



INTERVENCIÓN BASADA EN LA TEORÍA DE REGISTROS SEMIÓTICOS PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO EN NÚMEROS ENTEROS EN OCTAVO GRADO

INTERVENTION BASED ON THE THEORY OF SEMIOTIC REGISTERS TO IMPROVE PERFORMANCE IN INTEGERS AMONG EIGHTH-GRADE STUDENTS

Katya Lisseth López-López¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0001-5302-5610>

Eduardo Adam Navas-López²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3684-2966>

Cristina Lissette Sandoval-Zúniga³

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0003-2633-6792>

RESUMEN

Muchas de las dificultades históricas en la comprensión de conceptos matemáticos siguen siendo un desafío para los estudiantes en la actualidad. Ocurre particularmente con los números negativos. La literatura científica identifica que las principales dificultades en el aprendizaje de los números enteros son la correcta interpretación de números negativos y realizar operaciones que involucren números negativos. Se ha observado que los estudiantes de octavo grado de una escuela pública del departamento de San Salvador, El Salvador, enfrentan diversas dificultades al operar con este conjunto numérico, a

¹ Universidad de El Salvador, San Salvador, El Salvador. Correo electrónico: 1121030@ues.edu.sv

² Universidad de El Salvador, San Salvador, El Salvador. Correo electrónico: eduardo.navas@ues.edu.sv

³ Universidad de El Salvador, San Salvador, El Salvador. Correo electrónico: sz23006@ues.edu.sv



pesar de que dicho contenido, originalmente, corresponde al plan de estudios de séptimo grado, lo que indica limitaciones conceptuales previas. En investigaciones precedentes, se destaca la importancia de emplear diversos registros de representación semiótica en el aula, señalando que los métodos tradicionales de enseñanza a menudo no incorporan estas formas diversas. Por ello, el objetivo de este estudio es analizar el efecto de una intervención basada en la teoría de los Registros de Representación Semiótica sobre el rendimiento de esos estudiantes en números enteros y sus operaciones básicas. Entonces, se realizó una investigación-acción de enfoque mixto con un diseño de pre-prueba, intervención y post-prueba. La intervención consistió en talleres que enfatizaron diferentes representaciones semióticas. Los resultados cuantitativos muestran un incremento significativo del rendimiento en las operaciones con números enteros gracias a la intervención. El análisis cualitativo indica que los estudiantes tienen más dificultades en la conversión del registro verbal al numérico y en la argumentación adecuada de las propiedades en el registro verbal.

Palabras clave: Números enteros, Representación semiótica, Octavo grado.

ABSTRACT

Many historical difficulties in understanding mathematical concepts remain a challenge for students today. This is particularly true for negative numbers. Scientific literature identifies that the primary difficulties in learning integers are the correct interpretation of negative numbers and performing operations involving them. It has been observed that eighth-grade students at a public school in the department of San Salvador, El Salvador, face various difficulties when operating with this number set, even though this content originally corresponds to the seventh-grade curriculum, indicating prior conceptual limitations. Previous research highlights the importance of employing diverse registers of semiotic representation in the classroom, noting that traditional teaching methods often fail to incorporate these diverse forms. Therefore, the objective of this study is to analyze the effect of an intervention based on the Theory of Registers of Semiotic Representation on these students' performance in integers and their basic operations. To this end, a mixed-methods action research study was conducted using a pre-test, intervention, and post-test design. The intervention consisted of workshops that emphasized different semiotic representations. Quantitative results show a significant increase in performance regarding operations with integers due to the intervention. Qualitative analysis indicates that students face greater difficulties in conversion from the verbal to the numerical register and in providing adequate arguments for properties within the verbal register.

Keywords: Integers, Semiotic representation, Eighth grade.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las funciones fundamentales de la educación matemática es identificar y analizar los obstáculos que dificultan la comprensión y el aprendizaje de esta disciplina; y a lo largo de la historia, el desarrollo de conceptos matemáticos ha estado marcado por los desafíos que enfrentaron los propios matemáticos en su formulación y evolución (Gagatsis y Alexandrou, 2022).

En realidad, muchas de las dificultades que en su momento representaron un reto incluso para los matemáticos más destacados siguen siendo un desafío para los estudiantes en la actualidad (Gagatsis y Alexandrou, 2022). Particularmente, esto también ocurre con los números negativos (Bruno, 2001; Vlassis, 2004). Según Glaeser (1981), a lo largo de la historia, incluso los grandes matemáticos que aceptaron los números negativos y los utilizaron en sus cálculos, encontraron problemas para comprender el concepto detrás de ellos,

especialmente con la regla de los signos. Brousseau (1983) señala que los errores no son sólo el resultado del desconocimiento, la incertidumbre o el azar, sino que son consecuencia de un conocimiento previo que en su momento fue útil y exitoso, pero que posteriormente se revela como falso o simplemente inadecuado. Ese conocimiento previo es el obstáculo epistemológico.

El aprendizaje de los números enteros ha sido identificado como un desafío recurrente y repetitivo en la educación matemática, dado que su comprensión exige la modificación, adecuación y asimilación de aprendizajes previos, así como cierto nivel de abstracción para lograr una comprensión del significado de los números y sus operaciones (Bruno, 2001; Gagatsis y Alexandrou, 2022; Kilhamn, 2011; Navas López y Cruz Miranda, 2025; Vlassis, 2004). Este salto resulta ser crítico para estudiantes de 12 o 13 años (edad en la que suele realizarse), ya que los enfrenta a concepciones previas, fuertemente arraigadas y construidas a lo largo de toda la enseñanza primaria, e incluso, antes (Bruno, 2001). Se sabe, además, que estos problemas suelen persistir cuando los estudiantes aprenden álgebra (Gallardo y Rojano, 1988). Hay que tener en cuenta que la introducción a esta temática se hace en la educación formal como algo únicamente aritmético, pero tiene como objetivo un fin algebraico (Parada et al., 2013). En este sentido, la teoría de Registros de Representación Semiótica ofrece una base teórica que permite conceptualizar los objetos matemáticos y posibilita un salto semántico entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico (Burak y Brandt, 2010).

Alfarisi et al. (2022), en su revisión sistemática, identificaron que las principales dificultades en el aprendizaje de los números enteros son: la correcta interpretación de números negativos y realizar operaciones que involucran números negativos. En general, como plantean Pluinage y Flores (2016), los estudiantes no perciben la regla de los signos como una dificultad en el análisis, lo cual resulta significativo, puesto que sugiere una falta de reflexión sobre el proceso de solución y una mecanización de este, representando un obstáculo para el desarrollo de estrategias y procedimientos didácticos.

De hecho, según Duval (2004) no es posible comprender un objeto matemático sin la comprensión o producción de alguna representación semiótica del objeto. Y precisamente, se ha encontrado que las representaciones visuales del producto de los naturales provocan dificultades para la comprensión del producto de los enteros (Pluinage y Flores, 2016). En esta línea, Velosa Sánchez (2020) señala que las cantidades menores que cero no representan algo que sea tangible, y que su uso surge por la necesidad matemática de realizar una representación mental del conjunto de los números enteros para poder trabajar con ellas.

En El Salvador, el programa oficial incluye el estudio de los números enteros en séptimo grado (Argueta et al., 2019a), pero en la práctica cotidiana, es muy común encontrar estudiantes de octavo o noveno grado, e incluso de bachillerato (décimo y onceavo grado) que no comprenden los números negativos.

De manera específica, en el Complejo Educativo “Japón” del distrito de Mejicanos, departamento de San Salvador, El Salvador, durante la realización de las prácticas docentes de dos de las investigadoras durante 2025, se observó que los estudiantes de octavo grado del turno matutino, enfrentan dificultades similares a las identificadas por Alfarisi et al. (2022) y Pluinage y Flores (2016) al momento de operar números enteros. Se constató, además, que

los estudiantes no conocían la representación figural unidimensional de los números enteros, a pesar de ser abundante en la unidad 1 del libro de texto (Argueta et al., 2019a) que se supone usaron el año anterior. En contraste, se puede verificar que en la unidad 2 (sumas y restas) y la unidad 3 (multiplicación y división) del mismo libro de texto, únicamente hay dos ejemplos de representación visual, uno de suma y resta combinada, y otro para multiplicación. Por lo demás, las unidades 2 y 3 no cuentan con otras representaciones que no sean numéricas.

Recientemente, se han documentado las dificultades que presentan estudiantes de séptimo grado de la misma zona geográfica (Navas López y Cruz Miranda, 2025), como la dificultad para dar sentido a cantidades negativas, dificultad para unificar la recta real, dificultad para pasar del cero absoluto (la nada) al cero arbitrario (punto de simetría entre positivos y negativos), y estancamiento en el estadio de operaciones concretas.

Por ello, con el propósito último de mejorar el rendimiento de esos estudiantes, se plantea el siguiente objetivo general: Analizar el efecto de una intervención didáctica basada en la teoría de Registros de Representación Semiótica (RRS) sobre el rendimiento de los estudiantes de octavo grado del Complejo Educativo “Japón”, en el aprendizaje de los números enteros y sus operaciones básicas. Para lograrlo, se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Diagnosticar el nivel de rendimiento y conocimiento actual de los estudiantes sobre los números enteros y sus operaciones básicas mediante una pre-prueba, adaptada de Marulanda Sarmiento (2017).
2. Implementar una intervención didáctica basada en la teoría de RRS, promoviendo el uso de representaciones gráficas, simbólicas y verbales de los números enteros y sus operaciones básicas.
3. Comparar el rendimiento de los estudiantes antes y después de la intervención mediante una post-prueba, adaptada de Marulanda Sarmiento (2017).
4. Analizar cualitativamente, desde la teoría de RRS, los errores y dificultades evidenciados por los estudiantes en las pruebas aplicadas.

1.1 Justificación

La revisión sistemática de literatura de Goes et al. (2024) destaca la importancia de emplear diversos registros semióticos en el aula, señalando que los métodos tradicionales de enseñanza a menudo no incorporan estas formas diversas, lo que puede limitar la comprensión de los estudiantes.

La integración de los registros de representación semiótica en el plan de estudios de matemáticas puede proporcionar un enfoque estructurado para la enseñanza de conceptos complejos. Esta integración es esencial para desarrollar un plan de estudios que apoye diversas tareas de aprendizaje y promueva la alfabetización matemática (Colombo et al., 2010).

Duval (1993) sostiene que el uso de múltiples registros parece ser un requisito esencial para evitar que los objetos matemáticos se confundan con sus representaciones y permitir su reconocimiento en cada una de ellas. La investigación sugiere que el uso de representaciones semióticas en la enseñanza puede cerrar brechas conceptuales y mejorar la

capacidad de los estudiantes para articular argumentos matemáticos, potenciando así su alfabetización matemática general (Salazar-Torres et al., 2016; Vlassis, 2004). Se ha demostrado, además, que el uso de representaciones semióticas promueve el desarrollo del razonamiento matemático (Burak y Brandt, 2010). De manera específica, la incorporación de representaciones gráficas ha demostrado ser una metodología eficaz para la enseñanza de los números negativos (Bishop et al., 2014; Oliveira et al., 2025; Velosa Sánchez, 2020), y además se considera indispensable para el desarrollo de sus operaciones aritméticas básicas (Velosa Sánchez, 2020).

Un ejemplo es la recta numérica, una representación semiótica gráfica que ayuda a los estudiantes a desarrollar una variedad de habilidades que pueden aplicarse no sólo en operaciones con números enteros, sino también en otros conceptos matemáticos más amplios (Gagatsis y Alexandrou, 2022; Vlassis, 2004). Por lo tanto, resulta fundamental diseñar estrategias didácticas que incorporen de manera eficaz la teoría de RRS en la enseñanza de los números enteros y sus operaciones básicas, con el fin de que los estudiantes logren una comprensión profunda y significativa de este concepto.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS

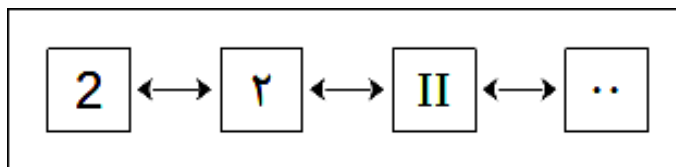
2.1 La teoría de registros de representación semiótica

Duval (2004) plantea que: “No es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación” (p. 58). En particular, un RRS se refiere a las diversas formas y sistema de signos que se pueden utilizar para transmitir el significado de los objetos matemáticos (Duval, 2017). Estos sistemas de signos constituyen estructuras más restringidas, donde los signos (señales, símbolos, íconos) se relacionan bajo reglas específicas (Duval, 2004).

Existen diferentes tipos de RRS, entre ellas: el lenguaje natural, el gráfico, el figural (Duval, 2004), el algebraico, el numérico (Henriques y Almouloud, 2016), el tabular (Costa y Nóbrega, 2024), diagramáticas, fotográficas, por mapas o cartas, gestual o corporal (Aparecida de Faria y Laburú, 2021), y maquetas (Goes et al., 2024).

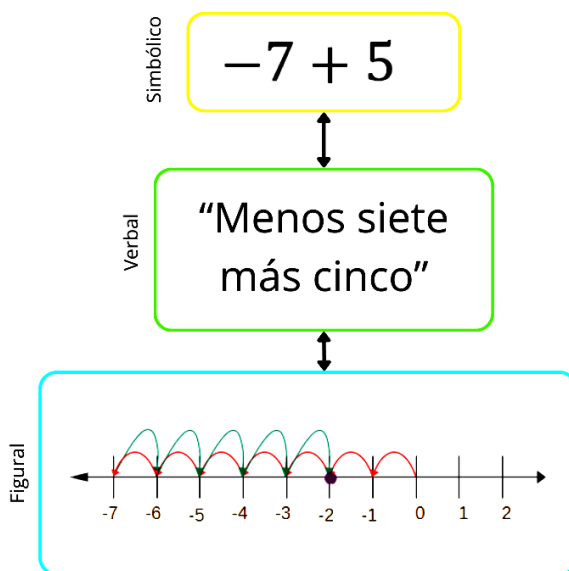
Duval (2004) indica que hay tres actividades cognitivas clave relativas a las representaciones semióticas: formación, tratamiento y conversión. La formación de representaciones es un proceso cognitivo mediante el cual se construyen imágenes mentales o simbólicas de un objeto, fenómeno o concepto, a partir del uso de algún sistema de signos concreto (Burak y Brandt, 2010; Duval, 2004). Esta actividad implica evocar un objeto real siguiendo las reglas propias del RRS utilizado, lo que supone una selección intencionada de ciertos rasgos relevantes del objeto que se desea representar (Duval, 2003, 2004).

El tratamiento de las representaciones semióticas se refiere a una operación cognitiva que implica la transformación de una representación dentro del mismo RRS pero con distinto sistema de signos (Duval, 2003, 2004; Burak y Brandt, 2010). Por ejemplo, en la Figura 1 se muestran diferentes representaciones del objeto matemático conocido como número 2, en el mismo registro simbólico, pero en diferentes sistemas de signos (indoarábigo, árabe, romano y maya).

Figura 1. Ejemplo de tratamiento de representaciones semióticas del número 2.

Fuente: Elaboración propia.

La conversión de representaciones semióticas es una operación cognitiva que implica transformar una representación perteneciente a un RRS en otra representación equivalente, pero expresada en otro RRS (Duval, 2003, 2004; Burak y Brandt, 2010). Esto sucede al traducir una frase verbal en una imagen, transformar una gráfica en un texto descriptivo o expresar datos en una fórmula matemática (Duval, 2003). Esta actividad cognitiva es importante en procesos como el razonamiento matemático, ya que permite establecer equivalencias entre distintas formas de representación, ampliando así la comprensión del objeto representado (Duval, 2006). Por ejemplo, en la Figura 2, se presentan tres representaciones semióticas de una operación matemática entre números enteros en los registros simbólico, verbal y figural.

Figura 2. Ejemplo de conversión entre representaciones semióticas de una operación de suma de números enteros.

Fuente: Elaboración propia.

2.2 Representaciones semióticas en la enseñanza de números enteros y sus operaciones

Según Velosa Sánchez (2020), el concepto de número entero se relaciona con diversas representaciones semióticas, como la gráfica, algebraica, numérica y la recta numérica. Esta diversidad es clave para el aprendizaje matemático, ya que, como afirma Duval (2006), comprender un concepto requiere coordinar al menos dos registros semióticos distintos para evitar un aprendizaje únicamente procesual.

Previamente, se ha argumentado la utilidad de representaciones visuales para comprender el significado de los números enteros (Pluvinage y Flores, 2016). Específicamente, la representación figural unidimensional, usando la recta numérica (ver Figura 2), favorece el análisis de puntos, desplazamientos y operaciones (Rivera Santacruz, 2023; Velosa Sánchez, 2020). Además, los recursos manipulativos, como las fichas bicolores, son fundamentales para representar visualmente las operaciones aritméticas básicas (Jiménez y Bolaños, 2015), por lo que este trabajo los incorpora como apoyo visual y gráfico para los estudiantes.

A continuación, se presentan algunos antecedentes del uso de la teoría de RRS en la enseñanza de los números enteros y sus operaciones en estudiantes de educación básica.

Jiménez y Bolaños (2015), en un contexto de educación inclusiva con estudiantes ciegos en Colombia, priorizaron el lenguaje natural y las fichas bicolores (con texturas) para representar y operar con enteros. Dado que esta población tiene necesidades especiales, se reconoce al lenguaje natural y los recursos manipulativos como los sistemas de representación semiótica privilegiados.

Marulanda Sarmiento (2017), mediante una investigación-acción, propone un proyecto de aula mediado por las TIC con el propósito de fortalecer el pensamiento numérico en las operaciones de adición y sustracción de números enteros en estudiantes de séptimo grado en Colombia. Su intervención se centró en el uso de representaciones semióticas en los registros gráfico y simbólico, principalmente el uso de la recta numérica. Para evaluar la mejora, en esa tesis se aplicaron dos pruebas, una diagnóstica y otra final (post-intervención). Estas permitieron reconocer el aumento del rendimiento de los estudiantes al realizar ejercicios y problemas de enteros así como sus operaciones de suma y resta. Por ello, para este trabajo, se usaron adaptaciones de sus pruebas diagnóstica y final.

Por su parte, Velosa Sánchez (2020) en su estudio con niños de sexto grado de un colegio privado en Colombia, destaca que la diversidad de representaciones semióticas y las actividades de conversión mejoran el aprendizaje del concepto de número entero. En esta línea, Fraga da Silva y Rosa (2022) realizaron una investigación con enfoque STEAM dirigido a estudiantes de séptimo grado en Brasil, esto con el objetivo de dotar de significado a los números enteros. En su investigación, fomentan la asociación entre la representación verbal de los números enteros con una representación gráfica basada en escalas cromáticas: colores fríos para temperaturas bajo cero (asociadas a enteros negativos) y colores cálidos para temperaturas sobre cero (vinculadas a enteros positivos).

Rivera Santacruz (2023), con estudiantes de séptimo grado en una zona rural de Colombia, enfatiza la conversión entre la representación numérica y la figural unidimensional, permitiendo al estudiante asumir el rol de validar, verificar e interpretar una misma situación

representada en dos registros distintos, evitando así la percepción errónea de que se trata de problemas diferentes o que deben resolverse de forma distinta.

De estos estudios, concretamente Marulanda Sarmiento (2017), Velosa Sánchez (2020) y Rivera Santacruz (2023), aplicaron una intervención didáctica basada en la incorporación de diferentes representaciones semióticas de los números enteros y sus operaciones básicas; y verificaron, por medio de instrumentos tipo examen, si los estudiantes aumentaron su rendimiento al resolver ejercicios y problemas sobre números enteros.

A diferencia de esos antecedentes, este estudio está contextualizado en una escuela pública de El Salvador, donde hay escasez de investigaciones publicadas que aborden la enseñanza de los números enteros utilizando diferentes RRS, y donde, como ya fue explicado, el libro de texto oficial es pobre en representaciones no simbólicas de las operaciones entre números enteros. Además, es común que se presente un desfase curricular relevante: el contenido de números enteros, que oficialmente es propio de séptimo grado, debe abordarse, nuevamente, en octavo grado, con el fin de solventar los vacíos conceptuales previos de los estudiantes.

2.3 Recursos manipulativos

Pese a los avances tecnológicos, continúa sobresaliendo el uso de materiales concretos y manipulativos como estrategia efectiva en la enseñanza de la matemática a nivel de quinto a séptimo grado (Mendoza Cedeño et al., 2025). En esta misma línea, Souza Miola y Rossetti (2022) reportan que el uso de estos recursos en la enseñanza de los números enteros es una de las tendencias en Brasil, al proporcionar una experiencia de aprendizaje más tangible y significativa. Además, diversos estudios han evidenciado que el uso sistemático de materiales manipulativos mejora la asimilación de conceptos relacionados con los números enteros, ya que promueven la participación del estudiante, fomentan la exploración de ideas matemáticas y fortalecen la comprensión conceptual a través de la representación concreta de las operaciones (Sahat et al., 2018; Quane y Brown, 2022; Costa, 2023).

Borjas Franco (2009) en su tesis, aborda las dificultades que enfrentan los estudiantes de séptimo grado en la comprensión y operación con números enteros, particularmente en la adición y sustracción. Además, propone una intervención basada en recursos manipulativos y representaciones semióticas, enfatizando el uso de actividades y materiales concretos que facilitan la conversión entre el registro gráfico (figural unidimensional y fichas) y el simbólico (numérico).

Como señala Oliveira et al. (2025), en su revisión de literatura, este enfoque es particularmente efectivo con las operaciones de números enteros, donde las representaciones gráficas y visuales, apoyadas en material manipulativo, facilitan la transición de lo abstracto a lo concreto.

Se retoma en este trabajo, la propuesta de Borjas Franco (2009) de incorporar las representaciones gráficas manipulativas con fichas bicolores. Esta elección se fundamenta en las revisiones de Souza Miola y Rossetti (2022) y de Oliveira et al. (2025) sobre su amplio uso y su efectividad para visualizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de los números enteros, a través de reglas intuitivas como la eliminación de fichas de colores opuestos, y la inversión de colores por cambio de signo (Borjas Franco, 2009; Jiménez y

Bolaños, 2015); y por su obvia alineación con la teoría de RRS al permitir el tratamiento y conversión de representaciones.

3. ABORDAJE METODOLÓGICO

Este trabajo se enmarca en una metodología de investigación-acción con enfoque mixto y diseño de pre-prueba, intervención y post-prueba. En la parte cuantitativa, se evalúa el cambio en el rendimiento de los alumnos entre el antes y después de la intervención, aplicando la prueba de comparación para muestras emparejadas. En la parte cualitativa, se analizan las soluciones de los estudiantes en ambas pruebas, desde la teoría de RSS, destacando tanto las dificultades como los avances observados.

La investigación-acción es vista como una indagación práctica realizada por el profesorado, con el propósito de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión (Latorre, 2005). En este caso, se realizó un ciclo completo de Investigación-Acción. En la Figura 3 se presentan los pasos considerados para este trabajo, que se basan en la propuesta de Latorre (2005).

Figura 3. Pasos para realizar una investigación acción



Fuente: Elaboración propia, adaptado de Latorre (2005).

A continuación, se describe el proceso seguido:

1. Identificación del problema: Durante el desarrollo de las prácticas profesionales de dos autoras, se observaron errores numéricos cometidos por los estudiantes de octavo grado en cálculos algebraicos. Al indagar más, se llegó a la conclusión de que el problema era la falta de comprensión de los números enteros y sus operaciones básicas, particularmente cuando se involucran números negativos.

2. Planificación de la acción: Se diseñó una intervención didáctica enfocada en mejorar la enseñanza de las operaciones básicas entre números enteros mediante el uso de las representaciones semióticas gráficas (figural unidimensional y fichas bicolores), verbal y simbólica. Esta propuesta incluye diversas actividades que se espera faciliten la comprensión de los números enteros y sus operaciones. Para evaluar la efectividad de la intervención, se planeó realizar una pre-prueba (o prueba diagnóstica) y una post-prueba (o prueba final) de dificultad equivalente, y comparar sus resultados.

3. Implementación de la acción: En esta fase, se llevó a cabo la aplicación de las tres actividades principales con los estudiantes: la pre-prueba, la intervención, y la post-prueba. La pre-prueba se aplicó en el 25 de julio de 2025 en una sesión de clase de 45 minutos. La intervención se desarrolló en las primeras tres semanas de agosto de 2025, en tres sesiones de 60 minutos, una por semana. La post-prueba se aplicó el 26 de agosto del mismo año, en una sesión de 45 minutos.

4. Observación y recolección de datos: Se realizó el análisis de la pre-prueba (a finales del mes de julio de 2025) y de la post-prueba (a principios de septiembre de 2025). El análisis cuantitativo consistió en comparar la cantidad de respuestas incorrectas en cada prueba de cada sujeto, para lo que se aplicó la prueba de comparación de muestras emparejadas de Wilcoxon. Posteriormente (a finales de septiembre), se realizó el análisis cualitativo, que consistió en una revisión minuciosa de las soluciones presentadas por los estudiantes para categorizar los errores procedimentales y conceptuales cometidos en las operaciones y las dificultades observables en los procesos de tratamiento y conversión entre los registros gráfico, simbólico y verbal.

5. Reflexión sobre la acción: A partir de los datos recolectados, se realizó un análisis de los avances y los errores presentes en la pre-prueba y en la post-prueba para reflexionar sobre los resultados obtenidos, y saber así si la propuesta ha aumentado el rendimiento de los estudiantes al resolver ejercicios y problemas de números enteros y sus operaciones básicas, identificando tanto los logros como los aspectos que requieren ajustes.

3.1 Participantes y contexto

Los participantes son los ocho estudiantes de octavo grado, sección “B”, del turno matutino en el Complejo Educativo “Japón” que realizaron tanto la pre-prueba como la post-prueba y estuvieron presentes en todas las sesiones de la intervención. El complejo educativo está ubicado en la zona urbana del distrito de Mejicanos, departamento de San Salvador, El Salvador. Los estudiantes tienen entre 13 y 17 años y residen en áreas cercanas a la institución. Se caracterizan por mostrar apatía hacia la asignatura de matemáticas, tener escasa participación en ella, y dificultad para mantener la atención sostenida. Los estudiantes en este centro escolar adolecen de una elevada tasa de ausentismo, razón por la cual, sólo 8 de los 32 estudiantes del Octavo-B fueron considerados en este estudio.

3.2 Instrumentos

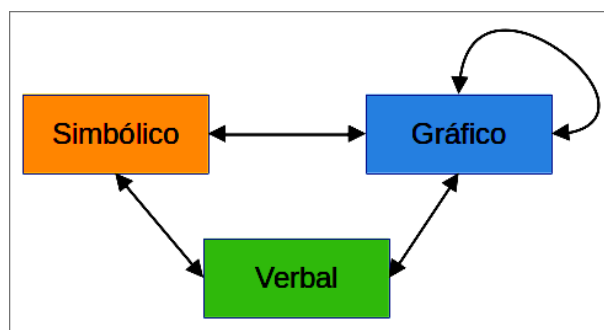
Tanto la pre-prueba como la post-prueba se construyeron tomando como base las respectivas pruebas de Marulanda Sarmiento (2017). Se agregó el contenido de las operaciones de multiplicación y división de números enteros, ya que los instrumentos originales sólo incluyen suma y resta. Ambas pruebas son muy similares en dificultad. Los instrumentos originales

constan de 12 ítems, pero para este trabajo se usaron 10. Se omitieron los ítems relacionados con la historia de los números enteros, ya que, en el programa de estudio oficial (Argueta et al., 2019a), este contenido no se aborda en El Salvador.

3.3 Propuesta Didáctica / Intervención

La intervención se centra en el tratamiento y conversión de los números enteros y sus operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) entre los registros: simbólico (representación numérica decimal), gráfico (representación figural unidimensional, y representación con fichas bicolores), y verbal (escrito y hablado). Concretamente, se abordan las conversiones y tratamientos, como se indica en la Figura 4. Debido a limitantes del tiempo disponible para realizar la intervención, esta consistió únicamente de tres sesiones de clases adicionales, que no se pudieron desarrollar de forma consecutiva, sino una por semana, durante tres semanas.

Figura 4. Conversiones y tratamiento contemplados en la intervención.



Fuente: Elaboración propia.

3.3.1 Sesión 1: Taller «Diferentes caras de los Números Enteros»

Duración: 1 hora.

En esta sesión, se presentan de nuevo los números enteros en sus representaciones numérica, verbal, y figural unidimensional. Por ejemplo, el número -2 (representación numérica en el registro simbólico) se lee “menos dos” (representación escrita en el registro verbal), y se puede representar como un punto sobre una recta horizontal, a dos marcas a la izquierda de la marca del cero (representación figural unidimensional en el registro gráfico). Se realizan cuatro o cinco de este tipo de ejemplos para que los estudiantes comprendan que se trata del mismo objeto matemático (número) en las tres representaciones. A continuación, se pide a los estudiantes realizar ejercicios en los que deben completar dos representaciones de un número entero dada una de ellas, tantos como sea posible hasta cubrir 20 minutos.

Después, se presentan las mismas tres representaciones (numérica, verbal y figural unidimensional) de operaciones sencillas de suma y resta de dos números enteros, como en la Figura 2. De este tipo de ejemplos, se presentan los siguientes: $+8-6$, $-7+5$, $-5+7$, $+7-5$, $-4+4$. A continuación, se asignan ejercicios para que los estudiantes pasen a realizarlos a la pizarra. Esto puede llevar hasta 25 minutos adicionales. Finalmente, en lo que resta de tiempo, se

presentan dos ejemplos similares, pero con tres números enteros, y se asignan ejercicios para la pizarra.

3.3.2 Sesión 2: Taller «Enteros en Acción: Sumando y Restando con Fichas»

Duración: 1 hora.

Como se adelantó en la sección de antecedentes, en esta sesión se procedió análogamente como lo hizo Borjas Franco (2009):

La sesión comienza con la explicación del uso de las fichas de colores: las rojas representan números negativos y las amarillas (o blancas), positivos. Se realizan ejercicios de: (a) conversión de representación numérica (registro simbólico) a la representación con fichas (registro gráfico); (b) conversión de representación verbal a la representación con fichas; (c) tratamiento de representación figural unidimensional a la representación con fichas; y luego a la inversa, ejercicios de (d) conversión de la representación con fichas (desde la pizarra) a la representación numérica; (e) conversión de fichas a verbal; y (f) tratamiento de fichas a figural unidimensional. Esto puede llevar hasta 25 minutos.

Después se procede con las representaciones de la suma y resta. Las reglas son las siguientes:

1. Dos fichas del mismo color se suman.
2. Las fichas de colores diferentes se eliminan entre sí.
3. El signo (-) invierte el color de la ficha; el signo (+) lo conserva.

Se abordan tres casos para la suma: ambos números positivos, ambos negativos y uno positivo y otro negativo. En la pizarra, se escribe la representación numérica y los estudiantes manipulan las fichas para obtener el resultado.

El mismo enfoque se aplica a la resta, considerando los mismos casos. Después de resolver los ejercicios, los estudiantes dibujan la recta numérica en sus cuadernos. El docente ilustra las operaciones mediante desplazamientos en la pizarra. A partir de la gráfica, los estudiantes deducen la operación correspondiente y realizan desplazamientos en sus cuadernos. Finalmente, resuelven ejercicios utilizando las fichas bicolores y la recta numérica.

3.3.3 Sesión 3: Taller «Enteros en Acción: Multiplicando y Dividiendo»

Duración: 1 hora.

La sesión comienza con una retroalimentación sobre los conceptos de multiplicación y división, incluyendo sus representaciones verbales (palabras o expresiones como “veces”, “por cada”, “repartidos entre”, etc.). Una vez unificados los significados, se trabaja con los registros de representación figural unidimensional y numérico, ya que estas representaciones son totalmente desconocidas para los estudiantes, y no están en los libros de texto oficiales.

En la recta numérica, los desplazamientos positivos se hacen hacia la derecha (color negro o azul) y los negativos hacia la izquierda (color rojo). Se abordan tres casos para la multiplicación y división: ambos números positivos, ambos negativos y uno positivo y otro negativo. El docente representa las operaciones en la recta numérica, mostrando cómo obtener el resultado.

Los estudiantes realizan ejercicios en sus cuadernos, observando patrones en las operaciones (leyes de signos). Para concluir el taller, se realizan preguntas sobre lo aprendido en las sesiones, para consolidar el aprendizaje.

4. RESULTADOS

Esta sección se ha dividido en dos partes, la del resultado cuantitativo y la de los resultados cualitativos. En este análisis, cada estudiante se identifica con el código 'E#', donde "#" es un número del 1 al 8.

4.1 Resultados cuantitativos

En la Tabla 1, se muestra la cantidad de respuestas incorrectas por cada sujeto en la pre-prueba y en la post-prueba, y la diferencia correspondiente (ambas pruebas tenían 10 ítems). Se aplicó la prueba de Wilcoxon para verificar diferencias ($V=28$, $p\text{-valor}=0.0213$) y se concluye que sí hay una diferencia estadísticamente significativa entre ambas pruebas. Aunque la reducción de respuestas incorrectas fue baja en general, fue pronunciada en los sujetos E1 y E8 que mejoraron sensiblemente su rendimiento en la post-prueba respecto de la pre-prueba. Otros estudiantes, como E2, E4 y E5 mejoraron muy poco o nada su rendimiento.

Tabla 1. Cantidad de respuestas incorrectas en las pruebas realizadas.

Sujeto	pre-prueba	post-prueba	Diferencia
E1	10	5	-5
E2	5	5	0
E3	6	3	-3
E4	4	3	-1
E5	5	4	-1
E6	5	2	-3
E7	4	1	-3
E8	6	0	-6

Fuente: Elaboración propia.

4.2 Resultados cualitativos

Esta sección ha sido dividida en cinco partes: (1) Algunas dificultades identificadas en la pre-prueba; (2) Sobre la conversión desde la representación numérica (en el registro simbólico) a la figural unidimensional (en el registro gráfico); (3) Sobre la conversión de la representación figural unidimensional a la numérica; (4) Sobre la conversión del registro verbal al simbólico (la representación numérica); y (5) Observaciones sobre las carencias iniciales y avances logrados en la calidad de las justificaciones verbales.

4.2.1 Dificultades iniciales en la comprensión de los números negativos

En la pre-prueba se evidenció que los estudiantes tenían problemas para darle sentido a los números enteros negativos y para operarlos junto con los números enteros positivos. En el primer caso, se puede ejemplificar con la respuesta al ítem 1a por parte de E4, como puede verse en la Figura 5, en la que E4 mezcla indistintamente los números negativos con los positivos al intentar ordenarlos descendientemente. Desde la perspectiva de la teoría de RSS, E4 pudo haber resuelto fácilmente el ítem 1a, colocado los números en una recta y luego sólo leerlos en secuencia, es decir, realizando la conversión a la representación figural unidimensional en el registro gráfico, pero no lo hizo.

Figura 5. Solución presentada por E4 al Ítem 1a de la pre-prueba.

1. En la siguiente tabla se presentan las temperaturas promedio, en grados centígrados, de una ciudad en diferentes meses del año.

a. Ordena de mayor a menor las temperaturas.

14, 11, 12, 8, 6, 6, -4, 3

Mes	Temperatura (°C)
Enero	-12
Marzo	3
Junio	-6
Agosto	8
Septiembre	11
Octubre	-4
Noviembre	6
Diciembre	14

Fuente: Elaboración propia.

Los problemas para operar los números negativos con positivos se ilustran con la solución de E2 al ítem 3, que es una operación de sumas y restas encadenadas. Ver Figura 6. En ella se observa que E2 logró operar correctamente $-20+6$, y realizó bien la operación entre paréntesis. También logró invertir correctamente el signo de -5 , pero al momento de sumar $-14+5$, sumó las magnitudes y le asignó signo negativo, obteniendo erróneamente -19 . Luego, al tener otro caso de suma de un negativo (-19) con un positivo ($+10$), lo hizo correctamente. Y finalmente, admitió como respuesta un valor con el signo opuesto a su propio resultado. De manera similar al ejemplo anterior, aquí se observa una ausencia de conversiones, en este caso desde el registro simbólico. E4 pudo haber realizado la conversión de esta suma encadenada a una representación gráfica, ya sea la figural unidimensional o con fichas bicolor, ya sea para resolver el problema o comprobar el resultado, pero no lo hizo.

Figura 6. Solución presentada por E2 al Ítem 3 de la pre-prueba.

3. Al resolver $-20 + 6 - (-4 + 8 - 9) + 10$ se obtiene como resultado:

A. -57

B. 9

C. -1

D. 1

$-20 + 6$

$-4 + 8 - 9$

$4 - 9 = -5$

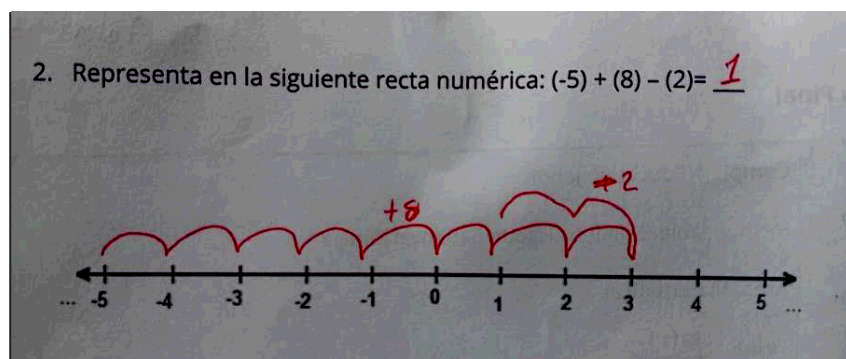
$-14 + 5 = -9 + 10 = -9$

Fuente: Elaboración propia.

En general, en la pre-prueba se observó consistentemente la ausencia de tratamientos entre representaciones y conversiones entre registros, que podrían facilitar la solución de los ejercicios y problemas. Tal como señala Duval (2004), es necesario que el estudiante pueda coordinar las conversiones entre registros y no se limite a ejecutar algoritmos de forma automática.

4.2.2 Conversión de representación numérica a figural de sumas y restas

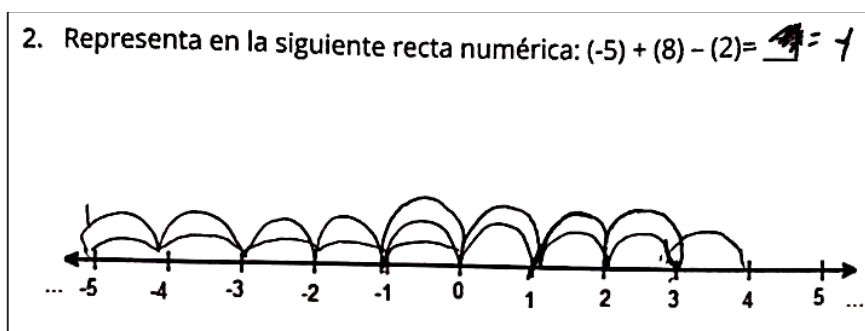
En la post-prueba se evidenció un avance significativo en esta conversión, pues más de la mitad de los estudiantes representó correctamente los desplazamientos en la recta para resolver operaciones de suma y resta con números enteros, estableciendo la relación entre signo y dirección del desplazamiento, lo que confirma que la propuesta favoreció de manera notable la conversión en el registro figural unidimensional. La integración de fichas y el uso sistemático de la recta numérica durante la intervención fueron factores decisivos para fortalecer este aspecto. Por ejemplo, en la Figura 7 se presenta el procedimiento del sujeto E2, del que se puede intuir que realizó correctamente los desplazamientos.

Figura 7. Solución presentada por E2 al Ítem 2 de la post-prueba.

Fuente: Elaboración propia.

Algunos estudiantes, como E3, pueden estar muy cerca de cometer errores, a pesar de realizar correctamente los saltos, debido a la propia falta de pulcritud de sus procedimientos gráficos. Ver la Figura 8. Esto es comprensible debido a la falta de experiencia de los estudiantes en representaciones gráficas.

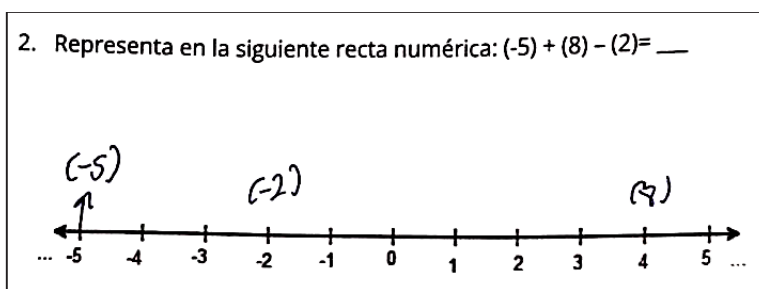
Figura 8. Solución presentada por E3 al Ítem 2 de la post-prueba.



Fuente: Elaboración propia.

Otros estudiantes, como E1, a pesar de la intervención, no logró representar la operación planteada en el mismo ítem. Ver Figura 9. Y, de hecho, puede inferirse que omitió el cero al realizar los ocho saltos desde el -5 hacia la derecha, lo que indica que todavía tiene una falta de reconocimiento del cero como número en la recta (el cero es la nada, la ausencia). Y luego no pudo encadenar la resta del número 2 en la misma operación. En otras palabras, E1 no ha desarrollado todavía la habilidad de conversión de sumas y restas, desde el registro simbólico al gráfico (figural unidimensional), aunque sí parece poseer la habilidad de la respectiva conversión para los números únicamente.

Figura 9. Solución presentada por E1 al Ítem 2 de la post-prueba.



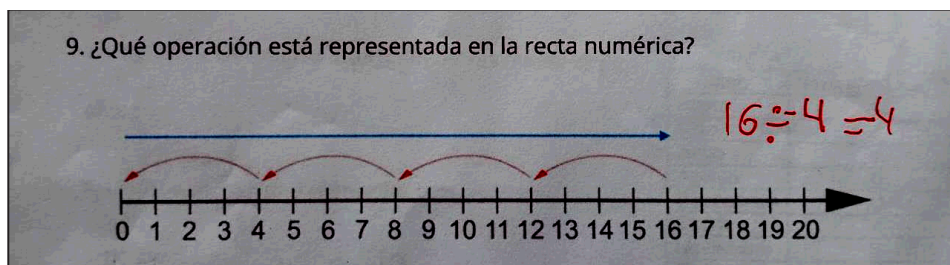
Fuente: Elaboración propia.

4.2.3 Conversión de representación figural a numérica de la multiplicación y división

Los ítems 8 y 9 de la post-prueba planteaban operaciones, de multiplicación y división respectivamente, en representación figural unidimensional que debían traducirse al registro numérico. La mayoría de estudiantes resolvió con éxito, comprendiendo la relación entre

desplazamiento, signo y resultado de la operación, según se explicó en la intervención. Por ejemplo, en la Figura 10 se presenta la respuesta correcta de E8. Persistieron algunos errores puntuales en dos sujetos que no lograron identificar de qué operación se trataba.

Figura 10. Solución presentada por E8 al Ítem 9 de la post-prueba.



Fuente: Elaboración propia.

4.2.4 Conversión de operaciones del registro verbal a representación numérica

Los ítems 8, 9 y 10 de la pre-prueba presentaron contextos verbales en los que los estudiantes mostraron serias dificultades para traducir enunciados cotidianos a operaciones numéricas: atribuyeron signos u operaciones incorrectas, omitieron operaciones o no resolvieron. El rendimiento bajo confirma que esta es la conversión más desafiante para ellos. Por ejemplo, la Figura 11 presenta la solución incorrecta de E1 al ítem 9 de la pre-prueba.

Figura 11. Solución presentada por E1 al Ítem 9 de la pre-prueba.

9. El entrenador del equipo de baloncesto les otorga a sus jugadores 4 puntos positivos por cada cesta que realiza y 2 puntos negativos por cada desacierto en sus lanzamientos. Manuel, uno de sus jugadores, ha realizado 7 lanzamientos, de los cuales ha encestado 3 y fallado el resto. ¿Cuál es la puntuación que ha obtenido Manuel en su entrenamiento?

$7 + 4 - 2 + 3 = 12$

Fuente: Elaboración propia.

En el ítem 10 de la post-prueba, un problema de saldo, se registró una mejora leve, ya que algunos estudiantes lograron realizar la conversión de manera adecuada. Los resultados confirman que esta conversión sigue siendo el punto más débil, incluso tras la intervención, y que requiere más práctica y estrategias específicas. La Figura 12 presenta la solución correcta de E5 al ítem 10 de la post-prueba.

Figura 12. Solución presentada por E5 al Ítem 10 de la post-prueba.

10. Amanda abrió una cuenta de ahorros con \$350. El primer mes retiró \$150, el segundo mes depositó \$140, el tercer mes retiró \$200, el cuarto mes depositó \$160 y el quinto mes retiró \$130. El saldo o total de dinero que tiene Amanda es:

$$\begin{aligned}
 &350 - 150 \\
 &= 200 + 140 \\
 &= 340 - 200 \\
 &= 140 + 160 \\
 &= 300 - 130 \\
 &= 170
 \end{aligned}
 \quad = \$170$$

Fuente: Elaboración propia.

4.2.5 Justificaciones verbales

Los ítems 5, 6 y 7 pedían justificar enunciados de verdadero/falso sobre operaciones con números enteros. La argumentación en la pre-prueba fue en su mayoría deficiente, ya que predominó el uso de reglas memorizadas, en ocasiones aplicadas erróneamente. Por ejemplo, en la Figura 13, se ve la respuesta de E1 al ítem 5, en la que se muestra que ha memorizado incorrectamente la ley de los signos. La falta de explicación verbal refleja que los tratamientos en el registro verbal eran una de las dimensiones más débiles de los sujetos.

Figura 13. Solución presentada por E1 al Ítem 5 de la pre-prueba.

Determina el valor de verdad (V o F) de cada enunciado. Justifica tu respuesta.

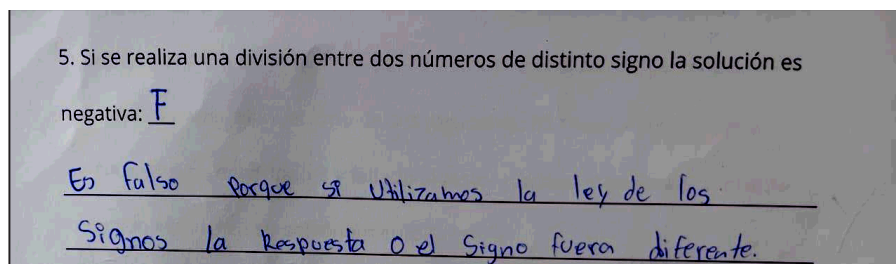
5. Si se realiza una división entre dos números de distinto signo la solución es negativa: F

$$+ \times + = + \quad - \times - = + \quad + \times - = -$$

Fuente: Elaboración propia.

Otro ejemplo de esta dificultad se presenta en la Figura 14, en la que el sujeto E4, falló en responder correctamente, y su explicación carece de sentido.

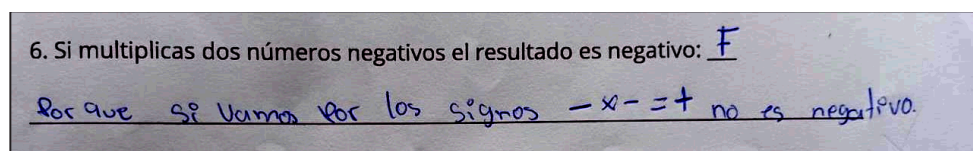
Figura 14. Solución presentada por E4 al ítem 5 de la pre-prueba.



Fuente: Elaboración propia.

En la post-prueba se observó una mejora leve. Algunos estudiantes, como E4, comenzaron a justificar de manera más certera, pero aún con problemas de redacción, como se puede ver en la Figura 15. La argumentación matemática se mantiene como el aspecto más vulnerable y requiere de estrategias didácticas adicionales para fomentarla.

Figura 15. Solución presentada por E4 al ítem 6 de la post-prueba.



Fuente: Elaboración propia.

5. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

La implementación de la intervención con actividades basadas en diferentes representaciones semióticas, como la figural unidimensional y con fichas bicolores, provocó mejoras significativas en el rendimiento sobre las operaciones básicas con números enteros por parte de los estudiantes participantes, especialmente en suma y resta. Del total de 8 estudiantes, 7 lograron resolver problemas de manera más precisa y correcta después de la intervención. El uso de materiales manipulativos y visuales (las fichas bicolores) fue clave para que los estudiantes pudieran internalizar el concepto abstracto de los números negativos y el concepto del cero. Estos hallazgos apoyan la idea de Duval (2006), que la enseñanza explícita de los diferentes RRS es vital en el aprendizaje de los contenidos de matemática.

Estos resultados son consistentes con los hallazgos de investigaciones como las de Velosa Sánchez (2020) y Rivera Santacruz (2023), que destacaron la efectividad de los RRS para facilitar el aprendizaje de los números enteros. Sin embargo, a pesar de las mejoras observadas, persisten ciertas dificultades, principalmente en la conversión del registro verbal

al numérico y en la argumentación adecuada de las propiedades en el registro verbal. La persistencia de estas dificultades particulares revela que, aunque la intervención propuesta mostró resultados favorables en este grupo, se requiere de ajustes para un mejor abordaje y lograr una mayor efectividad.

A pesar de que la propuesta didáctica fue efectiva en diversos aspectos, presenta ciertas limitaciones, como el tiempo restringido para su implementación y la falta de familiaridad de los estudiantes con los RRS, ya que el libro de texto oficial de séptimo grado de El Salvador le da escasa atención al registro gráfico y al verbal, en particular en las dos unidades que tratan el tema de las operaciones básicas con números enteros. Asimismo, en cuanto al resto del grupo de octavo grado, su asistencia intermitente a la escuela presenta un serio obstáculo para su aprendizaje, y el abordaje de esta problemática requiere de un enfoque multidisciplinario que va mucho más allá de los aspectos cognitivos de la educación matemática.

Se plantea la necesidad de reforzar estrategias que fomenten la conexión entre diferentes RRS en este y en otros contenidos, y que fomenten la importancia de la argumentación de procesos matemáticos. Sería beneficioso incorporar más actividades y extender la cantidad de sesiones de la intervención, ya que se ha observado que los estudiantes suelen confundir las reglas o propiedades de la suma y la resta con las de la multiplicación y división cuando se enseñan simultáneamente, sugiriendo la necesidad de un enfoque más detallado en la enseñanza de estas operaciones.

Viendo la intervención en retrospectiva (ver Figura 4), sería muy enriquecedor para una siguiente implementación el incorporar tratamientos en los registros simbólico y verbal. En el registro simbólico se podrían incorporar otras representaciones numéricas, como las presentadas en la Figura 1. En particular en El Salvador, debido a la invisibilización de todo lo indígena, se podría retomar la representación simbólica de los números enteros con el sistema de numeración maya, y las sumas y restas en este sistema, como sugieren Navas y Galdámez (2018). Sin embargo, ese tipo de incorporación se debe armonizar con las restricciones contextuales (tiempo disponible, disposición y conocimientos previos de los estudiantes, etc.).

En cuanto a los sujetos del estudio, se requiere de mayor esfuerzo para que estos nivelen sus capacidades con el nivel académico en el que se encuentran. Sin embargo, la introducción que recibieron sobre los diferentes RRS, es decir, las diferentes caras que tienen los números enteros, pareció incentivarlos a pensar que los contenidos de la materia de matemática no son tan inaccesibles como pensaban antes de la intervención. Por ello, resulta razonable proponer una intervención similar con el tema de ecuaciones de primer grado, que es un tema importante de octavo grado (ver Argueta et al., 2019b).

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LAS PERSONAS AUTORAS

Según el estándar CRediT (<https://credit.niso.org/>):

KLLL y EANL concibieron la idea. KLLL redactó el primer borrador. KLLL y CLSZ realizaron la recolección de datos, y curación de datos. KLLL y EANL desarrollaron la metodología. KLLL, CLSZ y EANL realizaron el análisis formal. EANL ejecutó la

administración del proyecto, la supervisión, y la validación. KLLL, CLSZ y EANL realizaron la redacción final del manuscrito. Todos los autores revisaron y aprobaron la revisión final del trabajo.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio estarán disponibles por CLSZ (C. L. Sandoval Zúñiga) previa solicitud razonable.

5. REFERENCIAS

- Alfarisi, M. A., Dasari, D., Aljupri, y Sikma, Y. (2022). Is integer number difficult for students?: A systematical literature review. *Proceeding of international conference on frontiers of science and technology 2021*, 070030. <https://doi.org/10.1063/5.0102934>
- Aparecida de Faria, R., y Laburú, C. E. (2021). Conexão entre múltiplas representações em atividades de função polinomial do 1º Grau. *REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 16, 310–325. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p310-325.id483>
- Argueta, A. E., Muñoz, E. A., Pleitez, R. M., Herrera, D. M., Gómez, C. O., Mejía, F. A., Lemus, N. E., Rodríguez, S. E., y Guevara, F. A. (2019a). *Matemática 7: Libro de texto* (2ª ed.). Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT).
- Argueta, A. E., Muñoz, E. A., Pleitez, R. M., Herrera, D. M., Gómez, C. O., Mejía, F. A., Lemus, N. E., Rodríguez, S. E., y Guevara, F. A. (2019b). *Matemática 8: Libro de texto* (2ª ed.). Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT).
- Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I. y Schappelle, B. P. (2014). Using order to reason about negative numbers: the case of Violet. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 39–59. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9519-x>
- Bruno, A. (2001). La enseñanza de los números negativos: formalismo y significado. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 4(1), 415-427.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165–198. <https://revue-rdm.com/1983/les-obstacles-epistemologiques-et/>
- Burak, D., y Brandt, C. F. (2010). Modelagem matemática e representações semióticas: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Zetetiké*, 18(1). <https://doi.org/10.20396/zet.v18i33.8646694>
- Borjas Franco, D. Y. (2009). *Aprendizaje de los números enteros una "experiencia significativa" en estudiantes de séptimo grado de la Escuela Nacional de Música* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán]. Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes. <https://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmcf19k7>

- Colombo, J. A. A., Buehring, R. S., y Moretti, M. T. (2010). Registros de representação semiótica, tarefas e análise de dados: Articulações em torno do currículo de matemática. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 4(1), 90-113. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2009v4n1p90>
- Costa, J. F. S. (2023). Aprendendo números inteiros: uma experiência baseada na Teoria dos Campos Conceituais. *Revista de Educação Matemática*, 20(01), e023104. <https://doi.org/10.37001/remat25269062v20id483>
- Costa, A. R. G., y Nóbrega, M. P. (2024). Registros de representação semiótica na educação matemática: um olhar em torno do conceito de probabilidade. *Caderno Pedagógico*, 21(7), e5673. <https://doi.org/10.54033/cadpedv21n7-123>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. En *Annales de didactique et de sciences cognitives* 5, 37-65.
- Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En S. D. A. Machado (Ed.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica* (pp. 11-33). Papirus.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. http://dmle.icmat.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf
- Duval, R. (2017). Registers of Semiotic Representations and Analysis of the Cognitive Functioning of Mathematical Thinking. En T. M. M. Campos (Ed.). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations* (pp. 45-71). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9_3
- Fraga da Silva, S., y Rosa, M. (2022). Educación Matemática STEAM: dando sentido a los números enteros con las tecnologías digitales. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18(66). <https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1425>
- Gagatsis, A., y Alexandrou, M. (2022). A review of the research in teaching and learning the negative numbers: An “action research” concerning the application of the geometrical model of the number line. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d’aula*, (11), 9-32. <https://doi.org/10.33683/ddm.22.11.1>
- Gallardo, A., y Rojano, T. (1988). Areas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético-algebraico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(2), 155-188. <https://revue-rdm.com/1988/areas-de-dificultades-en-la/>
- Glaeser, G. (1981). Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(3), 303-346. <https://revue-rdm.com/1981/epistemologie-des-nombres-relatifs/>
- Goes, A. L. de, Sanzovo, D. T., Lucas, L. B., y Luccas, S. (2024). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Múltiplas Representações na Educação Matemática: uma

- Revisão Sistemática de Literatura. *Revista De Ensino, Educação E Ciências Humanas*, 25(2), 353–363. <https://doi.org/10.17921/2447-8733.2024v25n2p353-363>
- Henriques, A., y Almouloud, S. A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciência & Educação*, 22(2), 465-487. <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012>
- Jiménez, J. y Bolaños, J. (2015). *Uso de representaciones semióticas en el aprendizaje de las operaciones de suma y resta de números enteros en un aula con integración de población ciega*, [Tesis de licenciatura, Universidad Distrital Francisco José de Caldas facultad de ciencias y educación, Bogotá, Colombia].
- Kilhamn, C. (2011). *Making Sense of Negative Numbers*. [Tesis doctoral, University of Gothenburg]. GUPEA. <http://hdl.handle.net/2077/24151>
- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa* (3ra ed.). Editorial Grao.
- Marulanda Sarmiento, D. F. (2017). *Proyecto de aula como estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento numérico en la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción de números enteros mediado por las TIC* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/58978>
- Mendoza Cedeño, H. R., Tapia Ruelas, C. S., y Guzmán Ramírez, A. C. (2025). Estrategias didácticas innovadoras para el aprendizaje matemático en Educación Básica Media: Revisión Sistemática. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales (ReHuSo)*, 10(2), 83-93. <https://doi.org/10.33936/rehuso.v10i2.7663>
- Navas López, E. A., y Cruz Miranda, J. A. (2025). Identificación de las dificultades en la comprensión de los números negativos por medio del modelo de Pirie y Kieren. *Paradigma - Revista de Investigación Educativa*, 32(54), 9-34. <https://doi.org/10.5377/paradigma.v32i54.21528>
- Navas, E. A., y Galdámez, M. G. (2018). El legado de las matemáticas mayas y la enseñanza de la matemática. *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 31(2), 1062-1069. <http://funes.uniandes.edu.co/13725/>
- Oliveira, A. P. A., Silva, H. C. A., Alves, F. J. C., Costa, F. M., Alencar, J. R. S., y Alves, O. S. (2025). Revisão integrativa do ensino e aprendizagem de números inteiros: O pensamento aritmético na educação básica. *ARACÊ*, 7(3), 11288-11307. <https://doi.org/10.56238/arev7n3-069>
- Parada, E., Pluvinae, F., Sacristán, A. (2013). Reflexiones en una comunidad de práctica de educadores matemáticos sobre los números negativos. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(3), 233-266. <https://revue-rdm.com/2013/reflexiones-en-una-comunidad-de/>
- Pluvinae, F., y Flores, P. (2016). Génesis Semiótica de los Enteros. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 120-141. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a06>

- Quane, K., y Brown, L. (2022). Fidget toy or mathematics gem!: The multiple uses of a pop-it squircle. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 27(1), 28-33. <https://search.informit.org/doi/10.3316/informit.448937141931389>
- Rivera Santacruz, H. L. (2023). Sistema de Actividades: Procesos Aditivos con Enteros a Través de Algunas Representaciones Semióticas con el uso de las Tecnologías. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(5), 1487-1515. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i5.7823
- Sahat, N., Tengah, K. A., y Prahmana, R. C. I. (2018). The teaching and learning of addition and subtraction of integers through manipulative in Brunei Darussalam. *Journal of Physics: Conference Series*, 1088(1), 012024. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1088/1/012024>
- Salazar-Torres, J. P., Contreras-Santander, Y. L., y Jaimes-Mora, S. S. (2016). Semiótica: Un recurso fundamental en los procesos de argumentación matemática escrita. *Eco Matemático*, 7(1), 20–32. <https://doi.org/10.22463/17948231.1016>
- Souza Miola, A. F., y Rossetti, M. (2022). Algumas Tendências sobre o Ensino de Números Inteiros: uma metassíntese das pesquisas brasileiras. *Revista Diálogos Em Educação Matemática*, 1(1), e202205. <https://doi.org/10.28998/redemat.v1i1.14570>
- Velosa Sánchez, E. (2020). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje de los números enteros*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales]. <https://repositorio.autonoma.edu.co/handle/11182/1085>
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in ‘negativity’. *Learning and Instruction*, 14(5), 469-484. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.01>