva del conocimiento matemático. Según Huincahue *et al*. (2018), este proceso busca orientar el aprendizaje desde la realidad del estudiante hacia la comprensión de nociones fundamentales. Álvarez *et al*. (2024) proponen un esquema de modelación en cinco fases: planteamiento de situaciones del mundo real, problematización e interpretación, diseño de un modelo matemático, resolución matemática y validación de resultados, y finalmente, la comunicación del proceso y los hallazgos.

Existen múltiples perspectivas relacionadas con la modelación en contextos educativos. Villarreal y Mina (2013) describen enfoques como el uso de problemas reales para motivar el aprendizaje, el desarrollo de proyectos seleccionados por la persona docente o los estudiantes, y la resolución de problemas diseñados colectivamente. Por otro lado, Kaiser y Sriraman (2006) presentan una clasificación que incluye perspectivas realistas, contextuales, educativas, sociocríticas, epistemológicas y cognitivas, cada una con un énfasis particular en los objetivos de aprendizaje y la interacción entre las matemáticas y el contexto.

Borromeo (2010) desarrolló un ciclo de modelación que detalla las etapas cognitivas implicadas, desde la representación mental inicial de una situación real hasta la interpretación y validación de resultados matemáticos. Este ciclo enfatiza la importancia de la matematización como puente entre el conocimiento extramatemático y el desarrollo de un modelo matemático, y destaca la relevancia de validar los resultados en el contexto original. El ciclo de modelación considera un desarrollo extramatemático y matemático, así como la transición entre estos. La autora propone los siguientes procesos:

- Entender la tarea: transición de una situación real a una representación mental de la situación.

- Simplificación y estructuración de la tarea: transición de una representación mental de la situación a un modelo real.

- Matematización: transición de un modelo real a un modelo matemático.

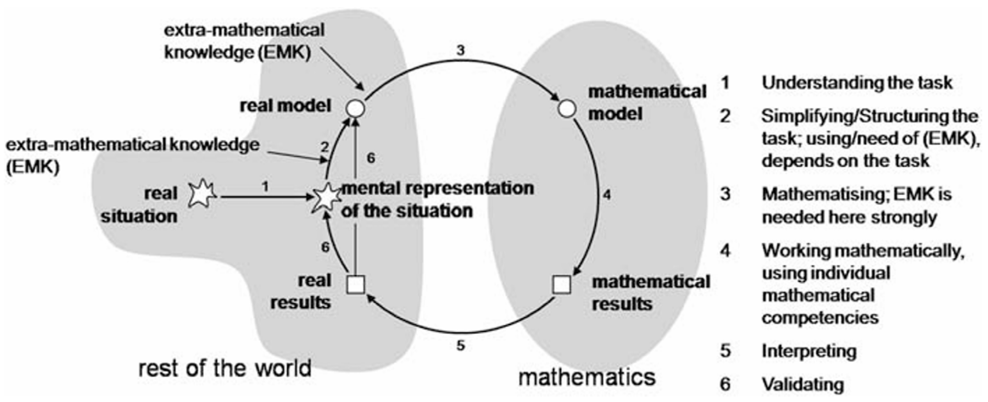
- Trabajo matemático: transición de un modelo matemático a resultados matemáticos.

- Interpretación: transición de los resultados matemáticos a resultados reales.

- Validación: transición de los resultados reales a una representación mental o un modelo real.

Es importante destacar que el ciclo de modelación puede experimentarse de manera flexible, sin necesidad de seguir estrictamente la secuencia presentada.

Figura 1- Ciclo de modelación con base en la perspectiva cognitiva.



Fuente. Adaptado de Borromeo (2010, p. 104)

Este enfoque no solo mejora la comprensión matemática, sino que también promueve habilidades críticas como el análisis, la toma de decisiones y la comunicación efectiva de resultados. Así, la modelación matemática se posiciona como una metodología esencial para abordar problemas educativos y preparar a los estudiantes para enfrentar retos complejos de manera integral.

2.2 Inteligencia artificial generativa como herramienta del pensamiento computacional

El pensamiento computacional (PC) es un enfoque estructurado que permite abordar problemas complejos mediante habilidades como la abstracción, descomposición, identificación de patrones y diseño de algoritmos (Iglesias y Bordignon, 2020). Estas –competencias– esenciales en el mundo digital– son pilares del desarrollo de habilidades del siglo XXI, dado que fomentan interacciones creativas y sistemáticas con tecnologías avanzadas, incluida la IAG (Roberts, 2019).

La IAG, subcampo de la IA, emplea modelos entrenados con datos previos para generar contenido adaptado a diversas situaciones. Herramientas como ChatGPT procesan texto y generan respuestas contextuales y coherentes; maximizan la capacidad de las máquinas para procesar información de manera rápida y precisa (García *et al*., 2024). En el ámbito educativo, la IAG facilita la personalización del aprendizaje al proporcionar explicaciones detalladas, ejemplos adaptados y retroalimentación inmediata, por lo que fortalece habilidades como la visualización y la conexión entre conceptos abstractos y concretos (Wardat *et al*., 2023).

El vínculo entre la IAG y el PC se manifiesta en la forma en que ambas potencian habilidades como la resolución de problemas y el diseño algorítmico. Según Curi *et al*. (2024), la interacción con herramientas generativas requiere estrategias como la ingeniería rápida o prompt engineering, que fomenta habilidades clave del PC, como la abstracción y la anticipación de resultados. Además, la IAG amplifica el alcance del PC al facilitar la transición entre diferentes representaciones y formatos de información, particularmente útil para abordar conceptos complejos como la derivada.

Sin embargo, su implementación en el aula debe ser cuidadosa para evitar dependencias que limiten el pensamiento crítico y la autonomía de los estudiantes (Borba y Balbino, 2023). Integrada reflexivamente, la IAG complementa metodologías como la modelación matemática; se trata de un recurso educativo valioso y adaptado a los desafíos del mundo actual.

2.3 Situaciones de aprendizaje y una estructura para su diseño.

Las situaciones de aprendizaje son actividades diseñadas para empoderar a los estudiantes en la construcción autónoma y responsable de competencias genéricas y específicas, dentro de un entorno colaborativo y comunicativo. En este enfoque, el estudiante es reconocido como un sujeto activo y protagonista de su aprendizaje, capaz de investigar, proponer soluciones, aceptar desafíos y trabajar en equipo de manera creativa. El rol del profesor, en cambio, se centra en actuar como mediador del conocimiento, guiando y facilitando el proceso en un marco flexible y adaptado a las necesidades del estudiante. Estas situaciones fomentan la discusión y construcción de saberes, y promueven el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias que responden al diseño curricular (Feo Mora, 2018).

En el contexto de la educación matemática, las situaciones de aprendizaje adquieren relevancia al articular estrategias didácticas que promueven la participación activa y el aprendizaje significativo. Balda (2022) establece que el diseño de estas situaciones debe partir de la problematización del saber y destaca su importancia como punto inicial en el desarrollo de propuestas pedagógicas. Este enfoque reconoce la necesidad de estructurar las situaciones en fases que guíen el proceso de aprendizaje de manera progresiva y significativa.

2.4 Fases de una situación de aprendizaje

La estructura propuesta por Balda (2022) comprende cinco fases fundamentales para construir el conocimiento matemático de manera efectiva (ver Figura 1). Estas fases aseguran un proceso progresivo que integra contextos significativos, fomenta la interacción y garantiza la interiorización del conocimiento.

- Introducción: Reconstruir un contexto significativo para conectar un objeto matemático con la realidad del estudiante, mediante la selección de insumos y preguntas que despierten su interés.

- Exploración: Facilitar que el estudiante manipule, clasifique y organice información, fomentando discusiones y reflexiones que amplíen su comprensión.

- Procedimental: Integrar los conocimientos previos del estudiante, razonamientos y condiciones del entorno en la formulación de hipótesis y propuestas iniciales de solución.

- Consolidación: Evaluar y validar las construcciones realizadas, asegurando que el conocimiento se institucionalice en un marco colectivo, para promover la reflexión sobre las soluciones y su aplicabilidad.

- Ejercitación: Interiorizar reglas, procedimientos y algoritmos mediante su aplicación de forma significativa y práctica en diversos contextos.

2.5 Articulación, modelación, inteligencia artificial y situación de aprendizaje

La integración de la modelación matemática, la IAG y las situaciones de aprendizaje ofrece un enfoque pedagógico integral para abordar la enseñanza de conceptos matemáticos complejos. Basándonos en el ciclo de modelación de Borromeo (2010), nuestro diseño adoptará un proceso que conecta fenómenos del mundo real con el conocimiento matemático, por lo que facilita transiciones flexibles entre etapas como la matematización, la interpretación y la validación. Este enfoque permitirá a los estudiantes desarrollar habilidades críticas como la resolución de problemas y la abstracción.

Asimismo, incorporaremos las fases estructuradas propuestas por Balda (2022) para situaciones de aprendizaje: introducción, exploración, procedimental, consolidación y ejercitación. Estas fases garantizarán un aprendizaje progresivo, contextualizado y colaborativo para el estudiante, mediante la conexión de su realidad con los conceptos matemáticos.

La IAG se integrará como una herramienta del PC, proporcionando ejemplos personalizados, visualizaciones dinámicas y retroalimentación inmediata. Esto enriquecerá las fases de exploración y consolidación, donde los estudiantes podrán analizar datos y validar resultados de manera interactiva y adaptada.

En síntesis, diseñaremos una situación de aprendizaje de modelación matemática que combine la estructura de las fases de Balda (2022) con las etapas del ciclo de Borromeo (2010). Este diseño integrará actividades con herramientas de IAG, de forma que potenciará la comprensión matemática y promoverá el aprendizaje significativo en un entorno flexible y tecnológicamente avanzado. El desarrollo metodológico de esta propuesta se abordará en detalle en el siguiente apartado.

3. ABORDAJE METODOLÓGICO

La presente investigación se desarrollará bajo un enfoque cualitativo utilizando la metodología de investigación-acción, con el objetivo de diseñar e implementar una situación de aprendizaje que integre herramientas de IAG para abordar los obstáculos en la enseñanza de la derivada. Según Pérez van Leenden (2019), la investigación-acción permite articular la práctica profesional con la reflexión crítica en un proceso iterativo que busca transformar el entorno educativo. Este enfoque es particularmente adecuado para el contexto educativo, ya que facilita la mejora de prácticas a través de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión (Pérez y Salazar, 2024).

3.1 Metodología cualitativa

La investigación adoptará un enfoque cualitativo que permitirá comprender en profundidad las experiencias y perspectivas de los estudiantes. Este enfoque se centrará en interpretar cómo los participantes interactúan con la situación de aprendizaje diseñada, sin manipular artificialmente el entorno, lo cual permitirá realizar un análisis holístico de las interacciones y los significados que emerjan (Hernández *et al*., 2006). Además, se recopilarán datos sobre cómo los estudiantes experimentan y conceptualizan los fenómenos abordados en la actividad (Sánchez, 2005).

3.2 Investigación-acción

La investigación-acción se implementará como un proceso iterativo que combinará la planificación, acción, observación y reflexión, para diseñar y evaluar una situación de aprendizaje innovadora. Este enfoque permitirá integrar herramientas tecnológicas y fundamentos pedagógicos para transformar las prácticas educativas en torno al cálculo escolar (Pérez y Salazar, 2024). Se seleccionará una actividad discursiva del currículo escolar, basada en el experimento del plano inclinado de Galileo Galilei, que será adaptada a un enfoque experimental para explorar conceptos como velocidad, aceleración y derivada. A partir de esta adaptación, se diseñará una situación de aprendizaje estructurada que será posteriormente implementada y analizada.

3.3 Diseño del instrumento

La situación de aprendizaje constará de cuatro actividades basadas en el experimento del plano inclinado de Galileo, siguiendo los principios del ciclo de modelación de Borromeo (2010) y las fases propuestas por Balda (2022) para situaciones de aprendizaje. Cada actividad estará diseñada para fomentar el aprendizaje progresivo de la derivada, conectando conceptos físicos y matemáticos mediante herramientas tecnológicas como el software Tracker y ChatGPT (ver Tabla 1).

Tabla 1. Resumen de actividades de la situación de aprendizaje.

Actividad	Objetivo	Pregunta
Actividad 1	Comprender el experimento del plano inclinado de Galileo Galilei y sus conclusiones.	¿En qué consiste el experimento del plano inclinado de Galileo Galilei? ¿Cuáles son sus conclusiones?
Actividad 2	Recrear el experimento del plano inclinado y analizar el fenómeno con base en sus modelos.	¿Cómo recrear el experimento del plano inclinado? ¿Qué conclusiones se obtienen con base en el experimento y sus modelos?
Actividad 3	Relacionar la velocidad instantánea con la derivada de la posición respecto al tiempo en el contexto del experimento.	¿Cómo se relaciona la velocidad instantánea de la bola con la derivada de su posición respecto al tiempo?
Actividad 4	Resolver problemas que involucren la derivada.	¿Cómo se aplica la derivada para resolver problemas que involucren objetos en movimiento?

Fuente: Elaboración propia.

3.4 Implementación y recolección de datos

La implementación de la situación de aprendizaje se llevará a cabo en un curso de tercer año de enseñanza media, específicamente en el electivo "Límites, Derivadas e Integrales". La muestra estará compuesta por estudiantes del curso completo, quienes trabajarán en equipos durante las actividades propuestas. El proceso de implementación se desarrollará en tres sesiones consecutivas de 90 minutos cada una, distribuidas de la siguiente manera:

Primera sesión: Análisis teórico y recreación del experimento del plano inclinado (actividades 1 y parte de la 2).

Segunda sesión: Análisis práctico del experimento mediante modelación matemática (actividades 2 y parte de la 3).

Tercera sesión: Relación entre la derivada y el experimento, y resolución de problemas aplicados (actividades 3 y 4).

Durante la implementación se recopilarán datos del curso, incluyendo registros escritos de las respuestas de los estudiantes, observaciones en notas de campo y reflexiones obtenidas mediante interacciones informales.

En este artículo, se emplea un enfoque diferenciado para el análisis de los resultados. En el apartado "Resultados de implementación de situación de aprendizaje", se consideran las observaciones y aprendizajes recopilados de todos los grupos participantes. Por otro lado, en los apartados "Análisis de la situación de aprendizaje con base en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo (2010)" y "Análisis de la situación de aprendizaje con base en la superación de obstáculos y la incorporación de la IAG como herramienta del pensamiento computacional", dicho análisis se enfoca exclusivamente en un grupo de trabajo seleccionado. Este enfoque responde a la necesidad de realizar un análisis más detallado y profundo, observando cómo dicho grupo vivió y transitó por el ciclo de modelación de Borromeo, así como su experiencia frente a los obstáculos del aprendizaje de la derivada y el uso de la IAG como herramienta complementaria.

3.5 Análisis de los datos

El análisis se centrará en las respuestas de un grupo específico de estudiantes, evaluando su capacidad para conectar el plano inclinado con conceptos matemáticos como velocidad, aceleración y derivada. Se analizarán la precisión y coherencia de las representaciones matemáticas y físicas generadas, así como la transferencia de estos conceptos a problemas aplicados, destacando cómo integran la teoría en contextos reales o simulados. Además, se incorporarán observaciones de las actividades, notas de campo y las interacciones entre estudiantes y facilitador, para ofrecer una visión integral del proceso de aprendizaje y sus avances.

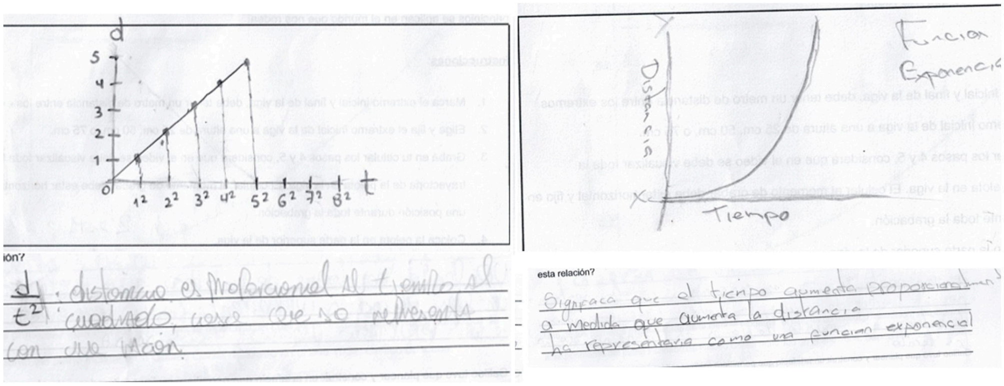
4. RESULTADOS

4.1 Resultados de implementación de situación de aprendizaje

Actividad 1: Comprensión del Experimento de Galileo. La primera actividad introdujo el experimento de Galileo, donde los estudiantes reflexionaron sobre la relación entre distancia y tiempo en un plano inclinado. Esta fase inicial buscaba activar conocimientos previos y conectar los conceptos matemáticos con el fenómeno físico. Las respuestas indicaron que tres grupos reconocieron que "si el tiempo o la distancia aumenta, la otra también debe aumentar", aunque de manera limitada, ya que no lograron interpretar completamente la proporcionalidad cuadrática entre las variables. Otros grupos representaron la relación como lineal o incluso exponencial, lo cual refleja confusiones conceptuales.

Un ejemplo clave de estas confusiones es que cinco grupos utilizaron una función lineal para representar la relación entre distancia y tiempo, mientras que dos optaron por una función exponencial. Este hallazgo evidencia que, aunque la mayoría de los estudiantes logró establecer relaciones entre las variables, solo unos pocos identificaron correctamente el carácter cuadrático del movimiento en el plano inclinado (ver Figura 2).

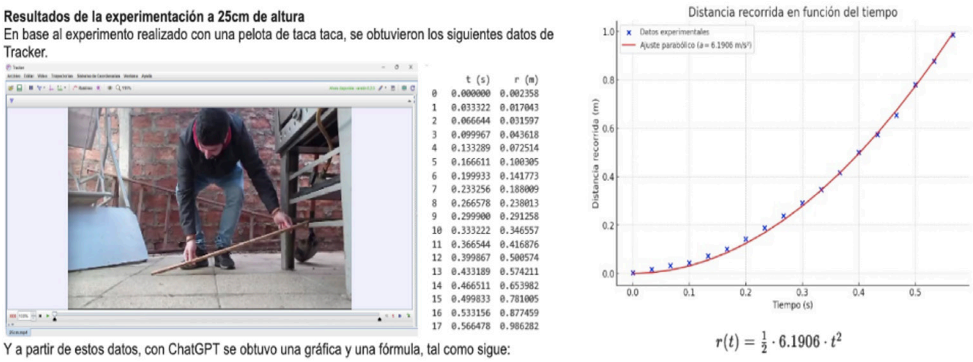
Figura 2-Respuestas de los estudiantes a la actividad 1.



Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Actividad 2: Reproducción y Modelación del Experimento. En esta actividad, los estudiantes reprodujeron el experimento de Galileo, recolectaron datos utilizando el software Tracker y exploraron representaciones gráficas y algebraicas generadas con ChatGPT. Todos los grupos lograron predecir correctamente la distancia recorrida en un tiempo específico, utilizando las funciones cuadráticas generadas. Este logro refleja un avance significativo en la comprensión del fenómeno y en la capacidad de los estudiantes de aplicar modelos matemáticos al análisis del movimiento (ver Figura 3).

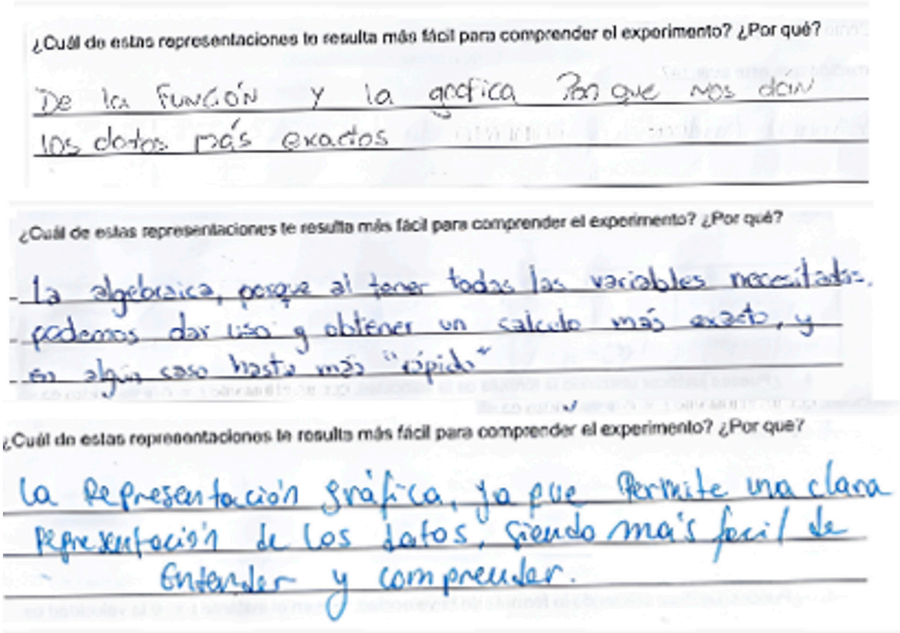
Figura 3-Resultados de la experimentación de la situación de aprendizaje.



Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Respecto a la utilidad de las representaciones, cuatro grupos destacaron que las gráficas facilitaron su comprensión del experimento, debido a su claridad visual y su capacidad para representar tendencias. Otros dos grupos señalaron que la representación algebraica les permitió calcular de manera precisa valores específicos, lo cual demuestra una transición hacia un pensamiento más analítico. Un grupo indicó que ambas representaciones (gráfica y algebraica) son complementarias, mostrando una integración más completa de las herramientas matemáticas (ver Figura 4).

Figura 4-Respuestas de los estudiantes a la actividad 2.



¿Cuál de estas representaciones te resulta más fácil para comprender el experimento? ¿Por qué?

De la función y la grafica porque nos dan los datos más exactos

¿Cuál de estas representaciones te resulta más fácil para comprender el experimento? ¿Por qué?

La algebraica, porque al tener todas las variables necesitadas, podemos dar uso y obtener un calculo más exacto, y en algún caso hasta más "rápido"

¿Cuál de estas representaciones te resulta más fácil para comprender el experimento? ¿Por qué?

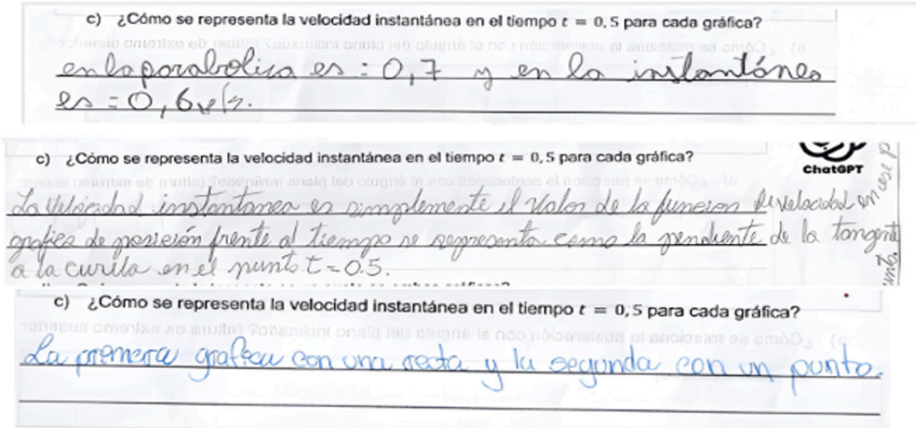
La Representación gráfica, ya que Permite una clara representación de los datos, siendo más facil de Entender y comprender.

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Actividad 3: Relación entre Velocidad y Derivada. En esta etapa, los estudiantes abordaron el concepto de velocidad instantánea como derivada de la posición respecto al tiempo. A través del cálculo de velocidades promedio en intervalos cada vez más pequeños, los estudiantes se aproximaron al concepto de límite y derivada. Sin embargo, surgieron dificultades en la conexión entre las gráficas y la interpretación conceptual. Aunque todos los grupos reconocieron que la velocidad aumenta con el tiempo, algunos tuvieron problemas para asociar la velocidad instantánea con la pendiente de la tangente en la gráfica de posición-tiempo.

Las respuestas a la pregunta sobre cómo se representa la velocidad instantánea mostraron que cuatro grupos entendieron correctamente que, en la gráfica de posición-tiempo, la tangente representa la velocidad en un punto dado. Sin embargo, otros grupos ofrecieron respuestas imprecisas; por ejemplo, identificar la velocidad instantánea únicamente como un valor numérico o representarla como una recta completa en lugar de una tangente (ver Figura 5).

Figura 5-Respuestas de los estudiantes a la actividad 3.


c) ¿Cómo se representa la velocidad instantánea en el tiempo $t = 0,5$ para cada gráfica?

en la parabolica es: 0,7 y en la instantánea es = 0,6 m/s.

c) ¿Cómo se representa la velocidad instantánea en el tiempo $t = 0,5$ para cada gráfica?

ChatGPT

La velocidad instantanea es simplemente el valor de la funcion. La velocidad en una grafica de posición frente al tiempo se representa como la pendiente de la tangente a la curva en el punto t = 0.5.

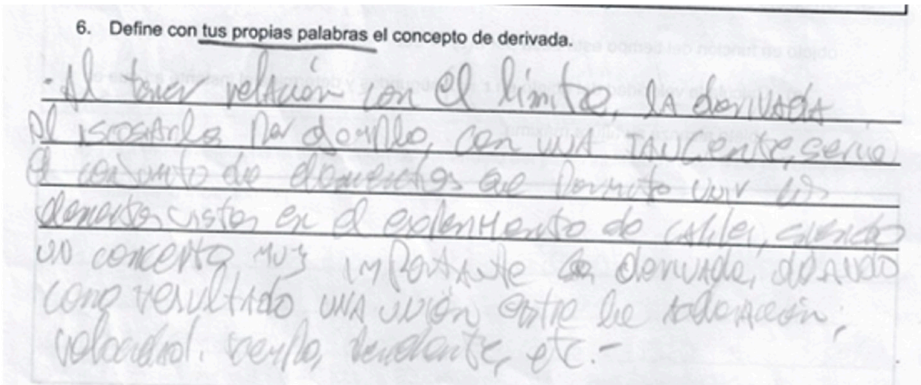
c) ¿Cómo se representa la velocidad instantánea en el tiempo $t = 0,5$ para cada gráfica?

La primera grafica con una recta y la segunda con un punto.

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Actividad 4: Conceptualización de la Derivada. La última actividad se centró en la definición del concepto de derivada, basada en las experiencias previas y el uso del modelo del plano inclinado. Las respuestas de los estudiantes reflejan diferentes niveles de comprensión. Así, dos grupos definieron la derivada como la tasa de cambio, mientras que otros dos la asociaron con la pendiente de la tangente a una curva. Estas respuestas demuestran una comprensión adecuada del concepto desde perspectivas clave: cambio instantáneo y representación gráfica (ver Figura 6).

Figura 6-Respuestas del grupo de interés a la actividad 4.

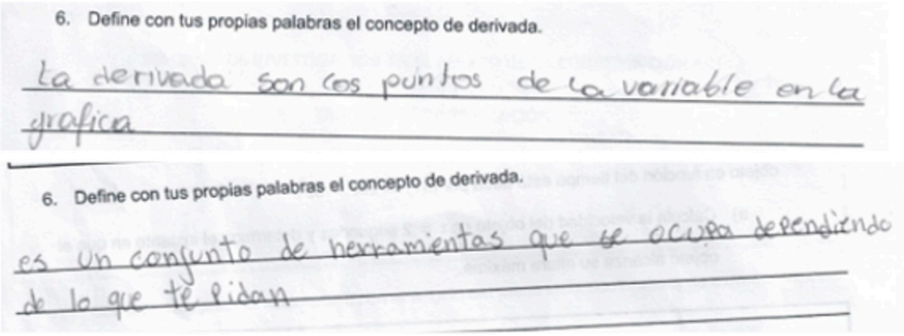

6. Define con tus propias palabras el concepto de derivada.

-Al tener relación con el limite, la derivada al usarla por [illegible], con una tangente, sería el conjunto de elementos que permite ver los elementos [illegible] en el [illegible] de cálculo, siendo un concepto muy importante la derivada, dando como resultado una unión entre la aceleración, velocidad, tiempo, [illegible], etc.-

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Sin embargo, otros grupos ofrecieron definiciones menos precisas o desconectadas del fenómeno estudiado. Por ejemplo, un grupo describió la derivada como "los puntos de la variable en la gráfica", mientras que otro la consideró "un conjunto de herramientas matemáticas". Aunque estas respuestas muestran una interpretación parcial, también reflejan una dificultad para integrar las experiencias prácticas con los conceptos abstractos (ver Figura 7).

Figura 7-Respuestas de los estudiantes a la actividad 4.


6. Define con tus propias palabras el concepto de derivada.

La derivada son los puntos de la variable en la grafica

6. Define con tus propias palabras el concepto de derivada.

es un conjunto de herramientas que se ocupa dependiendo de lo que te pidan

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Los resultados obtenidos de la implementación de la situación de aprendizaje reflejan avances significativos en la comprensión de conceptos matemáticos y físicos por parte de los estudiantes, aunque también evidencian desafíos conceptuales. A través de las cuatro actividades, los estudiantes fueron capaces de conectar fenómenos físicos con representaciones matemáticas, utilizando herramientas tecnológicas para modelar, analizar y predecir resultados. Sin embargo, las dificultades observadas —como la confusión en la interpretación de relaciones cuadráticas, la representación de la velocidad instantánea y la conceptualización de la derivada— indican que aún es necesario fortalecer la integración entre las experiencias prácticas y los conceptos teóricos. Estos hallazgos destacan el potencial de las estrategias de modelación para promover un aprendizaje significativo, al tiempo que subrayan la importancia de guiar y acompañar a los estudiantes en la transición hacia una comprensión más profunda de las matemáticas aplicadas.

4.2 Análisis de la situación de aprendizaje con base en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo (2010)

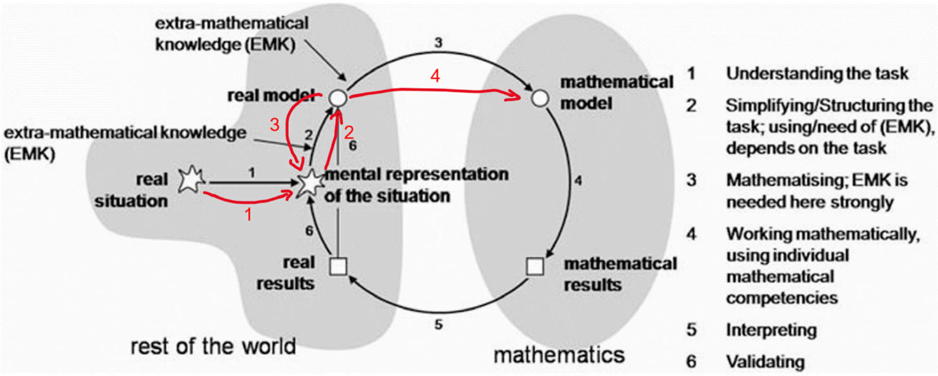
El análisis de la situación de aprendizaje se realiza considerando las tareas completadas por un equipo de trabajo que llevó a cabo las actividades 1, 2 y 3 en su totalidad, junto con la última pregunta de la actividad 4. Este análisis se fundamenta en el ciclo de modelación de Borromeo (2010), presentado en la Figura 1. A partir de las respuestas de los estudiantes y las observaciones realizadas, se mapean estas fases en el desarrollo de cada actividad, con el fin de ofrecer una perspectiva integral del ciclo de modelación como marco teórico para la enseñanza de conceptos matemáticos aplicados.

Durante la Actividad 1, los estudiantes transitaron desde una situación real, representada por el contexto histórico del experimento de Galileo en el plano inclinado, hacia una representación mental de la situación, donde imaginaron cómo las variables distancia y tiempo interactúan con el fenómeno. Este proceso inicial es consistente con la primera fase del ciclo de modelación de Borromeo (2010), en el que los estudiantes comienzan a construir una comprensión conceptual del problema basada en sus conocimientos previos y las instrucciones proporcionadas.

A medida que se entregó nueva información y se plantearon preguntas guiadas, los estudiantes oscilaron entre la representación mental y la construcción de un modelo real simplificado, como la idea de un plano inclinado con características esenciales. Según Borromeo (2010), este tipo de iteraciones son clave en la fase de simplificación y estructuración, ya que permiten a los estudiantes identificar los elementos relevantes del problema y omitir los irrelevantes, lo que facilita la transición hacia un modelo que capture la esencia del fenómeno sin perder su aplicabilidad.

En las respuestas finales de esta actividad, los estudiantes lograron transitar desde el modelo real hacia un modelo matemático, representando gráficamente y mediante funciones la relación entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido. Este paso marca el inicio de la formalización del problema en términos matemáticos, y corresponde a la matematización en el ciclo de Borromeo (2010). Aunque algunos estudiantes mostraron confusiones al interpretar la proporcionalidad cuadrática como lineal o exponencial, estas respuestas iniciales son esperables dentro del proceso iterativo de modelación, donde las ideas se refinan a través del trabajo matemático y la validación en fases posteriores (ver Figura 8).

Figura 8-Análisis actividad 1 con base en ciclo de modelación de Borromeo (2010).



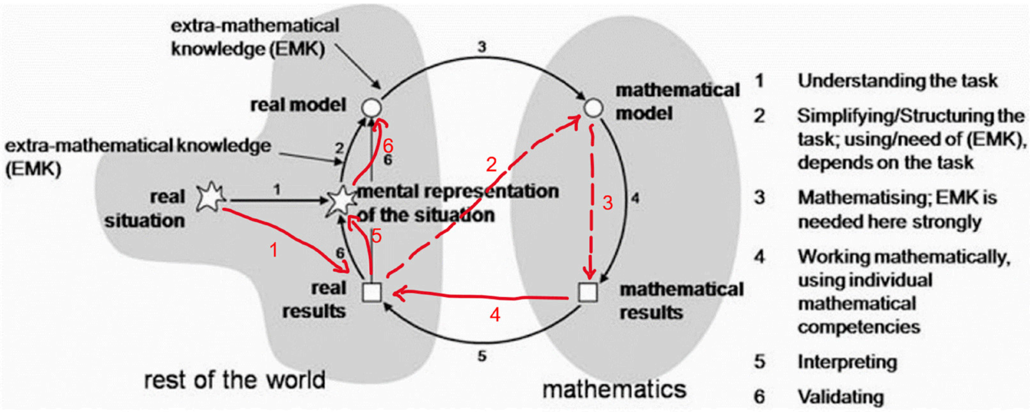
Fuente: Adaptado de Borromeo (2010, p. 104).

Para la actividad 2, los estudiantes transitaron desde una situación real hacia resultados reales a través de la experimentación directa y la recolección de datos utilizando el software Tracker. Este proceso es un ejemplo claro de cómo, según Borromeo (2010), la modelación matemática no sigue un proceso estrictamente lineal, sino que implica interacciones dinámicas entre diferentes fases del ciclo, permitiendo a los estudiantes construir y ajustar su comprensión del fenómeno en tiempo real.

Gracias al usode ChatGPT, los estudiantes lograron avanzar desde los resultados reales hacia la construcción de un modelo matemático, traduciendo los datos experimentales en representaciones algebraicas y gráficas. Esta etapa refleja la importancia de la matematización en el ciclo de modelación, que, según Borromeo (2010), permite conectar el fenómeno observado con estructuras matemáticas formales que lo describen. Al generar resultados matemáticos a partir de este modelo, los estudiantes realizaron interpretaciones de estos resultados, proceso que, de acuerdo con la autora, es fundamental para cerrar el ciclo al traducir las abstracciones matemáticas nuevamente en información relevante sobre la realidad estudiada (ver Figura 9).

De forma iterativa, los estudiantes utilizaron las representaciones proporcionadas por la IA para crear nuevas representaciones mentales y ajustar sus modelos reales, lo que ejemplifica el carácter no lineal y reiterativo del ciclo de modelación descrito por Borromeo (2010). Este enfoque les permitió refinar su comprensión del fenómeno y avanzar hacia una representación más completa y coherente del mismo, lo cual destaca el rol central de las herramientas tecnológicas en la exploración y validación de conceptos matemáticos aplicados.

Figura 9-Análisis de la actividad 2 con base en el ciclo de modelación de Borromeo (2010).



Fuente: Adaptado de Borromeo (2010, p. 104).

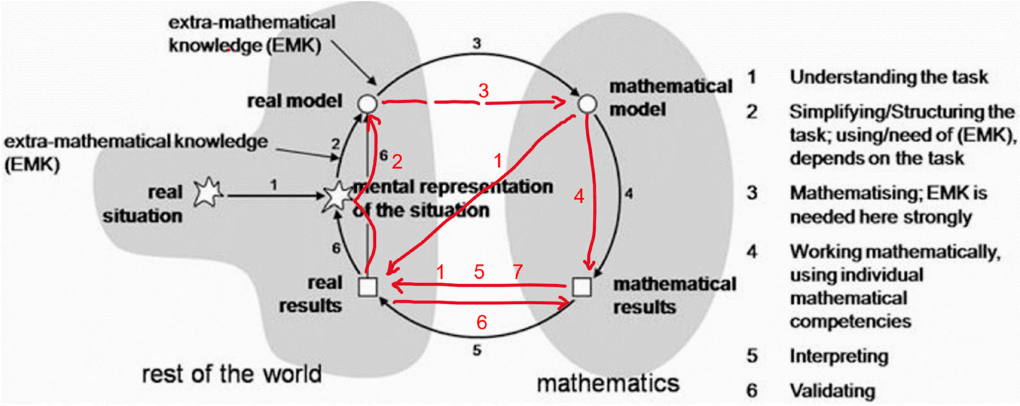
Para la actividad 3, los estudiantes trabajaron a partir de modelos matemáticos previamente generados y resultados matemáticos iniciales, los cuales interpretaron y ajustaron para desarrollar una nueva representación mental y un modelo real más refinado del fenómeno estudiado. Este proceso es consistente con el ciclo de modelación de Borromeo (2010), quien destaca la naturaleza iterativa y no lineal de la modelación, en la que los estudiantes revisan y reestructuran sus modelos conforme obtienen nuevos datos o resultados.

En esta actividad, los estudiantes transitaron nuevamente por las fases de matematización, trabajo matemático e interpretación, utilizando herramientas como ChatGPT para apoyar sus cálculos y análisis. La matematización permitió a los estudiantes traducir el modelo real ajustado a términos matemáticos, y su análisis se vio facilitado a partir de funciones y gráficas. Según Borromeo (2010), esta fase es crucial porque conecta directamente el fenómeno observado con el lenguaje matemático formal, y habilita el desarrollo de inferencias y predicciones (ver figura 10).

El trabajo matemático realizado con los modelos generados les permitió a los estudiantes derivar resultados matemáticos más detallados, como velocidades promedio e instantáneas. Estos resultados fueron interpretados para extraer conclusiones significativas sobre la relación entre tiempo y velocidad, y ejemplifican la transición desde los resultados matemáticos a los reales, fase central en el ciclo de modelación según Borromeo (2010), como se ha mencionado. Finalmente, los estudiantes validaron sus interpretaciones al compararlas con el fenómeno físico representado, regresando así a los resultados reales en un esfuerzo por alinear sus modelos con la realidad observada.

Este análisis demuestra cómo los estudiantes no solo aplicaron, sino que también reconfiguraron sus representaciones mentales y modelos en respuesta a los datos obtenidos y las herramientas tecnológicas utilizadas. Se evidencia, por tanto, la flexibilidad y adaptabilidad inherentes al ciclo de modelación propuesto por Borromeo (2010).

Figura 10-Análisis de la actividad 3 con base en el ciclo de modelación de Borromeo (2010).



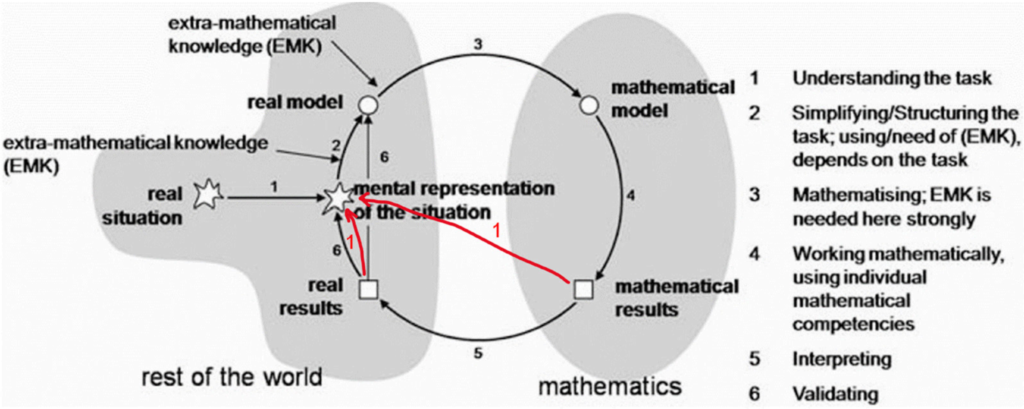
Fuente: Adaptado de Borromeo (2010, p. 104).

Para responder la pregunta final de la actividad 4, los estudiantes recurrieron tanto a resultados matemáticos como a resultados reales para construir una representación mental del concepto de derivada. Este proceso ilustra la transición desde representaciones formales hacia una comprensión conceptual más abstracta, y se alinea con la fase de interpretación descrita en el ciclo de modelación de Borromeo (2010) (ver Figura 11).

La derivada —presentada como la tasa de cambio o la pendiente de la tangente— permitió a los estudiantes establecer conexiones significativas entre los datos recolectados, los modelos matemáticos trabajados previamente y las propiedades del movimiento en el plano inclinado. Según Borromeo (2010), la interpretación es una fase crítica porque traduce los resultados obtenidos en ideas concretas y aplicables, de manera que fomenta una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

Además, este proceso llevó a los estudiantes a validar su comprensión, mediante el contraste de sus representaciones mentales con los fenómenos físicos y las herramientas tecnológicas empleadas. Esta fase de validación, tal como señala Borromeo (2010), es clave para garantizar que las abstracciones matemáticas sean coherentes con la realidad estudiada, pues cierra el ciclo de modelación. En este caso, los estudiantes no solo utilizaron los resultados previos para definir la derivada, sino que también consolidaron su significado en el contexto del experimento, integrando teoría y práctica en su aprendizaje.

Figura 11-Análisis de actividad 4 con base en el ciclo de modelación de Borromeo (2010).



Fuente: Adaptado de Borromeo (2010, p. 104).

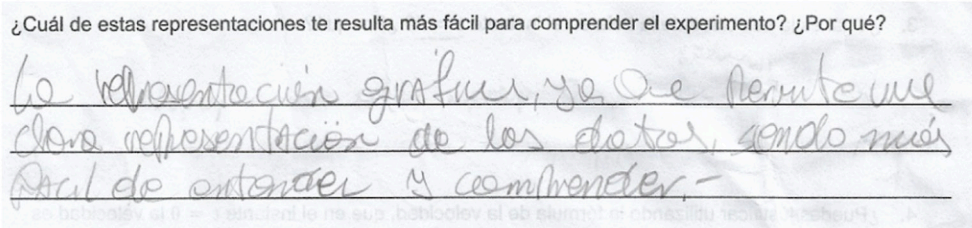
En síntesis, las cuatro actividades diseñadas en la situación de aprendizaje reflejan una implementación integral del ciclo de modelación de Borromeo (2010), destacando la interacción dinámica entre las diferentes fases y transiciones del proceso. Desde la comprensión inicial de la tarea, basada en el contexto histórico del plano inclinado de Galileo, hasta la conceptualización abstracta de la derivada, los estudiantes transitaron por fases de simplificación, matematización, trabajo matemático, interpretación y validación. Estas actividades no solo permitieron a los estudiantes conectar fenómenos físicos con modelos matemáticos, sino también iterar y refinar sus representaciones mentales y reales a medida que avanzaban en el análisis. Según Borromeo (2010), este carácter no lineal y reiterativo es fundamental para fomentar una comprensión profunda, ya que permite a los estudiantes construir y ajustar continuamente sus modelos a través de la integración de la teoría matemática con aplicaciones prácticas y herramientas tecnológicas. De este modo, el ciclo de modelación se consolidó como un marco teórico eficaz para guiar y evaluar el aprendizaje en contextos reales y experimentales.

4.3 Análisis de la situación de aprendizaje con base en la superación de obstáculos y la incorporación de la IAG como herramienta del pensamiento computacional.

Sobre la superación de obstáculos. La experiencia de modelación matemática combinada con la integración de la IAG permitió a los estudiantes superar diversos obstáculos conceptuales asociados a la derivada, abordando su aprendizaje desde enfoques intuitivos, visuales y analíticos. Uno de los aspectos más destacados fue el uso de representaciones gráficas para facilitar la comprensión de la relación entre distancia y tiempo. Por ejemplo, en la actividad 2 los estudiantes utilizaron la herramienta Tracker para generar una gráfica que evidenció una relación cuadrática entre ambas variables.

Esta representación gráfica permitió observar de manera visual la tasa de cambio y ayudó, así, a superar barreras iniciales de abstracción. Un estudiante destacó que “la representación gráfica permite una clara representación de los datos, siendo más fácil de entender y comprender", comentario que evidencia cómo la visualización gráfica apoyó la construcción de un entendimiento más intuitivo (ver Figura 3 y 12).

Figura 12-Respuestas del grupo de interés a la actividad 2.

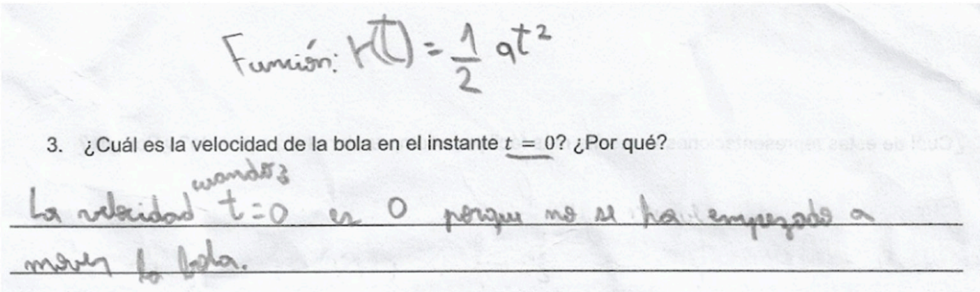

¿Cuál de estas representaciones te resulta más fácil para comprender el experimento? ¿Por qué?

La representación gráfica, ya que permite una clara representación de los datos, siendo más fácil de entender y comprender.-

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

En la actividad 3, la IAG desempeñó un papel crucial al facilitar la conexión entre la derivada y la pendiente de la tangente en un punto específico. Los estudiantes utilizaron ChatGPT para calcular la pendiente en diferentes puntos de una curva, y lograron asociarla correctamente con la velocidad instantánea. Este análisis permitió superar obstáculos relacionados con la interpretación gráfica y matemática de la derivada, conectando la abstracción teórica con aplicaciones prácticas (ver Figura 13).

Figura 13-Respuestas del grupo de interés a la actividad 3, pregunta 3.


Función: $h(t) = \frac{1}{2} a t^2$

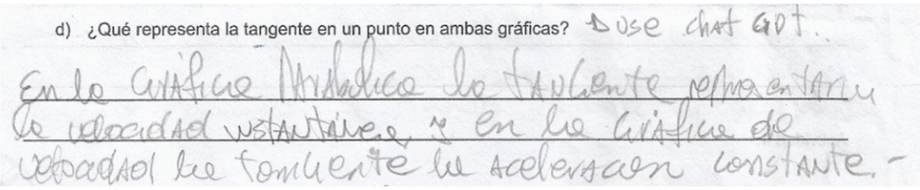
3. ¿Cuál es la velocidad de la bola en el instante $t = 0$? ¿Por qué?

La velocidad cuando $t=0$ es 0 porque no se ha empezado a mover la bola.

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Como ejemplo, un estudiante explicó que "en la cuadrática parabólica la tangente representa la velocidad instantánea, y en la gráfica de velocidad la tangente la aceleración constante"; otra evidencia de cómo las herramientas tecnológicas facilitaron la transición entre las diferentes representaciones de la derivada (ver Figura 14).

Figura 14-Respuestas del grupo de interés a la actividad 3, pregunta d.


d) ¿Qué representa la tangente en un punto en ambas gráficas? ⇒ Use chat GPT.

En la gráfica parabólica la tangente representaría la velocidad instantánea, y en la gráfica de velocidad la tangente la aceleración constante. -

Fuente: Evidencia de los estudiantes.

Otro avance significativo fue la interpretación de resultados matemáticos complejos, como el cálculo del límite en intervalos cada vez menores, también realizado en la actividad 3. Este ejercicio permitió a los estudiantes comprender cómo la velocidad promedio se transforma en velocidad instantánea, un paso crítico para entender el concepto de derivada. Con la guía de ChatGPT lograron conectar el análisis matemático con el fenómeno físico y describir que “representa la velocidad instantánea”. Esto evidencia cómo la interacción con la IAG ayudó a superar la desconexión entre el lenguaje matemático y su aplicación en el mundo real.

Finalmente, en la definición del concepto de derivada, la actividad 4 evidenció que los estudiantes lograron integrar elementos clave tales como el límite, la tangente, la aceleración y el tiempo; esta consolidación de saberes conllevó a una comprensión más holística del tema. En su respuesta final, un estudiante señaló que “la derivada, al asociarlas por ejemplo, con una tangente, sería el conjunto de elementos que permita unir los elementos vistos en el experimento de Galileo”. Esta definición refleja cómo la IAG permitió superar obstáculos iniciales en la abstracción del concepto al fomentar la conexión entre las representaciones visuales, matemáticas y fenomenológicas (ver Figura 6).

En conjunto, estas evidencias muestran cómo la experiencia de modelación y la incorporación de la IAG permitieron superar barreras conceptuales, y promovieron un aprendizaje significativo y práctico de la derivada. No obstante, el uso estratégico de estas herramientas resulta clave para evitar una dependencia excesiva y fomentar el pensamiento crítico en el proceso de aprendizaje.

Incorporación de la IAG como herramienta del PC. La integración de la IAG en la situación de aprendizaje no solo facilitó la superación de obstáculos conceptuales, sino que también actuó como una herramienta clave para desarrollar habilidades propias del PC. Este enfoque estructurado permitió a los estudiantes abordar problemas complejos relacionados con la derivada a través de procesos como la abstracción, la identificación de patrones y el diseño de algoritmos. Herramientas como ChatGPT, al procesar y contextualizar las respuestas en tiempo real, proporcionaron una plataforma adaptativa que fomentó la transición entre representaciones gráficas, tabulares y algebraicas. Esto no solo mejoró la comprensión de conceptos abstractos, como la pendiente de la tangente y el límite, sino que también alentó a los estudiantes a conectar estas representaciones con fenómenos físicos observados en el experimento.

El uso de la IAG reforzó las competencias del PC al facilitar la formulación de preguntas específicas mediante estrategias de prompt engineering, proceso que Curi *et al*. (2024) señalan como esencial para optimizar la interacción con herramientas generativas. Los estudiantes aprendieron a estructurar instrucciones claras y precisas para obtener respuestas que les ayudaran a resolver problemas de manera eficiente, lo que fomentó habilidades de descomposición y anticipación de resultados. Además, la IAG amplió el alcance del PC al permitir a los estudiantes experimentar con múltiples representaciones del concepto de derivada, adaptadas a sus necesidades. Esto es especialmente relevante en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos, donde la visualización y la personalización de explicaciones desempeñan un papel crucial.

En este contexto, la IAG se posiciona como una herramienta educativa que no solo proporciona soluciones inmediatas, sino que también promueve el desarrollo de competencias del siglo XXI, como el análisis crítico y la resolución creativa de problemas. Sin embargo, su implementación requiere un enfoque estratégico que equilibre su uso con actividades que fomenten la reflexión y el pensamiento autónomo. Este equilibrio es necesario para garantizar que los estudiantes no solo dependan de las respuestas generadas, sino que también interioricen los procesos detrás de ellas. En síntesis, la IAG, cuando se integra de manera reflexiva y estructurada, actúa como un puente entre la tecnología y el PC que potencia el aprendizaje significativo y adaptado a los retos del mundo digital actual.

5. CONCLUSIONES / REFLEXIONES / CONSIDERACIONES FINALES

Diseño de una situación de aprendizaje innovadora. La situación de aprendizaje diseñada demostró ser efectiva para abordar los desafíos conceptuales y operativos asociados al aprendizaje de la derivada. Basada en el experimento del plano inclinado de Galileo, esta propuesta permitió a los estudiantes transitar por diversas representaciones —gráficas, tabulares y algebraicas— mientras conectaban fenómenos físicos con conceptos matemáticos clave, como la tasa de cambio y la pendiente de la tangente. Este enfoque no solo superó las limitaciones del currículo tradicional, enfocado en procedimientos algorítmicos, sino que también promovió una comprensión más significativa y contextualizada del concepto de derivada.

Impacto de la implementación en el aprendizaje de los estudiantes. La implementación de la situación de aprendizaje reveló avances significativos en la comprensión de los conceptos asociados a la derivada. Los estudiantes lograron interpretar y analizar la relación cuadrática entre distancia y tiempo, comprender la derivada como velocidad instantánea y consolidar su significado como tasa de cambio. Sin embargo, también surgieron desafíos en la conexión entre representaciones gráficas y analíticas, lo que subraya la necesidad de seguir fortaleciendo estas transiciones en futuros diseños pedagógicos.

La IAG como herramienta para superar obstáculos conceptuales. La integración de herramientas de IAG, como ChatGPT, fue clave para superar barreras relacionadas con la abstracción y la transición entre diferentes representaciones matemáticas. La IAG permitió a los estudiantes visualizar conceptos complejos, recibir retroalimentación inmediata y construir representaciones personalizadas. Esto facilitó la comprensión de elementos abstractos, como el límite y la pendiente de la tangente, lo cual favoreció una aproximación más práctica y dinámica al aprendizaje de la derivada.

Desarrollo de competencias del pensamiento computacional. El uso de la IAG no solo enriqueció el aprendizaje matemático, sino que también potenció habilidades clave del PC, como la abstracción, la identificación de patrones y la formulación de algoritmos mediante estrategias de prompt engineering. Esto permitió a los estudiantes abordar problemas complejos con mayor autonomía y eficacia, y evidenció el potencial de la IAG como una herramienta educativa que fomenta competencias del siglo XXI.

Retos y oportunidades para futuras investigaciones. Si bien los resultados reflejan un impacto positivo en el aprendizaje, se identificó el riesgo de dependencia hacia la IAG, lo que podría limitar el desarrollo del pensamiento crítico y la autonomía de los estudiantes.

Esto resalta la importancia de diseñar estrategias pedagógicas que equilibren el uso de herramientas tecnológicas con actividades que promuevan la reflexión, la autoevaluación y el análisis crítico.

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LAS PERSONAS AUTORAS

Este artículo, basado en la investigación titulada Integración de la Inteligencia Artificial Generativa para la Superación de Obstáculos Asociados a la Enseñanza de la Derivada a Nivel Escolar, fue desarrollado por ASR y SSM bajo la orientación de IPV. La idea inicial fue planteada de forma conjunta, mientras que ASR y SSM se encargaron del marco teórico, la revisión bibliográfica, el diseño de la situación de aprendizaje y su implementación. La discusión y análisis de los resultados —así como la redacción final del artículo— fueron realizados de manera colaborativa por los tres autores.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio están disponibles en el repositorio de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, en el vínculo de tesis de pregrado.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a todas las personas e instituciones que contribuyeron al desarrollo de esta investigación, brindando apoyo, orientación y recursos para su realización.

Agradecemos al Departamento de Matemática de la UMCE por su apoyo en la realización de esta investigación. También, expresamos nuestra gratitud al proyecto de vinculación con el medio “Red FerMat: modelación matemática y tecnología en el aula escolar”,” (código V-25-4) y al proyecto de investigación “Superación de obstáculos en el cálculo escolar mediante modelación matemática y tecnologías digitales en la formación docente” (código 13-2025-IED), ambos fundamentales para el desarrollo de este trabajo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez, M., Bodeman, Cafferata Ferri, S., Di Blasi Regner, M., Fasce, C., Morgada, M. E. y Santos, S. (2024). *Modelización matemática. Propuestas para su enseñanza*. Dunken. https://www.researchgate.net/publication/380066383_MODELIZACION_MATEMATICA_Propuestas_para_su_ensenanza_Editorial_dunkEn

Balda Álvarez, P. A. (2022). Estructura para el diseño de situaciones de aprendizaje desde un enfoque socioepistemológico. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *7*, 1–24. https://doi.org/10.46618/iime.148

Bordignon, F. e Iglesias, A. A. (2020). *Introducción al pensamiento computacional*. Universidad Pedagógica Nacional. https://biblioteca-repositorio.clacso.edu.ar/bitstream/CLACSO/2379/1/introduccion-pensamiento-computacional.pdf

Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners’ Modeling Behavior. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, *31*(1), 99–118. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8

Bravo Viera, J. L., y Rodríguez Rivero, L. (2020). Formación del concepto de integral doble mediante la modelación matemática en la carrera de ingeniería informática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* *33*(1), 400–409. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1179501/Bravo-2020Formacion.pdf

Curi, M. E., Koleszar, V., Capdehourat, G., Pereiro, E., Lorenzo, B., y Folgar, L. (2024). *Construyendo Inteligencia Artificial para la educación*. Ceibal. https://pensamientocomputacional.ceibal.edu.uy/wp-content/uploads/2024/06/Construyendo-Inteligencia-Artificial-para-la-educacion.pdf

García Peñalvo, F. J., Llorens Largo, F., y Vidal, J. (2024). La nueva realidad de la educación ante los avances de la inteligencia artificial generativa. *RIED - Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, *27*(1), 9–39. https://doi.org/10.5944/ried.27.1.37716

De Carvalho Borba, M. y Rodrigues Balbino Junior, V. (2023). ChatGPT e educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *25*(3), 142–156. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25i3p142-156

Feo Mora, R. J. (2018). Diseño de situaciones de aprendizaje centradas en el aprendizaje estratégico. *Tendencias pedagógicas*, *31*, 187–207. https://doi.org/10.15366/tp2018.31.011

Gutiérrez Mendoza, L., Buitrago Alemán, M. R., y Ariza Nieves, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, *15*(20), 137–153. https://doi.org/10.21830/19006586.170

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4a ed.). McGraw-Hill. http://187.191.86.244/rceis/registro/Metodolog%C3%ADa%20de%20la%20Investigaci%C3%B3n%20SAMPIERI.pdf

Huincahue Arcos, J., Borromeo Ferri, R., y Mena Lorca, J. J. F. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM - Mathematics Education*, *38*(3), 302–310. https://doi.org/10.1007/BF02652813

Mejía Alemán, L. V., Gallo Águila, C. I., y Quintana Sánchez, D. J. (2022). La modelación matemática como estrategia didáctica para la resolución de problemas matemáticos. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *6*(26), 2204–2218. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i26.485

Mercapide Argüello, G. (2018). *Dificultades de aprendizaje del cálculo y enseñanza de la economía. Los conceptos de función y derivada* [Tesis de Maestría, Universidad de Cantabria]. http://hdl.handle.net/10902/13733

MINEDUC. (2019). *Bases Curriculares: 3o y 4o medio*. Ministerio de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-91414_bases.pdf

MINEDUC. (2021). *Programa de Estudio Límites, Derivadas e Integrales 3o y 4o medio*. Ministerio de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140143_programa.pdf

Molina Mora, J. A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *Uniciencia, 31*(2), 19-36. http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

Peña Páez, L. M. y Morales García, J. F. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: el caso del área bajo la curva. *Revista Educación en Ingeniería, 11*(21), 64–71. https://educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/637

Pereira Santos, R., de Carmago Sant'Ana, C. y Parolin Sant'Ana, I. (2023). O ChatGPT como recurso de apoio no ensino da Matemática. *Revemop*, *5*, 1–16. https://doi.org/10.33532/revemop.e202303

Pérez Vera, I. E. y Salazar Cortez, P. (2024). Diseño de un curso de formación inicial para profesores, que integra la modelación matemática escolar con evaluación de tecnologías. *El cálculo y su enseñanza*, *20*(1), 15–44. https://doi.org/10.61174/recacym.v20i1.215

Pérez van Leenden, M. de. J. (2019). La investigación acción en la práctica docente. Un análisis bibliométrico (2003-2017). *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, *12*(24), 177–192. https://doi.org/10.11144/Javeriana.m12-24.ncev

Roberts Molina, R. (2019). *Conceptos: Pensamiento Computacional y Ciudadanía Digital, en sus acepciones relativas a la educación escolar*. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. https://www.bcn.cl/asesorias-parlamentarias/detalle_documento.html?id=74486

Sánchez Silva, M. (2005). La metodología en la investigación cualitativa. *Revista del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional*, *1*, 115–118. http://hdl.handle.net/10469/7413

Sánchez Matamoros, G., García, M., y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(2), 267–296. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005

Pereira Santos, R., de Carmago Sant'Ana, C. y Parolin Sant'Ana, I. (2023). O ChatGPT como recurso de apoio no ensino da Matemática. *Revemop*, *5*, 1–16. https://doi.org/10.33532/revemop.e202303

Villarreal, M., y Mina, M. (2013). *Modelización en la formación inicial de profesores de matemática*. VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, Río Grande del Sur. https://www.researchgate.net/publication/263083171_MODELIZACION_EN_LA_FORMACION_INICIAL_DE_PROFESORES_DE_MATEMATICA

Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., y Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(7), 1–18. https://doi.org/10.29333/ejmste/13272

Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S. A. y Medina Ramírez, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH, 8*(15), 87-110.