



LA MEDIACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE EVENTOS PROBABILÍSTICOS: un análisis del discurso docente desde las acciones mediadoras y los procesos matemáticos movilizados

THE MEDIATION OF THE MATHEMATICS TEACHER IN THE TEACHING OF PROBABILISTIC EVENTS: an analysis of teacher discourse from the perspective of mediating actions and mobilized mathematical processes

Guillermo Ramírez Montes¹



ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2524-1674>

RESUMEN

Este artículo tiene por objetivo analizar la mediación docente llevada a cabo por un profesor de Matemática al introducir los conceptos probabilísticos de eventos más probables, eventos menos probables y eventos igualmente probables, lo anterior en una clase de cuarto grado de la educación primaria en Costa Rica. Para tal efecto, se desarrolló una propuesta didáctica de clase basada en el uso de material concreto, donde la mediación intencionada del profesor fue fundamental para introducir los conceptos probabilísticos mediante preguntas que confrontaron a los estudiantes a responder sobre propiedades relativas a los conceptos en estudio. La recolección de datos incluyó las transcripciones de grabaciones en audio de la discusión colectiva y en grupos del trabajo realizado a lo largo de la clase entre el profesor y las personas estudiantes. El análisis de los datos se centra en las acciones mediadoras del profesor y los procesos matemáticos movilizados a través del discurso docente. Los resultados revelan la pertinencia de la mediación del profesor para que algunos estudiantes superaran ciertas dificultades relativas a los conceptos explorados y para promover un aprendizaje consolidado de esos conceptos.

Palabras clave: eventos probabilísticos, material concreto, mediación docente, educación primaria.

¹Universidad de Costa Rica, Montes de Oca, Costa Rica. Correo electrónico: guillermo.ramirez_m@ucr.ac.cr



ABSTRACT

This article aims to analyze the teaching mediation carried out by a mathematics teacher when introducing the probabilistic concepts of more probable events, less probable events, and equally probable events in a fourth-grade primary education class in Costa Rica. For this purpose, a teaching proposal based on the use of concrete materials was developed, where the teacher's intentional mediation played a fundamental role in introducing probabilistic concepts through questions that challenged students to answer about properties related to the concepts under study. Data collection included transcriptions of audio recordings of whole-class and group discussions conducted throughout the lesson between the teacher and the students. The data analysis focuses on the teacher's mediating actions and the mathematical processes mobilized through teacher discourse. The results reveal that the relevance of the teacher's mediation in helping some students overcome certain difficulties related to the explored concepts and in promoting a consolidated understanding of those concepts.

Keywords: probabilistic events, concrete material, teacher mediation, primary education.

1. INTRODUCCIÓN

La Estadística y la Probabilidad, al ser disciplinas científicas encargadas del manejo, análisis e interpretación de la información, han jugado un papel fundamental en el desarrollo de la sociedad moderna al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (Batanero, 2004). Precisamente por esto, la estadística y la probabilidad se han incorporado de forma generalizada al currículo de Matemática de la enseñanza primaria, secundaria y universitaria en la mayoría de los países desarrollados (Batanero, 2000).

Debido a lo anterior, en los últimos años se ha evidenciado un aumento notable de publicaciones, diseños curriculares e investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, respondiendo, en gran medida, al interés de investigadores por abordar los factores relacionados con el aprendizaje de conceptos probabilísticos. Así, se identifican líneas de investigación como la formación del profesorado en conceptos probabilísticos y diseños curriculares o didácticos para los procesos de enseñanza-aprendizaje en torno a dichas temáticas (Batanero, 2019).

Entre la iniciativa de los diseños didácticos en la enseñanza de la estadística y la probabilidad, desde inicios del siglo XX, ha surgido un interés por el estudio de la manipulación de materiales como herramienta para desarrollar el conocimiento matemático y científico. Entre estos insumos, el material concreto se ha estipulado como una alternativa didáctica que va más allá de ser una manera divertida de desarrollar aprendizajes, lo que permite la autonomía del infante en la adquisición de conocimientos, esto debido a que se limita la participación de la persona docente en momentos cruciales del aprendizaje (Alsina, 2017).

Ahora bien, investigaciones han dejado ver que las dificultades entorno al aprendizaje de conceptos de probabilidad en primaria se dan principalmente porque los conceptos y procedimientos son tratados de manera demasiado abstracta y formal; las ideas probabilísticas a menudo contradicen la intuición y la manera en que las personas estudiantes perciben el

mundo; y por la dificultad que tiene el niño en diferenciar entre situaciones aleatorias y deterministas (Dorado, 2021).

Ante este escenario, y considerando que la investigación sobre la probabilidad en primaria es aún escasa, y que se concentra principalmente en la educación secundaria (Rodríguez et al., 2018), es que se vuelve necesario investigar sobre la mediación que el docente de Matemática lleva a cabo a la hora de enseñar conceptos probabilísticos y sobre alternativas que puede implementar, desde su papel como facilitador del conocimiento, para facilitar así un aprendizaje más ameno de estos conceptos probabilísticos desde su mediación docente.

A nivel del currículo costarricense, los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012) argumentan que, para el II ciclo de la Educación General Básica¹, el estudio de la probabilidad debe ir orientado a “profundizar en conceptos concretos relacionados con eventos y sus representaciones” (p. 247). Como propósito principal de este ciclo en probabilidad, se persigue que las personas estudiantes experimenten con el juego, y en el caso particular del estudio de eventos (más probables, menos probables e igualmente probables), se dan sugerencias puntuales, como la manipulación de material concreto para que la persona estudiante simule experiencias aleatorias.

Considerando el contexto anterior, este artículo tiene como objetivo analizar la mediación docente de un profesor de Matemática al introducir los conceptos probabilísticos de eventos más probables, eventos menos probables y eventos igualmente probables con recurso al material concreto. Para tal fin, se establecen las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles acciones de la mediación docente del profesor de Matemática influyen en el aprendizaje de los conceptos probabilísticos de eventos menos probables, más probables e igualmente probables, y cómo esta mediación ayuda a transformar dificultades evidenciadas en el estudiante?, ¿qué procesos matemáticos destacados por los Programas de Estudio de Matemáticas del currículo costarricense (MEP, 2012) son movilizados en el estudiante a través de dichas acciones de mediación?

2. ELEMENTOS TEÓRICOS

2.1 Tendencias en la investigación sobre conceptos probabilísticos en primaria

A nivel del contexto de Costa Rica, Hernández-Solís et al. (2021) realizan un estudio exploratorio, con el objetivo de investigar la construcción del espacio muestral asociado a varios tipos de eventos, partiendo de dos ítems: uno en contexto de urnas y otro de ruletas. En las tareas matemáticas presentadas se les solicitaba a estudiantes costarricenses de 6° curso de educación primaria construir un espacio muestral compatible con la descripción de un evento seguro, probable, equiprobable e imposible. Los resultados del estudio muestran que las personas estudiantes, en su mayoría, son capaces de construir un espacio muestral

¹ La Educación General Básica es referida en el currículo costarricense a estudiantes que cursan los niveles cuarto, quinto y sexto grado de primaria; cuyas edades comprenden entre los 9 y 12 años.

adecuado en aquellas tareas en las que se les solicitó un evento posible o un evento equiprobable; sin embargo, surgen confusiones entre evento seguro y evento muy probable, como así también entre evento imposible y evento poco probable.

Es importante destacar que, de acuerdo con lo mencionado por Hernández-Solís et al. (2021), la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria es intuitiva y depende sustancialmente del lenguaje que las personas tienen a su disposición, por lo que es vital reconocer el vocabulario que las personas estudiantes asocian a las situaciones aleatorias y a la probabilidad como tal, dada la versatilidad que tienen algunos términos entre lenguaje coloquial y formal. Específicamente, se destaca que hay palabras que debe utilizar la persona estudiante en la asignatura de Matemática que no necesariamente tienen el mismo significado en su uso coloquial o fuera del contexto académico. Un ejemplo de ello es la palabra “seguro”, que coloquialmente no implica necesariamente que el hecho descrito se producirá; mientras que en probabilidad su significado es distinto: un evento seguro ocurrirá siempre (p.186).

Hernández-Solís et al. (2021) también mencionan la importancia de utilizar tanto simuladores de experiencias aleatorias, basados en recursos con material concreto (dados, ruletas, urnas, entre otros), como también otros recursos, como las tecnologías digitales, los cuales puedan permitir un dinamismo en el uso de representaciones asociadas a los conceptos. Lo anterior, pues cada tipo de recurso potencia el aprendizaje de propiedades asociadas a los conceptos de una manera más o menos amigable para la persona estudiante.

A nivel internacional, existe una gran cantidad de investigaciones en torno a la enseñanza y aprendizaje de conceptos probabilísticos. Entre los trabajos destacados se encuentra el trabajo de Garfield et al. (2008), quienes en su libro enfatizan estudios de investigación que se han venido desarrollando sobre el uso de recursos educativos para promover el razonamiento estadístico y probabilístico. En particular, los autores refieren que gran parte de estos estudios sugieren que el uso de herramientas tecnológicas o material concreto puede ayudar a las personas estudiantes a mejorar su razonamiento y comprensión, facilitando los procesos de aprendizaje.

En esta línea de uso del material concreto y recursos tecnológicos, Batanero (2001) refiere que es esencial que el estudiantado tenga la oportunidad de explorar situaciones aleatorias de forma activa e interactiva mediante simulaciones, ya sea con material concreto o con recursos tecnológicos, ya que estos favorecen la construcción de significado en torno a la noción de probabilidad. Adicionalmente, Alsina y Bosch (2023) enfatizan que el material concreto es un recurso fundamental debido a que permite visualizar las ideas matemáticas de una mejor manera y hace más ameno para la persona estudiante el proceso de aprendizaje. En particular, las autoras proponen diez recursos manipulativos que van desde juegos de mesa hasta el uso de bolsas, cajas y cubos; actividades que esencialmente contribuyen a desarrollar el pensamiento estocástico en niños y niñas de los 3 a los 12 años, con la finalidad de que el profesorado de niveles de infantil y primaria dispongan de un abanico de recursos y actividades para aplicar en sus lecciones de clase.

En relación a la enseñanza de la probabilidad respecto a otros conceptos matemáticos, Batanero et al. (2021) presentan una síntesis de la investigación sobre el razonamiento probabilístico en infantes hasta los 7 años, en donde mencionan los aportes realizados por Piaget e Inhelder (1951) y Fischbein (1975). En particular, a partir de las ideas expuestas de

esos personajes, Batanero et al. (2021) resaltan que la enseñanza de la probabilidad debe comenzar lo antes posible para poder desarrollar la intuición en el infante, por lo que, la persona docente debe proponer situaciones probabilísticas que introduzcan una forma de pensar diferente a otras ramas de la Matemática y, así, ayudarles a superar aquellas intuiciones erróneas primitivas que puedan surgir sobre la aleatoriedad. Puntualmente, se recomienda proporcionar diferentes experiencias que le permitan al infante observar los fenómenos aleatorios y la organización de datos bajo la experimentación, incluyendo experimentar con material concreto, pues los niños tienden a trabajar mejor las actividades sobre el azar cuando hay material tangible de por medio.

Por otra parte, en la línea de cómo se visualiza la enseñanza de la probabilidad en los libros de texto, Alsina y Vásquez (2015) realizan un estudio de contenido de libros de texto, en donde analizan los conocimientos en torno a la temática de probabilidad para niveles de primaria. Los resultados señalan que la enseñanza de la probabilidad, a partir de estos textos, se realiza desde una perspectiva intuitiva, en la que se realiza un énfasis en la importancia del uso del lenguaje cotidiano e informal. Estos resultados concuerdan con lo mencionado previamente en el estudio realizado por Hernández-Solís et al. (2021), en torno a la importancia del lenguaje; sin embargo, Alsina y Vásquez (2015) resaltan, adicionalmente, la importancia de hacer una transición entre el lenguaje coloquial y el lenguaje probabilístico usado en el aula, de manera tal que la formalización de los conceptos sea lo más naturalmente posible y se pueda profundizar sobre dichos conceptos.

En general, la reflexión que puede obtenerse a partir de lo expuesto por Alsina y Vásquez (2015) es que, si bien el material presentado en libros de texto puede resultar valioso para un nivel inicial en el aprendizaje de la probabilidad, también es necesaria su complementación con otras actividades de clase que promuevan la participación de las personas estudiantes y la profundización de conceptos probabilísticos.

2.2 El papel del profesor de Matemática como mediador del conocimiento

En la enseñanza de la probabilidad, la mediación docente adquiere un papel fundamental, dado que la construcción de conceptos probabilísticos implica que las personas estudiantes transiten de interpretaciones intuitivas sobre la aleatoriedad a formas de razonamiento más elaboradas y formalizadas de los conceptos. En este proceso, el profesor no debe limitarse a comunicar definiciones o procedimientos, sino que debe también diseñar situaciones, gestionar interacciones y promover discusiones matemáticas que permitan a los estudiantes explorar, argumentar y construir significados probabilísticos.

Desde esta perspectiva, Ponte et al. (2013) plantean que la mediación del profesor durante las discusiones matemáticas se desarrolla mediante acciones orientadas a favorecer la participación y profundización del razonamiento de las personas estudiantes. Aunque estas acciones puedan aplicarse a diferentes áreas de la Matemática, adquieren particular relevancia en probabilidad, donde la comprensión de los conceptos requiere analizar fenómenos aleatorios, interpretar resultados y discutir diferentes formas de razonamiento.

Los autores identifican, dentro de las acciones relacionadas con los conceptos y procedimientos matemáticos, cuatro formas de intervención docente. La primera consiste en *invitar a la persona estudiante a participar en una discusión matemática*, con esto genera espacios donde se pueden expresar sus ideas, explicar sus estrategias y justificar sus

interpretaciones sobre una situación probabilística. Esta participación resulta especialmente relevante en probabilidad, debido a que los estudiantes suelen construir explicaciones iniciales basadas en experiencias cotidianas sobre el azar, las cuales requieren ser discutidas y analizadas.

La segunda acción corresponde a *sugerir información relevante para avanzar en la resolución de una tarea o validar las ideas planteadas por la persona estudiante*. En una clase de probabilidad, esta mediación puede manifestarse cuando el profesor orienta la atención hacia relaciones entre resultados experimentales, representaciones, frecuencias observadas o propiedades de los modelos probabilísticos, sin proporcionar directamente la respuesta.

La tercera acción se refiere a *apoyar o guiar mediante preguntas y otras dinámicas, a los estudiantes para mantener la participación en la discusión matemática*. En el contexto probabilístico, las preguntas del profesor pueden favorecer procesos como: explicar por qué un resultado parece más probable que otro, justificar predicciones, comparar estrategias de solución o interpretar resultados obtenidos mediante experimentos aleatorios.

La cuarta acción consiste en *desafiar a la persona estudiante a ir más allá de sus conocimientos previos*, para buscar ampliar sus concepciones iniciales sobre el azar y la incertidumbre. Esto implica generar situaciones que permitan avanzar de razonamientos intuitivos a procesos de argumentación, generalización y construcción de modelos probabilísticos.

Ponte et al. (2013) señalan que estas acciones se articulan durante las discusiones matemáticas, y que las intervenciones del profesor, mediante preguntas, orientación y retroalimentación, favorecen el desarrollo de diferentes procesos matemáticos. En este sentido, la mediación docente influye en los procesos que las personas estudiantes movilizan al abordar una situación probabilística.

Esta relación entre mediación docente y procesos matemáticos se vincula con los planteamientos del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012), que establece cinco procesos matemáticos fundamentales: razonar y argumentar; plantear y resolver problemas; comunicar; conectar; y representar. En la enseñanza de la probabilidad, estos procesos se manifiestan cuando los estudiantes justifican predicciones, analizan resultados experimentales, comunican interpretaciones, relacionan conceptos probabilísticos con otros conocimientos matemáticos y utilizan representaciones para expresar fenómenos aleatorios.

Por otra parte, Godino (2024) plantea que la competencia docente requiere reconocer los significados asociados a los contenidos matemáticos, identificar los objetos y procesos que emergen en las producciones estudiantiles, diseñar tareas adecuadas, considerar las características del contexto y evaluar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción. Estas competencias resultan esenciales en probabilidad, debido a que el profesor debe interpretar las ideas iniciales de los estudiantes sobre el azar y tomar decisiones didácticas que permitan su evolución hacia significados matemáticos más elaborados.

En relación con los recursos utilizados para favorecer esta mediación, Batanero (2001) destaca que la enseñanza de la probabilidad se potencia mediante situaciones didácticas basadas en la experimentación y el uso de recursos concretos o tecnológicos. Sin embargo, el

valor del material no reside únicamente en su manipulación, sino en las oportunidades que genera para que los estudiantes exploren fenómenos aleatorios, formulen hipótesis, analicen resultados y construyan significados probabilísticos.

En este sentido, Batanero et al. (2004) señalan que la enseñanza de la probabilidad requiere que el profesor seleccione y gestione situaciones de aprendizaje que permitan establecer conexiones entre las intuiciones iniciales sobre el azar, la interpretación de resultados experimentales y la progresiva formalización de conceptos probabilísticos. Así, las tareas propuestas, las representaciones utilizadas y las formas de interacción en el aula, constituyen elementos centrales de la mediación docente y están influenciados por las concepciones del profesor sobre la enseñanza de la estocástica y sobre la naturaleza del conocimiento probabilístico (Eichler, 2007).

3. ABORDAJE METODOLÓGICO

3.1 Participantes y contexto del estudio

Este estudio está fundamentado en una propuesta didáctica de clase para la introducción de los conceptos probabilísticos de eventos (siendo estos: igualmente probables, menos probable y más probable); propuesta realizada en un grupo de cuarto año de la Educación General Básica costarricense de una escuela pública de la capital de Costa Rica. En total participaron 17 estudiantes, los cuales fueron divididos en 4 grupos: 3 grupos de cuatro personas y 1 grupo de cinco personas, todos formados por al menos un hombre y una mujer.

El profesor implementador, externo a la institución, tuvo el papel de investigador principal e implementador de la propuesta didáctica, apoyado por el profesor del grupo quien colaboró dando apoyo logístico. En cuanto a la elección del investigador como implementador, esta responde meramente a una decisión de conveniencia, considerando que el profesor del grupo no tenía experiencia en propuestas del uso del discurso docente como recurso de promoción del aprendizaje, por lo que se acuerda que la intervención recaiga en el investigador.

Se reconoce que la condición de investigador e implementador conlleva una posición particular dentro del proceso investigativo, pues la participación directa en la experiencia de aula puede influir en la interpretación de los datos generados. En este sentido, se asumió una postura reflexiva y objetiva orientada a reconocer dicha implicación y a favorecer la rigurosidad del análisis mediante la revisión sistemática de las transcripciones y su vinculación de las interpretaciones con las categorías teóricas establecidas.

La propuesta partió del uso del material concreto para introducir los conceptos referidos. Se facilitó a cada grupo de estudiantes una urna fabricada con material concreto, en la cual había bolas de igual tamaño, pero de diferentes colores. Cada urna tenía diferentes configuraciones de colores, de tal forma que la cantidad de bolas de un color era diferente en cada urna, pero todas las urnas tenían los mismos colores.

Al principio, se realiza una discusión colectiva para introducir el concepto de situación aleatoria y evento, mediante una lluvia de ideas basada en respuestas dadas por las personas estudiantes sobre posibles situaciones que se podrían considerar, o no, aleatorias. La

mediación docente a través de preguntas guía relacionadas a situaciones de la vida cotidiana del estudiante fue el medio para la lluvia de ideas, dándose esta introducción como parte de los conocimientos previos necesarios para una mejor comprensión de los conceptos de eventos más probables, menos probables e igualmente probables.

Posteriormente, se procede a la actividad de extracción de bolas con el material concreto proporcionado. Se da la indicación a las personas estudiantes de extraer bolas de la urna, conforme a como ellos mejor consideraban hacerlo. A medida que las personas estudiantes iban extrayendo bolas de su urna, tenían que ir las colocando en una región poligonal hecha con cartón (ver figura 1), y al mismo tiempo tenían que ir registrando en papel las extracciones que iban obteniendo. Como parte de la mediación docente, el profesor tenía que ir monitoreando que las personas estudiantes fueran realizando la actividad, pero sobre todo promover la discusión matemática en cada grupo mediante preguntas orientadoras que buscaban que las personas estudiantes comprendieran los conceptos de eventos más probables, menos probables e igualmente probables.

Figura 1. Propuesta de extracción de bolas de urna con material concreto.



Fuente: Fotografía del autor

Una vez concluida la actividad de la urna con cada grupo, se realiza nuevamente una discusión colectiva con todo el grupo a fin de contrastar ¿de qué depende decidir si un color es más probable, menos probable o igualmente probable a otro? ¿cómo se relaciona el concepto de situación aleatoria con estos conceptos anteriores?, y posteriormente se formalizan los conceptos en la pizarra.

La propuesta de clase finaliza con una tarea matemática de evaluación-consolidación de los aprendizajes adquiridos por las personas estudiantes. Dicha tarea estuvo conformada por preguntas de selección múltiple y respuesta corta.

Para efectos de este estudio, el análisis de los datos se centra sobre la mediación docente llevada a cabo en la discusión grupal y colectiva en torno al trabajo con el material concreto

de la urna para la introducción de los conceptos probabilísticos de tipos de eventos: evento más probable, menos probable e igualmente probable.

3.2 Recolección de los datos y análisis

Este estudio es de naturaleza cualitativa, siguiendo un análisis descriptivo e interpretativo (Cohen et al., 2007), producto de las respuestas dadas por las personas estudiantes durante los momentos de discusión grupal y colectiva de la actividad matemática.

La recolección de datos incluyó las transcripciones de grabaciones en audio de la discusión grupal y colectiva desarrollada entre profesor-estudiantes. El cuerpo del análisis está constituido por transcripciones de discusiones matemáticas desarrolladas con los estudiantes. Se seleccionaron para su análisis algunos extractos de diálogos correspondientes a dos de los grupos participantes. Esta selección se realizó con base en un criterio de relevancia analítica, considerando aquellos episodios en los que el discurso del profesor evidencia, por un lado, fortalezas en la mediación para el aprendizaje de los conceptos en estudio y, por otro, dificultades conceptuales manifestadas por los estudiantes que no se observaron en los otros grupos. En este sentido, la selección de los extractos responde al propósito de profundizar en la comprensión del papel de la mediación docente en la consolidación de los conceptos en estudio y en la superación de dichas dificultades.

La unidad de análisis corresponde a los episodios de interacción docente-estudiante en torno a la resolución y discusión de la actividad matemática de extracción de bolas de una urna. A partir de las transcripciones, se realizó un proceso de lectura, segmentación y organización de los datos en episodios significativos para el estudio, identificando intervenciones del profesor pertinentes a los objetivos de la investigación.

Posteriormente, el análisis se centró en la interpretación de dichos episodios a partir de un proceso de codificación cualitativa, orientado a identificar las acciones mediadoras del profesor (Ponte et al., 2013) y los procesos matemáticos movilizados en el discurso (MEP, 2012). Este procedimiento permitió establecer relaciones entre las intervenciones docentes y las producciones de los estudiantes en el contexto de la actividad analizada. El proceso de análisis se desarrolló de manera sistemática, manteniendo coherencia entre el marco teórico de referencia, las categorías que se desprenden de la literatura y los datos transcritos.

Para garantizar el anonimato de las personas estudiantes, se han empleado nombres ficticios en el tratamiento y presentación de los datos. El estudio se desarrolló conforme a los principios éticos que exige la institución donde se desarrolló la propuesta de clase, incluyendo el consentimiento informado de los padres o tutores para la participación de los estudiantes en el proceso investigativo, vía el profesor del grupo, y el asentimiento de los participantes y de la persona directora de la institución.

Además, se han designado codificaciones específicas para referirse a una intervención del profesor implementador (P), grupo 1 (G1), grupo 2 (G2), o de todas las personas estudiantes (TODOS).

4. RESULTADOS

4.1 Acciones del profesor

A continuación, se presentan los principales resultados referentes a las acciones del profesor movilizadas durante las discusiones matemáticas: (1) invitar a la persona estudiante a ser parte de una discusión matemática; (2) sugerir información relevante para avanzar o validar ideas; (3) apoyar o guiar mediante preguntas y dinámicas de interacción; y (4) desafiar a las personas estudiantes a ir más allá de sus conocimientos previos.

4.1.1 Invitar a la persona estudiante a ser parte de una discusión matemática

A lo largo de los diálogos, el profesor promueve constantemente la participación activa del estudiante mediante preguntas abiertas y solicitudes de ejemplos o explicaciones. Por ejemplo, cuando el profesor comienza a monitorear los grupos de trabajo, al discutir con el grupo 2 comienza queriendo hacer énfasis en el concepto de situación aleatoria, dándose una discusión en torno a lo que es, o no es, aleatorio [extracto 1]:

P: una situación aleatoria podemos entenderla como algo que no podemos predecir. ¿Quién podría darme un ejemplo?

Mateo: una ruleta

P: una ruleta, ¿por qué?

Mateo: porque no sabemos dónde va a caer.

P: muy bien, ¿alguien más?

Cuando el profesor pregunta “¿Quién podría darme un ejemplo?” o “¿alguien más?”, el profesor genera un espacio donde las personas estudiantes se convierten en protagonistas de la construcción del conocimiento. Esta acción favorece la interacción y legitima las ideas de las personas estudiantes como parte del proceso matemático. Asimismo, el profesor distribuye la participación entre distintos integrantes del grupo, evitando que una sola persona monopolice la discusión.

Si bien la respuesta de Mateo es “una ruleta”, en vez de ser más específico y decir “el sector (número, color, etc.) donde se detiene la flecha de una ruleta no viciada”, el docente entiende la intención del estudiante, y lanza la pregunta “una ruleta, ¿por qué?”, a fin de que explique mejor su idea, y entendiendo a la vez que, debido al grado de escolaridad del estudiante, no se espera que use un lenguaje tan formal para expresar sus ideas. Esta intención va de la mano con lo referido por Alsina y Vásquez (2015), respecto a buscar que la transición entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje formal se desarrolle en forma progresiva, pero al mismo tiempo, de la manera más naturalmente posible, según el nivel en que se encuentre la persona estudiante.

Semejantemente, pero ahora dando énfasis a ejemplos de situaciones no aleatorias, el profesor promueve el siguiente diálogo [extracto 2]:

P: ok, ¿será que alguno de ustedes me puede decir una situación que NO sea aleatoria?

Pedro: los números de la lotería, o el bingo.

P: Un bingo, ¿cómo?

Mateo: depende, profe, si ya sabemos lo que va a salir en el cartón de los números entonces si podemos predecir el número que va a salir.

Juan: eso es trampa.

P: pero entonces, ¿en el juego del bingo podemos predecir el número que va a salir?

Mateo: no, siempre se queda a la espera del número que saque la persona que “canta” el bingo.

P: entonces, ¿será que el bingo es un ejemplo de una experiencia NO aleatoria?

Mateo: no, es aleatoria.

P: muy bien, ¿quién me puede decir un ejemplo de una situación NO aleatoria?

Angela: saber qué ropa nos vamos a poner para venir a la escuela

P: ¿Puede explicar por qué eso es una experiencia NO aleatoria, Ángela?

Ángela: porque nosotros venimos todos los días siempre con uniforme, sabemos cómo vendremos vestidos cualquier día de la semana.

P: ¡Muy bien!, puede predecirse cómo vendrán vestidos el día siguiente, por lo que NO es algo aleatorio. ¿Y el lanzamiento de una moneda, es una situación aleatoria o no aleatoria?

Mateo: sí sí.

P: Dejemos que Pedro hable, está bien, Mateo. Pedro, ¿qué opina usted del lanzamiento de una moneda? ¿es una situación aleatoria?

Pedro: ummm, creo que sí, pues no sabemos qué va a salir, si cara o cruz.

Del diálogo se desprende que cuando el profesor le dice a Mateo: “Dejemos que Pedro hable”, el profesor ha considerado que Mateo ya ha tenido bastante participación, no como Pedro, quien hasta el momento no había participado de la discusión. Así, se fomenta un ambiente inclusivo y dialógico, en el que múltiples voces pueden aportar a la comprensión colectiva.

4.1.2. Sugerir información relevante para avanzar en la resolución o validar ideas

El profesor también interviene proporcionando pistas o reformulaciones que ayudan al estudiante a avanzar en la comprensión de los conceptos. Por ejemplo, en este diálogo con el grupo 1 [extracto 3]:

P: muy bien. Entonces, cuando nosotros elegimos un color, nosotros podemos asociar ese color a un término que ya definimos, ¿qué sería? (todo el grupo queda en silencio).

P: por ejemplo, sacar una pelota de color amarillo, ¿qué es, según lo que ya estudiamos? ... ¿es una situación aleatoria, un espacio muestral o tiene otro nombre?

Pablo: un evento, un evento

Cuando los estudiantes guardan silencio ante la pregunta sobre el concepto de evento, el profesor procede a reformular la forma de plantear la pregunta, pero sin dar la respuesta, diciendo: “por ejemplo, sacar una pelota de color amarillo, ¿qué es... una situación aleatoria, un espacio muestral o tiene otro nombre?”. Esta mediación reduce la complejidad de la tarea y orienta la atención hacia conocimientos previamente trabajados. Otra manifestación de esta acción ocurre en el extracto 2, cuando el profesor retoma las ideas de los estudiantes para validarlas y conectarlas con el lenguaje matemático formal. Por ejemplo, después de que Ángela explica que el uniforme escolar permite predecir cómo irán vestidos, el profesor confirma la idea diciendo “¡Muy bien!, puede predecirse cómo vendrán vestidos el día siguiente, por lo que NO es algo aleatorio”, así establece explícitamente la relación que está haciendo Ángela con el concepto de experiencia no aleatoria para validarla, pero al mismo tiempo le explica al resto de este grupo el razonamiento de esta estudiante.

En otro diálogo, orientado al momento exacto de introducir los tipos de eventos probabilísticos con el grupo 2, el profesor identifica dificultades asociadas al uso del lenguaje coloquial [extracto 4]:

P: Muy bien. Ahora, ya hablamos del evento más probable y hablamos del evento menos probable en esta urna. Piensen, cómo sería el evento obtener rojo y obtener morado.

Juan: tiene más que el amarillo y menos que el rosado

P: ok, eso es cierto, pero si quisiéramos darles un nombre a esos eventos asociados al rojo y el morado, nada más. ¿Cómo le llamaríamos a esos dos eventos?

Juan: medio probable

P: medio probable, ok. Vamos a ver, entonces tendríamos eventos más probables, menos probables y medios probables. Veamos, tendríamos entonces más, menos y medios. ¿Tiene coherencia eso?

G2: síii

P: Veamos a ver. Cuando comparamos el 3 y 1, por ejemplo, podemos decir que 3 unidades es más que 1 unidad, y que 1 unidad es menos que 3 unidades. Y si comparo 2 con 2, ¿qué podría decir?

Juan: son empates

P: ¿empates?, vamos a ver. Si queremos comparar el 3 y el 1 usamos el símbolo “mayor que”, si comparamos el 1 con el 3 usamos el símbolo “menor que”, y si comparamos el 2 con el 2, ¿qué símbolo usamos?

G2: iguaaal

P: entonces, ¿cómo suena mejor?, ¿decir que el rojo es medio probable al morado o que el rojo es igualmente probable que el morado?

Juan: igualmente probable que el morado, tiene más sentido

P: entonces, resumiendo. Tenemos que el amarillo es el más probable, el rosado...

G2: el menos probable

P: y el rojo...

Juan: igual probabilidad...igualmente probable que el morado.

Se observa que los estudiantes estaban asociando el término “empate” y “medio” a eventos de igual probabilidad, lo cual se deriva del uso de un lenguaje informal que están acostumbrados a usar en situaciones de su cotidianidad, las cuales no tienen que ver precisamente con situaciones del azar, pero sí con obtener equivalencias. En este sentido, y siguiendo lo mencionado por Hernández-Solís et al. (2021), el profesor se interesa por conocer el significado que les dan las personas estudiantes a los conceptos matemáticos; y adicionalmente, conduce a los estudiantes desde esas expresiones cotidianas hasta términos matemáticos más precisos como “igualmente probable”. Específicamente, a partir de la relación del lenguaje formal usado para comparar el orden en los números naturales (conocimiento previo que ya tenían), el profesor ayuda a que las personas estudiantes opten por el término “igualmente probable” como un término con “más sentido”. Así, la comparación con los símbolos “mayor que”, “menor que” e “igual que” constituye una estrategia de mediación que enlaza conocimientos previos con nuevos conceptos probabilísticos.

4.1.3. Apoyar o guiar mediante preguntas y dinámicas que mantengan la discusión matemática

La mediación docente se caracteriza por el uso continuo de preguntas encadenadas que mantienen al estudiante involucrado en la construcción del razonamiento. El profesor evita ofrecer respuestas directas y, en cambio, guía el análisis mediante interrogantes sucesivas. Por ejemplo, en el extracto 2, en la discusión sobre el bingo, el profesor pregunta: “¿en el juego del bingo podemos predecir el número que va a salir?”, y, posteriormente, “¿será que el bingo es un ejemplo de una experiencia NO aleatoria?”. Estas preguntas permiten que el estudiante revise y ajuste sus propias ideas. De igual forma, el profesor utiliza dinámicas de contraste y comparación para sostener la discusión matemática. Por ejemplo, cuando analiza la probabilidad de extraer bolas de distintos colores, buscando la consolidación de conceptos, plantea un escenario alternativo [extracto 5], al plantearle al grupo 2 la siguiente situación:

P: otra pregunta. Si colocáramos en la caja solo tres bolas rojas y dos bolas moradas, ¿qué podríamos decir?

Juan: que el rojo tiene más probabilidad de salir y el morado menos.

P: ¿pero ustedes no habían dicho que el rojo y el morado eran igualmente probables?

Juan: pero ahora lo cambié a más y a menos

P: ¿qué cambié a más y a menos?

Juan: la cantidad

P: muy bien, entonces podríamos decir que los eventos son más probables, menos probables o igualmente probables ¿dependiendo de qué?

Juan: de la cantidad que haya comparado con los demás.

El escenario planteado por el profesor mantiene la discusión enfocada en los conceptos previamente introducidos, y refuerza lo mencionado por Alsina y Bosch (2023) respecto a

aprovechar al máximo el uso del material concreto para que las personas estudiantes puedan visualizar mejor las ideas matemáticas, como es el caso del escenario de cambiar de configuración de las bolas para realizar contrastes respecto a una configuración inicial. Estas intervenciones obligan a justificar respuestas y a establecer relaciones entre cantidad y probabilidad, en busca de ir identificando propiedades o elementos que definen a los conceptos, pero inclusive permite, de cierta manera, trabajar en forma indirecta desde temprano otras relaciones, como la ley de probabilidad de Laplace.

También se evidencia esta acción de contraste cuando el profesor problematiza respuestas parciales o ambiguas. Por ejemplo, en el diálogo del extracto 4, ante la expresión “medio probable”, el docente no rechaza inmediatamente la idea, sino que pregunta “¿tiene coherencia eso?”, permitiendo que el grupo reflexione y refine colectivamente el significado matemático más adecuado.

4.1.4 Desafiar a la persona estudiante a ir más allá de sus conocimientos previos

El profesor constantemente genera situaciones que desafían las intuiciones iniciales de las personas estudiantes, promoviendo una comprensión más profunda de los conceptos probabilísticos. Un ejemplo importante aparece cuando se cuestiona si el color define que un evento sea simple o compuesto [extracto 6].

P: ¿cuántos eventos simples tenemos acá? (señalando las bolas en la caja)

Pablo: tenemossss... ..cuatro

P: cuatro, ¿por qué?

Pablo: porque hay cuatro colores

P: Melodi, ¿qué opina de la respuesta de Pablo?

Melodi: ummm, yo creo que sí, son cuatro, hay cuatro colores

P: les hago otra pregunta, ¿hay una sola bolita de un color?

G1: nooo

Ana: del anaranjado y morado sí, pero de la amarilla y azul no

P: muy bien, entonces, por ejemplo, ¿sacar una bolita anaranjada sería un evento simple?

Ana: sí, porque solo hay una

P: ok, ¿y sacar una bolita morada, sería un evento simple?

Ana: sí también

P: ¿y sacar una bolita amarilla?

Ana: no, ya no, porque hay más de una amarilla

P: excelente. ¿Y cómo le llamamos al evento de sacar una bolita amarilla entonces?

Pablo: ahhh, compuesto

P: muy bien. Entonces, ¿cuántos eventos simples en total se pueden definir con todas las bolitas

Pablo: diez, porque hay diez bolitas

P: ¿podría explicar un poco más eso que dijiste, Pablo?

Pablo: bueno, un evento simple solo puede tener una bolita, por lo que si hay diez bolitas se pueden tener diez eventos simples, uno para cada bolita

P: excelente. Vean entonces que el color no define que uno evento sea simple o no, sino la cantidad de bolitas que hay de ese color

Inicialmente, los estudiantes asocian los eventos simples con la existencia de colores distintos; sin embargo, mediante preguntas orientadoras, el profesor conduce a comprender que lo relevante es la cantidad de elementos asociados al evento. Asimismo, en el diálogo del extracto 5, el profesor desafía las ideas previas al modificar las condiciones del problema. Cuando plantea que ahora existen tres bolas rojas y dos moradas, obliga al estudiante a reconsiderar la afirmación anterior de que ambos eventos eran igualmente probables. Esta estrategia evidencia que la probabilidad depende de la frecuencia y no del color, promoviendo un razonamiento más abstracto y relacional.

4.2 Procesos matemáticos

A continuación, se analiza cada proceso matemático movilizado por el profesor durante las discusiones matemáticas, acompañado de ejemplos concretos de los diálogos, explícitamente: razonar y argumentar; plantear y resolver problemas; comunicar; conectar; y representar.

4.2.1 Razonar y argumentar

La mediación docente favorece constantemente el razonamiento y la argumentación matemática. El profesor promueve que las personas estudiantes justifiquen sus respuestas, elaboren conclusiones y construyan generalizaciones a partir de casos concretos. Por ejemplo, en el extracto 6, cuando el profesor pregunta: “cuatro, ¿por qué?” después de que Pablo responde “tenemossss... ..cuatro”. Una respuesta simple del profesor podría haber sido “incorrecto” o “no”, pero en vez de eso impulsa a los estudiantes a justificar sus afirmaciones, aun cuando no son verdaderas.

Asimismo, de los diálogos referidos se observa que el razonamiento inductivo aparece cuando el profesor modifica las condiciones del problema en el extracto 5, y plantea: “Si colocáramos en la caja solo tres bolas rojas y dos bolas moradas, ¿qué podríamos decir?”. A través de este cambio, el estudiante debe revisar y reorganizar sus ideas previas sobre eventos igualmente probables. La discusión permite generalizar que la probabilidad depende de la cantidad de elementos en la urna. También se promueve la argumentación mediante preguntas como: “¿Tiene coherencia eso?”, cuando surge la expresión “medio probable”. El profesor no invalida la respuesta, sino que desafía al grupo a reflexionar y argumentar sobre la precisión del lenguaje matemático. Por otra parte, durante la discusión colectiva surge el siguiente diálogo [7]:

P: ok, con respecto a este grupo, ¿cuál color tiene mayor cantidad de bolas?

G2: celeste (refiriéndose al azul).

P: Y con respecto a este grupo, ¿cuál color tiene más bolas?

Grupo 3: morado

P: ¿y ustedes? (señalando al grupo 4).

G4: la anaranjada.

P: ok, podemos ver que, en cada grupo, hay un color diferente que tiene mayor cantidad de bolas, ¿cómo le podemos llamar a ese evento asociado a ese color?

TODOS: evento más probable.

P: ¡muy bien!, le vamos a llamar evento más probable, conforme se discutió en cada grupo (profesor escribe en la pizarra la definición).

*Semejantemente se hace el cuestionamiento para los eventos menos probables e igualmente probables.

P: ahora bien, chicos, tengo aquí esta distribución de bolas (señalando dos bolas moradas y dos bolas anaranjadas colocadas sobre una mesa y cercadas por cartón). ¿Cuál color sería más probable de extraer si metiéramos las cuatro bolas en la urna?

TODOS: ningunooo

P: ¿Por qué?

Carlos: hay igual cantidad de bolas moradas y anaranjadas.

P: ¿cómo dijimos que se llaman los eventos con igual número de elementos?

Juan: igual de probabilidad.....igualmente probables.

P: los demás, ¿qué opinan?

TODOS: sí, igualmente probables.

Se evidencia que el profesor igualmente promueve la argumentación durante este momento de discusión colectiva, nuevamente utiliza preguntas como “por qué”, las cuales invitan a los estudiantes a justificar su respuesta, incluso usando el lenguaje probabilístico introducido de eventos igualmente probables.

Además, el profesor impulsa procesos de generalización y formalización colectiva. Al comparar las distintas urnas de cada grupo y preguntar “¿cuál color tiene mayor cantidad de bolas?”, orienta a las personas estudiantes hacia la construcción de definiciones matemáticas compartidas. De esta manera, el conocimiento deja de ser una observación aislada y se transforma en un concepto formalizable.

4.2.2 Plantear y resolver problemas

La mediación docente potencia la resolución de problemas al presentar situaciones concretas como la del extracto 7: “tengo aquí esta distribución de bolas (señalando dos bolas moradas y dos bolas anaranjadas colocadas sobre una mesa y cercadas por cartón). ¿Cuál color sería más probable de extraer si metiéramos las cuatro bolas en la urna?”, en este caso se evidencia que el profesor plantea una situación problema después de ya haber trabajado los conceptos de eventos más probables, menos probables e igualmente probables en las discusiones grupales,

de forma que los estudiantes pongan en práctica lo aprendido en estos momentos de discusión para responder a la situación planteada con el material concreto. La situación anterior requiere que el estudiante plantee la situación en términos de cantidades asociadas a cada color, y luego interprete, de acuerdo con esa cantidad, si realmente se puede decir que hay un evento más probable que otro, llegando a la deducción de que no existe.

Así, aunque las actividades se desarrollan en un contexto sencillo, el profesor las transforma en problemas matemáticos mediante preguntas que exigen interpretar la información disponible. Además, la mediación docente impulsa la reformulación de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones. Por ejemplo, en el extracto 5, cuando los estudiantes consideran que el rojo y el morado son igualmente probables en la configuración inicial de la urna, y luego el profesor cambia las cantidades de bolas asociadas a cada color, se genera un nuevo problema matemático que obliga a reinterpretar la situación. Estos escenarios de cambio de configuración son estrategias que utiliza el profesor para evaluar el conocimiento, y al mismo tiempo, para aprovechar el uso del material concreto en la configuración de diferentes formas de como se le podría plantear una situación problema al estudiante.

4.2.3 Comunicar

La comunicación matemática constituye uno de los procesos más promovidos por la mediación docente observada, siendo implícita a la discusión matemática. El profesor genera continuamente espacios para que las personas estudiantes expresen ideas, expliquen procedimientos y utilicen lenguaje matemático. Un ejemplo significativo ocurre cuando el profesor pregunta en el extracto 2: “¿Puede explicar por qué eso es una experiencia NO aleatoria, Ángela?”. La estudiante debe verbalizar su razonamiento y explicar cómo el uso del uniforme permite predecir la situación. Esta acción fortalece la expresión oral y la organización de ideas matemáticas.

Así mismo, la comunicación matemática se potencia cuando el profesor solicita explicaciones adicionales. Por ejemplo, después de que Pablo afirma que existen diez eventos simples, en el extracto 6, el profesor pregunta: “¿podría explicar un poco más eso que dijiste, Pablo?”. Esta intervención impulsa al estudiante a clarificar y justificar su razonamiento ante el grupo. La mediación también promueve el uso progresivo de lenguaje matemático formal. Inicialmente los estudiantes utilizan expresiones cotidianas como “medio probable”, pero el profesor guía la discusión hacia términos más precisos como “igualmente probable”. De esta manera, el estudiante aprende a comunicar ideas matemáticas utilizando vocabulario especializado.

4.2.4 Conectar

El profesor establece conexiones entre los conceptos probabilísticos y otros conocimientos matemáticos o contextos cotidianos. Estas conexiones permiten que el estudiante otorgue significado a los conceptos en estudio. Por ejemplo, el docente relaciona las experiencias aleatorias con situaciones cercanas al contexto de los estudiantes, como una ruleta, una rifa, el bingo o el uniforme escolar, presente en los extractos 1 y 2. Estas referencias conectan la probabilidad con experiencias de la vida cotidiana y facilitan la comprensión de la noción de aleatoriedad.

Así mismo, el profesor conecta la probabilidad con conceptos matemáticos previamente estudiados. Cuando compara en el extracto 2 “más probable”, “menos probable” e “igualmente probable” con las relaciones “mayor que”, “menor que” e “igual que”, establece un puente entre la probabilidad y el razonamiento numérico. Esta mediación ayuda al estudiante a construir nuevos significados a partir de conocimientos anteriores. También, se promueven conexiones conceptuales internas dentro de la propia probabilidad. El profesor relaciona eventos simples, eventos compuestos, frecuencia y probabilidad, permitiendo que el estudiante comprenda que los conceptos no son aislados, sino parte de una red conceptual.

4.2.5 Representar

Tal como es referido por Batanero et al. (2004), parte de la mediación docente es el uso de actividades matemáticas que promuevan el uso de distintas representaciones, en este sentido, las bolas de distintos colores, las urnas y la distribución física de elementos funcionan como representaciones concretas y visuales de conceptos abstractos relacionados con la probabilidad. Por ejemplo, en el extracto 6, cuando el profesor señala las bolas y pregunta “¿cuántos eventos simples tenemos acá?”, utiliza la representación concreta de la urna para que los estudiantes identifiquen eventos y relaciones probabilísticas. La manipulación y observación de los objetos facilita la comprensión de conceptos abstractos. Así mismo, en el extracto 4, el profesor promueve representaciones simbólicas al comparar relaciones probabilísticas con símbolos matemáticos. Cuando pregunta “¿qué símbolo usamos?” al comparar el 2 con el 2, introduce la representación del signo igual como apoyo para comprender el concepto de “igualmente probable”. La representación también se evidencia cuando el profesor escribe definiciones en la pizarra después de la discusión colectiva. Esta acción transforma las ideas orales construidas grupalmente en registros matemáticos más formales y permanentes.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Los resultados obtenidos permiten concluir que la mediación docente desempeña un papel fundamental en el desarrollo de discusiones matemáticas orientadas a la construcción de significados sobre los conceptos probabilísticos de eventos más probables, menos probables e igualmente probables; así como también de eventos aleatorios y no aleatorios.

En relación con la pregunta de investigación ¿Qué acciones de la mediación docente del profesor de Matemática influyen en el aprendizaje de los conceptos probabilísticos de eventos menos probables, más probables e igualmente probables, y cómo esta mediación ayuda a romper con dificultades evidenciadas en el estudiante?, se identificó que las acciones referidas por Ponte et al. (2013) fueron movilizadas por el profesor, favoreciendo la construcción progresiva de significados probabilísticos. Estas acciones permitieron que las personas estudiantes no solo respondieran preguntas de forma concreta, sino que justificaran, argumentaran y reformularan sus razonamientos, evidenciando procesos de construcción y revisión de significados probabilísticos durante la interacción.

Adicionalmente, la mediación docente favoreció la identificación y transformación de algunas dificultades e interpretaciones iniciales expresadas por las personas estudiantes durante las discusiones matemáticas, particularmente aquellas relacionadas con el uso del lenguaje cotidiano e interpretaciones intuitivas de los conceptos probabilísticos. Por ejemplo,

expresiones como “medio probable” o la asociación entre color y tipo de evento fueron transformadas, mediante preguntas orientadoras y comparaciones con conocimientos previos, a conceptos matemáticos más precisos como “igualmente probable”, “evento simple” y “evento compuesto”. De esta forma, la intervención docente favoreció procesos de resignificación de ideas iniciales y la movilización progresiva de un lenguaje informal o coloquial hacia un lenguaje matemático más formal y coherente con los conceptos abordados durante los intercambios de diálogo analizados en la intervención profesor-estudiante.

Con respecto a la segunda pregunta de investigación, ¿qué procesos matemáticos destacados por los Programas de Estudio de Matemáticas del currículo costarricense (MEP, 2012) son movilizados en el estudiante a través de dichas acciones de mediación?, tal como fue destacado por Ponte et al. (2013), las preguntas y orientaciones que haga el profesor durante las discusiones matemáticas favorecen a que surjan diferentes procesos matemáticos. Los resultados muestran que la mediación docente movilizó los diversos procesos matemáticos destacados en los Programas de Matemáticas del currículo costarricense. Específicamente, se evidencia que más de un proceso se promueve en un mismo diálogo, y que estos procesos se movilizan en las personas estudiantes, principalmente, con preguntas y la forma en la que el profesor las plantea, siendo que, como sugiere el MEP (2012), la mayor visualización de uno u otro proceso dependerá de la forma en que el profesor oriente la clase.

En relación a las limitaciones que se desprenden de esta investigación, considerando que el análisis se fundamentó principalmente en los intercambios discursivos profesor-estudiante producidos durante la implementación de la propuesta, los resultados permiten identificar procesos de construcción y transformación de ideas que posteriormente son retomadas y formalizadas por el profesor, pero no permiten establecer, de manera concluyente, la consolidación del aprendizaje a partir de los extractos analizados. Si bien, la propuesta de la clase contempló la valoración de la consolidación de aprendizajes de los conceptos abordados mediante una tarea de evaluación, el presente estudio se centra en el análisis de la mediación docente y no en la medición de los aprendizajes conceptuales alcanzados.

Finalmente, esta investigación no se centró en el análisis del uso del material concreto para promover el discurso del profesor y el aprendizaje de conceptos probabilísticos en la clase de probabilidad. Por lo anterior, esto abre la posibilidad para que estudios posteriores se centren en investigar sobre este asunto con los conceptos abordados u otros contenidos de probabilidad de primaria; inclusive investigar el aporte que puede tener el material concreto complementado con las tecnologías digitales para favorecer el discurso del profesor en el aula, de forma tal que, como refieren Hernández-Solís et al. (2021), se busque aprovechar al máximo de los recursos tecnológicos como los simuladores para un mayor dinamismo de la clase de probabilidad, y analizar cómo estos cobran mayor o menor importancia según el abordaje que le da el profesor.

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LAS PERSONAS AUTORAS

Se declara que el autor de este texto, denotado por GRM, planteó la idea desarrollada y construyó el referente teórico y metodológico. También, ejecutó las intervenciones didácticas

para luego realizar una recolección y análisis de los datos. De igual forma, GRM ejecutó la redacción de la investigación.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio estarán disponibles por la persona autora correspondiente, GRM, previa solicitud razonable.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Lic. Siviany Montero por facilitar su grupo de estudiantes como foco de esta investigación para llevar a cabo la propuesta de clase. Igualmente, agradezco al Departamento de Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica, quien mediante los espacios de reflexión y análisis de la práctica docente que permite el curso MA0024 Didáctica de la Estadística y la Probabilidad, se hizo posible llevar a cabo esta visita a la escuela, permitiendo reflexionar sobre la teoría y cómo esta se puede poner en práctica.

5. REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: Un itinerario didáctico. *Revista Épsilon*, 34(95), 25–48.
- Alsina, Á., & Vásquez, C. (2015). La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: El currículo versus el libro de texto. En P. A. Sánchez-Martínez (Ed.), *Educación matemática, un mar de posibilidades: 17 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1–14). Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia.
- Alsina, Á., y Bosch, E. (2023). Estadística y probabilidad en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido estocástico. *Tangram: Revista de Educação Matemática*, 6(3), 24–59. <https://doi.org/10.30612/tangram.v6i3.17587>
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15(2), 2–13.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27–37. <https://doi.org/10.14409/yu.v1i1.238>
- Batanero, C. (2019). *Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos*. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1–15). Universidad de Granada
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). *Training teachers to teach probability*. *Journal of Statistics Education*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715>

- Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A., y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 15(4), 267–288.
- Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). Routledge.
- Dorado, A. (2021). *Investigación sobre la probabilidad en educación primaria* (Tesis de maestría). Universidad de Oviedo.
- Eichler, A. (2007). Individual curricula: Teachers' beliefs concerning stochastic instruction. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 208–226.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel.
- Garfield, J. B., Ben-Zvi, D., Chance, B., Medina, E., Roseth, C., y Zieffler, A. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9>
- Godino, J. D. (2024). *Teoría de la idoneidad didáctica basada en el Enfoque Ontosemiótico (EOS)*. Universidad de Granada.
- Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Gea, M. M., y Álvarez-Arroyo, R. (2021). Comparación de probabilidades en urnas: Un estudio con estudiantes de Educación Primaria. *Uniciencia*, 35(2), 1–18. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.9>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de estudios de matemáticas de educación general básica y educación diversificada*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/media/matematica.pdf>
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Presses Universitaires de France.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., y Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22, 55–81.
- Rodríguez, B., Rosas, A., y Miranda, I. (2018). La enseñanza-aprendizaje de las reglas de probabilidad: El papel del profesor y sus decisiones. *Latin-American Journal of Physics Education*, 12(4), 4312-1–4312-10.

