



EXPERIENCIA DE FORMACIÓN: ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD FRECUENCIAL EN UN ESPACIO MUESTRAL NO EQUIPROBABLE

TRAINING EXPERIENCE:
DIDACTIC STRATEGY FOR TEACHING FREQUENTIST
PROBABILITY IN A NON-EQUIPROBABLE SAMPLE SPACE

Luis Diego Chavarría Brenes¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0003-1359-0118>

Los materiales concretos y pseudo concretos son de mucha utilidad para llegar a una comprensión de los significados de probabilidad en primaria y secundaria. En Costa Rica, los Programas de Estudio de Matemática (MEP, 2012) ofrecen metodológicas específicas para la enseñanza enfocadas en facilitar una transición progresiva desde una comprensión intuitiva hasta el cálculo formal de probabilidades. Los PEM señalan que, los juegos de azar ofrecen una excelente oportunidad para generar ejemplos que faciliten la comprensión de conceptos sobre la probabilidad, ya que estos permiten a los estudiantes relacionar el contenido matemático con situaciones reales y cercanas a su contexto cotidiano, manteniendo además un carácter lúdico.

Por otro lado, el plan de estudios de la carrera de Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica ofrece tres áreas de formación, de manera que las mismas integren la construcción del conocimiento teórico-práctico necesario para el desempeño del educador matemático. Una de estas áreas corresponde a lo didáctico matemático, la cual es la responsable de “*la transformación de conocimiento provisto por la teoría en conocimiento útil para la acción donde no es un proceso de aplicación sino de reconstrucción situacional*” (Diker y Terigi, 1997, p. 118). Es por ello que, la carrera integra didácticas específicas, de manera que se les brinda a los futuros docentes de Matemática diferentes herramientas y espacios para el desarrollo de habilidades y poder llevar a cabo tareas de diseño, implementación y análisis.

Este ensayo tiene como propósito compartir mi experiencia personal durante mi formación como bachiller en Educación Matemática. En el marco del curso MA0024 Didáctica de la Estadística y Probabilidad, desarrollé una estrategia didáctica para la enseñanza de la probabilidad frecuencial en un espacio muestral no equiprobable como parte de mi práctica profesional, la cual consistió en la implementación de un taller, dirigido a personas docentes

¹ Bachiller en Educación Matemática y estudiante en la Maestría de Estadística de la Universidad de Costa Rica, Montes de Oca, San José, Costa Rica. C. P. 11501. Correo electrónico luis.chavarriabrenes@ucr.ac.cr



de primaria. Esta estrategia tuvo como eje un abordaje de fenómenos aleatorios, el significado frecuencial de la probabilidad, la experimentación y la exploración de espacios muestrales no equiprobables. El diseño se fundamentó en el análisis fenomenológico, desarrollado a través de sus cinco fases: simplificación, matematización, resolución, comunicación e interpretación. Lo anterior con el objetivo de aproximar la fenomenología didáctica al quehacer docente por medio de la exploración de un juego matemático para una construcción progresiva sobre el enfoque frecuentista de la probabilidad.

Previo a compartir el proceso de implementación del taller, es importante resaltar que el juego matemático se relaciona con las abejas y la polinización de flores, de manera que se dé un proceso de exploración de los conceptos de probabilidad con este fenómeno real (fomentando cálculo de probabilidades simples y la comparación de resultados esperados con los observados), promoviendo un aprendizaje constructivista incorporando elementos de la fenomenología didáctica.

El juego consiste en lanzar un balón que simula ser una abeja. Este se desliza por una serie de canales que lo conducen a una de cuatro flores posibles. Una de las flores tiene una probabilidad de “un medio” de ser alcanzada, otras dos tienen una probabilidad de “un cuarto” cada una, y una de las flores nunca recibe a la abeja (probabilidad 0). Antes de cada lanzamiento, los estudiantes deben elegir la flor en la que creen que caerá la abeja. Quien acierte gana un punto, y al finalizar 20 rondas, el estudiante con más puntos será el ganador. El objetivo de esta actividad es que reconozcan, a través del juego, que algunas flores tienen mayor probabilidad de ser alcanzadas que otras, a medida que observan los resultados en cada ronda, llevando un registro mediante un tablero.

El taller se ofreció a docentes de primaria en la escuela Otto Hübbe, estructurado en una sesión de 80 minutos, dividido en tres bloques, 1) introducción y contextualización de los enfoques de la probabilidad, 2) aplicación del juego matemático y contextualización sobre la fenomenología didáctica y 3) discusión y evaluación. Entre los materiales son el acrílico, MDF y tornillos plásticos. En cuanto a las herramientas, se emplearon los softwares SketchUp y Adobe Illustrator para el diseño, y máquinas como la Router Esko y una máquina de grabado y corte láser para la fabricación y acabado del producto.

El desarrollo del bloque 1, se enfatizó en dejar claro cómo la base de la probabilidad es la aleatoriedad, recordando que, un fenómeno se le considera aleatorio si se comporta con el cálculo de probabilidades, detallando que, al trabajar con la aleatoriedad hay una necesidad de modelizar, es decir, trabajar con situaciones reales. Por esta misma línea se especifican los diversos enfoques de la probabilidad, de manera que el juego construido no es posible trabajar con el Teorema de Laplace, por lo que invita a trasladar conocimientos de otros enfoques probabilísticos, como el frecuencial y el intuitivo, permitiendo dar una pincelada de lo que es la probabilidad condicional o subjetiva, que se ajusta a casos a contextos de la vida donde no se pueden realizar infinitas repeticiones. Por otro lado, se discutió el sesgo de la equiprobabilidad, detallando cómo de manera natural, las personas piensan que todos los resultados posibles de un experimento tienen la misma probabilidad de ocurrir. Sin embargo, esto no siempre es cierto. A veces, las situaciones no son tan simples como un dado o una moneda

Para el bloque 2, los docentes pusieron en práctica el juego, teniendo un acercamiento a una clase. Previo a la implementación se les brindó una contextualización del juego, así como una discusión del cómo las abejas realizan el proceso de recolección del polen, brindándoles un material impreso. Para este punto, mediante una serie de preguntas se les explicó a los docentes el objetivo del juego y cómo el mismo promueve esa construcción progresiva sobre ciertos conceptos probabilísticos. Las preguntas elaboradas fueron las siguientes:

Identificar cuál fue el resultado más observado durante el juego

Objetivo: Que los docentes vean como la frecuencia de los resultados ayuda identificar patrones y reflexionar sobre cómo esta observación puede ser usada para enseñar conceptos de probabilidad en el aula.

Analizar si se puede abordar este resultado a través del enfoque clásico laplaciano

Objetivo: Que los docentes vean como al tratarse de un espacio muestral no equiprobable no se puede utilizar este enfoque.

Determinar la probabilidad de las demás flores

Objetivo: Que los docentes interpreten los resultados observados utilizando el cálculo probabilístico.

Brindar interpretaciones intuitivas y frecuenciales de los resultados obtenidos

Objetivo: Que los docentes puedan desarrollar explicaciones claras que combinen la intuición y la frecuencia observada.

Reflexionar sobre cómo puede este juego ayudar a comprender mejor la probabilidad.

Objetivo: Tener una visión de la opinión de las personas docentes y reflexionar sobre cómo el juego puede ser una herramienta efectiva para enseñar probabilidad de manera práctica y experiencial.

Valorar la importancia de realizar experimentos al enseñar probabilidad ¿Por qué sí o por qué no?

Objetivo: Fomentar el debate sobre la relevancia de las actividades experimentales en la enseñanza de la probabilidad, ayudando a los docentes a valorar el impacto que tienen los experimentos en la comprensión de los estudiantes.

Para el bloque 3, se realizó una discusión sobre la fenomenología didáctica, detallándoles diferentes metodologías de clase para la enseñanza de la probabilidad. Entre estas, destacando las estrategias orientadas a simplificar las relaciones matemáticas, que incluyen el uso de simulaciones, y aquellas que integran aplicaciones, donde se fomenta el uso de experimentación y el juego. Aunado al punto anterior, se les comentó lo mencionado por Gutiérrez-Fallas (2024), quien, citando a Penalva y Linares (2011), destaca que las tareas matemáticas deben demostrar la aplicabilidad de la matemática en la resolución de problemas contextualizados en los fenómenos que rodean a las personas estudiantes (esto conectando con los PEM), de manera que, el aprendizaje de las matemáticas en las personas estudiantes es condicionado por las tareas que propone el docente.

Para finalizar el bloque 3 se enfatizó el análisis fenomenológico, señalándoles como:

Mediante el organizar, estructurar y matematizar es que cada individuo se apropia personalmente de las matemáticas.

Objetivo: Que las personas docentes comprendan cómo, al pasar la persona estudiante por este proceso ayuda a involucrar procesos metacognitivos, teniendo como consecuencia una comprensión significativa del objeto matemático e incluso su aplicabilidad.

La fenomenología viene a constituir una pieza fundamental en los currículos por competencias que promueven un enfoque funcional de las matemáticas escolares.

Objetivo: Que los docentes interpreten cómo la fenomenología didáctica contribuye a que las personas estudiantes les den un significado funcional a las matemáticas y comprendan su aplicabilidad en la vida real por medio de estudio de fenómenos.

El fenómeno de estudio contribuye al entendimiento del objeto matemático y viceversa.

Objetivo: Que los docentes comprendan cómo el objeto matemático tiene que nacer del fenómeno de estudio, para así este ayude a un entendimiento del fenómeno.

La construcción del juego e implementación del taller me brindó la oportunidad de tener un pequeño acercamiento a la fenomenología didáctica, donde resulta muy importante que el docente tenga una sólida comprensión del fenómeno que se quiera llevar al aula para la enseñanza de contenidos matemáticos, esto para proceder con su matematización, lo cual también implicaría un buen manejo de los objetos matemáticos tratados. Además, al fomentar el uso de fenómenos que rodean a los estudiantes, se da una construcción de conocimientos más significativos, dándole una funcionalidad a las matemáticas y comprendiendo el mundo real por medio de las mismas, promoviendo así procesos metacognitivos, donde los estudiantes logran adueñarse de los nuevos conocimientos adquiridos desarrollando un pensamiento propio de estos.

Por otro lado, los docentes comentaron la necesidad de este tipo de metodologías en las aulas, sobre todo la implementación de juegos matemáticos, ya que para los estudiantes de primaria les ayuda a estimular ciertos pensamientos lógicos y abstractos, así como la creatividad, relaciones sociales, estimulación de autorregulación y un reforzamiento de los aprendizajes. Por esta misma línea, se evidenció una necesidad por parte de los docentes de tener este tipo de capacitaciones, específicamente en probabilidad, ya que desconocían los diferentes enfoques de la probabilidad.

Respecto a la construcción de juego matemático, se presentó la dificultad en la presión de las probabilidades, esto ya que se realizaron diferentes tableros y fallaban en los pesos de las probabilidades, por lo que se generó la necesidad de recurrir diversos materiales y herramientas. De esta manera es importante resaltar como, para este tipo de construcciones se deben considerar diversos factores, entre ellos la claridad del experimento aleatorio a realizar, probabilidades reales y coherentes, que exista una posibilidad de análisis y comparación,

que el juego fomente el uso de los contenidos matemáticos, reglas y diseños adecuados a los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Diker, G. y Terigi, F. (1997). *La formación de maestros y profesores: Hoja de ruta*. México: Paidós.

Gutiérrez-Fallas, L.F. (2024). Diseño de tareas matemáticas fenomenológicas con integración de la tecnología en la formación inicial de profesores de matemática. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, 19(2), 1-23. <https://doi.org/10.21723/riace.v19iesp.2.18999>

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf>

APÉNDICES

Apéndice 1: Juego Matemático.



Fuente: Elaboración propia.

Apéndice 2: Fases de ciclo fenomenológico escolar aplicados en el juego matemático.

Fase	Roles de acuerdo al autor	Descripción de acuerdo al autor	Relación con el juego matemático
Fase 1 Simplificación	Docente: investiga, organiza, diseña y planifica.	Consiste en dos momentos en los cuales la persona docente es responsable: 1) Indagación de fenómenos que problematicen situaciones del mundo real asociados con el contenido matemático 2) Simplificar ese fenómeno y diseñar una tarea matemática fenomenológica proponiendo un modelo escolar del fenómeno.	En esta fase, la persona docente introduce el fenómeno del juego, esto mediante una contextualización a las personas estudiantes sobre la importancia de las abejas y el rol que estas tienen en la polinización. Lo anterior mediante la indagación del fenómeno como tal, explicando cómo el color, el olor, la disponibilidad de néctar y la forma de las flores influyen en la preferencia de las abejas, siendo esto una escogencia aleatoria. Posteriormente, la tarea matemática consiste en predecir en qué flor caerá la abeja (balín), relacionando así las características de las flores con la probabilidad de que una abeja se sienta atraída.

Fase	Roles de acuerdo al autor	Descripción de acuerdo al autor	Relación con el juego matemático
Fase 2 Matematización Resolución	Docente: orienta, acompaña y monitorea. Estudiante: trabaja en equipo, conjetura y resuelve.	Se da esa exploración matemática de la tarea por parte de las personas estudiantes, movilizando su razonamiento matemático y utilizando conocimientos conceptuales procedimentales que tienen para matematizar la situación	Durante esta fase, las personas estudiantes participan activamente en el juego, de manera que se explora el fenómeno lanzando al balón, observando el resultado. Es aquí donde discuten sobre los eventos probables, improbables y seguros, basándose en los resultados observados tras varias rondas del juego (enfoque frecuentista). Aquí es donde las personas estudiantes deben utilizar sus conocimientos implícitos sobre la probabilidad para de esta manera poder hacer predicciones más argumentadas de acuerdo al pasar las rondas.
Fase 3 Comunicación Interpretación	Docente: dirige, valida y sistematiza Estudiante: participa, revisa y cuestiona	Momento en el cual se da una discusión colectiva, donde la persona docente dirige el diálogo constructivo invitando a las personas estudiantes a argumentar y justificar sus resultados, de modo que permita finalmente validar las conclusiones a la luz de la interpretación del fenómeno de estudio.	Para esta fase, la persona docente debe facilitar una discusión sobre los resultados que obtuvieron las personas estudiantes. Aquí el docente debe validar y sistematizar los datos registrados en las pizarras, donde las personas estudiantes revisan cuántas veces acertaron en sus predicciones y justifican por qué creían que la abeja (balón) caería en una flor específica. Esto tiene como objetivo que las personas estudiantes interpreten los resultados del juego, comparando los resultados esperados con los observados y reflexionar sobre las decisiones estratégicas tomadas durante el juego.

Fuente: Elaboración propia.

